江西省 2019 年中等学校招生考试

数学模拟卷参考答案及评分意见

说明：

1. 如果考生的解答与本参考答案不同，可根据试题的主要考查内容，参照评分标准制定相应的评分细则后评卷.
2. 每题都要评阅到底，不要因为考生的解答中出现错误而中断对该题的评阅；当考生的解答在某一步出现错误，影响了后继部分时，若该步以后的解答未改变这一题的内容和难度，则可视影响的程度决定后面部分的给分，但不得超过后面部分应给分数的一半；若这一步以后的解答有较严重的错误，则不给分.
3. 解答右端所注分数，表示考生正确做到这一步应得的累加分数.
4. 只给整数分数.

数学模拟卷（三）

1. D　2. C　3. B　4. B　5. C　6. A

7. $x(y+1)(y-1)$　8. $\frac{9}{4}$　9. $\frac{\sqrt{5}}{5}$　10. 6　11. 3

12. $\frac{4}{3}$，$\frac{8}{3}$或 2

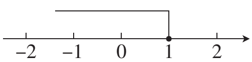
13. (1) 解：去分母，得 $3(x+2)-(4x-1)\geqslant 6$. ……1 分

去括号，得 $3x+6-4x+1\geqslant 6$.

移项，合并同类项，得 $-x\geqslant -1$. ……2 分

系数化为 1，得 $x\leqslant 1$.

把解集表示在数轴上如图所示：



……3 分

(2) 证明：$\because$ DE 是 AB 边的垂直平分线，

$\therefore DE\perp AB, AE=EB$. ……1 分

$\because \angle A=45°$，

$\therefore DE=AE=EB$. ……2 分

又$\because DC=CB, CE=CE$，

$\therefore \triangle EDC\cong\triangle EBC$.

$\therefore \angle DEC=\angle BEC$. ……3 分

14. 解：$(1-\frac{1}{x-1})\div\frac{x^2-4x+4}{x^2-1}$

$=\frac{x-1-1}{x-1}\cdot\frac{x^2-1}{x^2-4x+4}$ ……2 分

$=\frac{x-2}{x-1}\cdot\frac{(x+1)(x-1)}{(x-2)^2}$ ……3 分

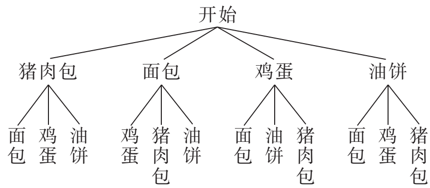
$=\frac{x+1}{x-2}$. ……4 分

由题意，可取 $x=3$（注意 x 不能取 2，± 1，否则题中出现的分式无意义）代入上式，得

原式 $=\frac{3+1}{3-2}=4$. ……6 分

15. 解：(1) 不可能 ……2 分

(2) 画树状图如下：



由上图可知，共有 12 种等可能结果，其中小张同学该天早餐刚好得到猪肉包和油饼的结果有 2 种.

$\therefore$ 小张同学该天早餐刚好得到猪肉包和油饼的概率是 $\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$. ……6 分

16. 解：(1) 如图 1，弦 AE 即为所求； ……3 分

(2) 如图 2，射线 AE 即为所求. ……6 分

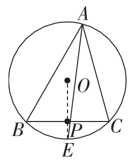


图 1

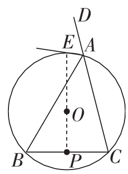


图 2

17. 解：(1) 将点 $B(3,a)$ 代入一次函数解析式 $y=x-1$，得 $a=3-1$，即 $a=2$.

$\therefore B(3,2)$. ……2 分

将点 $B(3,2)$ 代入 $y=\frac{k}{x}$ 得 $k=6$.

$\therefore$ 反比例函数的解析式为 $y=\frac{6}{x}$. ……3 分

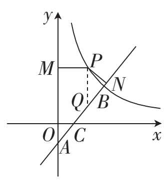
(2) 设一次函数 $y=x-1$ 的图象与 x 轴交于点 C，当 $x=0$ 时，$y=-1$；当 $y=0$ 时，$x=1$.

$\therefore OA=OC=1$.

又$\because \angle AOC=90°$，

$\therefore \angle BAO=45°$.

如图，过点 P 作 $PQ\parallel y$ 轴交 AB 于点 Q.



$\therefore \angle PQN=45°$.

$\because PN\perp AB$，

$\therefore PQ=\sqrt{2}PN$.

$\because PM=\sqrt{2}PN$，

$\therefore PM=PQ$. ……4 分

$\because$ 点 P 为点 B 上方的双曲线 $y=\frac{6}{x}$ 上一动点，

$\therefore$ 设 $P(m,\frac{6}{m})(0<m<3)$.

$\because PQ\parallel y$ 轴，点 Q 在直线 AB 上，

$\therefore Q(m,m-1)$.

$\therefore PM=m, PQ=\frac{6}{m}-(m-1)=\frac{6}{m}-m+1$.

$\therefore m=\frac{6}{m}-m+1.$

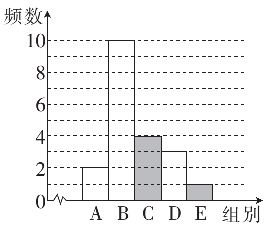
$\therefore m=-\frac{3}{2}$(舍去)或 $m=2$.

$\therefore P(2,3)$. ……6 分

18. 解:(1)4　1 ……2 分

(2)如图所示:

频数分布直方图

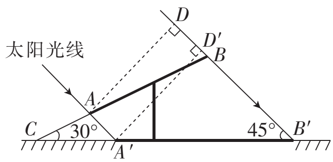


……4 分

(3)B ……6 分

(4)$120\times\frac{4+3+1}{20}=48$(人). ……8 分

19. 解:(解法一)如答图 1,过点 A,A' 分别作 $AD\perp BB'$ 于点 D,$A'D'\perp BB'$ 于点 D'.



答图 1

$\because$ 太阳光线平行,

$\therefore AD=A'D'$,

$\angle ABD=\angle C+\angle B'=75°$. ……2 分

在 Rt$\triangle ABD$ 中,$AB=50$ cm,

$\because \sin\angle ABD=\frac{AD}{AB}$,

$\therefore AD=AB\times\sin 75°$

$=50\sin 75°$ (cm). ……5 分

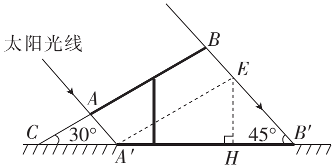
又在 Rt$\triangle A'B'D'$中,

$\because \sin B'=\frac{A'D'}{A'B'}$,

$\therefore A'B'=\frac{A'D'}{\sin 45°}=\frac{50\sin 75°}{\frac{\sqrt{2}}{2}}\approx 68.3$ (cm).

答:影子 $A'B'$的长大约是 68.3 cm. ……8 分

(解法二)如答图 2,过点 A'作 $A'E\,/\!/\,AB$ 交 BB'于点 E,过点 E 作 $EH\perp A'B'$于点 H.



答图 2

$\because$ 太阳光线平行,

$\therefore A'E=AB=50$ cm.

在 Rt$\triangle A'EH$ 中,$\angle EA'H=30°$. ……2 分

$\because \cos\angle EA'H=\frac{A'H}{A'E}$,

$\therefore A'H=A'E\times\cos 30°=50\times\frac{\sqrt{3}}{2}=25\sqrt{3}$(cm),

且有 $EH=\frac{1}{2}A'E=25$ cm. ……5 分

在 Rt$\triangle EHB'$中,$\because \angle EB'H=45°$,

$\therefore B'H=EH=25$ cm.

$\therefore A'B'=A'H+HB'\approx 25\times 1.732+25=68.3$(cm).

答:影子 $A'B'$的长大约是 68.3 cm. ……8 分

20. 解:(1)设 y 与 x 之间的函数关系式为 $y=kx+b$.

由题意得 $\begin{cases}40k+b=300,\\55k+b=150,\end{cases}$

解得 $\begin{cases}k=-10,\\b=700.\end{cases}$

$\therefore y=-10x+700$,

即 y 与 x 之间的函数关系式为 $y=-10x+700$. ……3 分

(2)设每天获取的利润为 w 元,由题意,得 $w=(x-30)\cdot y=(x-30)(-10x+700)$.

$\therefore w=-10x^2+1\,000x-21\,000=-10(x-50)^2+4\,000$.

$\because -10<0$,$\therefore$ 当 $x<50$ 时,w 随 x 的增大而增大.

由 $y\geqslant 240$. 即 $-10x+700\geqslant 240$,得 $x\leqslant 46$.

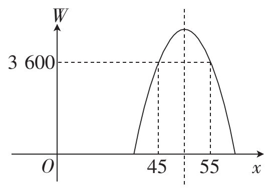
$\therefore$ 当 $x=46$ 时,$w_{\max}=-10(46-50)^2+4\,000=3\,840$.

答:当销售单价为 46 元时,每天获取的利润最大,最大利润是 3 840 元. ……6 分

(3)令 $W=w-150=-10(x-50)^2+4\,000-150=3\,600$,

$-10(x-50)^2=-250$,$x-50=\pm 5$,$x_1=55$,$x_2=45$.

画草图如图所示:



由图象得,当 $45\leqslant x\leqslant 55$ 时,捐款后每天剩余的利润不低于 3 600 元.

答:该脐橙销售单价的范围是 45 元到 55 元. ……8 分

21. (1)证明:$\because CD$ 是$\odot O$ 的切线,$\therefore OC\perp CD$.

$\because AD\perp CD$,$\therefore OC\,/\!/\,AD$.

$\therefore \angle DAC=\angle ACO$.

$\because OA=OC$,$\therefore \angle OAC=\angle ACO$.

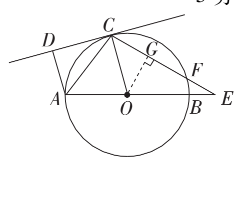
$\therefore \angle DAC=\angle OAC$.

$\therefore AC$ 平分$\angle DAO$. ……3 分

(2)解:①$\because OC\,/\!/\,AD$,$\therefore \angle EOC=\angle DAO=105°$.

$\therefore \angle OCE=180°-\angle EOC-\angle E=180°-105°-30°=45°$. ……5 分

②如图,过点 O 作 $OG\perp CE$,可得 $FG=CG$.



在 Rt$\triangle OGC$ 中,$OC=2\sqrt{2}$,$\angle OCE=45°$,

$\therefore OG=CG=OC\sin 45°=2\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=2$.

$\therefore FG=CG=2$. ……7 分

在 Rt$\triangle OGE$ 中，$OG=2$，$\angle E=30°$，

$\therefore EG=\dfrac{OG}{\tan E}=\dfrac{2}{\frac{\sqrt{3}}{3}}=2\sqrt{3}$.

$\therefore EF=EG-FG=2\sqrt{3}-2$. ……9 分

22. 解：**发现**：①$\because$ 四边形 $ABCD$ 和四边形 $AEFG$ 都是正方形，

$\therefore AE=AG, AB=AD, \angle BAD=\angle EAG=90°$.

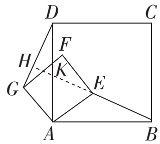
$\therefore \angle BAE=\angle DAG$.

在$\triangle ABE$ 和$\triangle ADG$ 中，$\begin{cases}AB=AD,\\ \angle BAE=\angle DAG,\\ AE=AG,\end{cases}$

$\therefore \triangle ABE\cong\triangle ADG$(SAS).

$\therefore BE=DG$.

②如答图 1，延长 BE 交 AD 于点 K，交 DG 于点 H.



答图 1

由①知，$\triangle ABE\cong\triangle ADG$，

$\therefore \angle ABE=\angle ADG$.

$\because \angle AKB+\angle ABE=90°$，

$\therefore \angle AKB+\angle ADG=90°$.

$\because \angle AKB=\angle DKH$，

$\therefore \angle DKH+\angle ADG=90°$.

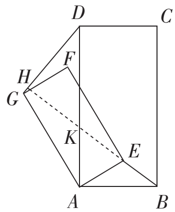
$\therefore \angle DHB=90°$.

$\therefore BE\perp DG$.

故答案为：①$BE=DG$　②$BE\perp DG$ ……4 分

探究：证明：如答图 2，延长 BE 交 AD 于点 K，交 DG 于点 H.

$\because$ 四边形 $ABCD$ 与四边形 $AEFG$ 都为矩形，



答图 2

$\therefore \angle BAD=\angle EAG$，

$\therefore \angle BAE=\angle DAG$.

$\because AD=2AB, AG=2AE$，

$\therefore \dfrac{AB}{AD}=\dfrac{AE}{AG}=\dfrac{1}{2}$.

$\therefore \triangle ABE\backsim\triangle ADG$.

$\therefore \angle ABE=\angle ADG$.

$\because \angle AKB+\angle ABE=90°$，

$\therefore \angle AKB+\angle ADG=90°$.

$\because \angle AKB=\angle DKH$，

$\therefore \angle DKH+\angle ADG=90°$.

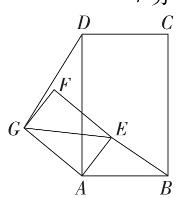
$\therefore \angle DHB=90°$.

$\therefore$ 直线 $BE\perp DG$. ……7 分

应用：$DG=4$. ……9 分

解答如下：

如答图 3（为了说明点 B,E,F 在同一条线上，特意画的图形），



答图 3

在 Rt$\triangle AEG$ 中，$AE=1$，

$\therefore AG=2AE=2$.

根据勾股定理得 $EG=\sqrt{5}$.

$\because AB=\sqrt{5}$，

$\therefore EG=AB$.

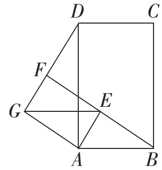
$\because EG/\!/AB$，

$\therefore$ 四边形 $ABEG$ 是平行四边形.

$\therefore AG/\!/BE$.

$\because AG/\!/EF$，

$\therefore$ 点 B,E,F 在同一条直线上，如答图 4 所示.



答图 4

$\therefore \angle AEB=90°$.

在 Rt$\triangle ABE$ 中，根据勾股定理得 $BE=\sqrt{AB^2-AE^2}=2$.

由"探究"知，$\triangle ABE\backsim\triangle ADG$，

$\therefore \dfrac{BE}{DG}=\dfrac{AB}{AD}=\dfrac{1}{2}$.

$\therefore \dfrac{2}{DG}=\dfrac{1}{2}$.

$\therefore DG=4$.

23. 解：(1)$D_1(\dfrac{1}{2},2)$. ……1 分

当 $n=1$ 时，$y_1=a_1x^2-1$，与 x 轴的一个交点为 $A_1(1,0)$.

$v_1=b_1(x-\dfrac{1}{2})^2+2$，与 x 轴的一个交点为 $B_1(-1,0)$.

当 $n=2$ 时，$y_2=a_2x^2-3$，与 x 轴的一个交点为 $A_2(2,0)$.

$\therefore \begin{cases}0=a_1\cdot 1^2-1,\\ 0=b_1(-1-\dfrac{1}{2})^2+2,\\ 0=a_2\cdot 2^2-3,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a_1=1,\\ b_1=-\dfrac{8}{9},\\ a_2=\dfrac{3}{4}.\end{cases}$

$\therefore a_1=1, b_1=-\dfrac{8}{9}, y_2=\dfrac{3}{4}x^2-3$. ……4 分

(2)①由题意可得 $C_1(0,-1)$，$C_2(0,-3)$ 和 $D_1(\dfrac{1}{2},2)$，

$\therefore S_{\triangle C_1C_2D_1}=\dfrac{1}{2}\cdot C_1C_2\cdot\left|\dfrac{1}{2}\right|=\dfrac{1}{2}$. ……6 分

②由题意可得 $C_n(0,-2n+1)$，$C_{n+1}(0,-2n-1)$ 和 $D_n(\dfrac{1}{2},2n)$

$\therefore S_n=S_{\triangle C_nC_{n+1}D_n}=\dfrac{1}{2}\cdot C_nC_{n+1}\cdot\left|\dfrac{1}{2}\right|=\dfrac{1}{2}\cdot[(-2n+1)-(-2n-1)]\cdot\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{2}$.

$\therefore S_1+S_2+S_3+\cdots+S_n=\dfrac{n}{2}$. ……9 分

(3)存在. ……10 分

0 或$\dfrac{32}{59}$. ……12 分

数学模拟卷(四)

1. A　2. C　3. C　4. D　5. B　6. D

7. 40°　8. $\dfrac{7}{2}$　9. -4　10. $\begin{cases}4x+6y=48,\\ 3x+5y=38\end{cases}$　11. $\dfrac{1}{3}$

12. 6，$4\sqrt{3}$或 $2\sqrt{3}$

13. (1)解：原式 $=-8x^6y^3\div(-4xy^2)$ ……1 分

$=2x^5y$. ……3 分

(2)证明：$\because AB=AC=AD$，

$\therefore \angle ABC=\angle ACB, \angle ABD=\angle D$. ……1 分

$\because AD/\!/BC$，

$\therefore \angle D=\angle DBC$.

$\therefore \angle ABD=\angle DBC$. ……2 分

$\therefore \angle C=2\angle D$. ……3 分

14. 解：$\begin{cases}\dfrac{x-2}{3}\geqslant x-2, & ①\\ 3-(5x-1)<7-2x, & ②\end{cases}$

解不等式①，得 $x\leqslant 2$. ……2 分

解不等式②，得 $x>-1$. ……4 分

∴ 原不等式组的解集为 $-1<x\leqslant 2$. ……5 分

∴ 所有整数解为 0，1，2. ……6 分

15. 解：(1) 如图 1，$\triangle DEF$ 即为所求； ……3 分

(2) 如图 2，线段 AE 即为所求. ……6 分

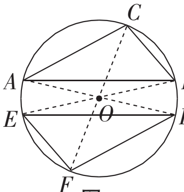


图 1

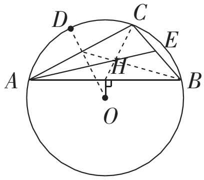


图 2

16. 解：原式 $=\dfrac{m}{m-2}\cdot\dfrac{(m+2)(m-2)}{m}+\dfrac{2m}{2-m}\cdot\dfrac{(m+2)(m-2)}{m}$ ……2 分

$=(m+2)-2(m+2)$

$=-m-2$. ……4 分

∴ 当 $m=\sqrt{3}-2$ 时，原式 $=-(\sqrt{3}-2)-2=-\sqrt{3}$.

……6 分

17. 解：(1) 将所有的可能情况列表为：

红卡片 / 蓝卡片	1	2	3	4
1	(1,1)	(2,1)	(3,1)	(4,1)
2	(1,2)	(2,2)	(3,2)	(4,2)
3	(1,3)	(2,3)	(3,3)	(4,3)

或画树状图为：

红卡片　　1　　　　　　2

蓝卡片　1　2　3　　1　2　3

(1,1) (1,2) (1,3) (2,1) (2,2) (2,3)

红卡片　　3　　　　　　4

蓝卡片　1　2　3　　1　2　3

(3,1) (3,2) (3,3) (4,1) (4,2) (4,3)

……4 分

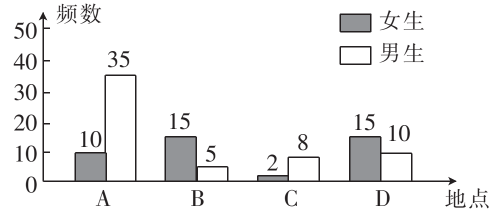
(2) 由 (1) 可得共有 12 种等可能的结果，其中两张卡片上写有相同数字的结果有 3 种，

∴ 两张卡片上写有相同数字的概率为 $\dfrac{3}{12}=\dfrac{1}{4}$.

……6 分

18. 解：(1) 100　20　0.1 ……3 分

(2) 补全条形统计图如图所示. ……5 分



(3) $1\ 060\times\dfrac{35}{35+5+8+10}\approx 640$（名）. ……8 分

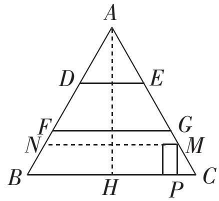
答：估计选择地点 A 的男生有 640 名.

19. 解：(1) 过点 A 作 $AH\perp BC$，垂足为 H. ……1 分

∵ $\triangle ABC$ 为等边三角形，$AB=100$ cm，

∴ $\sin B=\dfrac{AH}{AB}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{AH}{100}$.

∴ $AH=50\sqrt{3}\approx 85$(cm). ……3 分



(2) 设靠右侧摆放的茶叶盒的右侧与置物架交于点 M，P，则有 $MP\perp BC$，$MP=15$ cm，

$MC=\dfrac{MP}{\sin 60^\circ}=15\times\dfrac{2}{\sqrt{3}}=10\sqrt{3}$(cm). ……5 分

过点 M 作 BC 的平行线，交 AB 于点 N.

∴ $\triangle AMN$ 为等边三角形，$MN=AM$.

∴ $MN=AM=AC-MC=100-10\sqrt{3}\approx 83$(cm).

……7 分

∵ $\dfrac{83}{10}=8.3$，

∴ 在底层，一排最多可以摆放 8 个这样的茶叶盒.

……8 分

20. 解：(1) 直线 CD 与 $\odot O$ 相切. ……1 分

理由如下：连接 OC.

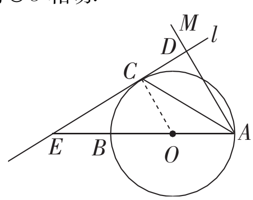
∵ $OA=OC$，∴ $\angle BAC=\angle OCA$. ……2 分

∵ $\angle BAC=\angle CAM$，∴ $\angle OCA=\angle CAM$.

∴ $OC\parallel AM$. ……3 分

∵ $CD\perp AM$，∴ $OC\perp CD$.

∴ 直线 CD 与 $\odot O$ 相切. ……5 分



(2) ∵ $\angle CAB=30^\circ$，

∴ $\angle COE=2\angle CAB=60^\circ$.

∴ 在 $\text{Rt}\triangle COE$ 中，$OC=5$，$CE=5\sqrt{3}$. ……8 分

21. 解：(1) ∵ 点 $A(m,6)$，$B(n,1)$ 在反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}(x>0)$ 的图象上，

∴ $6m=n=k$. ……1 分

$\because AD\perp x$ 轴于点 D, $BC\perp x$ 轴于点 C, $DC=5$,

$\therefore OD=m$, $OC=n$, $n-m=5$.

$\therefore m=1$, $k=n=6$. ……3 分

$\therefore$ 反比例函数的表达式为 $y=\frac{6}{x}$. ……4 分

(2)设直线 AB 的表达式为 $y=k_1x+b$.

由 $A(1,6)$, $B(6,1)$得 $\begin{cases}k_1+b=6,\\6k_1+b=1,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}k_1=-1,\\b=7.\end{cases}$

$\therefore$ 直线 AB 的表达式为 $y=-x+7$. ……6 分

设点 E 的坐标为$(a,-a+7)$.

$\because$ 直线 EF 平行于 y 轴,点 F 在反比例函数 $y=\frac{6}{x}(x>0)$的图象上,

$\therefore$ 点 F 的坐标为$(a,\frac{6}{a})$.

$\therefore EF=-a+7-\frac{6}{a}$. ……7 分

$\because EF=\frac{1}{3}AD$, $\therefore -a+7-\frac{6}{a}=\frac{1}{3}\times 6=2$.

化为 $a^2-5a+6=0$.

解得 $a=2$ 或 3.

$\therefore$ 点 E 的坐标为$(2,5)$或$(3,4)$. ……9 分

22. 解:(1)令 $ax^2+2ax-3a=0$,

解得 $x_1=1$, $x_2=-3$.

$\therefore$ 点 A, B 的坐标分别为$(-3,0)$, $(1,0)$.

$\therefore AB=1-(-3)=4$. ……3 分

(2)易得抛物线 $y=ax^2+2ax-3a$ 的顶点 P 的坐标为$(-1,-4a)$. ……4 分

由翻折的性质可得点 Q 的坐标为$(-1,4a)$.

把点 $A(-3,0)$, $Q(-1,4a)$代入直线 AQ 的表达式 $y=mx+n$,

得 $\begin{cases}-3m+n=0,\\-m+n=4a,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}m=2a,\\n=6a.\end{cases}$

故直线 AQ 的表达式为 $y=2ax+6a$. ……6 分

令 $ax^2+2ax-3a=2ax+6a$,

解得 $x_1=-3$, $x_2=3$.

将 $x_2=3$ 代入 $y=2ax+6a$,得 $y=2a\times 3+6a=12a$,即点 C 的坐标为$(3,12a)$.

$\because |ax^2+2ax-3a|-mx-n=0$ 的解即是“W”形状的新图象与直线 AQ 的交点的横坐标,

由图知交点分别是点 A, Q, C,故方程的解是 $x_1=-3$, $x_2=-1$, $x_3=3$. ……9 分

23. (1)正方形 ……1 分

四边形 $ABDF$ 是分补四边形. ……3 分

(2)证明:如答图 1,在 AB 上取一点 E,连接 DE,使 $AD=ED$,

则有 $\angle A=\angle AED$. ……4 分

$\because \angle A+\angle C=180°$, $\angle AED+\angle BED=180°$,

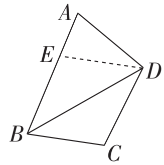
$\therefore \angle BED=\angle C$. ……5 分

$\because BD$ 平分 $\angle ABC$, $\therefore \angle EBD=\angle CBD$,又 $\because BD=BD$,

$\therefore \triangle EBD\cong\triangle CBD$.

$\therefore ED=CD$.

$\therefore AD=CD$. ……7 分



答图 1

(3)存在. ……8 分

如答图 2,过点 C 作射线 CM,使 $\angle BCM=30°$,并作 $\angle MCB$ 的平分线,交 AB 于点 P,再过点 P 作射线 PN,使 $\angle BPN=150°$,交射线 CM 于点 E,

$\therefore$ 四边形 $PBCE$ 为分补四边形. ……9 分

$\therefore BP=EP$, $\angle B+\angle PEC=180°$.

$\therefore$ 可设 $\angle B$ 沿着 PQ 翻折,点 B 的对应点为 E.

则有 $\angle B=\angle PEQ=60°$.

$\therefore \angle QEC=60°$.

$\because \angle ECQ=30°$.

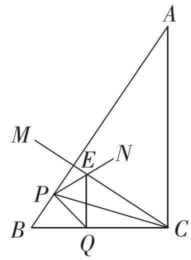
$\therefore \angle EQC=90°$.

$\therefore$ 在 $\text{Rt}\triangle EQC$ 中, $\tan\angle QEC=\frac{QC}{QE}$. ……11 分

$\because QE=BQ$, $QC=BC-BQ=4-BQ$,

$\therefore \tan 60°=\frac{4-BQ}{BQ}$.

$\therefore BQ=\frac{4}{\sqrt{3}+1}=2\sqrt{3}-2$. ……12 分



答图 2