

江西省 2021 年初中学业水平考试

数学模拟卷参考答案及评分意见

说明:

1. 如果考生的解答与本参考答案不同,可根据试题的主要考查内容,参照评分标准制定相应的评分细则后评卷.
2. 每题都要评阅到底,不要因为考生的解答中出现错误而中断对该题的评阅;当考生的解答在某一步出现错误,影响了后继部分时,若该步以后的解答未改变这一题的内容和难度,则可视影响的程度决定后面部分的给分,但不得超过后面部分应给分数的一半;若这一步以后的解答有较严重的错误,则不给分.
3. 解答右端所注分数,表示考生正确做到这一步应得的累加分数.
4. 只给整数分数.

数学模拟卷(一)

1. A 2. D 3. C 4. C 5. B 6. C

7. $x > 1$ 8. a^2 9. $\begin{cases} x + \frac{1}{2}y = 50, \\ \frac{2}{3}x + y = 50 \end{cases}$ 10. -7 11. $\frac{128\sqrt{3}}{3}\pi$

12. 15, 5.4 或 24.6

13. (1) 解: $(-1)^{2021} + |1 - \sqrt{3}| + (-\sqrt{3})^2$
 $= -1 + \sqrt{3} - 1 + 3$ 2 分
 $= \sqrt{3} + 1.$ 3 分

(2) 解: $\because AB = AC, \therefore \angle B = \angle C.$

$\because BD = AD, \therefore \angle B = \angle BAD.$

$\because AD \perp AC, \therefore \angle CAD = 90^\circ.$

设 $\angle C = x$, 则 $x + x + x + 90^\circ = 180^\circ.$ 2 分

解得 $x = 30^\circ. \therefore \angle C = 30^\circ.$ 3 分

14. 解: $(a - \frac{1}{a}) \div (a + \frac{1}{a}) - 1 = \frac{a^2 - 1}{a} \div \frac{a^2 + 1}{a} - 1$
 $= \frac{a^2 - 1}{a} \cdot \frac{a}{a^2 + 1} - 1$
 $= \frac{a^2 - 1}{a^2 + 1} - \frac{a^2 + 1}{a^2 + 1}$
 $= -\frac{2}{a^2 + 1}.$ 4 分

当 $a = \sqrt{2021}$ 时,

原式 $= -\frac{2}{(\sqrt{2021})^2 + 1} = -\frac{2}{2022} = -\frac{1}{1011}.$

.....6 分

15. 解: $(1) \frac{1}{3}$

.....2 分

(2) 列表如下:

	A	B	C
A	A, A	B, A	C, A
B	A, B	B, B	C, B
C	A, C	B, C	C, C

.....4 分

$P(\text{两次都抽到 A}) = \frac{1}{9}.$

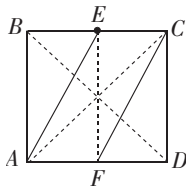
.....5 分

我选择抽一次. 因为抽一次抽中正确答案的概率更高, 抽两次耗时费力, 且抽中正确答案的概率更低.

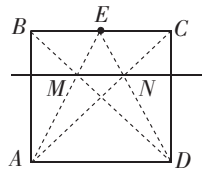
.....6 分

16. 解: (1) 如答图 1, 四边形 $AECF$ 即为所求.3 分

- (2) 如答图 2, 直线 MN 即为所求.6 分



答图 1



答图 2

17. 解: (1) 900

.....2 分

(2) 每件商品的成本为: $16 - 720 \div 120 = 10$ (元).

设该商品每件降价 x 元时一天可获利 W 元, 则

$W = (6 - x)(120 + 60x) = -60x^2 + 240x + 720$

$= -60(x - 2)^2 + 960.$

.....4 分

所以当 $x = 2$ 时, $16 - 2 = 14$ (元), W 最大, 为 960 元.

答: 该商品每件定价 14 元时, 销售该商品一天获利最大, 最大利润为 960 元.6 分

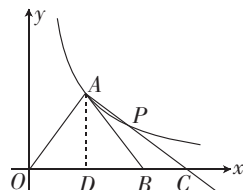
18. 解: (1) 过点 A 作 $AD \perp OB$, 垂足为 D .

$\because AO = AB = 5, OB = 6,$

$\therefore OD = 3. \therefore AD = 4. \therefore A(3, 4).$ 2 分

$\therefore$ 反比例函数的解析式为 y

$= \frac{12}{x} (x > 0).$ 3 分



(2) $\because AP \perp OA, \therefore \angle OAC = \angle ODA = 90^\circ.$

$\therefore \angle AOC = \angle DOA,$

$\therefore \triangle AOC \sim \triangle DOA.$

.....5 分

$$\therefore \frac{OA}{OD} = \frac{OC}{OA} \therefore \frac{5}{3} = \frac{OC}{5} \therefore OC = \frac{25}{3} \therefore C(\frac{25}{3}, 0).$$

设直线 AC 的解析式为 $y = ax + b$,

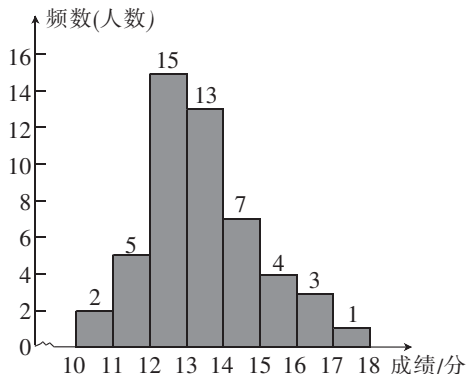
$$\text{则} \begin{cases} 3a + b = 4, \\ \frac{25}{3}a + b = 0, \end{cases} \text{解得} \begin{cases} a = -\frac{3}{4}, \\ b = \frac{25}{4}. \end{cases} \quad \dots\dots 7 \text{分}$$

$$\therefore \text{直线 AC 的解析式为 } y = -\frac{3}{4}x + \frac{25}{4}. \quad \dots\dots 8 \text{分}$$

19. 解: (1) 13 13.5

(2) ① 15 13

② 如图.



$\dots\dots 5 \text{分}$

$$(3) 900 \times \frac{21}{50} = 378.$$

答: 估计这次模拟考试中, 该项成绩优秀的学生有 378 人. $\dots\dots 7 \text{分}$

(4) 成绩优秀的人不多, 应加强跑步训练 (合理即可). $\dots\dots 8 \text{分}$

20. 解: (1) 如图, 过点 D 作 $DQ \perp MN$, 垂足为 Q, 过点 A 作 $AP \perp QD$ 于点 P, 延长 FG 交 DQ 于点 K.

$$\because \angle GOC = 30^\circ, \therefore \angle CDK = 30^\circ. \because CD = 2,$$

$$\therefore DK = CD \cos 30^\circ = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}. \quad \dots\dots 2 \text{分}$$

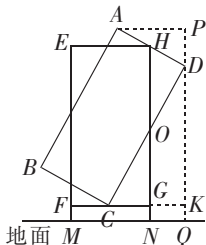
$$\because \angle CDK = 30^\circ, \angle CDA = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ADP = 60^\circ. \because AD = 1,$$

$$\therefore DP = \frac{AD}{2} = 0.5.$$

$$\therefore PQ = PD + DK + KQ = 0.5 + \sqrt{3} + 0.2 \approx 2.4 (\text{m}).$$

即点 A 到地面的距离为 2.4 m. $\dots\dots 4 \text{分}$



(2) 如图, 连接 CH. $\because CD = GH, \angle D = \angle HGC = 90^\circ,$
 $\therefore \triangle DHC \cong \triangle GCH. \therefore \angle DCH = \angle GHC.$

$\therefore OH = OC.$ 设 $OG = x$, 则 $OC = 2 - x.$

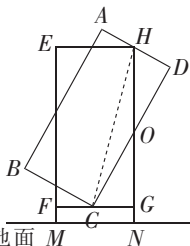
$$\because OC^2 = OG^2 + CG^2, \quad \dots\dots 6 \text{分}$$

$$\text{即 } (2 - x)^2 = x^2 + 0.6^2, \text{ 解得 } x = 0.91.$$

$$\therefore \tan \angle GOC = 0.6 \div 0.91 \approx$$

$$0.659.$$

$$\therefore \angle COG \approx 33.4^\circ. \quad \dots\dots 8 \text{分}$$



21. 解: (1) $\sqrt{3} \frac{2}{3} \sqrt{3} \sqrt{3} \dots\dots 3 \text{分}$ 地面 M N

(2) ① 如答图 1, 设 CD 与 $\odot O$ 相切于点 G, 连接 OG, 则 $OG \perp CD.$

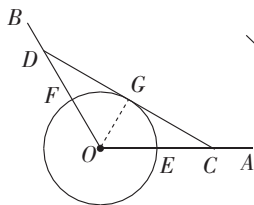
$$\therefore \angle OGC = \angle OGD = 90^\circ. \because OC = 2, OG = 1,$$

$$\therefore \cos \angle GOC = 0.5. \therefore \angle GOC = 60^\circ.$$

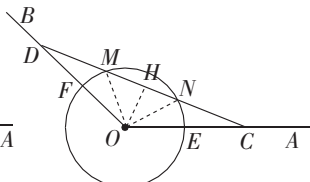
同理可得 $\angle GOD = 60^\circ.$

$\therefore$ 当射线 OB 逆时针旋转 60° 时, CD 与 $\odot O$ 相切.

$\dots\dots 6 \text{分}$



答图 1



答图 2

② 如答图 2, 连接 OM, ON, 过点 O 作 $OH \perp CD$, 垂足为 H. $\therefore HN = HM = \frac{1}{2}MN.$

$\because$ 点 M, N 是线段 CD 的三等分点, $\therefore CN = MN = DM.$

设 $HN = a$, 则 $CH = 3a.$

$$\text{在 Rt} \triangle OHN \text{ 中, } OH^2 = ON^2 - NH^2, \text{ 即 } OH^2 = 1^2 - a^2.$$

$$\text{在 Rt} \triangle OHC \text{ 中, } OH^2 = OC^2 - CH^2, \text{ 即 } OH^2 = 2^2 - (3a)^2.$$

$$\therefore 1^2 - a^2 = 2^2 - (3a)^2, \text{ 解得 } a = \frac{\sqrt{6}}{4}.$$

$$\therefore CD = 6a = \frac{3\sqrt{6}}{2}.$$

$\dots\dots 9 \text{分}$

22. 解: (1) 设射线 OP 的解析式为 $y = kx.$

$\because$ 斜坡 OP 的坡度为 0.5,

$\therefore$ 设点 C 的坐标为 $(2m, m)$, 则 $m = 2mk, k = 0.5.$

$\therefore$ 射线 OP 的解析式为 $y = 0.5x (x > 0).$ $\dots\dots 2 \text{分}$

设第一座山峰形成的抛物线解析式为 $y_1 = a(x - 2)^2 + 4,$

$\because$ 抛物线过点 $(0, 0),$

$$\therefore a = -1. \therefore y_1 = -(x - 2)^2 + 4. \quad \dots\dots 3 \text{分}$$

(2) 令 $0.5x = -(x - 2)^2 + 4,$ 解得 $x_1 = 3.5, x_2 = 0.$

$\therefore C(3.5, 1.75).$

$\because$ 抛物线 y_2 可由抛物线 y_1 沿着 OP 平移得到,

∴ 顶点 B 的坐标为 $(5.5, 5.75)$5 分

∴ 抛物线 $y_2 = -(x - 5.5)^2 + 5.75$6 分

(3) 如图, 过点 A, B 作 x 轴的垂线, 分别交 OP 于点 E, F , 垂足分别为 G, H . 由题意可知, $AB \parallel OP, OA \parallel BC$. ∴ 四边形 $OABC, AEFB$ 均为平行四边形.7 分

∴ $A(2, 4), B(5.5, 5.75)$,

∴ $E(2, 1), H(5.5, 0)$.

∴ $EA = 3, GH = 3.5$.

∴ $S_{\text{四边形}OABC} = S_{\text{四边形}AEFB} = AE \cdot GH = 3 \times 3.5 = 10.5$9 分

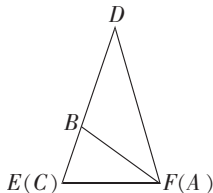
23. (1) 证明: ∵ 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC, \angle A = 36^\circ$,

∴ $\angle B = 72^\circ$.

同理可得 $\angle E = 72^\circ$. ∴ $\angle B = \angle E$. ∵ $\angle A = \angle D$,

∴ $\triangle ABC \sim \triangle DEF$2 分

(2) 解: ① 如图, 由 (1) 知 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$, ∴ $\frac{BC}{EF} = \frac{AB}{DE}$



设 $BC = a, AC = EF = b$, 易得 $EF = AB = BD$,

∴ $DE = a + b$.

∴ $\frac{a}{b} = \frac{b}{a+b}$, 设 $\frac{a}{b} = x$,

解得 $x = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$ (负值舍去).4 分

∴ $\frac{BC}{EF} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$5 分

结论: $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ 6 分

② 由 (2) ① 可知, $\frac{BC}{AC} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}, \frac{EF}{DE} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$7 分

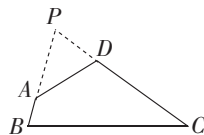
∴ $BC = \frac{\sqrt{5}-1}{2}AC, EF = \frac{\sqrt{5}-1}{2}DE$.

∵ $AC = nEF$,

∴ $BC = \frac{\sqrt{5}-1}{2}nEF = \frac{\sqrt{5}-1}{2}n \cdot \frac{\sqrt{5}-1}{2}DE$,

∴ $\frac{BC}{DE} = \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^2 n = \frac{3-\sqrt{5}}{2}n$9 分

(3) 解: 在四边形 $ABCD$ 中, 分别延长 BA, CD 相交于点 P .



∵ $\angle BAD = 144^\circ, \angle ADC = 108^\circ, \angle B + \angle ADC = 180^\circ$,

∴ $\angle ADP = 72^\circ, \angle B = 72^\circ, \angle C = 36^\circ$. ∴ $\angle P = 72^\circ$.

∴ $\triangle APD$ 和 $\triangle BCP$ 均为“黄金三角形”.

∵ $AB = 2, AD = 4, \therefore AP = 4. \therefore PB = 6$10 分

∴ $PD = \frac{\sqrt{5}-1}{2}AP = 2\sqrt{5} - 2$.

$PC = \frac{2}{\sqrt{5}-1}PB = \frac{2}{\sqrt{5}-1} \times 6 = 3\sqrt{5} + 3$.

∴ $BC = 3\sqrt{5} + 3$11 分

∴ $CD = 3\sqrt{5} + 3 - (2\sqrt{5} - 2) = \sqrt{5} + 5$12 分