

江西省 2019 年中等学校招生考试

数学试题卷

准考证号 _____ 姓名 _____

(在此卷上答题无效)

机密★

江西省 2019 年中等学校招生考试

数学试题卷

说明:1. 全卷满分 120 分,考试时间 120 分钟。

2. 请将答案写在答题卡上,否则不给分。

一、选择题(本大题共 6 小题,每小题 3 分,共 18 分.每小题只有一个正确选项)

1. 2 的相反数是

A. 2

B. -2

C. $\frac{1}{2}$

D. $-\frac{1}{2}$

2. 计算 $\frac{1}{a} \div (-\frac{1}{a^2})$ 的结果为

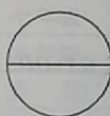
A. a

B. -a

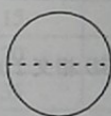
C. $-\frac{1}{a^3}$

D. $\frac{1}{a^3}$

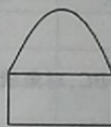
3. 如图是手提水果篮抽象的几何体,以箭头所指的方向为主视图方向,则它的俯视图为



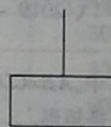
A



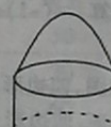
B



C



D



(第 3 题)

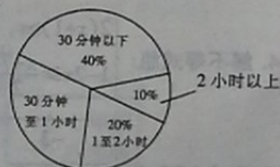
4. 根据《居民家庭亲子阅读消费调查报告》中的相关数据制成扇形统计图,由图可知,下列说法错误的是

A. 扇形统计图能反映各部分在总体中所占的百分比

B. 每天阅读 30 分钟以上的居民家庭孩子超过 50%

C. 每天阅读 1 小时以上的居民家庭孩子占 20%

D. 每天阅读 30 分钟至 1 小时的居民家庭孩子对应扇形的圆心角是 108°



(第 4 题)

5. 已知正比例函数 y_1 的图象与反比例函数 y_2 的图象相交于点 $A(2,4)$,下列说法正确的是

A. 反比例函数 y_2 的解析式是 $y_2 = -\frac{8}{x}$

B. 两个函数图象的另一交点坐标为 $(2,-4)$

C. 当 $x < -2$ 或 $0 < x < 2$ 时, $y_1 < y_2$

D. 正比例函数 y_1 与反比例函数 y_2 都随 x 的增大而增大

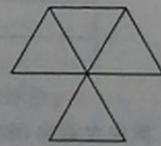
6. 如图,由 10 根完全相同的小棒拼接而成,请你再添 2 根与前面完全相同的小棒,拼接后的图形恰好有 3 个菱形的方法共有

A. 3 种

B. 4 种

C. 5 种

D. 6 种



(第 6 题)

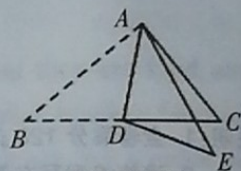
二、填空题(本大题共6小题,每小题3分,共18分)

7. 因式分解: $x^2-1=$ _____.

8. 我国古代数学名著《孙子算经》有估算方法:“方五,邪(通“斜”)七。见方求邪,七之,五而一。”译文为:如果正方形的边长为五,则它的对角线长为七。已知正方形的边长,求对角线长,则先将边长乘以七再除以五。若正方形的边长为1,由勾股定理得对角线长为 $\sqrt{2}$,依据《孙子算经》的方法,则它的对角线的长是_____.

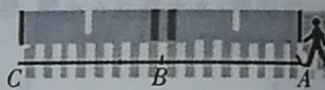
9. 设 x_1, x_2 是一元二次方程 $x^2-x-1=0$ 的两根,则 $x_1+x_2+x_1x_2=$ _____.

10. 如图,在 $\triangle ABC$ 中,点 D 是 BC 上的点, $\angle BAD=\angle ABC=40^\circ$,将 $\triangle ABD$ 沿着 AD 翻折得到 $\triangle AED$,则 $\angle CDE=$ _____.



(第10题)

11. 斑马线前“车让人”,不仅体现着一座城市对生命的尊重,也直接反映着城市的文明程度.如图,某路口的斑马线路段 $A-B-C$ 横穿双向行驶车道,其中 $AB=BC=6$ 米,在绿灯亮时,小明共用11秒通过 AC ,其中通过 BC 的速度是通过 AB 速度的1.2倍,求小明通过 AB 时的速度.设小明通过 AB 时的速度是 x 米/秒,根据题意列方程得:_____.



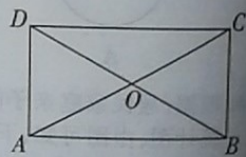
(第11题)

12. 在平面直角坐标系中, A, B, C 三点的坐标分别为 $(4,0), (4,4), (0,4)$, 点 P 在 x 轴上, 点 D 在直线 AB 上, 若 $DA=1, CP \perp DP$ 于点 P , 则点 P 的坐标为_____.

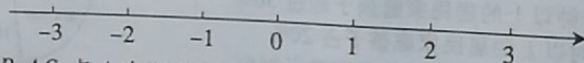
三、(本大题共5小题,每小题6分,共30分)

13. (1) 计算: $-(-1)+|-2|+(\sqrt{2019}-2)^0$;

- (2) 如图, 四边形 $ABCD$ 中, $AB=CD, AD=BC$, 对角线 AC, BD 相交于点 O , 且 $OA=OD$. 求证: 四边形 $ABCD$ 是矩形.



14. 解不等式组: $\begin{cases} 2(x+1) > x, \\ 1-2x \geq \frac{x+7}{2}. \end{cases}$ 并在数轴上表示它的解集.



15. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, 点 A 在以 BC 为直径的半圆内. 请仅用无刻度的直尺分别按下列要求画图(保留画图痕迹).

(1) 在图1中作弦 EF , 使 $EF \parallel BC$;

(2) 在图2中以 BC 为边作一个 45° 的圆周角.

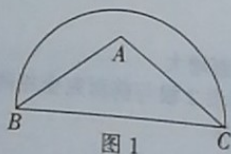


图1

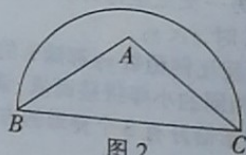


图2

16. 为纪念建国 70 周年,某校举行班级歌咏比赛,歌曲有:《我爱你,中国》,《歌唱祖国》,《我和我的祖国》(分别用字母 A,B,C 依次表示这三首歌曲).比赛时,将 A,B,C 这三个字母分别写在 3 张无差别不透明的卡片正面上,洗匀后正面向下放在桌面上,八(1)班班长先从中随机抽取一张卡片,放回后洗匀,再由八(2)班班长从中随机抽取一张卡片,进行歌咏比赛.

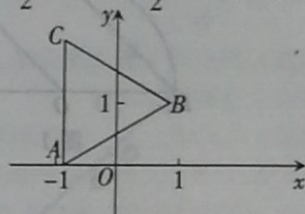
(1)八(1)班抽中歌曲《我和我的祖国》的概率是 _____;

(2)试用画树状图或列表的方法表示所有可能的结果,并求出八(1)班和八(2)班抽中不同歌曲的概率.

17. 如图,在平面直角坐标系中,点 A,B 的坐标分别为 $(-\frac{\sqrt{3}}{2}, 0)$, $(\frac{\sqrt{3}}{2}, 1)$, 连接 AB, 以 AB 为边向上作等边三角形 ABC.

(1)求点 C 的坐标;

(2)求线段 BC 所在直线的解析式.



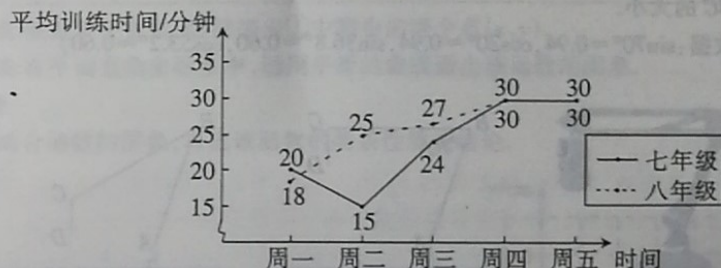
四、(本大题共 3 小题,每小题 8 分,共 24 分)

18. 某校为了解七、八年级学生英语听力训练情况(七、八年级学生人数相同),某周从这两个年级学生中分别随机抽查了 30 名同学,调查了他们周一至周五的听力训练情况,根据调查情况得到如下统计图表:

周一至周五英语听力训练人数统计表

年 级	参加英语听力训练人数				
	周一	周二	周三	周四	周五
七年级	15	20	a	30	30
八年级	20	24	26	30	30
合 计	35	44	51	60	60

参加英语听力训练学生的平均训练时间折线统计图



(1)填空: $a =$ _____;

(2)根据上述统计图表完成下表中的相关统计量:

年 级	平均训练时间的中位数	参加英语听力训练人数的方差
七年级	24	34
八年级		14.4

(3)请你利用上述统计图表,对七、八年级英语听力训练情况写出两条合理的评价;

(4)请你结合周一至周五英语听力训练人数统计表,估计该校七、八年级共 480 名学生中周一至周五平均每天有多少人进行英语听力训练.

19. 如图 1, AB 为半圆的直径, 点 O 为圆心, AF 为半圆的切线, 过半圆上的点 C 作 $CD \parallel AB$ 交 AF 于点 D , 连接 BC .

(1) 连接 DO , 若 $BC \parallel OD$, 求证: CD 是半圆的切线;

(2) 如图 2, 当线段 CD 与半圆交于点 E 时, 连接 AE, AC , 判断 $\angle AED$ 和 $\angle ACD$ 的数量关系, 并证明你的结论.

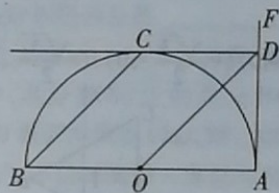


图 1

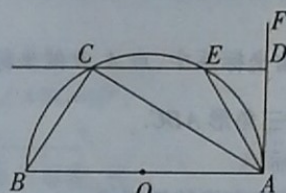


图 2

20. 图 1 是一台实物投影仪, 图 2 是它的示意图, 折线 $B-A-O$ 表示固定支架, AO 垂直水平桌面 OE 于点 O , 点 B 为旋转点, BC 可转动, 当 BC 绕点 B 顺时针旋转时, 投影探头 CD 始终垂直于水平桌面 OE , 经测量: $AO=6.8$ cm, $CD=8$ cm, $AB=30$ cm, $BC=35$ cm. (结果精确到 0.1)

(1) 如图 2, $\angle ABC=70^\circ$, $BC \parallel OE$.

① 填空: $\angle BAO=$ _____ $^\circ$;

② 求投影探头的端点 D 到桌面 OE 的距离.

(2) 如图 3, 将 (1) 中的 BC 向下旋转, 当投影探头的端点 D 到桌面 OE 的距离为 6 cm 时, 求 $\angle ABC$ 的大小.

(参考数据: $\sin 70^\circ \approx 0.94$, $\cos 20^\circ \approx 0.94$, $\sin 36.8^\circ \approx 0.60$, $\cos 53.2^\circ \approx 0.60$)



图 1

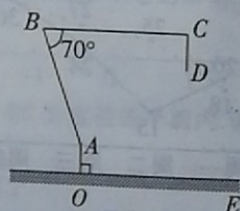


图 2

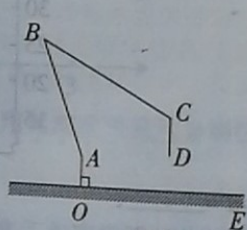


图 3

五、(本大题共 2 小题,每小题 9 分,共 18 分)

21. 数学活动课上,张老师引导同学进行如下探究:

如图 1, 将长为 12 cm 的铅笔 AB 斜靠在垂直于水平桌面 AE 的直尺 FO 的边沿上, 一端 A 固定在桌面上, 图 2 是示意图.

活动一

如图 3, 将铅笔 AB 绕端点 A 顺时针旋转, AB 与 OF 交于点 D , 当旋转至水平位置时, 铅笔 AB 的中点 C 与点 O 重合.



图 1

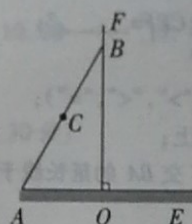


图 2

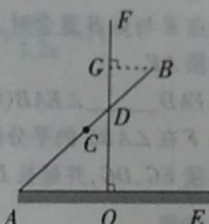


图 3

数学思考

(1) 设 $CD = x$ cm, 点 B 到 OF 的距离 $GB = y$ cm.

① 用含 x 的代数式表示: AD 的长是 _____ cm, BD 的长是 _____ cm;

② y 与 x 的函数关系式是 _____, 自变量 x 的取值范围是 _____.

活动二

(2) ① 列表: 根据(1)中所求函数关系式计算并补全表格.

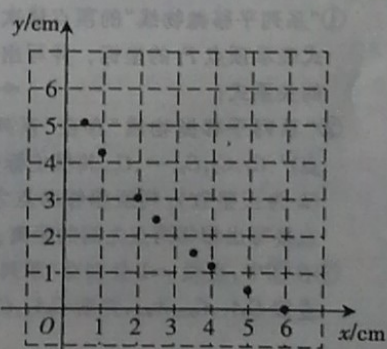
x (cm)	6	5	4	3.5	3	2.5	2	1	0.5	0
y (cm)	0	0.55	1.2	1.58		2.47	3	4.29	5.08	

② 描点: 根据表中数值, 继续描出①中剩余的两个点 (x, y) .

③ 连线: 在平面直角坐标系中, 请用平滑的曲线画出该函数的图象.

数学思考

(3) 请你结合函数的图象, 写出该函数的两条性质或结论.



22. 在图 1, 2, 3 中, 已知 $\square ABCD$, $\angle ABC = 120^\circ$, 点 E 为线段 BC 上的动点, 连接 AE , 以 AE 为边向上作菱形 $AEFG$, 且 $\angle EAG = 120^\circ$.

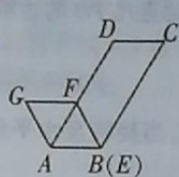


图 1

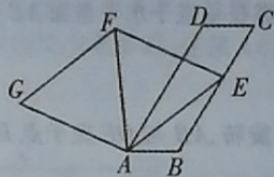


图 2

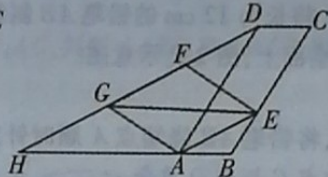


图 3

- (1) 如图 1, 当点 E 与点 B 重合时, $\angle CEF = \underline{\hspace{1cm}}^\circ$;
- (2) 如图 2, 连接 AF .
 - ① 填空: $\angle FAD \underline{\hspace{1cm}} \angle EAB$ (填“>”, “<”, “=”);
 - ② 求证: 点 F 在 $\angle ABC$ 的平分线上;
- (3) 如图 3, 连接 EG, DG , 并延长 DG 交 BA 的延长线于点 H , 当四边形 $AEHG$ 是平行四边形时, 求 $\frac{BC}{AB}$ 的值.

六、(本大题共 12 分)

23. 特例感知

- (1) 如图 1, 对于抛物线 $y_1 = -x^2 - x + 1$, $y_2 = -x^2 - 2x + 1$, $y_3 = -x^2 - 3x + 1$, 下列结论正确的序号是 ;

① 抛物线 y_1, y_2, y_3 都经过点 $C(0, 1)$;

② 抛物线 y_2, y_3 的对称轴由抛物线 y_1 的对称轴依次向左平移 $\frac{1}{2}$ 个单位得到;

③ 抛物线 y_1, y_2, y_3 与直线 $y=1$ 的交点中, 相邻两点之间的距离相等.

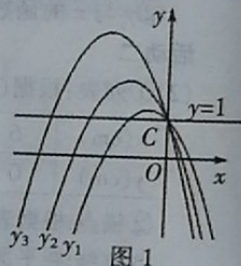


图 1

形成概念

- (2) 把满足 $y_n = -x^2 - nx + 1$ (n 为正整数) 的抛物线称为“系列平移抛物线”.

知识应用

在(2)中, 如图 2.

- ① “系列平移抛物线”的顶点依次为 $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$, 用含 n 的代数式表示顶点 P_n 的坐标, 并写出该顶点纵坐标 y 与横坐标 x 之间的关系式;

- ② “系列平移抛物线”存在“系列整数点(横、纵坐标均为整数的点)”: $C_1, C_2, C_3, \dots, C_n$, 其横坐标分别为 $-k-1, -k-2, -k-3, \dots, -k-n$ (k 为正整数), 判断相邻两点之间的距离是否都相等, 若相等, 直接写出相邻两点之间的距离; 若不相等, 说明理由.

- ③ 在②中, 直线 $y=1$ 分别交“系列平移抛物线”于点 $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$, 连接 $C_n A_n, C_{n-1} A_{n-1}$, 判断 $C_n A_n, C_{n-1} A_{n-1}$ 是否平行? 并说明理由.

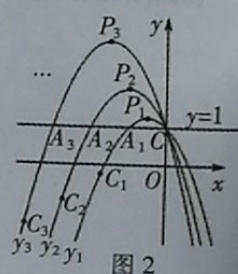


图 2

江西省 2019 年中等学校招生考试

数学试题参考答案

一、选择题(本大题共 6 小题,每小题 3 分,共 18 分.每小题只有一个正确选项)

1. B 2. B 3. A 4. C 5. C 6. D

二、填空题(本大题共 6 小题,每小题 3 分,共 18 分)

7. $(x+1)(x-1)$ 8. $\frac{7}{5}$ 9. 0 10. 20 11. $\frac{6}{x} + \frac{6}{1.2x} = 11$ 12. $(2, 0), (2+2\sqrt{2}, 0), (2-2\sqrt{2}, 0)$

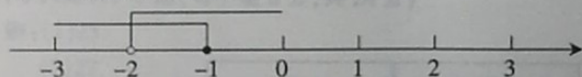
三、(本大题共 5 小题,每小题 6 分,共 30 分)

13. (1)解:原式 $= 1+2+1$ $= 4.$ (2)证明: $\because AB=CD, AD=BC,$ $\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形. $\therefore OA = \frac{1}{2}AC, OD = \frac{1}{2}BD$ 又 $\because OA=OD,$ $\therefore AC=BD.$ $\therefore \square ABCD$ 是矩形.14. 解: $\begin{cases} 2(x+1) > x, & \text{①} \\ 1-2x \geq \frac{x+7}{2}, & \text{②} \end{cases}$

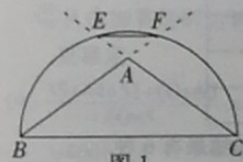
解不等式①,得

 $x > -2.$

解不等式②,得

 $x \leq -1.$ $\therefore$ 不等式组的解集为 $-2 < x \leq -1.$ 

15. 解:(1)如下图:

图 1
线段 EF 为所求弦.

(2) 如下图.(以下画法供参考)

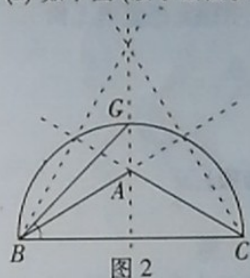


图 2

$\angle GBC$ 为所求角.

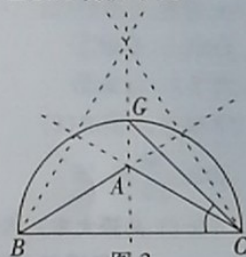
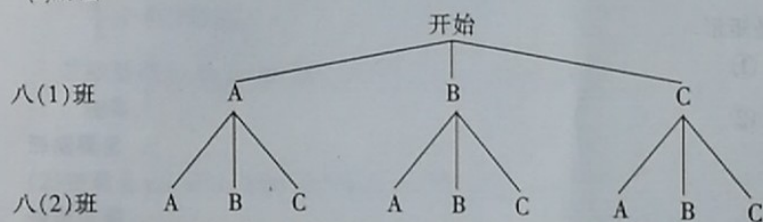


图 3

$\angle GCB$ 为所求角.

16. 解:(1) $\frac{1}{3}$.

(2) 解法一



由树状图得,共有 9 种等可能性结果,八(1)班和八(2)班抽中不同歌曲的结果有 6 种.

$$P(\text{两个班抽中不同歌曲}) = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

解法二

根据题意,画如下所示的表格:

八(1)班 \ 八(2)班	A	B	C
A	(A,A)	(A,B)	(A,C)
B	(B,A)	(B,B)	(B,C)
C	(C,A)	(C,B)	(C,C)

由表格知,共有 9 种等可能性结果,八(1)班和八(2)班抽中不同歌曲的结果有 6 种.

$$P(\text{两个班抽中不同歌曲}) = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

17. 解:(1)

过点 B 作 $BD \perp x$ 轴于点 D , 则 $\angle ADB = 90^\circ$.

$$\therefore A(-\frac{\sqrt{3}}{2}, 0), B(\frac{\sqrt{3}}{2}, 1),$$

$$\therefore DA = \sqrt{3}, DB = 1.$$

$$\therefore AB = 2.$$

$$\therefore \sin \angle BAD = \frac{1}{2}.$$

$$\therefore \angle BAD = 30^\circ.$$

$\therefore \triangle ABC$ 为等边三角形,

$$\therefore AC = AB = 2.$$

$$\angle BAC = 60^\circ.$$

$$\therefore \angle CAD = 90^\circ.$$

$$\therefore \text{点 } C \text{ 坐标为 } (-\frac{\sqrt{3}}{2}, 2).$$

(2) 设线段 BC 所在直线的解析式为 $y = kx + b$.

由 $B(\frac{\sqrt{3}}{2}, 1), C(-\frac{\sqrt{3}}{2}, 2)$, 代入得

$$\begin{cases} \frac{\sqrt{3}}{2}k + b = 1, \\ -\frac{\sqrt{3}}{2}k + b = 2. \end{cases}$$

$$\text{解得 } \begin{cases} k = -\frac{\sqrt{3}}{3}, \\ b = \frac{3}{2}. \end{cases}$$

$$\therefore \text{线段 } BC \text{ 所在直线的解析式为 } y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + \frac{3}{2}.$$

四、(本大题共3小题,每小题8分,共24分)

18. 解:(1)25.

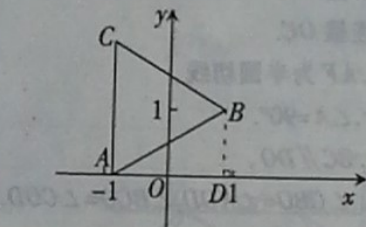
(2)27.

(3)①从平均训练时间的中位数角度看,八年级英语听力训练的平均训练时间比七年级多;

②从参加英语听力训练人数的方差角度看,八年级参加英语听力训练的人数比七年级的更稳定.

$$(4) \frac{35+44+51+60+60}{60 \times 5} \times 100\% \times 480 \\ = 400(\text{人})$$

答:估计该校七、八年级480名学生中周一至周五平均每天有400人进行英语听力训练.



$$\therefore \angle AED = \angle B.$$

$\because AB$ 为半圆的直径,

$$\therefore \angle BCA = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle CAB + \angle B = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle AED + \angle ACD = 90^\circ.$$

方法二: 连接 BE , 则 $\angle ACD = \angle ABE$

$$\therefore CD \parallel AB,$$

$$\therefore \angle AED = \angle BAE.$$

$\because AB$ 为半圆的直径,

$$\therefore \angle AEB = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle ABE + \angle BAE = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle AED + \angle ACD = 90^\circ.$$

20. 解:

$$(1) \textcircled{1} 160^\circ.$$

$\textcircled{2}$ 如图 1, 延长 OA 交 BC 于点 F ,

$$\therefore AO \perp OE,$$

$$\therefore \angle AOE = 90^\circ.$$

$$\therefore BC \parallel OE,$$

$$\therefore \angle AOE = \angle BFO = 90^\circ.$$

在 $\text{Rt}\triangle ABF$ 中, $AB = 30 \text{ cm}$,

$$\therefore \sin \angle B = \frac{AF}{AB},$$

$$\therefore AF = AB \cdot \sin \angle B$$

$$= 30 \cdot \sin 70^\circ$$

$$\approx 30 \times 0.94$$

$$= 28.20 (\text{cm}).$$

$$\therefore AF - CD + AO \approx 28.20 - 8 + 6.8$$

$$= 27.0 (\text{cm}).$$

答: 投影探头的端点 D 到桌面 OE 的距离为 27.0 cm .

(2) 如图 2, 过点 B 作 DC 的垂线, 垂足为 H ,

在 $\text{Rt}\triangle BCH$ 中,

$$HC \approx 28.2 + 6.8 - 6 - 8$$

$$= 21 (\text{cm}).$$

$$\therefore \sin \angle HBC = \frac{HC}{BC},$$

$$\therefore \sin \angle HBC = \frac{21}{35} = 0.6.$$

$$\therefore \sin 36.8^\circ \approx 0.60,$$

$$\therefore \angle HBC \approx 36.8^\circ.$$

$$\therefore \angle ABC \approx 70^\circ - 36.8^\circ$$

$$= 33.2^\circ.$$

答: 当投影探头的端点 D 到桌面 OE 的距离为 6 cm 时, $\angle ABC$ 为 33.2° .

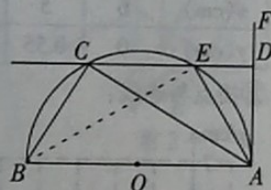


图 1

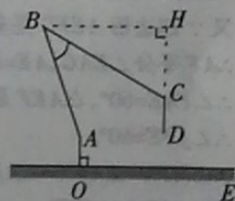


图 2

五、(本大题共2小题,每小题9分,共18分)

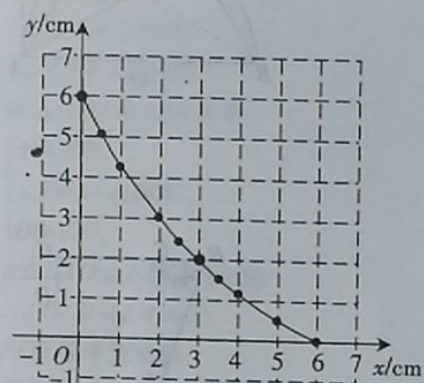
21. 解:(1) $(6+x), (6-x)$

$$y = \frac{6(6-x)}{6+x}, 0 \leq x \leq 6$$

(2) ①补全表格:

$x(\text{cm})$	6	5	4	3.5	3	2.5	2	1	0.5	0
$y(\text{cm})$	0	0.55	1.2	1.58	2	2.47	3	4.29	5.08	6

②描点与连线:



(3)

① y 随着 x 的增大而减小;

② 图象关于直线 $y=x$ 对称;

③ 函数 y 的取值范围是 $0 \leq y \leq 6$.

22. 解:(1) 60° .

(2) ①=.

②方法一:如图1,当 $BE > AB$ 时,

过点 F 作 $FN \perp BC$ 于点 N , $FM \perp AB$ 的延长线于点 M .

四边形 $FMBN$ 中, $\angle FMB = \angle FNB = 90^\circ$, $\angle B = 120^\circ$,

$\therefore \angle MFN = 60^\circ$.

又 $\because$ 四边形 $AEFG$ 是菱形, $\angle EAG = 120^\circ$,

$\therefore AF$ 平分 $\angle EAG$, $AE = EF$.

$\therefore \angle FAE = 60^\circ$, $\triangle AEF$ 是等边三角形.

$\therefore \angle AFE = 60^\circ$.

$\therefore \angle MFN - \angle AFN = \angle AFE - \angle AFN$.

即 $\angle MFA = \angle NFE$.

在 $\triangle FMA$ 和 $\triangle FNE$ 中,

$$\begin{cases} \angle FMA = \angle FNE, \\ \angle MFA = \angle NFE, \\ FA = FE, \end{cases}$$

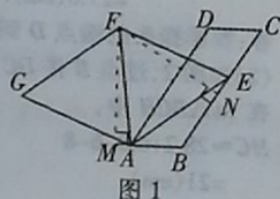


图1

$$\therefore \triangle FMA \cong \triangle FNE.$$

$$\therefore FM = FN.$$

$\therefore$ 点 F 在 $\angle ABC$ 的平分线上.

如图 2, 当 $BE = AB$ 时,

$$\therefore \angle ABC = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle EAB = \angle AEB = 30^\circ.$$

$\therefore$ 四边形 $AEFG$ 是菱形, $\angle EAG = 120^\circ$,

$$\therefore \angle FAE = \angle FEA = 60^\circ, AE = EF.$$

$\therefore \triangle AEF$ 为等边三角形, $\angle FAB = \angle FEB = 90^\circ$.

$$\therefore AF = EF.$$

$\therefore$ 点 F 在 $\angle ABC$ 的平分线上.

当 $BE < AB$ 时, 类似地, 可证点 F 在 $\angle ABC$ 的平分线上. 特别地当点 E 与点 B 重合时, 点 F 在 $\angle ABC$ 的平分线上.

综上所述, 点 F 在 $\angle ABC$ 的平分线上.

方法二: 如图 3, 当点 E 与点 B 不重合时,

在射线 AD 上截取 $AP = AB$, 连接 PB, PF .

$\therefore$ 四边形 $AEFG$ 是菱形,

$\therefore AF$ 平分 $\angle EAG$, $AE = EF$.

$$\therefore \angle ABC = \angle EAG = 120^\circ, BC \parallel AD,$$

$$\therefore \angle BAD = \angle FAE = 60^\circ.$$

$\therefore \triangle AEF$ 为等边三角形, 且 $\angle FAP = \angle EAB$.

在 $\triangle APF$ 和 $\triangle ABE$ 中,

$$\begin{cases} AF = AE, \\ \angle FAP = \angle EAB, \\ AP = AB, \end{cases}$$

$$\therefore \triangle APF \cong \triangle ABE.$$

$$\therefore \angle FPA = \angle EBA = 120^\circ.$$

$$\therefore \angle FPA = \angle EBA = 120^\circ.$$

$$\text{又 } \because AP = AB, \angle DAB = 60^\circ,$$

$$\therefore \triangle APB \text{ 为等边三角形.}$$

$$\therefore \angle APB = \angle PBA = 60^\circ.$$

$$\therefore \angle FPA + \angle APB = 180^\circ.$$

$$\therefore F, P, B \text{ 三点在同一直线上.}$$

$$\text{又 } \because \angle PBA = 60^\circ,$$

$\therefore$ 点 F 在 $\angle ABC$ 的平分线上.

当点 E 与点 B 重合时,

$$\therefore \angle AEF = \frac{1}{2} \angle ABC = 60^\circ,$$

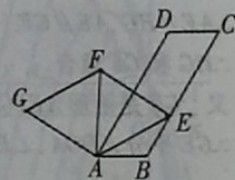


图 2

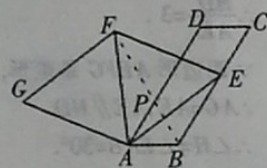


图 3

$\therefore BF$ 平分 $\angle ABC$.

综上所述, 点 F 在 $\angle ABC$ 的平分线上.

(3) 如图 4,

$\therefore$ 四边形 $AEGH$ 和四边形 $AEFG$ 都是平行四边形,

$\therefore AE \parallel HG, AE \parallel GF$.

$\therefore HG$ 和 GF 重合.

又 $\because GE$ 是菱形 $AEFG$ 的对角线, $\angle EAG = 120^\circ$,

$\therefore GE$ 平分 $\angle DGA, \angle DGA = 60^\circ$.

$\therefore \angle FGE = \frac{1}{2} \angle FGA = 30^\circ$.

又 $\because GE \parallel HB$,

$\therefore \angle H = \angle FGE = 30^\circ$.

在 $\triangle AHD$ 中, $\angle DAB = 60^\circ$,

$\therefore \angle ADH = 30^\circ$.

$\therefore AH = AD$.

在 $\triangle GAD$ 中, $\angle ADG = 30^\circ, \angle DGA = 60^\circ$,

$\therefore \angle DAG = 90^\circ, \angle H = \angle GAH = 30^\circ$.

$\therefore GD = 2AG, HG = AG$.

$\therefore \frac{HD}{AE} = 3$.

$\therefore$ 四边形 $AEFG$ 是菱形,

$\therefore AG = AE, AE \parallel HD$.

$\therefore \angle H = \angle EAB = 30^\circ$.

$\therefore \angle AEB = 30^\circ$.

$\therefore AB = BE$.

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore AD \parallel BC, AD = BC$.

$\therefore \angle B = \angle DAH$.

$\therefore \triangle AHD \sim \triangle BAE$,

$\therefore \frac{AD}{BE} = \frac{HD}{AE} = 3$.

即 $\frac{BC}{AB} = 3$.

六、(本大题共 12 分)

23. 解: (1) ①②③;

(2) ① $P_n(-\frac{n}{2}, \frac{n^2}{4} + 1)$,

$y = x^2 + 1$.

② 相邻两点之间的距离都相等.

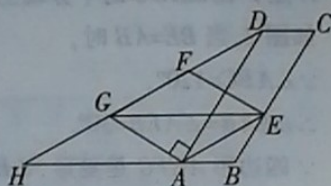


图 4

理由:根据题意得: $C_n(-k-n, -k^2-nk+1), C_{n-1}(-k-n+1, -k^2-nk+k+1)$.

$\therefore C_n, C_{n-1}$ 两点之间的铅直高度 $= -k^2-nk+k+1 - (-k^2-nk+1) = k$.

C_n, C_{n-1} 两点之间的水平距离 $= -k-n+1 - (-k-n) = 1$.

$\therefore$ 由勾股定理得 $C_n, C_{n-1} = k^2+1$.

$\therefore C_n, C_{n-1} = \sqrt{k^2+1}$.

③ $C_n A_n$ 与 $C_{n-1} A_{n-1}$ 不平行.

理由:

根据题意得: $C_n(-k-n, -k^2-nk+1), C_{n-1}(-k-n+1, -k^2-nk+k+1)$,

$A_n(-n, 1), A_{n-1}(-n+1, 1)$.

过 C_n, C_{n-1} 分别作直线 $y=1$ 的垂线, 垂足为 D, E ,

所以 $D(-k-n, 1), E(-k-n+1, 1)$.

在 $\text{Rt}\triangle DA_n C_n$ 中,

$$\tan \angle DA_n C_n = \frac{C_n D}{A_n D} = \frac{1 - (-k^2 - nk + 1)}{-n - (-k - n)} = \frac{k^2 + nk}{k} = k + n.$$

在 $\text{Rt}\triangle EA_{n-1} C_{n-1}$ 中,

$$\tan \angle EA_{n-1} C_{n-1} = \frac{C_{n-1} E}{A_{n-1} E} = \frac{1 - (-k^2 - nk + k + 1)}{-n + 1 - (-k - n + 1)} = \frac{k^2 + nk - k}{k} = k + n - 1.$$

$\therefore k + n - 1 \neq k + n$,

$\therefore \tan \angle DA_n C_n \neq \tan \angle EA_{n-1} C_{n-1}$.

$\therefore \angle DA_n C_n \neq \angle EA_{n-1} C_{n-1}$.

$\therefore C_n A_n$ 与 $C_{n-1} A_{n-1}$ 不平行.

