

2014 年安徽省中考数学试卷

(满分 150 分, 考试时间 120 分钟)

一、选择题 (本大题共 10 小题, 每小题 4 分, 满分 30 分)

每小题都给出 A、B、C、D 四个选项, 其中只有一个是正确的, 请把正确选项写在题后的括号内, 不选、错选或多选的 (不论是否写在括号内) 一律得 0 分.

1. $(-2) \times 3$ 的结果是

A. -5 B. 1 C. -6 D. 6

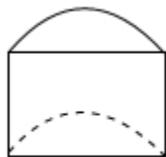
【答案】C

【解答过程】解: $(-2) \times 3 = -(2 \times 3) = -6$, 故选择 C.2. $x^2 \cdot x^3 =$ A. x^5 B. x^6 C. x^8 D. x^9

【答案】A

【解答过程】解: $x^2 \cdot x^3 = x^{2+3} = x^5$, 故选择 A.

3. 如图, 图中的几何体是圆柱沿竖直方向切掉一半后得到的, 该几何体的俯视图是



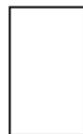
第 3 题图



A.



B.



C.



D.

【答案】D

【解答过程】解: 几何体是圆柱沿竖直方向切掉一半后得到的, 俯视图是指从立体图形的上面看到的平面图, 因此外部轮廓是半圆, 故选择 D.

4. 下列四个多项式中, 能分解因式的是

A. a^2+1 B. a^2-6a+9 C. x^5+5y D. x^2-5y

【答案】B

【解答过程】解: a^2+1 中既没有公因式, 也不符合因式分解中的公式, 故 A 不能分解因式; a^2-6a+9 符合公式法里的完全平方公式里的差的公式, 可分解为 $a^2-6a+9 = (a-3)^2$, 故 B能分解因式; x^5+5y 既没有公因式, 也不符合因式分解中的公式, 故 C 不能分解因式; x^2-5y 没有公因式, 也不符合因式分解中的公式 (实数范围内), 故 D 不能分解因式. 故选择 B.5. 某棉纺织厂为了解一批棉花的质量, 从中随机抽取了 20 根棉花纤维进行测量, 其长度 x (单位: mm) 的数据分布如下表, 则棉花纤维长度的数据在 $8 \leq x < 32$, 这个范围的频率为

棉花纤维长度 x	频数
$0 \leq x < 8$	1
$8 \leq x < 16$	2
$16 \leq x < 24$	8
$24 \leq x < 32$	6
$32 \leq x < 40$	3

A. 0.8 B. 0.7 C. 0.4 D. 0.2

【答案】A

【解答过程】解: 抽取的数据总数为 20, 棉纤维长度在 $8 \leq x < 32$ 这个范围的数据个数为 $2+8+6=16$, 即频数为 16, \therefore 该范围内的频率为 $\frac{16}{20} = 0.8$, 故选择 A.

6. 设 n 为正整数, 且 $n < \sqrt{65} < n+1$, 则 n 的值为 ()
 A. 5 B. 6 C. 7 D. 8

【答案】 D

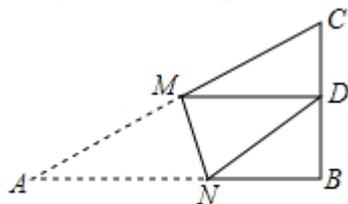
【解答过程】解: $\because \sqrt{64} < \sqrt{65} < \sqrt{81}$, $\therefore 8 < \sqrt{65} < 9$, $\therefore n < \sqrt{65} < n+1$, $\therefore n=8$, 故选择 D.

7. 已知 $x^2 - 2x - 3 = 0$, 则 $2x^2 - 4x$ 的值为
 A. -6 B. 6 C. -2 或 6 D. -2 或 30

【答案】 B

【解答过程】解: 将 $x^2 - 2x - 3 = 0$, 变形为 $x^2 - 2x = 3$, $\therefore 2x^2 - 4x = 2(x^2 - 2x) = 2 \times 3 = 6$, 故选择 B.

8. 如图, Rt $\triangle ABC$ 中, $AB=9$, $BC=6$, $\angle B=90^\circ$, 将 $\triangle ABC$ 折叠, 使 A 点与 BC 的中点 D 重合, 折痕为 MN, 则线段 BN 的长为
 A. $\frac{5}{3}$ B. $\frac{5}{2}$ C. 4 D. 5

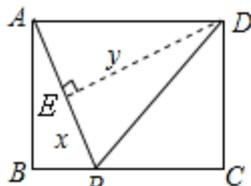


第 8 题图

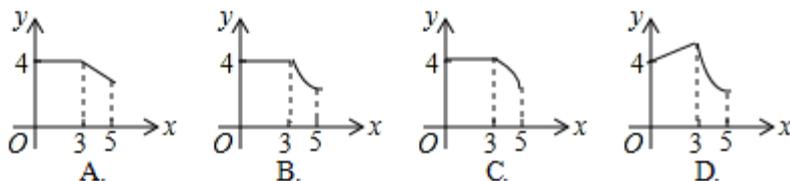
【答案】 C

【解答过程】解: 设 $BN=x$, 由折叠的性质可得 $DN=AN=9-x$, $\because D$ 是 BC 的中点, $\therefore BD=3$, 在 Rt $\triangle BDN$ 中, $x^2 + 3^2 = (9-x)^2$, 解得 $x=4$. 故线段 BN 的长为 4, 故选择 C.

9. 如图, 矩形 $ABCD$ 中, $AB=3$, $BC=4$, 动点 P 从 A 点出发, 按 $A \rightarrow B \rightarrow C$ 的方向在 AB 和 BC 上移动, 记 $PA=x$, 点 D 到直线 PA 的距离为 y , 则 y 关于 x 的函数图像大致是 ()



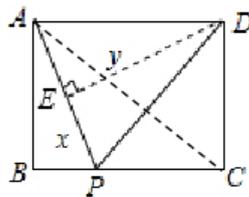
第 9 题图



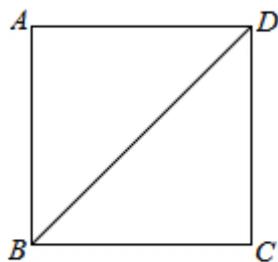
【答案】 B

【解答过程】解: ①点 P 在 AB 上时, x 的取值范围为 $0 \leq x \leq 3$, 点 D 到 AP 的距离为 AD 的长度, 是定值 4; ②点 P 在 BC 上时, 连接 AC , 在 Rt $\triangle ABC$ 中, $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$, $\therefore x$ 的取值范围为 $3 < x \leq 5$, 如图, $DE \perp AP$, 垂足为 E , $\because \angle APB + \angle BAP = 90^\circ$, $\angle PAD + \angle BAP = 90^\circ$, $\therefore \angle APB = \angle PAD$, 又 $\because \angle B = \angle DEA$

$=90^\circ$, $\therefore \triangle ABP \sim \triangle DEA$, $\therefore \frac{AB}{DE} = \frac{AP}{AD}$, 即 $\frac{3}{y} = \frac{x}{4}$, $\therefore y = \frac{12}{x}$, 各选项中, 只有 B 选项图形符合. 故选择 B.



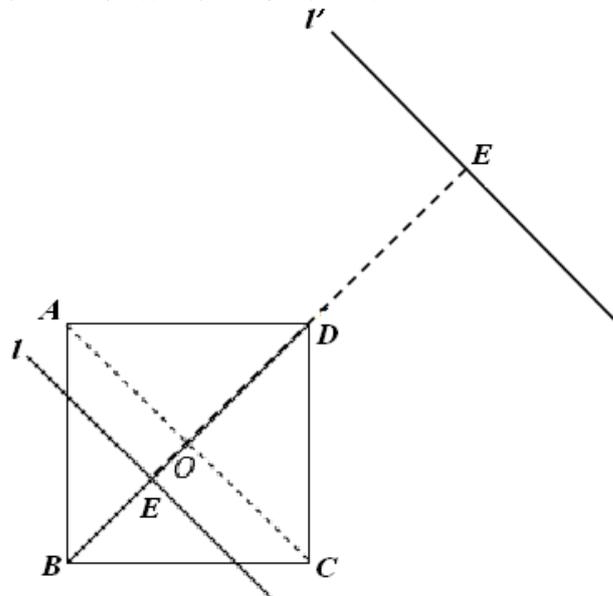
10. 如图, 正方形 $ABCD$ 的对角线 BD 的长为 $2\sqrt{2}$, 若直线 l 满足: ①点 D 到直线 l 的距离为 $\sqrt{3}$; ② A 、 C 两点到直线 l 的距离相等. 则符合题意的直线的条数为
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4



第 10 题图

【答案】 B

【解答过程】 解: 如图, 连接 AC 与 BD 相交于 O , \because 四边形 $ABCD$ 是正方形, $\therefore AC \perp BD$, 作 $l \parallel AC$, 交 BD 于点 E , 使 $DE = \sqrt{3}$, 由 $AC \perp BD$ 可得 D 到 l 的距离为 $\sqrt{3}$, 根据平行线间的距离相等可判定 A 、 C 两点到直线 l 的距离相等, 因此直线 l 满足上述两条条件. 根据图形的对称性, 同理可得, 如图, 在点 D 的另一侧还有一条直线 l' 也满足上述条件. 因此共有 2 条直线. 故选择 B.



二、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 满分 20 分)

11. 据报载, 2014 年我国将发展固定宽带业务 25000000 户, 其中 25 000 000 用科学记数法表示为_____.

【答案】 2.5×10^7

【解答过程】 解: $25000000 = 2.5 \times 10^7$, 故答案为 2.5×10^7 .

12. 某厂今年一月份新产品的研发资金为 a 元, 以后每月新产品的研发资金与上月同比增长率都是 x , 则该厂今年三月份的研发资金 y (元) 关于 x 的函数关系式为 $y = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $a(1+x)^2$

【解答过程】 解: 一月份新产品的研发资金为 a 元, 二月份起, 每月新产品的研发资金与上月相比增长率都是 x , 由题意, 得三月份的研发资金为 $y = a \times (1+x) \times (1+x) = a(1+x)^2$,

故答案为 $a(1+x)^2$.

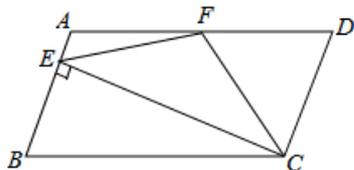
13. 方程 $\frac{4x-12}{x-2} = 3$ 的解是 $x = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 6

【解答过程】 解: 去分母得: $4x-12=3x-6$, 解得: $x=6$, 经检验 $x=6$ 是分式方程的解, 故答案为 6.

14. 如图, 在 $\square ABCD$ 中, $AD=2AB$, F 是 AD 的中点, 作 $CE \perp AB$, 垂足 E 在线段 AB 上, 连接 EF 、 CF . 则下列结论中一定成立的是 $\underline{\hspace{2cm}}$. (把所有正确结论的序号都填在横线上)

- ① $\angle DCF = \frac{1}{2} \angle BCD$; ② $EF = CF$; ③ $S_{\triangle BEC} = 2S_{\triangle CEF}$; ④ $\angle DFE = 3\angle AEF$.



第 14 题图

【答案】 ①②④

【解答过程】 解: $\because F$ 是 AD 的中点, $\therefore AF = FD$, \because 在 $\square ABCD$ 中, $AD = 2AB$, $\therefore AF = FD = CD$,

$\therefore \angle DFC = \angle DCF$, $\because AD \parallel BC$, $\therefore \angle DFC = \angle FCB$, $\therefore \angle DCF = \angle BCF$, $\therefore \angle DCF = \frac{1}{2} \angle BCD$, 故①正确;

延长 EF , 交 CD 延长线于 M , \because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, $\therefore AB \parallel CD$,

$\therefore \angle A = \angle MDF$, $\because F$ 为 AD 中点, $\therefore AF = FD$, 在 $\triangle AEF$ 和 $\triangle DFM$ 中, $\angle A = \angle FDM$, $AF = DF$, $\angle AFE = \angle DFM$, $\therefore \triangle AEF \cong \triangle DMF$, $\therefore FE = MF$, $\angle AEF = \angle M$,

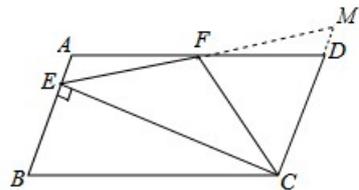
$\because CE \perp AB$, $\therefore \angle AEC = 90^\circ$, $\therefore \angle AEC = \angle ECD = 90^\circ$, $\because FM = EF$, $\therefore FC = FM$, 故②正确;

$\because EF = FM$, $\therefore S_{\triangle EFC} = S_{\triangle CFM}$, $\because MC > BE$, $\therefore S_{\triangle BEC} < 2S_{\triangle EFC}$, 故③错误;

设 $\angle FEC = x$, 则 $\angle FCE = x$, $\therefore \angle DCF = \angle DFC = 90^\circ - x$, $\therefore \angle EFC = 180^\circ - 2x$,

$\therefore \angle EFD = 90^\circ - x + 180^\circ - 2x = 270^\circ - 3x$, $\because \angle AEF = 90^\circ - x$, $\therefore \angle DFE = 3\angle AEF$, 故④正确.

故答案为①②④.



三、(本大题共 2 小题, 每小题 8 分, 满分 16 分)

15. 计算: $\sqrt{25} - |-3| - (-\pi)^0 + 2013$

【答案】解: 原式 = $5 - 3 - 1 + 2013 = 2014$.

【解答过程】解: 原式 = $5 - 3 - 1 + 2013 = 2014$.

16. 观察下列关于自然数的等式:

$$3^2 - 4 \times 12 = 5 \quad \text{①}$$

$$5^2 - 4 \times 22 = 9 \quad \text{②}$$

$$7^2 - 4 \times 32 = 13 \quad \text{③}$$

... ..

根据上述规律解决下列问题:

(1) 完成第四个等式: $9^2 - 4 \times (\quad)^2 = (\quad)$;

(2) 写出你猜想的第 n 个等式 (用含 n 的式子表示), 并验证其正确性.

【答案】解: (1) $9^2 - 4 \times 4^2 = 17$; 故所填的数字为 4, 17.

(2) $(2n+1)^2 - 4n^2 = (2n+1) + 2n$.

【解答过程】解: (1) $9^2 - 4 \times 4^2 = 17$; 故所填的数字为 4, 17.

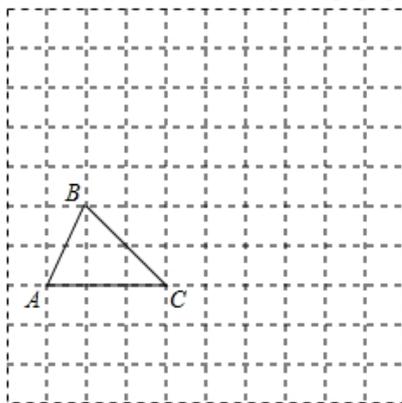
(2) $(2n+1)^2 - 4n^2 = (2n+1) + 2n$.

四、本大题共 2 小题, 每小题 8 分, 满分 16 分)

17. 如图, 在边长为 1 个单位长度的小正方形组成的网格中, 给出了格点 $\triangle ABC$ (顶点是网格线的交点).

(1) 将 $\triangle ABC$ 向上平移 3 个单位得到 $\triangle A_1B_1C_1$, 请画出 $\triangle A_1B_1C_1$;

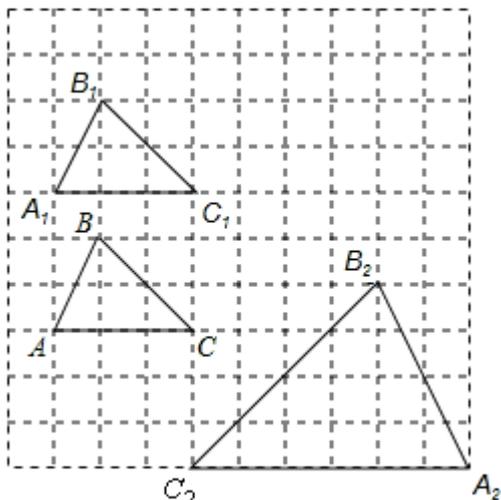
(2) 请画出一个格点 $\triangle A_2B_2C_2$, 使 $\triangle A_2B_2C_2 \sim \triangle A_1B_1C_1$, 且相似比不为 1.



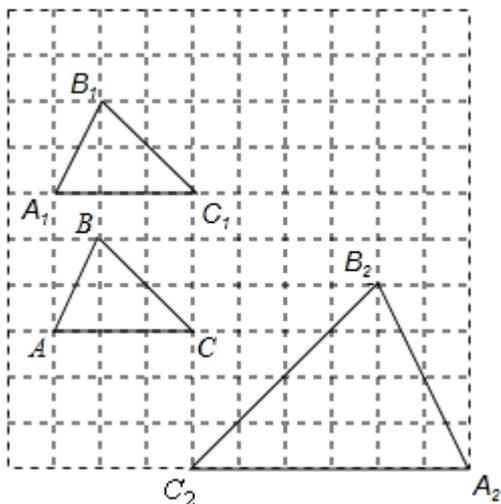
第 17 题图

【答案】解: (1) 如图所示: $\triangle A_1B_1C_1$ 即为所求;

(2) 如图所示: $\triangle A_2B_2C_2$ 即为所求. (答案不唯一, 符合题意即可)

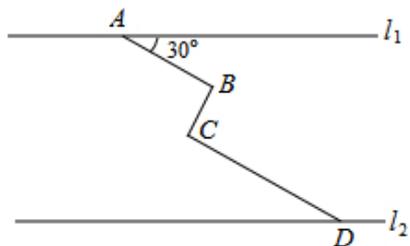


【解答过程】解: (1) 如图所示: $\triangle A_1B_1C_1$ 即为所求;
 (2) 如图所示: $\triangle A_2B_2C_2$ 即为所求. (答案不唯一, 符合题意即可)



【易错点睛】此类问题容易出错的地方是: ①平移时忽视图形的整体平移; ②作图时对应顶点不对应.

18. 如图, 在同一平面内, 两条平行的高速公路 l_1 和 l_2 间有一条“Z”型道路连通, 其中 AB 段与高速路 l_1 成 30° 角, 长为 20km ; BC 与 AB 、 CD 段都垂直, 长为 10km ; CD 段长为 30km . 求两条高速公路间的距离 (结果保留根号).



第 18 题图

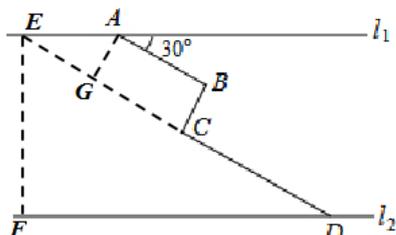
【答案】解: 延长 DC 交 l_1 于点 E , 过点 A 作 $AG \perp DE$ 于点 G , 过点 E 作 $EF \perp l_2$ 于点 F . 则四边形 $AGCB$ 是矩形, $\therefore GC = AB = 20\text{km}$, $AG = BC = 10\text{km}$.

由 $AB \parallel DE$, 得 $\angle AEG = 30^\circ$, 在 $\text{Rt}\triangle AGE$ 中, $EG = \sqrt{3}AG = 10\sqrt{3}$ (km).

$$\therefore DE = EG + GC + CD = 10\sqrt{3} + 20 + 30 = 50 + 10\sqrt{3} \text{ (km)} .$$

$$\because l_1 \parallel l_2, \therefore \angle EDF = 30^\circ, \text{ 在 Rt}\triangle EFA \text{ 中, } EF = \frac{1}{2}ED = 25 + 5\sqrt{3} \text{ (km)} .$$

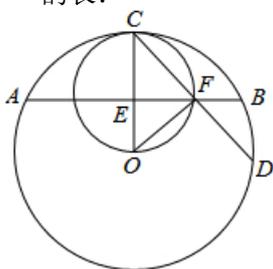
\therefore 两条高速公路间的距离为 $(25 + 5\sqrt{3})$ km.



【易错点睛】 此类问题容易出错的地方是：①不能将以知条件转化到直角三角形中；②记错特殊的三角函数值.

五、本大题共 2 小题，每小题 10 分，满分 20 分

19. 如图，在 $\odot O$ 中，半径 OC 与弦 AB 垂直，垂足为 E ，以 OC 为直径的圆与弦 AB 的一个交点为 F ， D 是 CF 延长线与 $\odot O$ 的交点. 若 $OE = 4$ ， $OF = 6$. 求 $\odot O$ 的半径和 CD 的长.



第 19 题图

【答案】 解：在 $\odot O$ 中，半径 OC 与弦 AB 垂直， $\therefore \angle OEF = 90^\circ$.
在小圆中， OC 是直径， $\therefore \angle CFO = 90^\circ$.

$$\because \angle EOF = \angle FOC, \therefore \triangle EOF \sim \triangle FOC, \therefore \frac{OE}{OF} = \frac{OF}{OC}, \text{ 即 } \frac{4}{6} = \frac{6}{OC}, \therefore OC = 9.$$

$$\text{在 Rt}\triangle OFC \text{ 中, } CF = \sqrt{OC^2 - OF^2} = \sqrt{9^2 - 6^2} = 3\sqrt{5} .$$

$$\therefore CD = 2CF = 6\sqrt{5} .$$

【易错点睛】 此类问题容易出错的地方是忽视对相似三角形的判定.

20. 2013 年某企业按餐厨垃圾处理费 25 元/吨、建筑垃圾处理费 16 元/吨的收费标准，共支付餐厨和建筑垃圾处理费 5200 元. 从 2014 年元月起，收费标准上调为：餐厨垃圾处理费 100 元/吨，建筑垃圾处理费 30 元/吨，若该企业 2014 年处理的这两种垃圾数量与 2013 年相比没有变化，就要多支付垃圾处理费 8800 元.

- (1) 该企业 2013 年处理的餐厨垃圾和建筑垃圾各多少吨？
(2) 该企业计划 2014 年将上述两种垃圾处理总量减少到 240 吨，且建筑垃圾处理量不超过

餐厨垃圾处理量的 3 倍，则 2014 年该企业最少要支付这两种垃圾处理费共多少元？

【答案】 解：(1) 设该企业 2013 年处理的餐厨垃圾为 x 吨，建筑垃圾为 y 吨. 由题意，得

$$\begin{cases} 25x + 16y = 5200 \\ 100x + 30y = 8800 + 5200 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} x = 80 \\ y = 200 \end{cases} .$$

答：该企业 2013 年处理的餐厨垃圾为 80 吨，建筑垃圾为 200 吨.

- (2) 设该企业 2014 年处理的餐厨垃圾 x 吨，建筑垃圾 y 吨，需要支付这两种垃圾处理费共 a 元，由题意，得

$$\begin{cases} x + y = 240 \\ y \leq 3x \end{cases}, \text{ 解得 } x \geq 60.$$

$a = 100x + 30y = 100x + 30(240 - x) = 70x + 7200$,
 $\therefore a$ 的值随 x 的增大而增大, 所以当 $x = 60$ 时, a 值最小,
 最小值 $= 70 \times 60 + 7200 = 11400$ (元).

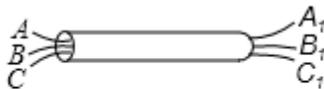
答: 2014 年该企业最少要支付这两种垃圾处理费共 11400 元.

【易错点睛】 此类问题容易出错的地方是: ① 解决问题 (2) 时不能正确的表示出函数关系式; ② 忽视自变量的取值范围.

六、(本题满分 12 分)

21. 如图, 管中放置同样的绳子 AA_1 、 BB_1 、 CC_1 .

- (1) 小明从这三根绳子中随机选一根, 恰好选中绳子 AA_1 的概率是多少?
- (2) 小明先从左端 A 、 B 、 C 三个绳头中随机选两个打一个结, 再从右端 A_1 、 B_1 、 C_1 三个绳头中随机选两个打一个结, 求这三根绳子能连接成一根长绳子的概率.

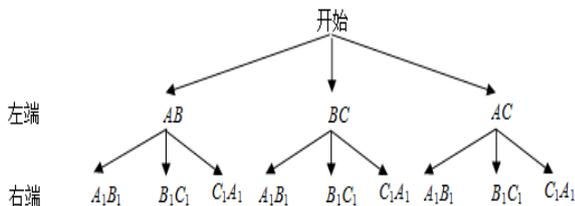


第 21 题图

【答案】 解: (1) 小明课选择的情况有三种, 每种发生的可能性相等, 恰好选中绳子 AA_1 的情况为一种, 所以小明恰好选中绳子 AA_1 的概率为 $P = \frac{1}{3}$.

(2) 依题意, 分别在两端随机任选两头打结, 总共有三类 9 中情况, 列表或画树状图表示如下, 每种发生的可能性相等.

右端 \ 左端	A_1B_1	B_1C_1	A_1C_1
AB	AB, A_1B_1	AB, B_1C_1	AB, A_1C_1
BC	BC, A_1B_1	BC, B_1C_1	BC, A_1C_1
AC	AC, A_1B_1	AC, B_1C_1	AC, A_1C_1



其中左、右打结是相同字母 (不考虑下标) 的情况, 不可能连结成为一根长绳. 所以能连结成为一根长绳的情况有 6 种:

- ① 左端连 AB , 右端连 A_1C_1 或 B_1C_1 ;
- ② 左端连 BC , 右端连 A_1B_1 或 A_1C_1 ;
- ③ 左端连 AC , 右端连 A_1B_1 或 B_1C_1 ;

所以三根绳子连结成为一根长绳的概率为 $P = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$.

【易错点睛】 此类问题容易出错的地方是不会列表或画树状图导致无法继续解题, 或者在求概率把出现的情况数错.

七、(本题满分 12 分)

22. 若两个二次函数图象的顶点、开口方向都相同, 则称这两个二次函数为“同簇二次函数”.

(1) 请写出两个为“同簇二次函数”的函数;

(2) 已知关于 x 的二次函数 $y_1 = 2x^2 - 4mx + 2m^2 + 1$ 和 $y_2 = ax^2 + bx + 5$, 其中 y_1 的图象经过点

$A(1, 1)$, 若 $y_1 + y_2$ 与 y_1 为“同簇二次函数”, 求函数 y_2 的表达式, 并求出当 $0 \leq x \leq 3$ 时, y_2 的最大值.

【答案】 解: (1) 本题是开放题, 答案不唯一, 符合题意即可, 如 $y_1 = 2x^2$ 和 $y_2 = x^2$.

(2) \because 函数 y_1 的图象经过点 $A(1, 1)$, 则 $2-4m+2m^2+1=1$, 解得 $m=1$.

$$\therefore y_1 = 2x^2 - 4x + 3 = 2(x-1)^2 + 1.$$

解法一: $\because y_1 + y_2$ 与 y_1 为“同簇二次函数”, $\therefore y_1 + y_2 = k(x-1)^2 + 1 (k > 0)$,

$$\text{则 } y_2 = 2(x-1)^2 + 1 - y_1 = (k-2)(x-1)^2.$$

由题可知函数 y_2 的图象经过 $(0, 5)$, 则 $(k-2) \times 1^2 = 5$, $\therefore k-2=5$.

$$\therefore y_2 = 5(x-1)^2 = 5x^2 - 10x + 5.$$

\because 函数 y_2 的图象的对称轴为 $x=1$. $\because 5 > 0$, \therefore 函数 y_2 的图象开口向上.

① 当 $0 \leq x \leq 1$ 时, \because 函数 y_2 的图象开口向上, $\therefore y_2$ 随 x 的增大而减小.

\therefore 当 $x=0$ 时, y_2 取最大值, 最大值为 $5(0-1)^2 = 5$.

② 当 $1 < x \leq 3$ 时, \because 函数 y_2 的图象开口向上, $\therefore y_2$ 随 x 的增大而增大. \therefore 当 $x=3$ 时, y_2 取最大值,

最大值为 $5(3-1)^2 = 20$. 综上所述: 当 $0 \leq x \leq 3$ 时, y_2 的最大值为 20.

解法二: $\because y_1 + y_2$ 与 y_1 为“同簇二次函数”, 则 $y_1 + y_2 = (a+2)x^2 + (b-4)x + 8 (a+2 > 0)$.

$$\therefore -\frac{b-4}{2(a+2)} = 1, \text{ 化简得 } b = -2a, \text{ 又 } \frac{32(a+2) - (b-4)^2}{4(a+2)} = 1, \text{ 将 } b = -2a \text{ 代入,}$$

解得 $a=5, b=-10$, 所以 $y_2 = 5x^2 - 10x + 5$. 即 $y_2 = 5(x-1)^2$,

① 当 $0 \leq x \leq 1$ 时, \because 函数 y_2 的图象开口向上, $\therefore y_2$ 随 x 的增大而减小.

\therefore 当 $x=0$ 时, y_2 取最大值, 最大值为 $5 \times (0-1)^2 = 5$.

② 当 $1 < x \leq 3$ 时, \because 函数 y_2 的图象开口向上, $\therefore y_2$ 随 x 的增大而增大. \therefore 当 $x=3$ 时, y_2 取最大值,

最大值为 $5 \times (3-1)^2 = 20$. 综上所述: 当 $0 \leq x \leq 3$ 时, y_2 的最大值为 20.

【易错点睛】 此类问题容易出错的地方是不理解新定义, 得不到符合题目要求的函数关系式.

八、(本题满分 14 分)

23. 如图 1, 正六边形 $ABCDEF$ 的边长为 a , P 是 BC 边上一动点, 过 P 作 $PM \parallel AB$ 交 AF 于 M , 作 $PN \parallel CD$ 交 DE 于 N .

(1) ① $\angle MPN = \underline{\quad\quad}^\circ$.

② 求证: $PM + PN = 3a$;

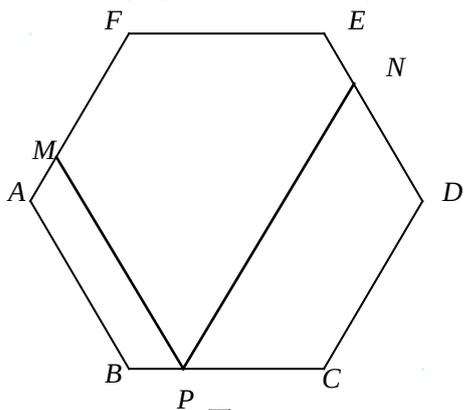


图 1

(2) 如图 2, 点 O 是 AD 的中点, 连接 OM 、 ON . 求证: $OM = ON$;

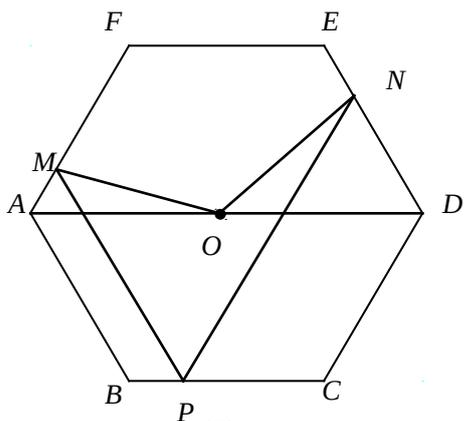


图 2

(3) 如图 3, 点 O 是 AD 的中点, OG 平分 $\angle MON$, 判断四边形 $OMGN$ 是否为特殊四边形? 并说明理由.

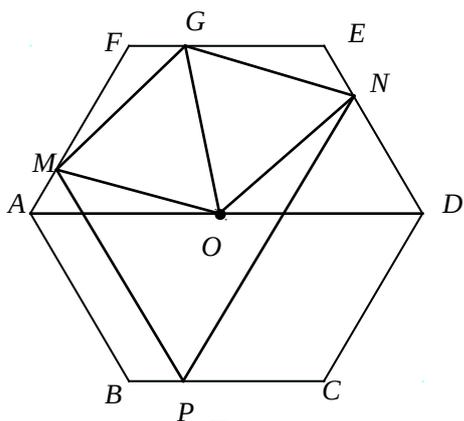


图 3

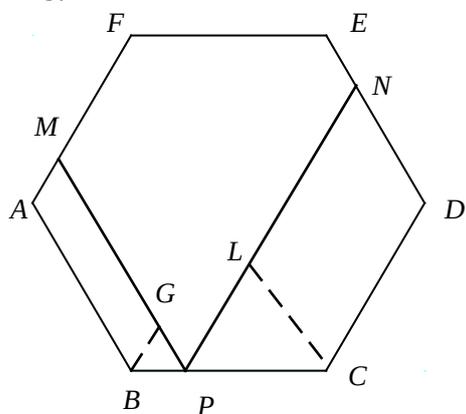
【答案】 解: (1) ① 60° ;

② 过点 B 作 $BG \parallel AF$, 交 PM 于点 G ; 过点 C 作 $CL \parallel DE$, 交 PN 于点 L .

则 $MG = AB = a$, $NL = CD = a$, $\triangle BPG$ 与 $\triangle CPL$ 均是正三角形,

$$\therefore PG + PL = PB + PC = BC = a. \quad \therefore PM + PN = MG + NL + PG + PL =$$

$$3a.$$



(2) 连接 OF .

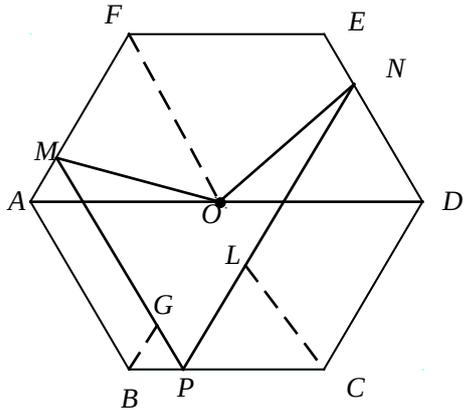
由 (1) 知, $ND = CL = PC$, $AM = BG = PB$,

$$\therefore PB + PC = AM + DN = AM + FM = a, \quad \therefore FM = DN,$$

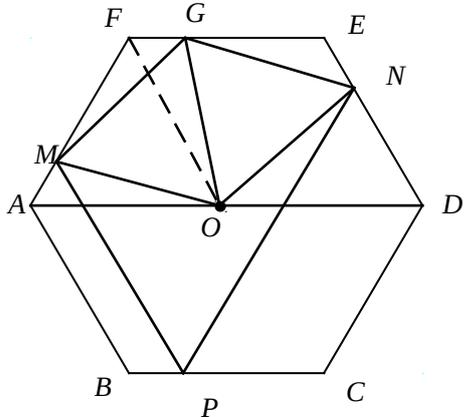
$\therefore O$ 是 AD 的中点, \therefore 点 O 是正六边形的中心,

$$\therefore OF = OD, \quad \angle OFM = \angle ODN = 60^\circ,$$

$$\therefore \triangle OFM \cong \triangle ODN, \quad \therefore OM = ON.$$



- (3) 四边形 $OMGN$ 是菱形. 理由如下: 连接 OF ,
 由 (2) 中 $\triangle OFM \cong \triangle ODN$, 得 $\angle DON = \angle FOM$, $OM = ON$,
 $\therefore \angle AOM + \angle FOM = \angle AOF = 60^\circ$,
 $\therefore \angle AOM + \angle DON = 60^\circ$, $\therefore \angle MON = 120^\circ$,
 $\therefore OG$ 平分 $\angle MON$, $\therefore \angle MOG = \angle NOG = 60^\circ$,
 $\therefore \angle AOM = \angle AOF - \angle FOM = 60^\circ - \angle FOM$, $\angle FOG = 60^\circ - \angle FOM$,
 $\therefore \angle AOM = \angle FOG$,
 又 $\because OA = OF$, $\angle MAO = \angle GFO$, $\therefore \triangle MAO \cong \triangle GFO$, $\therefore OM = OG$,
 $\therefore OM = ON = OG$, $\therefore \triangle OMG$ 与 $\triangle ONG$ 均为正三角形.
 $\therefore OM = MG = GN = NO = OG$, \therefore 四边形 $OMGN$ 是菱形.



【易错点睛】 此类问题容易出错的地方是没掌握正六边形的性质, 作出必要的辅助线, 找不到解题的思路.