

2014 年广东省初中毕业生学业考试
数学

说明: 1. 全卷共 4 页, 考试用时 100 分钟, 满分 120 分.

2. 答卷前, 考生务必用黑色字迹的钢笔或签字笔在答题卡填写自己的准考证号、姓名、试室号、座位号. 用 2B 铅笔把对应号码的标号涂黑.

3. 选择题每小题选出答案后, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题目选项的答案信息点涂黑; 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案; 答案不能答在试题上.

4. 非选择题必须用黑色字迹的钢笔或签字笔作答. 答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上; 如需改动, 先划掉原来的答案, 然后再写上新的答案; 不准使用铅笔和涂改液. 不按以上要求作答的答案无效.

5. 考生务必保持答题卡的整洁. 考试结束后, 将试卷和答题卡一并交回.

一. 选择题 (本大题 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分) 在每小题列出的四个选项中, 只有一个是正确的, 请把答题卡上对应题目所选的选项涂黑.

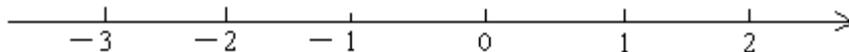
1. 在 1, 0, 2, -3 这四个数中, 最大的数是 ()

- A. 1 B. 0 C. 2 D. -3

【答案】C.

【解答过程】解: 方法一: 题中的四个选项中, 有一个负数, 一个是 0, 还有两个正数, 由“正数大于零和负数”可知“只需比较两个正数的大小”即可, 而 $2 > 1$, 所以正确答案选 C.

方法二: 画出数轴, 如图所示:



由“数轴上表示的数, 右边的数总比左边的数大”可知, 最大的数是 2, 故选 C.

2. 在下列交通标志中, 既是轴对称图形, 又是中心对称图形的是 ()



A.



B.



C.



D.

【答案】C.

【解答过程】选项 A 的图形, 等边三角形是轴对称图形, 其内部是中心对称图形, 而组合在一起既不轴对称也不中心对称; 选项 B 的图形, 等边三角形是轴对称图形, 其内部既不轴对称图形也不中心对称图形, 因此组合在一起既不轴对称也不中心对称; 选项 D 的图形, 圆既是轴对称又是中心对称图形, 其内部是轴对称图形, 组合在一起是轴对称图形, 只有选项 C 的图形, 圆既是轴对称图形又是中心对称图形, 其内部是矩形, 既是轴对称图形又是中心对称图形, 因此组合在一起既是轴对称图形又是中心对称图形. 故选 C

3. 计算 $3a-2a$ 的结果正确的是 ()

- A. 1 B. a C. $-a$ D. $-5a$

【答案】B.

【解答过程】 $3a-2a = (3-2)a = a$. 故答案选 B.

4. 把 $x^3 - 9x$ 分解因式, 结果正确的是 ()

- A. $x(x^2 - 9)$ B. $x(x-3)^2$ C. $x(x+3)^2$ D. $x(x+3)(x-3)$

【答案】D.

【解答过程】解: $x^3 - 9x = x(x^2 - 9) = x(x+3)(x-3)$. 故选 D.

5. 一个多边形的内角和是 900° , 这个多边形的边数是 ()

- A. 10 B. 9 C. 8 D. 7

【答案】D.

【解答过程】由题意, 得 $(n-2) \cdot 180^\circ = 900^\circ$, 解得 $n=7$ 。故答案选 D。

6. 一个不透明的布袋里装有 7 个只有颜色不同的球, 其中 3 个红球, 4 个白球, 从布袋中随机摸出一个球, 摸出的球是红球的概率是 ()

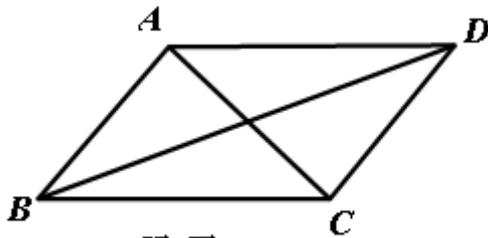
- A. $\frac{4}{7}$ B. $\frac{3}{7}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{1}{3}$

【答案】 B.

【解答过程】解: 装有总共只有 7 个球, 其中 3 个红球, 所以 $P(\text{从布袋中随机摸出一个球是红球}) = \frac{3}{7}$, 故选 B。

7. 如题 7 图, $\square ABCD$ 中, 下列说法一定正确的是 ()

- A. $AC=BD$ B. $AC \perp BD$ C. $AB=CD$ D. $AB=BC$



题 7 图

【答案】 C.

【解答过程】因为平行四边形的对角线不一定相等, 所以选项 A 错误; 因为平行四边形的对角线不一定垂直, 所以选项 B 错误; 因为平行四边形的对边相等, 所以选项 C 正确; 因为平行四边形的邻边不一定相等, 所以选项 D 错误。故答案选 C。

8. 关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 3x + m = 0$ 有两个不相等的实数根, 则实数 m 的取值范围为

- ()
A. $m > \frac{9}{4}$ B. $m < \frac{9}{4}$ C. $m = \frac{9}{4}$ D. $m < -\frac{9}{4}$

【答案】 B.

【解答过程】 $b^2 - 4ac = 9 - 4m$, \because 方程有两个不相等的实数根, $\therefore b^2 - 4ac > 0$, 即 $9 - 4m > 0$, 解得 $m < \frac{9}{4}$, 故答案选 B。

9. 一个等腰三角形的两边长分别是 3 和 7, 则它的周长为 ()

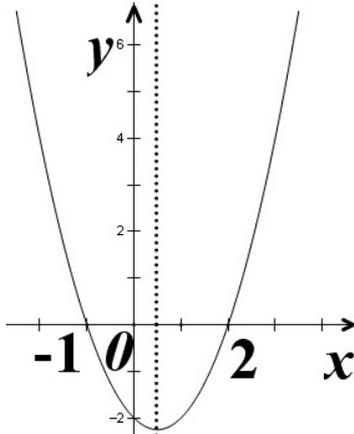
- A. 17 B. 15 C. 13 D. 13 或 17

【答案】 A.

【解答过程】解: 由题目已知可知, 该三角形的三边长可能是 3, 3, 7, 也可能是 7, 7, 3。又因为三角形三边之间必须满足“三角形两边之和大于第三边”, 所以 3, 3, 7 这种情况不成立, 所以该三角形的周长只可能是 $7+7+3=17$ 。故选 A。

10. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的大致图象如题 10 图所示, 关于该二次函数, 下列说法错误的是 ()

- A. 函数有最小值 B. 对称轴是直线 $x = \frac{1}{2}$
C. 当 $x < \frac{1}{2}$ 时, y 随 x 的增大而减小 D. 当 $-1 < x < 2$ 时, $y > 0$



第10题图

【答案】 D.

【解答过程】解: 因为抛物线开口向上, 图象有最低点, 所以有最小值, 所以选项 A 的说法是正确的; 由图抛物线交 x 轴于点 (-1, 0) 和 (2, 0), 这两点的中点坐标是 $(\frac{1}{2}, 0)$, 由抛物线的对称性可以确定选项 B 的说法是正确的; 因为抛物线对称轴左侧图象从左往右下降, 所以选项 C 的说法是正确的; 由图可知, 当 $-1 < x < 2$ 时, 抛物线在 x 轴的下方, $y < 0$, 所以选项 D 的说法是错误的。故选 D.

二. 填空题 (本大题 6 小题, 每小题 4 分, 共 24 分) 请将下列各题的正确答案填写在答题卡相应的位置上.

11. 计算 $2x^3 \div x = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $2x^2$.

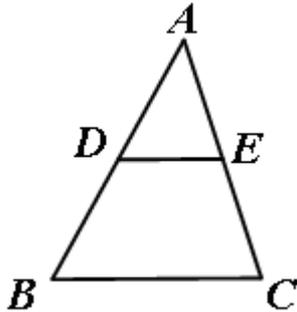
【解答过程】直接运用单项式除以单项式法则: $2x^3 \div x = 2x^{3-1} = 2x^2$. 故答案填 $2x^2$.

12. 据报道, 截止 2013 年 12 月我国网民规模达 618 000 000 人. 将 618 000 000 用科学计数法表示为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 6.18×10^8 .

【解答过程】 \because 618 000 000 的整数数位有 9 位, $\therefore a=6.18, n=9-1=8$. 故答案填 6.18×10^8 .

13. 如题 13 图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D, E 分别是 AB, AC 的中点, 若 $BC=6$, 则 $DE=\underline{\hspace{2cm}}$.

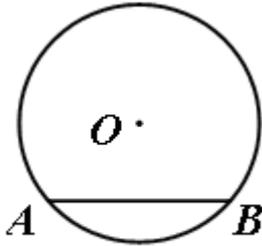


题 13 图

【答案】 3.

【解答过程】点 D, E 分别是 AB, AC 的中点, 可知 DE 是 $\triangle ABC$ 的中位线, 由 $BC=6$, 得 $DE=3$. 故答案填 3.

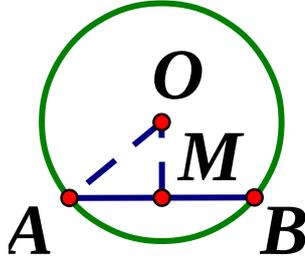
14. 如题 14 图, 在 $\odot O$ 中, 已知半径为 5, 弦 AB 的长为 8, 那么圆心 O 到 AB 的距离为 $\underline{\hspace{2cm}}$.



题14图

【答案】 3.

【解答过程】 过点 O 作 $OM \perp AB$ 于 M, 由垂径定理得 $AM=4$, 连接 OA. 由勾股定理得



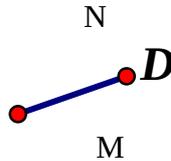
$OM=3$. 故答案填 3.

15. 不等式组 $\begin{cases} 2x < 8 \\ 4x - 1 > x + 2 \end{cases}$ 的解集是_____.

【答案】 $1 < x < 4$.

【解答过程】 解 $2x < 8$, 得 $x < 4$; 解 $4x - 1 > x + 2$, 得 $x > 1$, 因此原不等式组的解集为 $1 < x < 4$, 故答案填 $1 < x < 4$.

16. 如题 16 图, $\triangle ABC$ 绕点 A 顺时针旋转 45° 得到 $\triangle AB'C'$, 若 $\angle BAC=90^\circ$, $AB=AC=\sqrt{2}$, 则图中阴影部分的面积等于_____.



题16图

题16答案图

【答案】 $\sqrt{2} - 1$.

【解答过程】 如答案图, 连接 AD, 因为 $\angle BAC=90^\circ$, $AB=AC=\sqrt{2}$, 所以 $AM=AN=1$, 所以 $BM=\sqrt{2} - 1$, 从而求得阴影部分的面积为 $2 \times \frac{1}{2} \times 1 \cdot (\sqrt{2} - 1) = \sqrt{2} - 1$. 故答案填 $\sqrt{2} - 1$.

三. 解答题 (一) (本大题 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分)

17. 计算: $\sqrt{9} + |-4| + (-1)^0 - \left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$

【答案】 $\sqrt{9} + |-4| + (-1)^0 - \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = 3 + 4 + 1 - 2 = 6.$

【解答过程】 解: $\sqrt{9} + |-4| + (-1)^0 - \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = 3 + 4 + 1 - 2 = 6.$

18. 先化简, 再求值: $\left(\frac{2}{x-1} + \frac{1}{x+1}\right) \cdot (x^2 - 1)$, 其中 $x = \frac{\sqrt{3}-1}{3}$.

【答案】 $\left(\frac{2}{x-1} + \frac{1}{x+1}\right) \cdot (x^2 - 1) = 2(x+1) + x - 1 = 3x + 1,$

当 $x = \frac{\sqrt{3}-1}{3}$ 时, $3x + 1 = \sqrt{3} - 1 + 1 = \sqrt{3}$

【解答过程】 解: $\left(\frac{2}{x-1} + \frac{1}{x+1}\right) \cdot (x^2 - 1) = 2(x+1) + x - 1 = 3x + 1,$

当 $x = \frac{\sqrt{3}-1}{3}$ 时, $3x + 1 = \sqrt{3} - 1 + 1 = \sqrt{3}.$

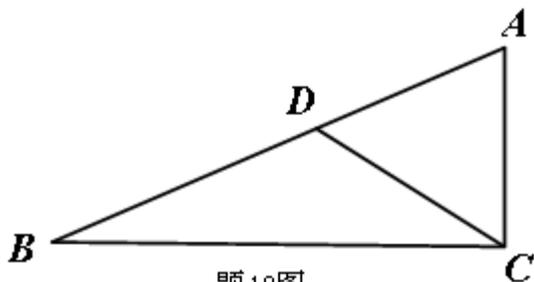
【易错点睛】 此类问题容易出错的地方是括号展开后没有带括号或者合并同类项出错.

19. 如题 19 图, 点 D 在 $\triangle ABC$ 的 AB 边上, 且 $\angle ACD = \angle A$.

(1) 作 $\triangle BDC$ 的平分线 DE, 交 BC 于点 E

(用尺规作图法, 保留作图痕迹, 不要求写作法);

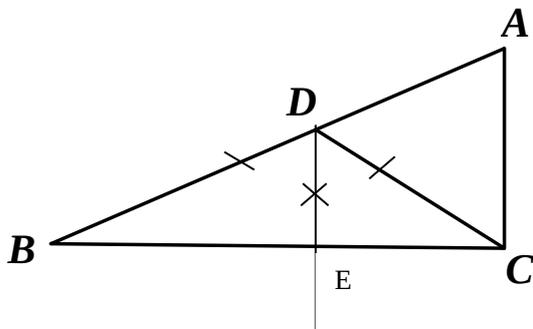
(2) 在 (1) 的条件下, 判断直线 DE 与直线 AC 的位置关系 (不要求证明).



题 19 图

【答案】

(1) 如图所示, CE 即为所求.

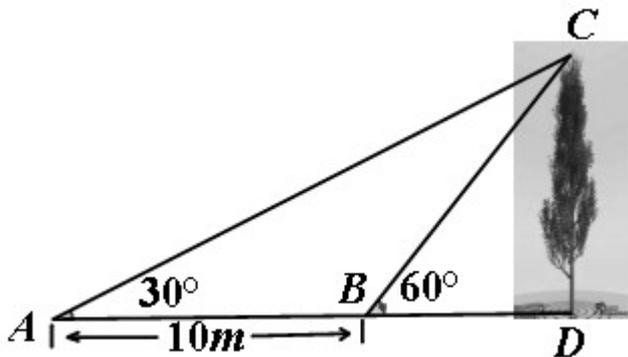


(2) 在 $\triangle ABC$ 中, 因为 $\angle ACD = \angle A$,
 所以 $\angle BDC = 2\angle A$
 由 (1) 得 $\angle BDC = 2\angle CDE$
 $\therefore \angle CDE = \angle ACD$
 $\therefore DE \parallel AC$

【易错点睛】 此类问题容易出错的地方是不理解外角的性质从而无法判定平行.

三. 解答题 (二) (本大题 3 小题, 每小题 8 分, 共 24 分)

20. 如题 20 图, 某数学兴趣小组想测量一棵树 CD 的高度, 他们先在点 A 处测得树顶 C 的仰角为 30° , 然后沿 AD 方向前行 10m, 到达 B 点, 在 B 处测得树顶 C 的仰角为 60° (A. B. D 三点在同一直线上)。请你根据他们测量数据计算这棵树 CD 的高度 (结果精确到 0.1m)。(参考数据: $\sqrt{2} \approx 1.414$, $\sqrt{3} \approx 1.732$)。



题 20 图

【答案】 由题意得 $\angle A = 30^\circ$, $\angle CBD = 60^\circ$, 所以 $BC = AB = 10$,
在 $\text{Rt}\triangle BDC$ 中, $CD = BC \sin \angle CBD = 5\sqrt{3} \approx 8.7$
 \therefore 树 CD 的高度约为 8.7m

【易错点睛】 此类问题容易出错的地方是不记得特殊角的三角函数值或者计算出错。

21. 某商场销售的一款空调机每台的标价是 1635 元, 在一次促销活动中, 按标价的八折销售, 仍可盈利 9%.

(1) 求这款空调机每台的进价: $\left(\text{利润率} = \frac{\text{利润}}{\text{进价}} = \frac{\text{售价} - \text{进价}}{\text{进价}} \right)$

(2) 在这次促销活动中, 商场销售了这款空调机 100 台, 问盈利多少元?

【答案】 设这款空调每台的进价为 x 元, 则

$$x(1 + 9\%) = 1635 \times 0.8 \quad \text{或} \quad 9\% = \frac{1635 \times 0.8 - x}{x} \quad (\text{列此分式方程, 解方程后要检验})$$

解这个方程, 得 $x = 1200$,

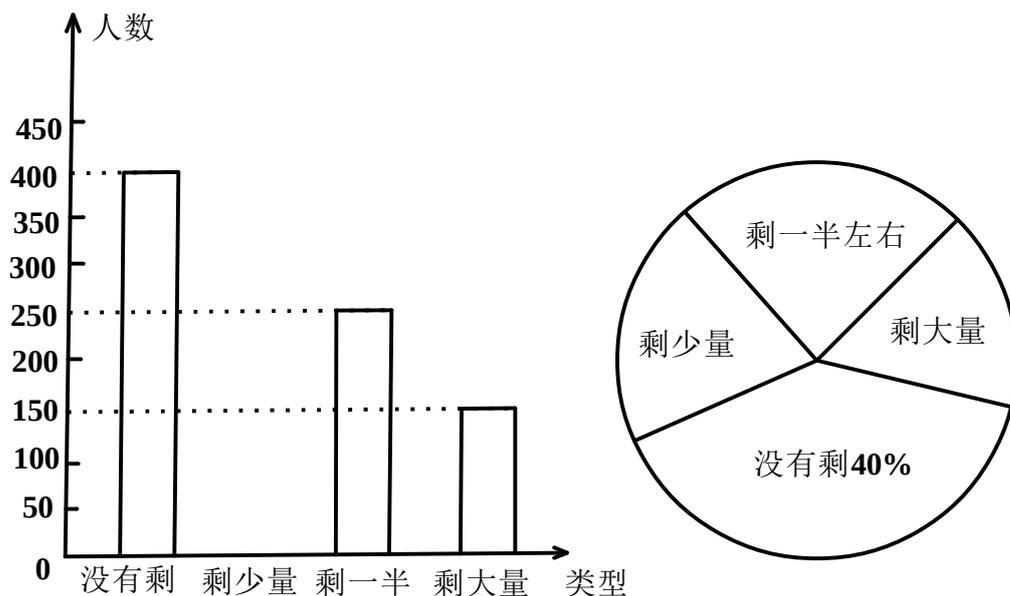
答: 这款空调每台的进价为 1200 元.

(2) $1200 \times 0.09 \times 100 = 10800$

答: 商场销售了这款空调机 100 台, 盈利 10800 元.

【易错点睛】 此类问题容易出错的地方是列分式方程求解后没有检验.

22. 某高校学生会发现同学们就餐时剩余饭菜较多, 浪费严重, 于是准备在校内倡导“光盘行动”, 让同学们珍惜粮食, 为了让同学们理解这次活动的重要性, 校学生会在某天午餐后, 随机调查了部分同学这餐饭菜的剩余情况, 并将结果统计后绘制成了如题 22-1 图和题 22-2 图所示的不完整的统计图。



- (1) 这次被调查的同学共有_____名;
 (2) 把条形统计图(题 22-1 图)补充完整;
 (3) 校学生会通过数据分析, 估计这次被调查的所有同学一餐浪费的食物可以供 200 人用一餐。据此估算, 该校 18 000 名学生一餐浪费的食物可供多少人食用一餐?

【答案】 (1) $400 \div 40\% = 1000$, 故填 1000;

(2) $1000 - 400 - 250 - 150 = 200$, 故条形统计图中“剩少量”中补充为“200”的条形;

(3) 因为 1000 名学生一餐浪费的食物可以供 200 人用一餐, 浪费率为 $200 \div 1000 = 20\%$, $18000 \times 20\% = 3600$

所以该校 18 000 名学生一餐浪费的食物可供 3600 人食用一餐。

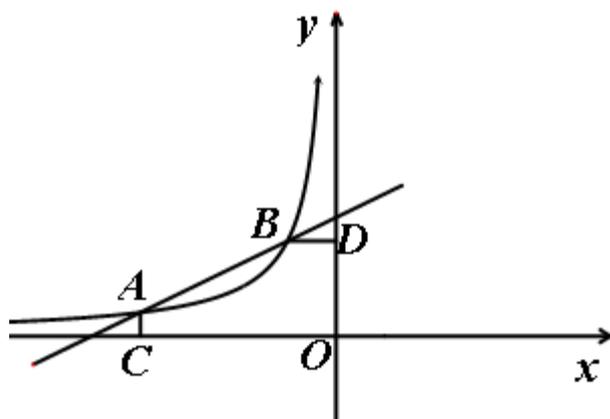
【易错点睛】 此类问题容易出错的地方是计算 $400 \div 40\%$ 时出错。

三. 解答题(三) (本大题 3 小题, 每小题 9 分, 共 27 分)

23. 如题 23 图, 已知 $A\left(-4, \frac{1}{2}\right)$, $B(-1, 2)$ 是一次函数 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 与反比例函数

$y = \frac{m}{x}$ ($m \neq 0, x < 0$) 图象的两个交点, $AC \perp x$ 轴于 C , $BD \perp y$ 轴于 D .

- (1) 根据图象直接回答: 在第二象限内, 当 x 取何值时, 一次函数大于反比例函数的值?
 (2) 求一次函数解析式及 m 的值;
 (3) P 是线段 AB 上的一点, 连接 PC , PD , 若 $\triangle PCA$ 和 $\triangle PDB$ 面积相等, 求点 P 坐标.



题 23 图

【答案】 (1) 因为 $A\left(-4, \frac{1}{2}\right)$, $B(-1, 2)$, 由图可知, 当 $-4 < x < -1$ 时, 一次函数大于反比例函数的值.

(2) 把 $A\left(-4, \frac{1}{2}\right)$, $B(-1, 2)$ 代入 $y = kx + b$, 解得 $k = \frac{1}{2}$, $b = \frac{5}{2}$,

所以一次函数解析式 $y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$

把 $B(-1, 2)$ 代入 $y = \frac{m}{x}$, 得 $m = -2$,

(3) 设点 P 的坐标为 (m, n) ,

由 $\triangle PCA$ 和 $\triangle PDB$ 面积相等, 可列方程 $\frac{1}{2} \times AC \times |x_P - x_A| = \frac{1}{2} \times BD \times |y_B - y_P|$

即 $\frac{1}{4}(m+4) = \frac{1}{2}(2-n)$, 化简得 $m = -2n$,

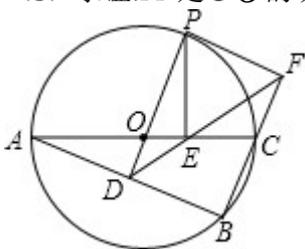
再把 $P(m, n)$ 代入 $y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$, 得 $n = \frac{1}{2}m + \frac{5}{2}$, 因此解得 $m = -\frac{5}{2}$, $n = \frac{5}{4}$

\therefore 点 P 的坐标为 $\left(-\frac{5}{2}, \frac{5}{4}\right)$

【易错点睛】 此类问题容易出错的地方是解决第 (3) 小题时建立方程时因为不能正确地确定坐标相减的顺序从而出错.

24. 如题 24 图, $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆, AC 是直径, 过点 O 作线段 $OD \perp AB$ 于点 D , 延长 DO 交 $\odot O$ 于点 P , 过点 P 作 $PE \perp AC$ 于点 E , 作射线 DE 交 BC 的延长线于 F 点, 连接 PF .

- (1) 若 $\angle POC = 60^\circ$, $AC = 12$, 求劣弧 PC 的长; (结果保留 π)
- (2) 求证: $OD = OE$;
- (3) 求证: PF 是 $\odot O$ 的切线.



【解答过程】 解: (1) 因为 $\angle POC = 60^\circ$, $AC = 12$, 所以劣弧 PC 的长 $l = \frac{60 \cdot \pi \cdot 6}{180} = 2\pi$

(2) 证明: 在 $\triangle AOD$ 和 $\triangle POE$ 中,

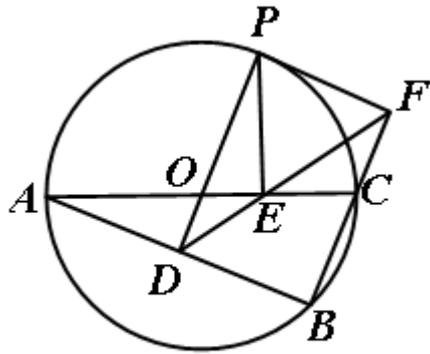
$OA = OP$, $\angle AOD = \angle POE$, $\angle ADO = \angle PEO$

所以 $\triangle AOD \cong \triangle POE$ (AAS)

所以 $OD = OE$

(3) 证明: $\because AC$ 为直径, $OD \perp AB$

$\therefore PD \parallel FB$, $\angle PDF = \angle BFD$ (两直线平行, 内错角相等)



题 24 图

又 (2) $\because \triangle AOD \cong \triangle POE$ (AAS)

$\therefore OD = OE, \angle ODE = \angle OED, \angle FEC = \angle OED$

即 $\angle FEC = \angle BFD$

$\therefore CE = CF$

$\therefore PD = PO + OD$

$FB = BC + FC = 2OD + CE = OD + OC, OC = OP$ (半径相等)

$\therefore PD = FB$

\therefore 四边形 PDBF 是平行四边形 (一组对平行且相等的四边形是平行四边形)

又 $\therefore \angle B = 90^\circ,$

\therefore 四边形 PDBF 是矩形

即 $\angle FPD = 90^\circ$

$PF \perp OP$

PF 过半径 OP 外端,

\therefore PF 是 $\odot O$ 的切线

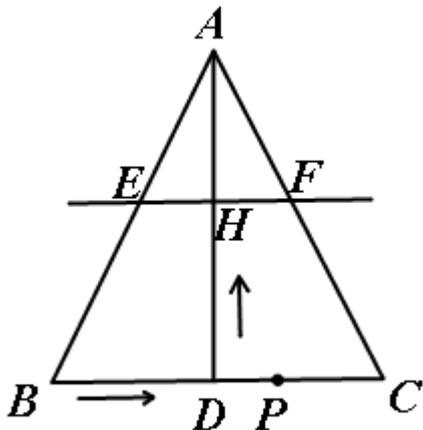
【易错点睛】此类问题容易出错的地方是解决第 (3) 小题时不能证明四边形 PDBF 是矩形从而无法解答该小题.

25. 如题 25-1 图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC, AD \perp BC$ 于点 D, $BC = 10\text{cm}, AD = 8\text{cm}$, 点 P 从点 B 出发, 在线段 BC 上以每秒 3cm 的速度向点 C 匀速运动, 与此同时, 垂直于 AD 的直线 m 从底边 BC 出发, 以每秒 2cm 的速度沿 DA 方向匀速平移, 分别交 AB、AC、AD 于点 E、F、H, 当点 P 到达点 C 时, 点 P 与直线 m 同时停止运动, 设运动时间为 t 秒 ($t > 0$).

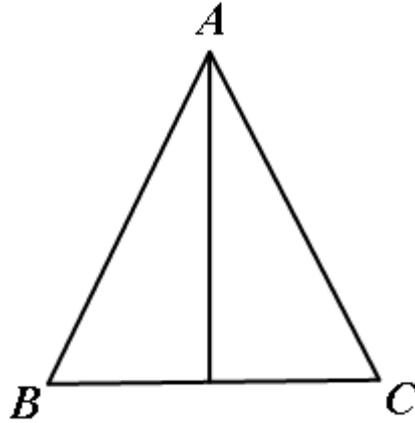
(1) 当 $t = 2$ 时, 连接 DE、DF, 求证: 四边形 AEDF 为菱形;

(2) 在整个运动过程中, 所形成的 $\triangle PEF$ 的面积存在最大值, 当 $\triangle PEF$ 的面积最大时, 求线段 BP 的长;

(3) 是否存在某一时刻 t , 使 $\triangle PEF$ 为直角三角形? 若存在, 请求出此刻 t 的值, 若不存在, 请说明理由.

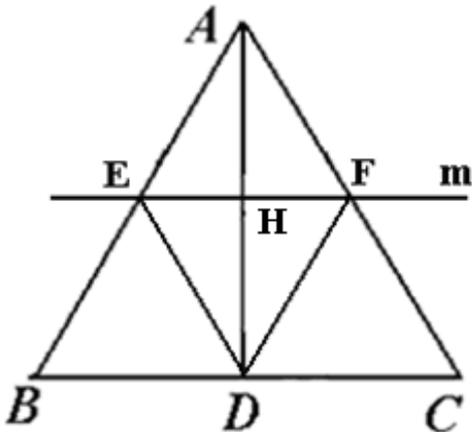


题25图



题25备用图

【答案】 (1) 连接DE、DF, 当 $t=2$ 时, H正好是AD的中点,



题25答案图1

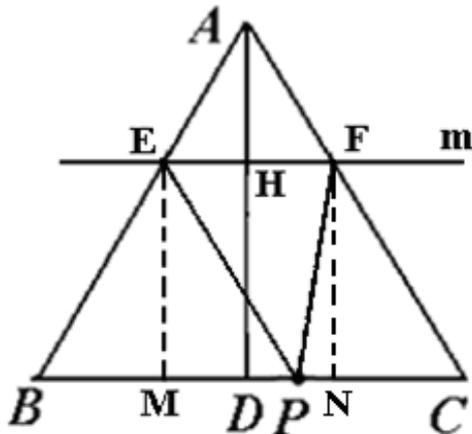
$\therefore EF$ 垂直平分 AD , 即 $EA=ED, FA=FD$

又 $\because EF$ 平行于 BC , 由等腰三角形性质, 得 $AE=AF$

即 $AE=ED=DF=AF$,

\therefore 四边形 $AEDF$ 为菱形

(2) 过 E, F 分别作 $EM \perp BC$ 和 $FN \perp BC$



题25答案图2

可证 $\triangle BEM \cong \triangle CFN$, $BM=CN$

$$\therefore \tan B = \frac{AD}{BD} = \frac{8}{5}, \quad EM=DH=2t$$

$$\therefore EF=BC-2BM=10-2 \times \frac{5}{4}t = 10 - \frac{5}{2}t$$

$$\therefore S_{\triangle PEF} = \frac{1}{2} \times EF \times HD = \frac{1}{2} \times \left(10 - \frac{5}{2}t\right) \times 2t = -\frac{5}{2}t^2 + 10t$$

当 $t = -\frac{b}{2a} = 2$ 时, 面积有最大,

此时, $BP=3 \times 2=6$.

(3) 答: 存在某一时刻 t , 使 $\triangle PEF$ 为直角三角形。

分以下三种情况:

① 当 $PE \perp EF$ 时, 如图 3

$\because EF \parallel BC \quad \therefore PE \perp BC$

即 $BP=3t \quad EP=2t$

在 $Rt\triangle BPE$ 中, $\tan B = \frac{EP}{BP} \quad \therefore \frac{8}{5} = \frac{2t}{3t}$

此时, t 无解。即不存在 P 点, 使得 $PE \perp EF$ 。

② 当 $PF \perp PE$ 时, 如图 4

$\angle FPE=90^\circ$

此时, 过 E 、 F 两点作 $EM \perp BC$, $FN \perp BC$

显然, $Rt\triangle EMP \sim Rt\triangle PNF \quad Rt\triangle EMB \cong Rt\triangle CNF$

即 $\frac{EM}{MP} = \frac{PN}{FN} \quad BM=NC$

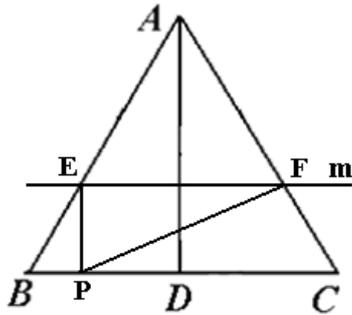
$EM=FN=2t \quad \tan B = \frac{8}{5} = \frac{2t}{BM}$

$BP=3t \quad BM=NC = \frac{5}{4}t$, 即 $MP=3t - \frac{5}{4}t = \frac{7}{4}t$

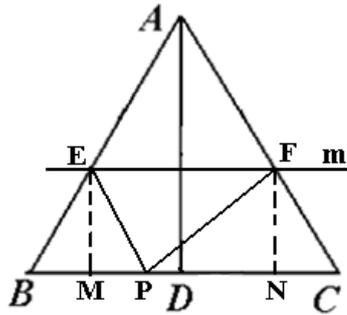
$PN=BC-BP-NC=10-3t - \frac{5}{4}t = 10 - \frac{17}{4}t$

代入比例式: $\frac{EM}{MP} = \frac{PN}{FN}$, $\frac{2t}{\frac{7}{4}t} = \frac{10 - \frac{17}{4}t}{2t}$

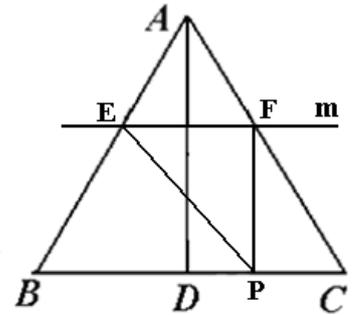
解得 $t = \frac{280}{183}$ 。



题25答案图3



题25答案图4



题25答案图5

存在 t , 此时 $t = \frac{280}{183}$

③ 当 $PF \perp EF$ 时, 如图 5

$\because EF \parallel BC \therefore PF \perp BC$

即 $BP = 3t \quad FP = 2t$

即 $PC = BC - BP = 10 - 3t$

在 $Rt\triangle CPF$ 中, $\tan C = \tan B = \frac{FP}{PC}$

$$\therefore \frac{8}{5} = \frac{2t}{10 - 3t}$$

$$\therefore t = \frac{40}{17}$$

存在 t , 此时 $t = \frac{40}{17}$

综上所述, 存在某一时刻 t , $t_1 = \frac{40}{17}$ 或 $t_2 = \frac{280}{183}$ 使 $\triangle PEF$ 为直角三角形

【易错点睛】 此类问题容易出错的地方是分类讨论时漏掉某种情况.