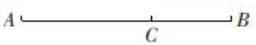


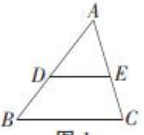
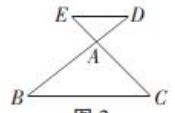
1 考点攻关

考点攻关

考点一 比例线段、黄金分割

比例 线段	四条线段 a, b, c, d 中, 如果 a 与 b 的比等于 c 与 d 的比, 即 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, 那么这四条线段 a, b, c, d 叫做成比例线段, 简称比例线段
比例线段的性质	(1) 基本性质: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow ad = bc$; (2) 合比性质: 如果 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, 那么 $\frac{a \pm b}{b} = \frac{c \pm d}{d}$; (3) 等比性质: 如果 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \cdots = \frac{m}{n} (b + d + \cdots + n \neq 0)$, 那么 $\frac{a + c + \cdots + m}{b + d + \cdots + n} = \frac{a}{b}$
黄金分割	如图, 在线段 AB 上, 点 C 把线段 AB 分成两条线段 AC 和 BC ($AC > BC$), 如果 $\frac{AC}{AB} = \frac{BC}{AC}$, 那么称线段 AB 被点 C 黄金分割, 点 C 叫做线段 AB 的黄金分割点, AC 与 AB 的比叫做黄金比, 黄金比为 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ 

考点二 平行线分线段成比例

基本事实	两条直线被一组平行线所截, 所得的对应线段 <u>成比例</u>
推论	平行于三角形一边的直线截其他两边 (或两边的延长线), 所得的对应线段 <u>成比例</u>. 如图 1, 当 $DE \parallel BC$ 时, 有 $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$, $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$ 等; 如图 2, 当 $DE \parallel BC$ 时, 有 $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$   图 1 图 2

考点三 相似三角形的性质及判定

1. 相似三角形的性质

- (1) 相似三角形的 对应角 相等, 对应边成比例;
- (2) 相似三角形对应高的比、对应中线的比与对应角平分线的比都等于相似比;
- (3) 相似三角形周长的比等于 相似比, 面积的比等于 相似比的平方.

2. 相似三角形的判定

- (1) 平行于三角形一边的直线和其他两边 (或两边延长线) 相交, 所构成的三角形与原三角形相似;
- (2) 两角分别相等的两个三角形相似;
- (3) 两边成比例且 夹角 相等的两个三角形相似;
- (4) 三边成 比例 的两个三角形相似.

误区警示：如果题中只是说两个三角形相似，而未明确各顶点的对应关系，那么需分情况讨论。

3. 相似三角形的判定思路

思路

- 有平行截线→用平行线的性质找等角
- 有一对等角→找另一对等角或该角的两边对应成比例
- 有两组边对应成比例→找夹角相等或第三边 对应成比例
- 直角三角形→找一对锐角相等或任意两组边对应成比例
- 等腰三角形→找顶角相等或一对 底角 相等或底和腰对应成比例

考点 四 相似三角形的实际应用

1. 相似三角形的几种实际应用类型

(1) 测量高度：测量不能达到顶端的物体的高度，通常使用“在同一时刻物高与影长成比例”构造相似三角形求解。

(2) 测量距离：测量不能直接到达的两点间的距离，常构造相似三角形求解。

2. 运用相似三角形的判定条件和性质解决实际问题的一般步骤

- (1) 将实际问题转化为相似三角形问题。
- (2) 找出一对相似三角形。
- (3) 根据相似三角形的性质，表示出相应的量，列比例式求解。

考点 五 相似多边形

定义	两个边数相同的多边形，如果它们的角分别相等，边成比例，那么这两个多边形叫做相似多边形，相似多边形对应边的比叫做相似比
性质	(1) 相似多边形的对应角 <u>相等</u> ，对应边 <u>成比例</u> ； (2) 相似多边形的周长比等于 <u>相似比</u> ，面积比等于 <u>相似比的平方</u>

考点 六 图形的位似

1. 定义

如果两个图形不仅是相似图形，而且每组对应点所在的直线都经过同一个点，那么这样的两个图形叫做位似图形，这个点叫做位似中心。

2. 性质

(1) 位似图形上任意一对对应点到位似中心的距离之比等于相似比。

(2) 在平面直角坐标系中，如果位似变换是以原点为位似中心，相似比为 k ，那么位似图形对应点的坐标的比等于 k 或 $-k$ 。

3. 画位似图形的步骤

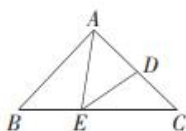
- (1) 确定位似 中心；
- (2) 连接图形各顶点与 位似中心 的线段(或延长)；
- (3) 按相似比进行取点；
- (4) 顺次连接各点，所得的图形就是所求图形。

2 中考演练

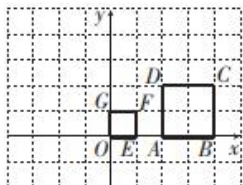
第27讲 图形的相似与位似

基础训练

- 如果两个相似三角形的周长比为1:4,那么它们的对应角平分线的比为 ()
A. 1:4 B. 1:2
C. 1:16 D. $1:\sqrt{2}$
- (2022·吉安县模拟)若 $\frac{x}{y}=10, \frac{y}{z}=5$,则 $\frac{x+y}{y+z}$ 的值为 ()
A. $\frac{55}{6}$ B. $\frac{66}{5}$ C. 5 D. 6
- 古希腊艺术家发现当人的头顶至肚脐的长度(上半身的长度)与肚脐至足底的长度(下半身的长度)的比值为“黄金分割数”时,人体的身材是最优美的.一位女士身高为154 cm,她上半身的长度为62 cm,为了使自己的身材显得更为优美,她计划选择一双合适的高跟鞋,使自己的下半身长度增加.你认为选择鞋跟高为多少厘米的高跟鞋最佳? ()
A. 4 cm B. 6 cm C. 8 cm D. 10 cm
- (2021·江西模拟)若 $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{f}=2$,且 $b+d+f=4$,则 $a+c+e=$ _____.
- (2022·南昌模拟)如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, D 在 AC 边上, E 是 BC 边上一点.若 $AB=6, AE=3\sqrt{2}, \angle AED=\angle B$,则 AD 的长为_____.

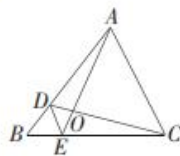


(第5题图)



(第6题图)

- (2022·河北模拟)如图,正方形 $OEFG$ 和正方形 $ABCD$ 是位似图形,且点 F 与点 C 是一对对应点,点 F 的坐标是(1,1),点 C 的坐标是(4,2),则它们的位似中心的坐标是_____.
- (2021·江西样卷)如图,在 $\triangle ABC$ 中, $DE\parallel AC, BE:CE=1:3, DC$ 与 AE 相交于点 O ,求 $S_{\triangle DOE}:S_{\triangle COA}$.



能力提升

- (创新考法)图1是装了液体的高脚杯示意图(数据如图),用去一部分液体后如图2所示,此时液面 AB 等于 ()

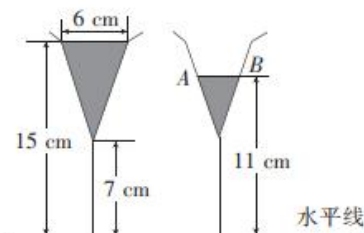
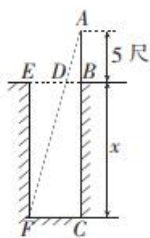


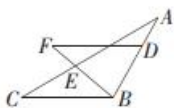
图1

图2

- A. 1 cm B. 2 cm C. 3 cm D. 4 cm
- (数学文化)(2021·江西模拟)《九章算术》是我国古代数学名著,书中有如下问题:“今有井径5尺,不知其深,立五尺木于井上,从木末望水岸,入径四寸.问井深几何?”意思是:如图,井径 $BE=5$ 尺,立木高 $AB=5$ 尺, $BD=4$ 寸 $=0.4$ 尺,则井深 x 为_____尺.



(第9题图)



(第10题图)

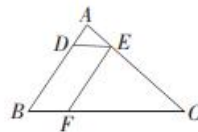
10. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = BC$, 点 D 在 AB 上, 且 $AD = \frac{1}{3}AB$, 点 E 在 AC 上, $CE:AE = 2:3$. 过点 D 作 $DF \parallel BC$ 交 BE 的延长线于点 F , 若 $BE = 4$, 则 EF 的长为 .

 创新拓展

11. (2022 · 浙江杭州) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D, E, F 分别在边 AB, AC, BC 上, 连接 DE, EF . 已知四边形 $BFED$ 是平行四边形, $\frac{DE}{BC} = \frac{1}{4}$.

(1) 若 $AB = 8$, 求线段 AD 的长;

- (2) 若 $\triangle ADE$ 的面积为 1, 求平行四边形 $BFED$ 的面积.



【参考答案】

第 27 讲 图形的相似与位似

1. A 2. A 3. C 4. 8 5. 3 6. $(-2, 0)$

7. 解: $\because DE \parallel AC$,

$$\therefore \triangle BED \sim \triangle BCA.$$

$$\therefore BE:BC = DE:AC = 1:4.$$

$$\because DE \parallel AC,$$

$$\therefore \triangle DOE \sim \triangle COA.$$

$$\therefore S_{\triangle ODE}:S_{\triangle OCA} = \left(\frac{DE}{AC}\right)^2 = 1:16.$$

8. C 9. 57.5 10. $\frac{8}{3}$

11. 解:(1) $\because$ 四边形 $BFED$ 是平行四边形,

$$\therefore DE \parallel BF.$$

$$\therefore DE \parallel BC.$$

$$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ABC.$$

$$\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC} = \frac{1}{4}.$$

$$\because AB = 8,$$

$$\therefore AD = 2.$$

$$(2) \because \triangle ADE \sim \triangle ABC,$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{DE}{BC}\right)^2 = \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{16}.$$

$$\because \triangle ADE \text{ 的面积为 } 1,$$

$$\therefore \triangle ABC \text{ 的面积为 } 16.$$

$$\because \text{四边形 } BFED \text{ 是平行四边形},$$

$$\therefore EF \parallel AB.$$

$$\therefore \triangle EFC \sim \triangle ABC.$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle EFC}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16}.$$

$$\therefore \triangle EFC \text{ 的面积为 } 9.$$

$$\therefore \text{平行四边形 } BFED \text{ 的面积} = 16 - 9 - 1 = 6.$$