

数学模拟卷(一)

说明:1. 全卷满分 120 分,考试时间 120 分钟.

2. 请将答案写在答题卷上,否则不给分.

一、选择题(本大题共 6 小题,每小题 3 分,共 18 分. 每小题只有一个正确选项)

1. 2 021 的相反数是()

A. -2 021

B. 2 021

C. $\frac{1}{2\ 021}$

D. $-\frac{1}{2\ 021}$

2. 计算 $a \div (-\frac{1}{a})$ 的结果是()

A. 1

B. -1

C. a^2

D. $-a^2$

3. 第七次全国人口普查工作中,我省 22 万多名普查员投身一线,开展人口普查工作. 22 万可用科学记数法表示为()

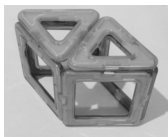
A. 2.2×10^4

B. 22×10^4

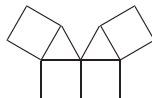
C. 2.2×10^5

D. 2.2×10^6

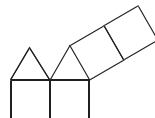
4. 如图,这是由边长相等的 4 块正方形磁力片和 2 块正三角形磁力片搭成的一个立体图形,将它展开后,不能得到的平面图形是()



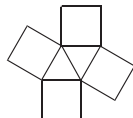
A



B



C



D

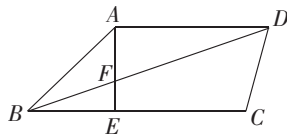
5. 如图,在四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $\angle ABC = 45^\circ$, $AE \perp BC$ 交 BC 于点 E , AE 与 DB 相交于点 F , 且 $AF = 2EF$, $AB = 2$, 则 AD 的长为()

A. 2

B. $2\sqrt{2}$

C. $\sqrt{2}$

D. 3



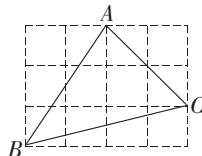
6. 已知顶点在格点上的三角形叫做格点三角形. 如图,格点 $\triangle ABC$ 在 3×4 的正方形网格中,则图中与 $\triangle ABC$ ($\triangle ABC$ 除外) 全等的格点三角形有()

A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个



二、填空题(本大题共 6 小题,每小题 3 分,共 18 分)

7. 函数 $y = \sqrt{\frac{1}{x-1}}$ 中,自变量 x 的取值范围是_____.

8. 计算: $(a+b)(a-b) + b^2 =$ _____.

9. 《九章算术》的第八章“方程”中有一题:今有甲、乙二人持钱不知其数. 甲得乙半而钱 50, 乙得甲太半而亦钱 50. 问甲、乙持钱各几何? 译文为: 今有甲、乙两人持钱不知多少. 如果甲得到乙所有钱的 $\frac{1}{2}$ 而有钱 50, 如果乙得到甲所有钱的 $\frac{2}{3}$ 而也有钱 50. 问: 甲、乙持钱各是多少? 设甲、乙分别持钱 x, y , 依据题意列出的方程组为_____.

10. 已知 x_1, x_2 是关于 x 的一元二次方程 $x^2 + kx + k = 1$ 的两个实数根, 且其中一个为 4, 则 $x_1x_2 - x_1 - x_2$ 的值为_____.

11. 如图, 这是一把常用的拖把, 拖面扫过的范围可以抽象成线段 AB 扫过的面积. 如图 2, 已知 $AB = 80$ cm, 手臂和拖把杆一起即 CD 的长为 16 dm, 点 C 为 AB 的中点, 则按图 2 所示弧形拖地, 拖面 AB 从 EF 到 GH 扫过的面积是_____ dm^2 .

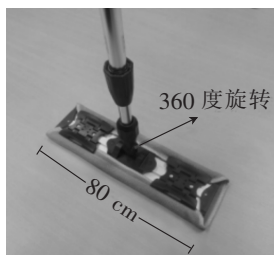


图 1

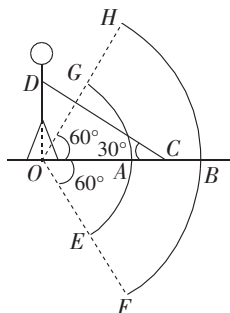
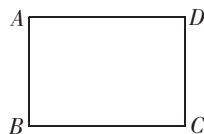


图 2

(第 11 题)



备用图

(第 12 题)

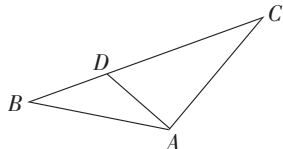
12. 如图, 已知矩形 $ABCD$, 且 $AB:BC = 0.6$, $AB = 6$. 矩形 $ABCD$ 内有一点 P , 若 $\triangle ABP$ 是底和腰之比也为 0.6 的等腰三角形, 则 $\triangle BCP$ 的面积为_____.

三、(本大题共 5 小题, 每小题 6 分, 共 30 分)

13. (本题共 2 小题, 每小题 3 分)

(1) 计算: $(-1)^{2021} + |1 - \sqrt{3}| + (-\sqrt{3})^2$.

- (2) 如图, 在等腰 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $BD = AD$, 且 $AD \perp AC$, 求 $\angle C$ 的度数.



14. 先化简, 再求值: $(a - \frac{1}{a}) \div (a + \frac{1}{a}) - 1$, 其中 $a = \sqrt{2021}$.

15. 数学选择题一般是单选题,即有 A,B,C,D 四个选项,其中只有一个是正确的. 某次数学考试中,选择题第 5 题小明在排除了一个错误答案 D 后,对于 A,B,C 选项无法确定哪个是正确答案,最后决定碰运气,自制了三个纸签,分别写上 A,B,C,准备抽到哪个就选哪个,假设正确答案为 A.

(1) 小明能一次就选到正确答案的概率是_____.

(2) 小明决定从三个签中抽一个后放回再抽一个,如果两次都抽到同一个字母,那么就选这个选项,请利用画树状图或列表的方法帮助小明求他一次试验(先抽一个后放回再抽一个)就可以抽到正确答案的概率. 如果你碰到这种情况该如何选择?

16. 如图,在正方形 $ABCD$ 中,点 E 是边 BC 的中点. 请仅用无刻度的直尺按要求作图.

(1) 在图 1 中作一个以 EC 为一边的平行四边形(非矩形);

(2) 在图 2 中作一条直线 MN ,使 $MN \parallel BC$.

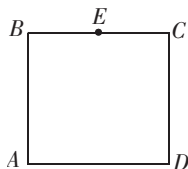


图 1

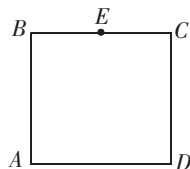


图 2

17. 某商场准备在五一期间推出购物让利活动. 通过试销某种商品发现,该商品定价为每件 16 元时,一天可卖出 120 件,获利 720 元;如果每件每降价 0.5 元,一天便可以多卖出 30 件.

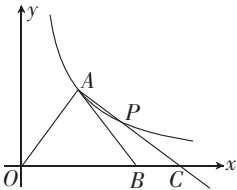
(1) 若该商品定价为每件 15 元,则销售该商品一天可获利_____元.

(2) 该商品每件定价多少元时,销售该商品一天获利最大? 最大利润为多少?

四、(本大题共 3 小题,每小题 8 分,共 24 分)

18. 如图,在等腰 $\triangle AOB$ 中, $AO=AB$,点 O 是平面直角坐标系的原点,顶点 A 在反比例函数 $y=\frac{k}{x}(x>0)$ 的图象上,已知 $OA=5,OB=6$.

- (1)求反比例函数的解析式;
- (2)过点 A 作 $AP\perp OA$,交反比例函数的图象于点 P ,交 x 轴于点 C ,求直线 AC 的解析式.



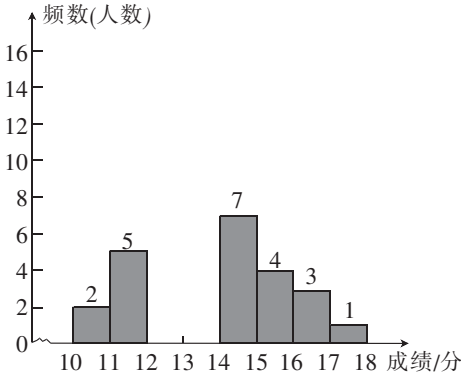
19. 某校为了更好地了解九年级学生的中考体育项目得分情况,进行了一次中考体育模拟考试. 现随机抽取了部分学生的“50 m 短跑”成绩,得分情况如下表(满分为 17.5 分):

分数	10.5	11	11.5	12	12.5	13	13.5	14	14.5	15	15.5	16	16.5	17	17.5
人数	1	1	2	3	4	11	7	6	3	4	3	1	2	1	1

- (1)根据上表可知,所抽取的“50 m 短跑”成绩的众数是_____,中位数是_____.
- (2)为了进一步分析数据,现将上面数据整理成如下不完整的统计表和频数分布直方图.

分数	$10\leq x\leq 11$	$11<x\leq 12$	$12<x\leq 13$	$13<x\leq 14$	$14<x\leq 15$	$15<x\leq 16$	$16<x\leq 17$	$17<x\leq 18$
人数	2	5	m	n	7	4	3	1

- ①填空: $m=$ _____, $n=$ _____;
- ②补全频数分布直方图.
- (3)若该校九年级有 900 名学生,请估计这次模拟考试中该项成绩优秀(14 分及以上)的学生人数.
- (4)根据以上数据分析,你对该校九年级学生的“50 m 短跑”训练有何看法和建议?



20. 某景区草地上竖立着一个如图 1 所示的几何体, 现将其抽象成如图 2 所示的图形. 经测量, 矩形 $ABCD$ 和矩形 $EFGH$ 全等, $AB = 2$ m, $BC = 1$ m, $FM = GN = 20$ cm. 经景区工作人员介绍, 为了视觉美观, 当时将矩形 $ABCD$ 绕点 C 旋转了一个角度并始终保持点 C 在 FG 上滑动, 点 H 也在 AD 上滑动.

(1) 若 $\angle COG = 30^\circ$, 求点 A 到地面的距离;

(2) 若 $CG = 0.6$ m, 求出 $\angle COG$ 的度数.

(参考数据: $\sqrt{3} \approx 1.732$, $\sin 33.4^\circ \approx 0.550$, $\cos 33.4^\circ \approx 0.835$, $\tan 33.4^\circ \approx 0.659$, $\sin 16.7^\circ \approx 0.287$, $\cos 16.7^\circ \approx 0.958$, $\tan 16.7^\circ \approx 0.300$, 最后结果精确到 0.1)



图 1

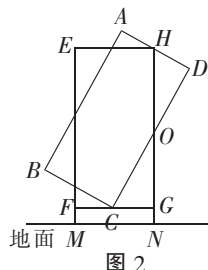


图 2

五、(本大题共 2 小题, 每小题 9 分, 共 18 分)

21. 如图 1, $\angle AOB = 60^\circ$, 点 C, D 分别是射线 OA, OB 上的动点, 连接 CD , 半径为 1 的 $\odot O$ 分别交 OA, OB 于点 E, F .

(1) 若线段 CD 与 $\odot O$ 相切于点 E , 则 $CD =$ _____; 若 $\triangle OCD$ 是等边三角形且与 $\odot O$ 相切, 则 $CD =$ _____; 若线段 CD 与 $\odot O$ 相切于点 P , 且点 P 在劣弧 EF 上, 则切线长 PD 的最大值为 _____.

(2) 若 $OC = OD = 2$, 将射线 OB 绕点 O 逆时针旋转 (旋转角小于 180°).

① 当旋转角为多少度时, CD 与 $\odot O$ 相切?

② 设线段 CD 与 $\odot O$ 交于 M, N 两点, 如果点 M, N 是线段 CD 的三等分点, 如图 2, 求线段 CD 的长.

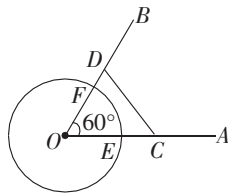


图 1

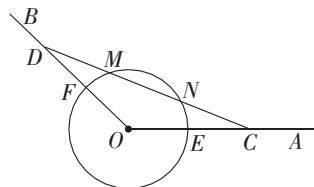
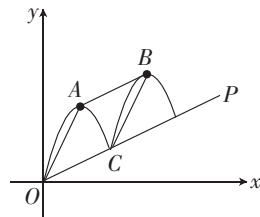


图 2

22. 爬山是小丽最喜欢的运动,因为沿路都有心旷神怡的景色. 今天小丽又去爬山,突然发现经常爬的山侧面很好看,像数学中的抛物线,这激起了她强烈的好奇心. 她将两座连起来且形状一样的山峰抽象成一个如图所示的模型,斜坡 OP 是上山的路,经测量,它的坡度是 0.5,设第一座山峰顶点 A 的坐标为 $(2,4)$.

- (1) 求射线 OP 的解析式和第一座山峰形成的抛物线的解析式 y_1 ;
- (2) 小丽发现,第二座山峰形成的抛物线可以看成由第一座山峰形成的抛物线沿着射线 OP 平移得到,此时点 O 恰好平移到点 C ,求第二座山峰形成的抛物线的解析式 y_2 ;
- (3) 连接 OA, AB, BC , 求四边形 $OABC$ 的面积.



六、(本大题共 12 分)

23. 小明带领的数学兴趣小组在学完了有关黄金比的知识后,都对“黄金三角形”(顶角为 36° 的等腰三角形)非常感兴趣,课后整理并巩固了知识,然后进行了探究拓展. 其过程如下:

知识巩固

- (1) 如图 1, 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中, $AB = AC$, $DE = DF$, $\angle A = \angle D = 36^\circ$. 求证: $\triangle ABC \sim \triangle DEF$.

操作探究

- (2) 将 $\triangle ABC$ 移动到 $\triangle DEF$ 内,使得点 C 和点 E 重合, AC 落在 EF 上,如图 2 所示.

- ① 如果 $AC = EF$, 求 $BC:EF$ 的值;
得出结论:“黄金三角形”的底边长与腰长之比为_____.
- ② 如果 $AC = nEF$, 求 $BC:DE$ 的值(用含 n 的式子表示).

拓展应用

- (3) 如图 3, 在四边形 $ABCD$ 中, $\angle A = 144^\circ$, $\angle D = 108^\circ$, $\angle B + \angle D = 180^\circ$, $AB = 2$, $AD = 4$, 求 BC, CD 的长.

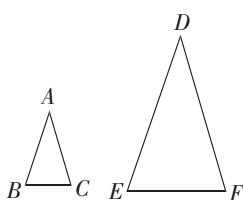


图 1

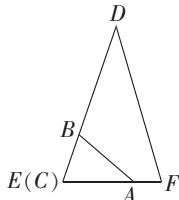


图 2

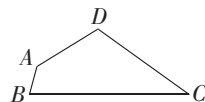


图 3