

江西省 2024 年初中学业水平考试

数学模拟卷(一)

说明:1. 全卷满分 120 分,考试时间 120 分钟.

2. 请将答案写在答题卡上,否则不给分.

一、选择题(本大题共 6 小题,每小题 3 分,共 18 分. 每小题只有一个正确选项)

1. 下列各数中,为负数的是

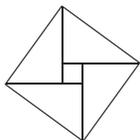
A. $|-5|$

B. $-(-3)$

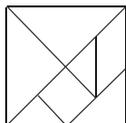
C. 0

D. -3

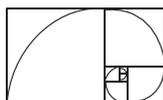
2. 下列四个图案中是轴对称图形的是



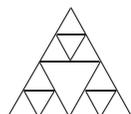
A



B



C



D

3. 今年前 2 个月,江西进出口总值 670.5 亿元. 670.5 亿可用科学记数法表示为

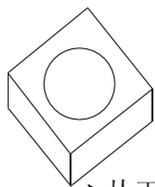
A. 0.6705×10^{11}

B. 6.705×10^{11}

C. 6.705×10^{10}

D. 67.05×10^{10}

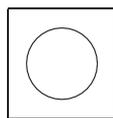
4. 砚台与笔、墨、纸是中国传统的文房四宝,是中国书法的必备用具. 下图是一方寓意“规矩方圆”的砚台,它的俯视图是



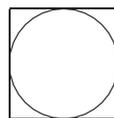
从正面看



A



B



C



D

5. 下列运算中正确的是

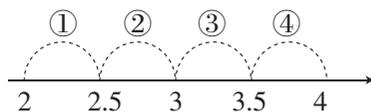
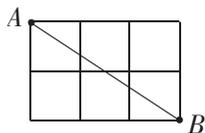
A. $(a^5)^2 = a^{10}$

B. $a^8 \div a^2 = a^4$

C. $(a-1)^2 = a^2 - 1$

D. $\sqrt{(-2)^2} = -2$

6. 如图,在由边长为 1 的小正方形组成的网格中,有格点 A, B, 则线段 AB 的长度在数轴上对应的点位于数轴上的



A. ①段

B. ②段

C. ③段

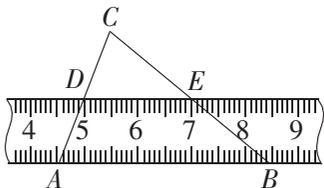
D. ④段

二、填空题(本大题共6小题,每小题3分,共18分)

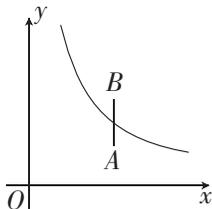
7. 因式分解: $t^3 - 4t =$ _____.

8. 在整数 20240618 中,数字“0”出现的频率是_____.

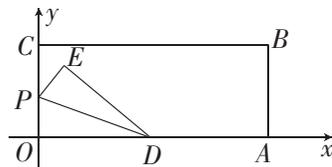
9. 将一把直尺与 $\triangle ABC$ 按如图所示的方式摆放, AB 与直尺的一边重合, AC,BC 分别与直尺的另一边交于点 D,E .若点 A,B,D,E 分别与直尺上的刻度4.5,8.5,5,7对应,直尺的宽为1 cm,则点 C 到边 AB 的距离为_____cm.



(第9题)



(第11题)



(第12题)

10. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 3cx - c + 1 = 0$ 的两个实数根为 x_1, x_2 ,若 $x_1x_2 = 2$,则 $x_1 + x_2$ 的值为_____.

11. 如图,已知点 $A(2,1), B(2,2)$,若反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图象与线段 AB 相交,则 k 的值可能为_____.(写出一个即可)

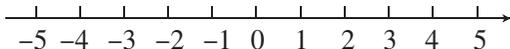
12. 如图,在平面直角坐标系中,已知矩形 $OABC$ 的顶点 $A(20,0), C(0,8), D$ 为 OA 的中点,点 P 为矩形 $OABC$ 边上任意一点,将 $\triangle ODP$ 沿 DP 折叠得 $\triangle EDP$.若点 E 在矩形 $OABC$ 的边上,则点 E 的坐标为_____.

三、(本大题共5小题,每小题6分,共30分)

13. (1) 计算: $\tan 45^\circ - \sqrt{9} + (\frac{1}{3})^{-1}$.

(2) 化简: $(1 - \frac{1}{a}) \div \frac{a^2 - 2a + 1}{2a - 2}$.

14. 解不等式组
$$\begin{cases} 2x + 1 \geq 3(x - 1), \\ x + \frac{x + 7}{3} > 1, \end{cases}$$
 并将其解集在数轴上表示出来.



15. 2024年春晚,魔术师表演了一个与纸牌相关的魔术,让人大开眼界.春晚结束后,龙龙和春春玩抽扑克牌游戏,如图,他们拿出四张大小、形状和背面完全相同的扑克牌(扑克牌A当作数字1),背面朝上洗匀后放在桌面上.

(1) 若春春从中随机抽出一张牌,则抽到的这张牌的花色是_____的可能

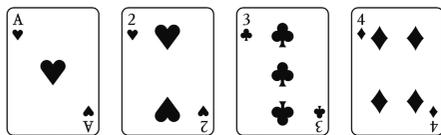
性最大;

A. 红心(♥)

B. 梅花(♣)

C. 方块(♦)

- (2) 若龙龙随机抽取一张(不放回),记下牌面上的数字,接着春春再从剩下的扑克牌中随机抽取一张,记下牌面上的数字,请用画树状图或列表的方法求他们抽到的两张扑克牌牌面上的数字之和恰好是偶数的概率.



16. 解方程组 $\begin{cases} x + 3y = 4, & \text{①} \\ 2x - y = 1, & \text{②} \end{cases}$ 下面是两位同学的解答过程:

甲同学:

解:把方程 $2x - y = 1$ 变形为 $y = 2x - 1$ ③,再将③代入方程①,得 $x + 3(2x - 1) = 4 \dots\dots$

乙同学:

解:将方程 $2x - y = 1$ 的两边同乘 3,得 $6x - 3y = 3$ ③,再将① + ③,得到 $(x + 3y) + (6x - 3y) = 4 + 3 \dots\dots$

- (1) 甲同学运用的方法是_____,乙同学运用的方法是_____. (填序号)

①代入消元法;

②加减消元法.

- (2) 请选择一种解法,写出完整的解答过程.

17. 如图,已知矩形 $ABCD$,请仅用无刻度的直尺画出下列图中的圆心 O (保留作图痕迹).

- (1) 如图 1,矩形 $ABCD$ 的四个顶点都在圆上;

- (2) 如图 2,矩形 $ABCD$ 的顶点 A 在圆上,顶点 B, C, D 在圆内.

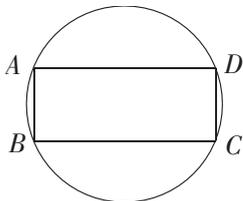


图 1

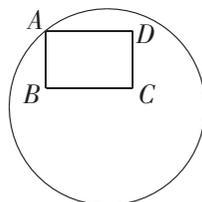


图 2

四、(本大题共 3 小题,每小题 8 分,共 24 分)

18. 近年来,由于 ChatGPT 的横空出世,大语言模型成为人工智能领域的热门话题. 有关人员开展了 A,B 两款 AI 聊天机器人的使用满意度评分测验,并从中各随机抽取 20 份,对数据进行整理、描述和分析(评分分数用 x 表示,分为四个等级:不满意 $x < 70$,比较满意 $70 \leq x < 80$,满意 $80 \leq x < 90$,非常满意 $90 \leq x \leq 100$).

下面给出了部分信息:

抽取的对 A 款 AI 聊天机器人的评分数据中“满意”的数据如下:

84,86,86,87,88,89.

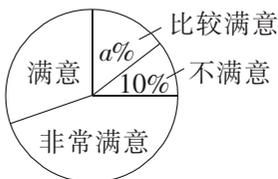
抽取的对 B 款 AI 聊天机器人的评分数据如下:

66,68,69,81,84,85,86,87,87,87,88,89,95,97,98,98,98,98,99,100.

抽取的对 A,B 款 AI 聊天机器人的评分统计表

机器人	平均数	中位数	众数	“非常满意”所占百分比
A	88	b	96	45%
B	88	87.5	c	40%

抽取的对 A 款 AI 聊天机器人的评分扇形图



根据以上信息,解答下列问题:

(1) 上述图表中 $a =$ _____, $b =$ _____, $c =$ _____.

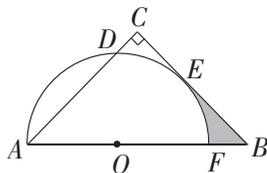
(2) 根据以上信息,你认为哪款 AI 聊天机器人更受用户喜爱? 请说明理由(写出一条理由即可).

(3) 在此次测验中,有 250 人对 A 款 AI 聊天机器人进行评分,有 300 人对 B 款 AI 聊天机器人进行评分,请估计此次测验中对 AI 聊天机器人不满意的人数.

19. 如图,在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = BC$,点 O 在 AB 上,以 O 为圆心, OA 长为半径的半圆分别交 AC,BC,AB 于点 D,E,F ,且 E 是 \widehat{DF} 的中点.

(1) 求证: BC 是 $\odot O$ 的切线.

(2) 若 $CE = 1$,求图中阴影部分的面积(结果保留 π).



20. 如图 1, 这是一个自动伸缩晾衣架的实物图, 图 2 是它的支架左侧平面示意图, 当 C, D 在上滑槽 MN 上左右滑动时, A, B 同时在与 MN 平行的下滑槽 EF 上滑动, 带动整个支架改变菱形内角的度数, 从而调节支架的高度, 图 2 中 $PA = PB = OC = OD = 15$ cm, 中间 7 个菱形的边长均为 15 cm.

- (1) 当 $\angle APB$ 调节至 120° 时, 求两滑槽间的距离(即 MN 与 EF 之间的距离).
 (2) 根据生活经验, 当一个身高 160 cm 的人的头顶与下滑槽 EF 的距离不超过 30 cm 时, 晒衣服比较方便. 若上滑槽 MN 距离地面 270 cm, 要保证晾晒方便, $\angle ABP$ 至少应调整到多少度?

(参考数据: $\sin 19.5^\circ \approx 0.33, \cos 70.5^\circ \approx 0.33, \tan 70.5^\circ \approx 2.82$)



图 1

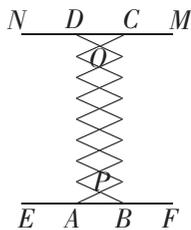


图 2

五、(本大题共 2 小题, 每小题 9 分, 共 18 分)

21. 如图 1, 实验课上, 小明同学设计了一个探究杠杆平衡条件的实验: 在天平的固定托盘 A 中放置一些大小不等的立方体, 在活动托盘 B 中放置一定质量的砝码, 使得天平平衡. 改变活动托盘 B 与点 O 的距离 x (cm), 观察活动托盘 B 中砝码的质量 y (g) 的变化情况. 实验数据记录如下表:

x/cm	10	15	20	25	30
y/g	30	20	15	12	10

- (1) 把表中 x, y 的各组对应值作为点的坐标, 如 $(10, 30), (15, 20)$, 在图 2 的坐标系中描出相应的点, 并用平滑的曲线顺次连接这些点;
 (2) 观察所画的图象, 猜测 y 与 x 之间的函数关系, 并求出函数关系式;
 (3) 当砝码的质量为 16 g 时, 活动托盘 B 与点 O 的距离是多少?

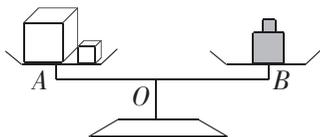


图 1

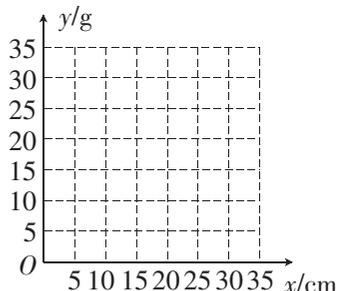


图 2

22. 初步探究

(1) 如图 1, 在四边形 $ABCD$ 中, AC, BD 相交于点 $O, AC \perp BD$, 且 $S_{\triangle ABD} = S_{\triangle CBD}$, 则 OA 与 OC 的数量关系为_____.

迁移探究

(2) 如图 2, 在四边形 $ABCD$ 中, AC, BD 相交于点 $O, S_{\triangle ABD} = S_{\triangle CBD}$, (1) 中 OA 与 OC 的数量关系还成立吗? 如果成立, 请说明理由.

拓展探究

(3) 如图 3, 在四边形 $ABCD$ 中, AC, BD 相交于点 $O, \angle BAD + \angle BCD = 180^\circ, S_{\triangle ABD} = S_{\triangle CBD}$, 且 $OB = 3OD = 3$, 求 AC 的长.

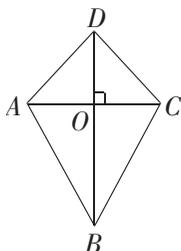


图 1

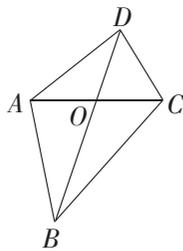


图 2

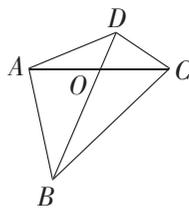


图 3

六、(本大题共 12 分)

23. 已知一次函数 $y = -\frac{1}{2}x + m^2 + 1$ 与二次函数 $y = -(x - m)^2 + m^2 + 1$ (m 为常数) 的图象在同一平面直角坐标系中.

(1) 当 $m = 0$ 时, 求两个函数图象的交点坐标.

(2) 如果两个函数图象没有交点, 求 m 的取值范围.

(3) 如图, 当 $m = -1$ 时, 点 P 和点 Q 分别是两个函数图象上的任意一点.

① 当 $PQ \parallel y$ 轴时, 求 PQ 的最小值;

② 当 $PQ \parallel x$ 轴时, 求 PQ 的最小值.

