

江西省 2024 年初中学业水平考试

数学模拟卷(二)参考答案

1. D 2. A 3. C 4. B 5. D

6. A [提示] 由函数图象知: 当 $x = 0$,

即点 P 在点 B 处时, $BA - BE = 1$.

易得 $PA - PE \leq AE$.

$\therefore y$ 的最大值为 AE 的长. $\therefore AE = 5$.

在 $\text{Rt}\triangle ABE$ 中, 由勾股定理得:

$$BA^2 + BE^2 = AE^2 = 25.$$

设 BE 的长度为 t , 则 $AB = t + 1$,

$$\therefore (t + 1)^2 + t^2 = 25, \text{ 即 } t^2 + t - 12 = 0.$$

解得 $t = 3$ 或 $t = -4$.

$\because t > 0, \therefore t = 3. \therefore BE = 3$.

$\because E$ 为 BC 的中点, $\therefore BC = 6$.

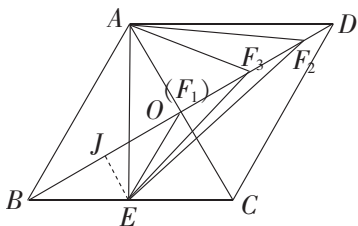
7. +5 8. 2.26×10^5

9. $10^2 + (3t)^2 = (7t - 10)^2$ 10. 50°

11. $(12 - 4\sqrt{5})$

12. 3, $3 - \sqrt{6}$ 或 $\frac{9}{2} - \frac{\sqrt{33}}{2}$

[提示] 如图.



$\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形, $\therefore AB = BC$

$$= CD = AD = 2\sqrt{3}, \angle ABC = \angle ADC$$

$$= 60^\circ, AC \perp BD, OB = OD, OA = OC.$$

$\therefore \triangle ABC$ 是等边三角形.

$\because E$ 是 BC 的中点, $\therefore AE \perp CB$.

$$\therefore OE = OA = OC, AE = \sqrt{3}BE = 3.$$

$\therefore$ 当点 F_1 与点 O 重合时, $\triangle AEF_1$ 是等腰三角形, 此时 $DF = OB = AE = 3$.

当 $AE = AF_2 = 3$ 时, $OF_2 =$

$$\sqrt{AF_2^2 - OA^2} = \sqrt{3^2 - (\sqrt{3})^2} = \sqrt{6},$$

$$\therefore DF_2 = OD - OF_2 = 3 - \sqrt{6}.$$

当 $AE = EF_3 = 3$ 时, 过点 E 作 $EJ \perp OB$ 于点 J .

$$\therefore BE = \sqrt{3}, \angle EBJ = 30^\circ,$$

$$\therefore EJ = \frac{1}{2}BE = \frac{\sqrt{3}}{2}. \therefore BJ = \sqrt{3}EJ =$$

$$\frac{3}{2}. \therefore OJ = 3 - \frac{3}{2} = \frac{3}{2}.$$

$$\therefore JF_3 = \sqrt{EF_3^2 - EJ^2}$$

$$= \sqrt{3^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{33}}{2},$$

$$\therefore OF_3 = \frac{\sqrt{33}}{2} - \frac{3}{2}.$$

$$\therefore DF_3 = 3 - \left(\frac{\sqrt{33}}{2} - \frac{3}{2}\right) = \frac{9}{2} -$$

$$\frac{\sqrt{33}}{2}.$$

综上所述, DF 的长为 $3, 3 - \sqrt{6}$ 或 $\frac{9}{2}$

$$-\frac{\sqrt{33}}{2}.$$

13. (1) 解: 原式 $= -1 - \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} + 1$
 $\cdots\cdots 2$ 分
 $= -1.$ $\cdots\cdots 3$ 分

(2) 证明: $\because \angle BAC = 90^\circ, AB = AC,$
 $\therefore \angle B = \angle C = 45^\circ.$
 $\because \angle AEC = \angle B + \angle BAE,$ 即 $\angle AED$
 $+ \angle CED = \angle B + \angle BAE,$
 $\angle AED = 45^\circ, \therefore \angle BAE = \angle CED.$
 $\cdots\cdots 2$ 分
 $\therefore \triangle ABE \sim \triangle ECD.$ $\cdots\cdots 3$ 分

14. 解: $\begin{cases} 2x \geq 5x - 3, & \text{①} \\ \frac{4x + 2}{3} > x. & \text{②} \end{cases}$

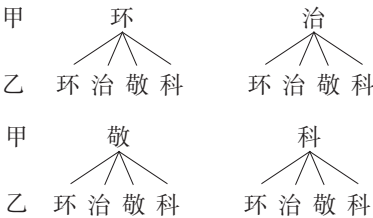
由①得 $x \leq 1.$ $\cdots\cdots 1$ 分
 由②得 $x > -2.$ $\cdots\cdots 2$ 分
 $\therefore -2 < x \leq 1.$ $\cdots\cdots 4$ 分
 $\therefore$ 该不等式组所有的整数解为 $-1,$
 $0, 1.$ $\cdots\cdots 6$ 分

15. 解: $(\frac{2}{x-2} - \frac{2x}{x^2-4}) \div \frac{2x-4}{x^2-4x+4}$
 $= \frac{2(x+2) - 2x}{(x+2)(x-2)} \cdot \frac{(x-2)^2}{2(x-2)}$
 $\cdots\cdots 2$ 分
 $= \frac{2}{x+2}.$ $\cdots\cdots 4$ 分

$\because x \neq 2, -2,$
 $\therefore x = 0.$ $\cdots\cdots 5$ 分
 $\therefore$ 原式 $= \frac{2}{0+2} = \frac{2}{2} = 1.$ $\cdots\cdots 6$ 分

16. 解: (1) $\frac{1}{4}$ $\cdots\cdots 2$ 分

(2) 方法一: 根据题意, 画树状图如下:



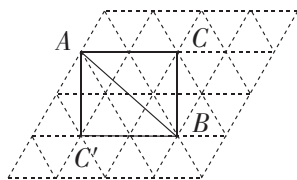
$\cdots\cdots 4$ 分
 共有 16 种等可能的结果, 其中甲、乙两名教师被分配到同一支志愿服务队的情况有 4 种,
 故所求概率 $P = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}.$ $\cdots\cdots 6$ 分

方法二: 根据题意, 列表如下.

	环	治	敬	科
环	(环, 环)	(治, 环)	(敬, 环)	(科, 环)
治	(环, 治)	(治, 治)	(敬, 治)	(科, 治)
敬	(环, 敬)	(治, 敬)	(敬, 敬)	(科, 敬)
科	(环, 科)	(治, 科)	(敬, 科)	(科, 科)

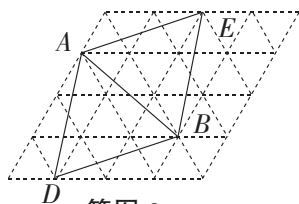
$\cdots\cdots 4$ 分
 共有 16 种等可能的结果, 其中甲、乙两名教师被分配到同一支志愿服务队的情况有 4 种,
 故所求概率 $P = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}.$ $\cdots\cdots 6$ 分

17. 解: (1) 如答图 1, $\text{Rt} \triangle ABC$ 和 $\text{Rt} \triangle ABC'$ 即为所求;3 分



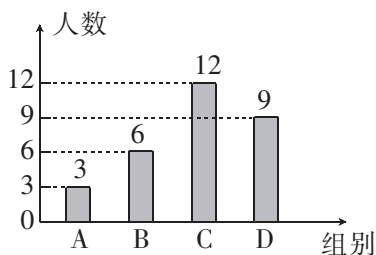
答图 1

- (2) 如答图 2, 菱形 $ADBE$ 即为所求.6 分



答图 2

18. 解: (1) 45 202 分
补全的条形统计图如图所示.



- (2) 甲班 A, B 两组有 9 人, 乙班 A, B 两组也有 9 人, $\therefore 600 \times \frac{9+9}{30+30} = 180$.

因此, 估计寒假期间平均每日体育锻炼时长低于 40 min 的学生有 180 人.6 分

- (3) 甲班学生寒假期间体育锻炼情况较好.7 分

理由: 甲班抽取的学生寒假期间平均每日体育锻炼时长的平均数、中位数、众数、优秀率均大于乙班.

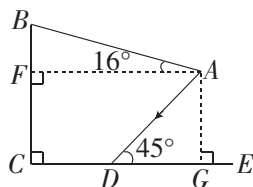
.....8 分

19. 解: (1) 如下图, 过点 A 作 $AF \perp BC$, 垂足为 F.

在 $\text{Rt} \triangle ABF$ 中, $AB = 5 \text{ m}$, $\angle BAF = 16^\circ$,

$$\therefore AF = AB \cdot \cos 16^\circ \approx 5 \times 0.96 = 4.8 (\text{m}).$$

$\therefore$ 点 A 到墙面 BC 的距离约为 4.8 m.3 分



- (2) 如上图, 过点 A 作 $AG \perp CE$, 垂足为 G.

由题意得 $AG = CF$, $AF = CG \approx 4.8 \text{ m}$.

$$\therefore CD = 1.8 \text{ m},$$

$$\therefore DG = CG - CD \approx 4.8 - 1.8 = 3 (\text{m}). \quad \text{.....4 分}$$

在 $\text{Rt} \triangle ADG$ 中, $\angle ADG = 45^\circ$,

$$\therefore AG = DG \approx 3 \text{ m}.$$

$$\therefore CF = AG \approx 3 \text{ m}. \quad \text{.....5 分}$$

在 $\text{Rt} \triangle ABF$ 中, $AB = 5 \text{ m}$, $\angle BAF = 16^\circ$,

$$\therefore BF = AB \cdot \sin 16^\circ \approx 5 \times 0.28 =$$

.....6 分

4. 4 (m).

4.4 m.8 分

-3) 在函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k > 0$) 的图象

上,

$$\therefore 6(-3-2n) = -3n. \text{ 解得 } n = -2.$$

$$\therefore A(6, 1), B(-2, -3), k = 6.$$

$$\therefore \text{反比例函数的表达式为 } y = \frac{6}{x}.$$

.....2 分

将 $(6,1), (-2,-3)$ 代入一次函数

$y = ax + b$ 中, 得

$$\begin{cases} 6a + b = 1, \\ -2a + b = -3. \end{cases} \quad \text{解得} \quad \begin{cases} a = \frac{1}{2}, \\ b = -2. \end{cases}$$

$\therefore$ 一次函数的表达式为 $y = \frac{1}{2}x - 2$.

.....5 分

(2) 对于直线 $y = \frac{1}{2}x - 2$, 令 $x = 0$,

得 $y = -2$.

∴ 点 C 的坐标为 $(0, -2)$.

$\therefore$ 点 D 是点 C 关于 x 轴的对称点,

$\therefore$ 点 D 的坐标为 $(0, 2)$. $\cdots\cdots 6$ 分

$$\therefore CD = 2 - (-2) = 4.$$

$$\therefore S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2}CD \cdot (x_A - x_B) = \frac{1}{2} \times 4$$

.....8 分

理由:如图,连接 OC .

$$\therefore OC = OB,$$

$$\therefore \angle OCB = \angle OBC.$$

$\therefore BC$ 平分 $\angle ABD$,

$$\therefore \angle OBC = \angle CBE.$$

$$\therefore \angle OCB = \angle CBE.$$

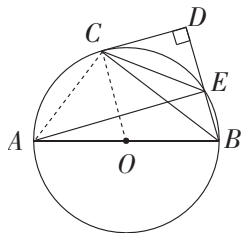
$$\therefore OC \parallel BD.$$

$$\therefore CD \perp BD,$$

$$\therefore CD \perp OC.$$

$\because OC$ 是半径,

$\therefore CD$ 是 $\odot O$ 的切线. $\cdots\cdots 4$ 分



(2) 在 $\text{Rt} \triangle BCD$ 中, 由 $CD = \sqrt{3}$, $BC = 2\sqrt{3}$, 可知 $CD = \frac{1}{2}BC$.

$$\therefore \angle CBD = 30^\circ.$$

由(1)知 $OC \parallel BD$, $\angle OBC = \angle CBD$,

$$\therefore \angle AOC = 2 \angle OBC = 60^\circ.$$

如图,连接 AC .

$\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径,

$$\therefore \angle ACB = 90^\circ.$$

在 $\text{Rt} \triangle ABC$ 中, 由 $\angle ABC = 30^\circ$, 可

知 $AC = \frac{1}{2}AB$.

由勾股定理,得 $AB^2 = AC^2 + BC^2$, 即

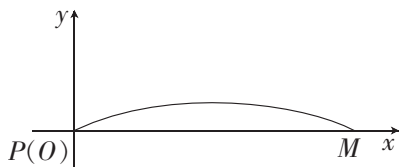
$$AB^2 = \left(\frac{1}{2}AB\right)^2 + (2\sqrt{3})^2.$$

解得 $AB = 4$ (负值舍去).

$$\therefore \widehat{AC} \text{ 的长} = \frac{60 \cdot \pi \times 2}{180} = \frac{2\pi}{3}.$$

……9 分

22. 解:(任务一)以点 O 为坐标原点,
 OM 方向为 x 轴正方向建立平面直角坐标系,



此时 $O(0,0)$, $M(2,0)$, 顶点坐标为 $(1,0.1)$.

设抛物线的表达式为 $y = a(x-1)^2 + 0.1$.

将 $(0,0)$ 代入表达式,得 $a + 0.1 = 0$. 解得 $a = -0.1$.

$\therefore$ 此时抛物线的表达式为 $y = -0.1(x-1)^2 + 0.1 = -0.1x^2 + 0.2x$.
……3 分

(任务二) $\because OP \leq 2.4$,

$\therefore$ 当 $OP = 2.4$ 时,浇灌的圆形区域面积最大,

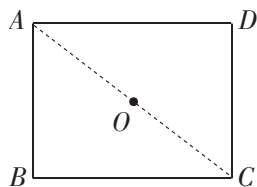
当 $OP = 2.4$ 时,即将抛物线 $y = -0.1x^2 + 0.2x$ 向上平移 2.4 个单位,平移后抛物线的表达式为 $y = -0.1x^2 + 0.2x + 2.4$.

令 $y = 0$, 则 $-0.1x^2 + 0.2x + 2.4 = 0$, 解得 $x_1 = 6, x_2 = -4$ (舍去).

$\therefore$ 此时浇灌的区域是以点 O 为圆心, 6 为半径的圆.

$\therefore$ 最大浇灌圆形区域的面积为 $36\pi \text{ m}^2$.
……6 分

(任务三)连接 AC , 如图所示:



$\therefore AB = 6 \text{ m}, BC = 8 \text{ m},$

$\therefore AC = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10 (\text{m}).$

$\therefore OA = 5 \text{ m}.$

$\therefore$ 要保证浇灌区域能完全覆盖矩形试验田,灌溉半径至少为 5 m.

设 $OP = h$, 此时抛物线的表达式为 $y = -0.1x^2 + 0.2x + h$.

将 $(5,0)$ 代入表达式,得 $-0.1 \times 25 + 0.2 \times 5 + h = 0$, 解得 $h = 1.5$.

$\therefore OP$ 至少需要调节到 1.5 m 高.

……9 分

23. 解:(1) 22.5°

……2 分

(2) 在正方形 $ABCD$ 中, $BC = AB = 2$,

$\therefore EC = AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 2\sqrt{2}.$

$\therefore BE = BC + EC = 2 + 2\sqrt{2}.$

由折叠知 $\angle BEA = \angle B'EA = 22.5^\circ$,
 $B'E = BE = 2 + 2\sqrt{2},$

$$\therefore \angle FEC = 45^\circ.$$

$$\therefore EF = \frac{EC}{\cos \angle FEC} = 4.$$

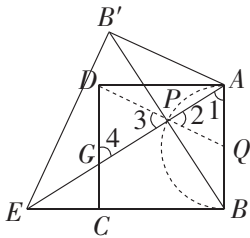
$$\therefore B'F = B'E - EF = 2 + 2\sqrt{2} - 4 = 2\sqrt{2} - 2. \quad \cdots\cdots 6 \text{ 分}$$

(3) 由折叠知 $B'B \perp AE$,

$$\therefore \angle APB = 90^\circ.$$

$\therefore$ 点 E 运动时, 点 P 在以 AB 为直径的圆上运动. $\cdots\cdots 7 \text{ 分}$

设 AB 的中点为 Q , 连接 DQ , 当点 P 在 DQ 上时, D, P 两点间的距离最短, 如图. $\cdots\cdots 8 \text{ 分}$



$$\text{易知 } DQ = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}, PQ = \frac{1}{2}AB$$

$$= 1.$$

$$\therefore DP = \sqrt{5} - 1. \quad \cdots\cdots 9 \text{ 分}$$

设 AE 交 CD 于点 G .

$$\therefore AQ = PQ, AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 2, \angle 1 = \angle 4.$$

$$\text{又} \because \angle 2 = \angle 3, \therefore \angle 3 = \angle 4.$$

$$\therefore DG = DP = \sqrt{5} - 1.$$

$$\therefore GC = 2 - (\sqrt{5} - 1) = 3 - \sqrt{5}.$$

$$\therefore AD \parallel BE,$$

$$\therefore \triangle ADG \sim \triangle ECG.$$

$$\therefore \frac{AD}{EC} = \frac{DG}{CG}, \text{ 即 } \frac{2}{EC} = \frac{\sqrt{5} - 1}{3 - \sqrt{5}}.$$

$$\therefore EC = \sqrt{5} - 1.$$

故当 EC 的长为 $\sqrt{5} - 1$ 时, D, P 两点间的距离最短, 最短距离为 $\sqrt{5} - 1$.

$\cdots\cdots 12 \text{ 分}$