

# 江西省 2021 年初中学业水平考试

## 数学模拟卷参考答案及评分意见

说明:

- 如果考生的解答与本参考答案不同,可根据试题的主要考查内容,参照评分标准制定相应的评分细则后评卷。
- 每题都要评阅到底,不要因为考生的解答中出现错误而中断对该题的评阅;当考生的解答在某一步出现错误,影响了后继部分时,若该步以后的解答未改变这一题的内容和难度,则可视影响的程度决定后面部分的给分,但不得超过后面部分应给分数的一半;若这一步以后的解答有较严重的错误,则不给分。
- 解答右端所注分数,表示考生正确做到这一步应得的累加分数。
- 只给整数分数。

### 数学模拟卷(三)

1. B 2. D 3. A 4. B 5. C 6. D

7.  $-\sqrt{3}$  8.  $8.4 \times 10^{-6}$  9. 3 10.  $(2, -1)$  11. 8

12.  $(0, \frac{3}{2})$ ,  $(2, 0)$  或  $(\frac{7}{8}, 0)$

13. (1) 解: 原式  $= 1 - 4 + 4 = 1$ . ..... 3 分

(2) 证明:  $\because CD = CB$ , 点 E 为 BD 的中点,  
 $\therefore \angle AEC = 90^\circ$ . ..... 1 分

又点 F 为 AC 的中点,  
 $\therefore EF = AF = CF$ . ..... 2 分

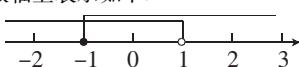
$\therefore \angle A = \angle AEF$ . ..... 3 分

14. 解: 由①得  $x < 1$ . ..... 2 分

由②得  $x \geq -1$ . ..... 4 分

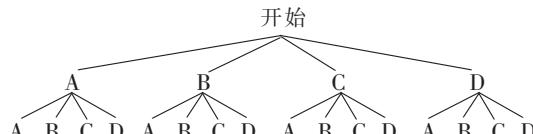
$\therefore$  不等式组的解集为  $-1 \leq x < 1$ . ..... 5 分

将解集在数轴上表示如下.



15. 解: (1)  $\frac{1}{4}$  ..... 2 分

(2) 根据题意画树状图如下:



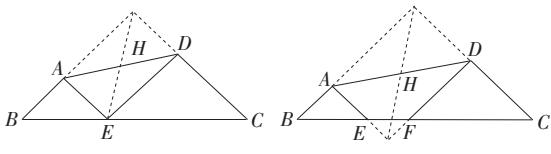
共有 16 种等可能的情况数, 其中他们抽中同一种类型篇目的有 4 种,

则他们抽中同一种类型篇目的概率是  $\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$ .

..... 6 分

16. 解: (1) 如答图 1, 点 H 即为所求. ..... 3 分

(2) 如答图 2, 点 H 即为所求. ..... 6 分



答图 1

答图 2

17. 解: (1)  $\because$  反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  ( $x > 0$ ) 的图象经过点  $A(3, 5)$ ,  $\therefore k = 3 \times 5 = 15$ . ..... 1 分

$\because$  四边形  $OABC$  是平行四边形,  $\therefore AM = MC$ .

$\therefore$  点 M 的纵坐标为  $\frac{5}{2}$ . ..... 2 分

$\because$  点 M 在反比例函数  $y = \frac{15}{x}$  的图象上,

$\therefore M(6, \frac{5}{2})$ . ..... 3 分

(2)  $AM = MC, A(3, 5), M(6, \frac{5}{2})$ ,  $\therefore C(9, 0)$ .

$\therefore S_{\square OABC} = 9 \times 5 = 45$ . ..... 4 分

$\because \triangle OCP$  的面积是  $\square OABC$  面积的 4 倍,

$\therefore S_{\triangle OCP} = \frac{1}{2} OC \cdot OP = 4 \times 45$ ,

即  $\frac{1}{2} \times 9 \cdot OP = 180$ ,  $\therefore OP = 40$ . ..... 5 分

$\therefore P(0, 40)$  或  $(0, -40)$ . ..... 6 分

18. 解: (1) 2 78.5 80 ..... 3 分

(2) 七年级的方差是

$$s_{\text{七年级}}^2 = \frac{1}{10} \times [(80 - 72)^2 + (80 - 84)^2 + (80 - 72)^2 + (80 - 91)^2 + (80 - 79)^2 + (80 - 69)^2 + (80 - 78)^2 + (80 - 85)^2 + (80 - 75)^2 + (80 - 95)^2] = 66.6,$$

因为  $s_{\text{七年级}}^2 > s_{\text{八年级}}^2$ , 所以估计八年级学生的测试成绩

更整齐.

.....6 分

$$(3) \frac{2}{10} \times 200 + \frac{1}{10} \times 200 = 60(\text{人}),$$

估计这两个年级测试成绩达到优秀的学生人数共有 60 人.

19. 解:(1) 设每个 B 类摊位的占地面积为  $x \text{ m}^2$ , 则每个 A 类摊位的占地面积为  $(x+2) \text{ m}^2$ .

$$\text{依题意得 } \frac{120}{x+2} = \frac{2}{3} \cdot \frac{120}{x}, \quad \dots\dots 2 \text{ 分}$$

解得  $x=4$ .

经检验,  $x=4$  是原方程的解, 且符合题意,

$$\therefore x+2=4+2=6. \quad \dots\dots 3 \text{ 分}$$

因此, 每个 A 类摊位的占地面积为  $6 \text{ m}^2$ , 每个 B 类摊位的占地面积为  $4 \text{ m}^2$ .  $\dots\dots 4 \text{ 分}$

(2) 设建 A 类摊位  $a$  个, 则建 B 类摊位  $(100-a)$  个, 建造这 100 个摊位所需的费用为  $y$  元.

$$\text{依题意得 } y = 6a \times 50 + 4(100-a) \times 40 = 140a + 16000. \quad \dots\dots 6 \text{ 分}$$

$\because 140 > 0$ ,  $\therefore y$  随  $a$  的增大而增大.

$$\text{由 } 100-a \leqslant 4a, \text{ 解得 } a \geqslant 20. \quad \dots\dots 7 \text{ 分}$$

$\therefore$  当  $a$  取 20 时, 费用最低, 最低费用为  $140 \times 20 + 16000 = 18800$  (元).  $\dots\dots 8 \text{ 分}$

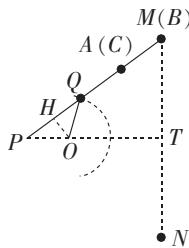
20. 解:(1) 如答图 1, 延长  $PO$  交  $MN$  于点  $T$ , 过点  $O$  作  $OH \perp PQ$  于点  $H$ . 由题意得  $OP=OQ=50 \text{ cm}$ ,  $PQ=PA-AQ=140-60=80(\text{cm})$ ,  $PM=PA+BC=140+60=200(\text{cm})$ ,  $PT \perp MN$ .

$$\therefore OH \perp PQ, \therefore PH=HQ=\frac{1}{2}PQ=40(\text{cm}).$$

$$\therefore \cos P = \frac{PH}{OP} = \frac{PT}{PM},$$

$$\therefore \frac{40}{50} = \frac{PT}{200}. \therefore PT=160(\text{cm}).$$

$\therefore$  点  $P$  到  $MN$  的距离为 160 cm.  $\dots\dots 4 \text{ 分}$



答图 1

(2) 如答图 2, 当  $P, O, A$  在同一直线上时, 过点  $Q$  作  $QH \perp PT$  于点  $H$ . 设  $HA=x \text{ cm}$ .

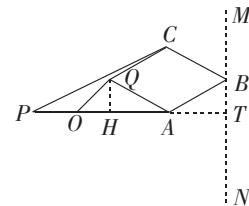
由题意得  $AT=PT-PA=160-140=20$ ,  $OA=PA-OP=140-50=90$ ,  $OQ=50$ ,  $AQ=60$ .

$$\therefore QH \perp OA, \therefore QH^2=AQ^2-AH^2=OQ^2-OH^2.$$

$$\therefore 60^2-x^2=50^2-(90-x)^2,$$

$$\text{解得 } x=\frac{460}{9}. \therefore HT=AH+AT=\frac{640}{9}(\text{cm}).$$

$\therefore$  当点  $P, O, A$  在同一条直线上时, 点  $Q$  到  $MN$  的距离为  $\frac{640}{9} \text{ cm}$ .  $\dots\dots 8 \text{ 分}$



答图 2

21. (1) 证明: 连接  $OA$ .

$$\because AD \parallel OC,$$

$$\therefore \angle AOC + \angle OAD = 180^\circ.$$

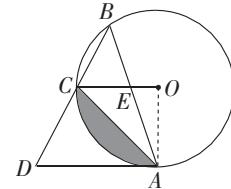
$$\therefore \angle AOC = 2\angle ABC = 2 \times 45^\circ = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle OAD = 90^\circ.$$

$$\therefore OA \perp AD.$$

$$\because OA \text{ 是 } \odot O \text{ 的半径},$$

$$\therefore AD \text{ 是 } \odot O \text{ 的切线.} \quad \dots\dots 3 \text{ 分}$$



(2) 解:  $\because AO=CO$  且  $\angle AOC=90^\circ$ ,

$$\therefore \angle ACO = \angle CAO = 45^\circ,$$

即  $\angle B = \angle ACE$ .

$$\therefore \angle CAE = \angle BAC,$$

$\therefore \triangle AEC \sim \triangle ACB$ .

$$\therefore \frac{AE}{AC} = \frac{AC}{AB}.$$

$$\therefore AE=5, BE=3, \therefore AB=8.$$

$$\therefore AC^2 = AE \cdot AB = 40. \quad \dots\dots 7 \text{ 分}$$

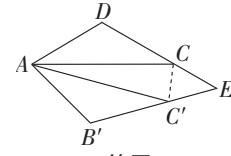
在  $\text{Rt } \triangle AOC$  中,

$$\therefore 2OA^2 = AC^2 = 40,$$

$$\therefore AO = CO = 2\sqrt{5}.$$

$$\therefore S_{\text{阴影}} = S_{\text{扇形OAC}} - S_{\triangle AOC} = \frac{90\pi(2\sqrt{5})^2}{360} - \frac{1}{2} \times (2\sqrt{5})^2 = 5\pi - 10. \quad \dots\dots 9 \text{ 分}$$

22. (1) 证明: 如答图 1, 连接  $CC'$ .



答图 1

$\because$  四边形  $ABCD$  是菱形,  
 $\therefore \angle ACD = \angle AC'B' = 30^\circ, AC = AC'$ .

$\therefore \angle ACC' = \angle AC'C$ .

$\therefore \angle ECC' = \angle EC'C$ .  $\therefore CE = C'E$ . ....3 分

(2)解:当  $\alpha = 30^\circ$  时,四边形  $AC'EC$  是菱形. ....4 分

理由: $\because \angle DCA = \angle CAC' = \angle AC'B' = 30^\circ$ ,

$\therefore CE \parallel AC', AC \parallel C'E$ .

$\therefore$  四边形  $AC'EC$  是平行四边形.

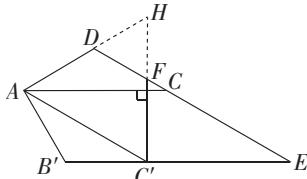
又  $CE = C'E$ ,

$\therefore$  四边形  $AC'EC$  是菱形. ....5 分

(3)解: $AD + DF = AC$ .

....6 分

理由:如答图2,分别延长  $C'F$  与  $AD$ ,相交于点  $H$ .



答图2

$\because \angle DAC = \angle C'AC = 30^\circ, C'F \perp AC$ ,

$\therefore \angle AC'H = \angle DAC' = 60^\circ$ .

$\therefore \triangle HAC'$  是等边三角形.  $\therefore AH = AC', \angle H = 60^\circ$ .

又  $AD = DC$ , $\therefore \angle DAC = \angle DCA = 30^\circ$ .

$\therefore \angle HDC = \angle DAC + \angle DCA = 60^\circ$ .

$\therefore \triangle HDF$  是等边三角形.

$\therefore DH = DF$ .

$\therefore AD + DF = AD + DH = AH$ .

$\because AC' = AC$ ,

$\therefore AC = AD + DF$ . ....9 分

23. 解:(1) $y = x^2 - 4x + 5 = (x - 2)^2 + 1$ ,即顶点坐标为  $(2, 1)$ ,

当  $x = 2$  时, $y = -3x + 5 = -1 \neq 1$ ,

故一次函数  $y = -3x + 5$  和二次函数  $y = x^2 - 4x + 5$  不是“和谐函数组”. ....3 分

(2)设二次函数  $y = ax^2 + bx + c$  的顶点为  $(m, m+2)$ ,

将顶点坐标代入二次函数  $y = 2x^2 - 3x - 4$ ,

得  $m+2 = 2m^2 - 3m - 4$ ,

解得  $m = 3$  或  $-1$ . ....4 分

当  $m = 3$  时,抛物线顶点为  $(3, 5)$ .

设二次函数的表达式为  $y = a(x - 3)^2 + 5$ .

一次函数  $y = x + 2$  与  $y$  轴的交点坐标为  $(0, 2)$ ,

即  $9a + 5 = 2$ ,解得  $a = -\frac{1}{3}$ ,

故二次函数的表达式为  $y = -\frac{1}{3}x^2 + 2x + 2$ . ....6 分

同理,当  $m = -1$  时,二次函数的表达式为  $y = x^2 + 2x + 2$ .

综上可得,二次函数的表达式为  $y = -\frac{1}{3}x^2 + 2x + 2$  或  $y = x^2 + 2x + 2$ . ....8 分

(3) $PQ$  的长度为定值. ....9 分

由  $y = x^2 - 2x - 4$ ,得对称轴为直线  $x = 1$ .

故当  $-3 \leq x \leq -1$ , $x = -1$  时,函数取得最小值,

$$a = 1 + 2 - 4 = -1.$$

....10 分

设抛物线的顶点为  $P(n, 2n+3)$ ,则“和谐函数组”的另外一个交点为  $Q(x, y)$ .

设抛物线的表达式为  $y = a(x - n)^2 + (2n+3) = -(x - n)^2 + (2n+3)$ .

由题意得  $-(x - n)^2 + (2n+3) = 2x + 3$ ,

$$\text{整理得 } x^2 + (2 - 2n)x + (n^2 - 2n) = 0,$$

由根与系数的关系得  $x + n = 2n - 2$ , $x = n - 2$ ,

故点  $Q(n - 2, 2n - 1)$ .

则  $PQ = \sqrt{(n - 2 - n)^2 + (2n - 1 - 2n + 3)^2} = 2\sqrt{5}$ ,为定值. ....12 分