

## 数学模拟卷(四)

说明:1. 全卷满分 120 分, 考试时间 120 分钟.

2. 请将答案写在答题卷上, 否则不给分.

## 一、选择题(本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分. 每小题只有一个正确选项)

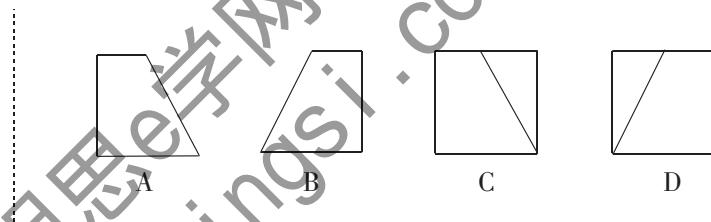
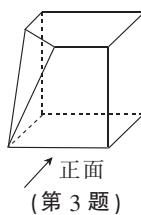
1.  $2$  的算术平方根是( )

- A.  $\sqrt{2}$       B.  $\pm\sqrt{2}$       C.  $-2$       D.  $4$

2. 在“百度”搜索引擎中输入“中国梦”, 能搜索到与之相关的结果约  $16\ 600\ 000$  个, 这个数可用科学记数法表示为( )

- A.  $1.66 \times 10^5$       B.  $1.66 \times 10^6$       C.  $1.66 \times 10^7$       D.  $1.66 \times 10^8$

3. 如图, 将一个正方体切去一个角, 则所得几何体的左视图为( )

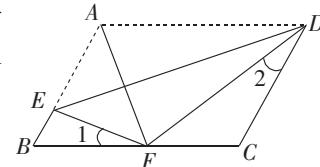


4. 一次函数  $y = kx + k - 2$  的图象一定过定点( )

- A.  $(1, -2)$       B.  $(-1, 2)$       C.  $(1, 2)$       D.  $(-1, -2)$

5. 如图, 数学活动课上, 老师要求学生将一个任意  $\square ABCD$  翻折, 折痕为  $DE$ , 使点  $A$  落在对边  $BC$  上的点  $F$  处. 同学们得出如下四个结论, 其中错误的是( )

- A.  $EF + BE = CD$       B.  $BF = CF$   
C.  $\angle 1 = \angle 2$       D.  $AF \perp DE$



(第 5 题)

6. 关于抛物线  $y = x^2 - (a+1)x + a - 2$ , 下列说法中错误的是( )

- A. 开口向上      B. 当  $a=2$  时, 经过坐标原点  $O$   
C. 不论  $a$  为何值, 都过定点  $(1, -2)$       D.  $a > 0$  时, 对称轴在  $x$  轴的左侧

## 二、填空题(本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

7. 若  $\alpha = 50^\circ$ , 则  $\alpha$  的余角的度数为\_\_\_\_\_.

8. 若一组数据  $2, 0, 3, 4, 6, x$  的众数为 4, 则这组数据的中位数是\_\_\_\_\_.

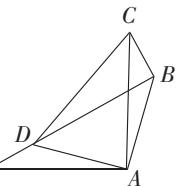
9. 若  $a, b$  是方程  $x^2 - 2x - 6 = 0$  的两个根, 则  $a + b + ab$  的值为\_\_\_\_\_.

10. 马四匹, 牛六头, 共价四十八两; 马三匹, 牛五头, 共价三十八两. 若设每匹马价  $x$  两, 每头牛价  $y$  两, 可得方程组\_\_\_\_\_.

11. 如图, 将  $\triangle ABC$  绕点  $A$  按逆时针方向旋转  $90^\circ$  得到  $\triangle ADE$ , 连接  $CD, BD$ .

若  $AB = 2, BC = 1, CD = 3$ , 则  $\sin \angle CDB$  的值为\_\_\_\_\_.

12. 在  $\text{Rt} \triangle ABC$  中,  $\angle A = 90^\circ, BC = 6$ , 有一个内角为  $60^\circ$ , 点  $P$  是直线  $AB$  上不同于  $A, B$  的一点, 且  $\angle ACP = 30^\circ$ , 则  $PB$  的长为\_\_\_\_\_.

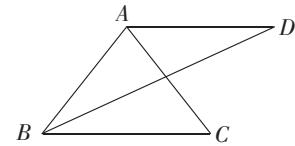


(第 11 题)

三、(本大题共 5 小题, 每小题 6 分, 共 30 分)

13. (1) 计算:  $(-2x^2y)^3 \div (-4xy^2)$ .

(2) 如图, 已知  $AB = AC = AD$ , 且  $AD \parallel BC$ . 求证:  $\angle C = 2\angle D$ .



14. 解不等式组  $\begin{cases} \frac{x-2}{3} \geqslant x-2, \\ 3-(5x-1) < 7-2x, \end{cases}$  并写出该不等式组的所有整数解.

15. 如图,  $\odot O$  是  $\triangle ABC$  的外接圆, 请仅用无刻度的直尺按要求画图(保留必要的画图痕迹).

(1) 在图 1 中, 画出  $\odot O$  的另一个内接  $\triangle DEF$ , 使  $\triangle DEF \cong \triangle ABC$ ;

(2) 在图 2 中, 点  $D$  为  $\widehat{AC}$  的中点,  $OH \perp AB$ , 垂足为  $H$ , 画出  $\triangle ABC$  的  $BC$  边上的中线  $AE$ .

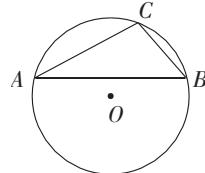


图 1

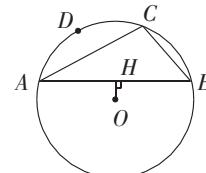


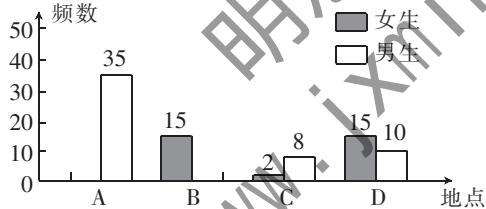
图 2

16. 先化简,再求值:  $(\frac{m}{m-2} + \frac{2m}{2-m}) \div \frac{m}{m^2-4}$ , 其中  $m = \sqrt{3} - 2$ .

17. 在一个红色不透明的盒子中放有四张分别写着数字 1, 2, 3, 4 的红色卡片, 在一个蓝色不透明的盒子中放有三张分别写着数字 1, 2, 3 的蓝色卡片, 卡片除颜色和数字外其他完全相同. 现从红盒中任意抽取一张红色卡片, 从蓝盒中任意抽取一张蓝色卡片.
- 用画树状图或列表的方法表示出抽取卡片所有的可能情况;
  - 求两张卡片上写有相同数字的概率.

#### 四、(本大题共 3 小题,每小题 8 分,共 24 分)

18. 某学校为了让学生更加了解江西的美,准备开展“寻找江西美一日游”活动. 一日游的预选地点有四个:A. 井冈山;B. 鄱阳湖;C. 庐山;D. 婺源. 每位同学从四个地点中必须且只能选择一个. 李老师随机抽取了若干名学生进行调查, 并把调查结果绘制成如下统计图表:



地点	频数	频率
A	45	0.45
B	$a$	0.2
C	10	$b$
D	25	0.25

根据以上信息,回答下列问题:

- 填空: 参与调查的总人数为 \_\_\_\_\_,  $a =$  \_\_\_\_\_,  $b =$  \_\_\_\_\_;
- 补全条形统计图;
- 若全校有 1 060 名男生, 试估计选择地点 A 的男生人数.

19. 图 1 是一种放置于客厅的创意置物架. 这种置物架共有三层, 忽略其厚度, 其基本结构可简化为图 2. 量得  $\triangle ABC$  为等边三角形,  $AB = 100 \text{ cm}$ ,  $DE \parallel FG \parallel BC$ ,  $AD = DF = BF$ . (结果精确到整数, 参考数据:  $\sqrt{3} \approx 1.7$ )

(1) 求这种置物架的高度.

(2) 现有一种圆柱形茶叶盒, 其底面直径为  $10 \text{ cm}$ , 高为  $15 \text{ cm}$ . 若要将此茶叶盒按图中所示方式自然摆放在底层, 一排最多可以摆放多少个这样的茶叶盒?



图 1

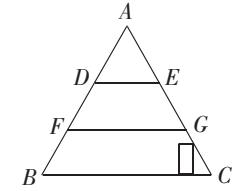
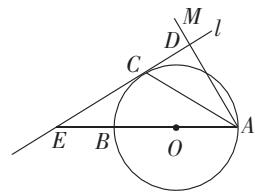


图 2

20. 如图,  $AB$  为  $\odot O$  的直径, 点  $C$  为  $\odot O$  上一点, 若  $\angle BAC = \angle CAM$ , 过点  $C$  作直线  $l$  垂直于射线  $AM$ , 垂足为  $D$ .

(1) 试判断  $CD$  与  $\odot O$  的位置关系, 并说明理由;

(2) 若直线  $l$  与  $AB$  的延长线相交于点  $E$ ,  $\odot O$  的半径为  $5$ ,  $\angle CAB = 30^\circ$ , 求  $CE$  的长.

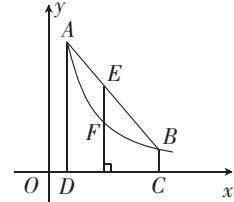


五、(本大题共 2 小题,每小题 9 分,共 18 分)

21. 如图,点  $A(m, 6), B(n, 1)$  在反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  ( $x > 0$ ) 的图象上,  $AD \perp x$  轴于点  $D, BC \perp x$  轴于点  $C, DC = 5$ .

(1) 求  $m, n$  的值和反比例函数的表达式;

(2) 连接  $AB, E$  是线段  $AB$  上一点,过点  $E$  作  $x$  轴的垂线,交反比例函数图象于点  $F$ ,若  $EF = \frac{1}{3}AD$ ,求点  $E$  的坐标.



22. 已知抛物线  $y = ax^2 + 2ax - 3a$  ( $a$  为常数,且  $a > 0$ ) 与  $x$  轴分别交于  $A, B$  两点(点  $A$  在点  $B$  的左侧),该抛物线的顶点为  $P$ .

(1) 求线段  $AB$  的长;

(2) 将该二次函数在  $x$  轴下方的图象沿  $x$  轴翻折到  $x$  轴上方,图象的其余部分保持不变,翻折后的图象与原图象  $x$  轴上方的部分组成一个“W”形状的新图象,点  $P$  的对应点为  $Q$ ,直线  $AQ$  与抛物线  $y = ax^2 + 2ax - 3a$  的另一交点为  $C$ . 设直线  $AQ$  的表达式为  $y = mx + n$ ,求方程  $|ax^2 + 2ax - 3a| - mx - n = 0$  的解.

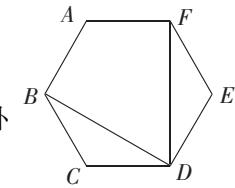
## 六、(本大题共 12 分)

23. 定义:有一条对角线平分一个内角,且有一组对角互补的凸四边形叫做“分补四边形”.

### 概念理解

(1) 根据我们所学的四边形知识,举一个分补四边形的例子:\_\_\_\_\_.

在右边的正六边形  $ABCDEF$  中,连接  $BD$ ,  $DF$ ,四边形  $ABDF$  是分补四边形吗? 请直接判断,不必说明理由.



### 性质探索

(2) 如图 1,在分补四边形  $ABCD$  中,  $\angle A + \angle C = 180^\circ$ ,  $BD$  平分  $\angle ABC$ , 且  $AB > BC$ . 求证:  $AD = CD$ .

### 探究运用

(3) 如图 2,在  $\triangle ABC$  中,  $\angle A = 30^\circ$ ,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $BC = 4$ , 分别在  $AB$ ,  $BC$  上取点  $P$ ,  $Q$ , 将  $\angle B$  沿着  $PQ$  翻折,使点  $B$  的对应点为  $E$ . 当点  $E$  落在  $\triangle ABC$  内部时,是否存在四边形  $PBCE$  为分补四边形,且  $\angle PCB = 15^\circ$  的情况? 如果存在,求出  $BQ$  的长;如果不存在,请说明理由.

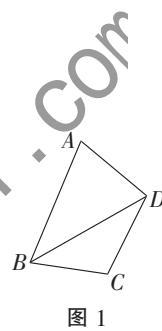


图 1

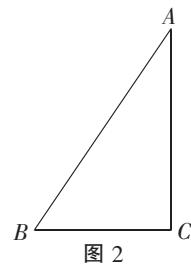


图 2