

江西省 2021 年初中学业水平考试

数学模拟卷参考答案及评分意见

说明:

- 如果考生的解答与本参考答案不同,可根据试题的主要考查内容,参照评分标准制定相应的评分细则后评卷。
- 每题都要评阅到底,不要因为考生的解答中出现错误而中断对该题的评阅;当考生的解答在某一步出现错误,影响了后继部分时,若该步以后的解答未改变这一题的内容和难度,则可视影响的程度决定后面部分的给分,但不得超过后面部分应给分数的一半;若这一步以后的解答有较严重的错误,则不给分。
- 解答右端所注分数,表示考生正确做到这一步应得的累加分数。
- 只给整数分数。

数学模拟卷(二)

1. A 2. B 3. D 4. C 5. C 6. B

7. $x \neq -2$ 8. -2 9. 180 10. 3 723 11. $3 - \sqrt{3}$

12. $\frac{2}{3}\sqrt{10}, 2\sqrt{2}$ 或 2

13. (1) 解: $(1 - \frac{1}{x+1}) \div \frac{x^2}{x^2 - 1}$
 $= \frac{x+1-1}{x+1} \cdot \frac{(x+1)(x-1)}{x^2}$
 $= \frac{x}{x+1} \cdot \frac{(x+1)(x-1)}{x^2}$
 $= \frac{x-1}{x}$.

.....1 分

.....2 分

.....3 分

(2) 证明: $\because AB \parallel CD$,
 $\therefore \angle ABD = \angle EDC$.

.....1 分

在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle EDC$ 中,

$\begin{cases} \angle ABD = \angle EDC, \\ BD = CD, \\ \angle 1 = \angle 2, \end{cases}$
 $\therefore \triangle ABD \cong \triangle EDC$ (ASA).
 $\therefore AB = DE$.

.....2 分

.....3 分

14. 解: $\begin{cases} 3x - 5 < x + 1, ① \\ \frac{3x - 4}{6} \leq \frac{2x - 1}{3}. ② \end{cases}$

解不等式①得 $x < 3$.

.....3 分

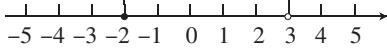
解不等式②得 $x \geq -2$.

.....4 分

所以不等式组的解集为 $-2 \leq x < 3$.

.....6 分

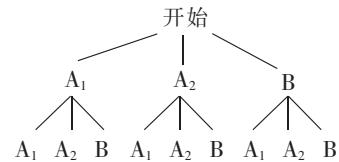
将解集表示在数轴上为:



15. 解: (1) $\frac{2}{3}$

.....2 分

(2) 画树状图如下:

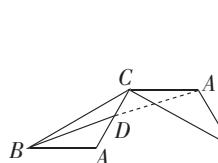


.....4 分

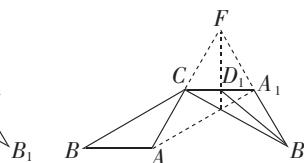
\therefore 共有 9 种等可能的结果, 小明同学抽出的两张卡片都是冰墩墩卡片的结果有 4 种,

$\therefore P(\text{小明同学抽出的两张卡片都是冰墩墩卡片}) = \frac{4}{9}$.
.....6 分

16. 解: (1) 如答图 1 中, BD 即为所求.
.....3 分
(2) 如答图 2 中, B_1D_1 即为所求.
.....6 分



答图 1



答图 2

17. 解: (1) 根据题意得 $\begin{cases} 3x + 10y = 9, \\ 6x + 18y = 17.4, \end{cases}$

解得 $\begin{cases} x = 2, \\ y = 0.3. \end{cases}$

答: x, y 的值分别为 2, 0.3.
.....4 分

(2) $8 \times 2 + (22 - 8) \times (2 + 0.6) + 45 \times 0.3 = 65.9$ (元).

答: 小强需要支付 65.9 元车费.
.....6 分

18. 解: (1) 八年级学生成绩的中位数为 $\frac{71 + 73}{2} = 72$ (分).

小腾的成绩是 74 分, 在年级排名是第 17 名, 可知其中位数应该不大于 74, 因此他应该在八年级.

故答案为: 八
.....2 分

- (2) 九年级学生运动状况更好.
.....3 分

理由: ①九年级的优秀率为 40%, 八年级的优秀率为 30%, 说明九年级体能测试成绩优秀的人数更多;

②九年级的中位数为 76, 八年级的为 72, 说明九年级一半的同学测试成绩高于 76 分, 而八年级一半的同学测试成绩仅高于 72 分.
.....5 分

- (3) ① $200 \times 40\% = 80$.
.....6 分

② 总体中“运动达人”占 $\frac{70}{200} = 35\%$, 可得样本中“运动达人”有 $40 \times 35\% = 14$ 人.

而 $80 \leq x < 90$ 中有 9 人, $90 \leq x \leq 100$ 中有 3 人, 因此再在 $70 \leq x < 80$ 中, 从大到小找出第 2 个即可.

所以八年级学生至少要达到 78 分才可以入选.
.....8 分

19. 解:(1) ∵ $BM:MC = 1:4$, 且 $BC = 30$,

$$\therefore BM = \frac{1}{5}BC = \frac{1}{5} \times 30 = 6. \quad \dots\dots 1\text{分}$$

在 $\text{Rt}\triangle OBM$ 中,

$$OB = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2} \times 16 = 8. \quad \dots\dots 2\text{分}$$

$$\therefore OM = \sqrt{OB^2 + BM^2} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10(\text{cm}). \quad \dots\dots 3\text{分}$$

(2) 如图,过点 F 作 $FP \perp AB$, 垂足为 P , 过点 N 作 $NQ \perp GB$, 垂足为 Q , 连接 NO .

在 $\text{Rt}\triangle FAP$ 中,

$$\because \frac{FP}{AF} = \sin \angle FAP, \angle FAP = 75^\circ, \quad \dots\dots 1\text{分}$$

$$\therefore FP = AF \sin \angle FAP = 6.25 \times \sin 75^\circ \approx 6.25 \times 0.96 = 6. \quad \dots\dots 4\text{分}$$

$$\because FP \perp AB, NQ \perp GB,$$

$$\therefore NQ \parallel FP.$$

又 ∵ 点 N 为 FG 的中点,

∴ NQ 为 $\triangle GPF$ 的中位线.

$$\therefore NQ = \frac{1}{2}FP = 3. \quad \dots\dots 5\text{分}$$

在 $\text{Rt}\triangle NQO$ 中,

$$\sin \angle NOQ = \frac{NQ}{NO} = \frac{3}{10} = 0.3, \quad \dots\dots 1\text{分}$$

$$\therefore \angle NOQ \approx 17.5^\circ. \quad \dots\dots 6\text{分}$$

在 $\text{Rt}\triangle MBO$ 中,

$$\sin \angle MOB = \frac{BM}{OM} = \frac{6}{10} = 0.6, \quad \dots\dots 1\text{分}$$

$$\therefore \angle BOM \approx 37^\circ. \quad \dots\dots 7\text{分}$$

$$\therefore \text{提手的最大旋转角约为 } 37^\circ + 180^\circ - 17.5^\circ = 199.5^\circ. \quad \dots\dots 8\text{分}$$

20. (1) 证明: 连接 OD , 如图.

$$\because \widehat{FD} = \widehat{DB},$$

$$\therefore \angle FAD = \angle DAO, \text{ 即 } \angle EAD = \angle DAO.$$

$$\because OA = OD,$$

$$\therefore \angle DAO = \angle ADO.$$

$$\therefore \angle EAO = \angle ADO.$$

$$\therefore OD \parallel AE.$$

$$\because AE \perp CE, \therefore OD \perp CE.$$

$$\therefore CE \text{ 是 } \odot O \text{ 的切线.} \quad \dots\dots 4\text{分}$$

(2) 解: 过点 O 作 $OG \perp AD$ 于点 G .

在 $\text{Rt}\triangle AED$ 中, $AE = 3, ED = \sqrt{3}$,

$$\therefore \tan \angle EAD = \frac{ED}{AE} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

$$\therefore \angle EAD = 30^\circ.$$

$$\therefore AD = 2DE = 2\sqrt{3}.$$

$$\therefore OG \perp AD,$$

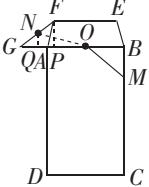
根据垂径定理, 得

$$AG = GD = \frac{1}{2}AD = \sqrt{3}.$$

$$\therefore \angle GAO = \angle EAD = 30^\circ,$$

$$\therefore OA = \frac{AG}{\cos 30^\circ} = 2.$$

$$\therefore \odot O \text{ 的半径为 } 2. \quad \dots\dots 8\text{分}$$



21. 解:(1) 过点 C 作 $CE \perp x$ 轴于点 E .

$$\because \text{点 } A(0,2), B(4,0), \therefore OA = 2, OB = 4.$$

$$\therefore \angle ABO + \angle CBE = 90^\circ, \angle BCE + \angle CBE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ABO = \angle BCE.$$

$$\text{又} \because \angle AOB = \angle BEC = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle AOB \sim \triangle BEC.$$

$$\therefore \frac{BE}{OA} = \frac{CE}{OB} = \frac{BC}{AB} = \frac{1}{2}.$$

$$\therefore OA = 2, OB = 4, \therefore BE = 1, CE = 2.$$

$$\therefore \text{点 } C \text{ 的坐标为 } (5,2). \quad \dots\dots 2\text{分}$$

$$\because \text{反比例函数 } y = \frac{k_1}{x} \text{ 的图象经过点 } C(5,2),$$

$$\therefore k_1 = 5 \times 2 = 10. \quad \dots\dots 3\text{分}$$

过点 D 作 $DF \perp y$ 轴于点 F , 同理可得 $\triangle AOB \sim \triangle DFA$.

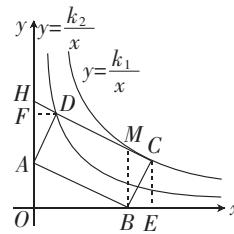
$$\therefore \frac{DF}{OA} = \frac{AF}{OB} = \frac{AD}{AB} = \frac{1}{2}.$$

$$\therefore OA = 2, OB = 4, \therefore DF = 1, AF = 2.$$

$$\therefore \text{点 } D \text{ 的坐标为 } (1,4).$$

$$\because \text{反比例函数 } y = \frac{k_2}{x} \text{ 的图象经过点 } D(1,4),$$

$$\therefore k_2 = 1 \times 4 = 4. \quad \dots\dots 4\text{分}$$



(2) 设直线 CD 的解析式为 $y = kx + b$.

$$\text{由(1)得} \begin{cases} k + b = 4, \\ 5k + b = 2, \end{cases} \text{解得} \begin{cases} k = -\frac{1}{2}, \\ b = \frac{9}{2}. \end{cases}$$

$$\therefore \text{直线 } CD \text{ 的解析式为 } y = -\frac{1}{2}x + \frac{9}{2}. \quad \dots\dots 6\text{分}$$

$$(3) \text{ 依题意得直线 } y = -\frac{1}{2}x + \frac{9}{2} \text{ 与 } y \text{ 轴的交点坐标为 } H(0, \frac{9}{2}).$$

将矩形 $ABCD$ 向上平移, 当点 A 落在直线 CD 上时, 点 A 与点 H 重合.

设点 B 落在直线 CD 上的点为点 M .

$$\therefore AB \parallel MH, AB = MH,$$

$$\therefore \text{四边形 } ABMH \text{ 是平行四边形.} \quad \dots\dots 7\text{分}$$

则线段 AB 扫过的面积为 $\square ABMH$ 的面积.

$$\therefore AH = OH - OA = \frac{9}{2} - 2 = \frac{5}{2}, OB = 4,$$

$$\therefore S_{\square ABMH} = AH \cdot OB = \frac{5}{2} \times 4 = 10.$$

$$\therefore \text{线段 } AB \text{ 扫过的面积为 } 10. \quad \dots\dots 9\text{分}$$

22. 解: 特例感知

$$(1) 90 \quad (2) 4\sqrt{3}$$

数学思考

$$(1) \because CE \parallel AB,$$

$$\therefore \angle ACE + \angle BAC = 180^\circ.$$

$$\therefore \angle BAC = 108^\circ,$$

$$\therefore \angle ACE = 180^\circ - 108^\circ = 72^\circ.$$

$$(2) \because CE \parallel AB, \angle BAD = 72^\circ,$$

$$\therefore \angle E = \angle BAD = 72^\circ.$$

$$\therefore \angle E = \angle ACE. \therefore AC = AE.$$

$$\because CE \parallel AB, \therefore \triangle ABD \sim \triangle ECD.$$

$$\therefore \frac{AD}{ED} = \frac{BD}{CD}.$$

$$\therefore BD = 2CD, \therefore \frac{AD}{ED} = 2.$$

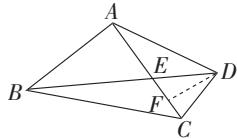
$$\therefore AD = 2ED = 4.$$

$$\therefore ED = 2.$$

$$\therefore AC = AE = AD + ED = 4 + 2 = 6.$$

拓展应用

如图,过点 D 作 $DF \parallel AB$ 交 AC 于点 F.



$$\because AC \perp AB, \therefore \angle BAC = 90^\circ.$$

$$\therefore DF \parallel AB, \therefore \angle DFA = \angle BAC = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle AEB = \angle DEF,$$

$$\therefore \triangle BAE \sim \triangle DFE.$$

$$\therefore \frac{AB}{DF} = \frac{AE}{EF} = \frac{BE}{DE} = 2.$$

$$\therefore AB = 2DF, EF = \frac{1}{2}AE = 1, AF = AE + EF = 3.$$

$$\therefore \angle BAD = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle CAD = 30^\circ.$$

$$\therefore \angle ACD = 75^\circ = \angle ADC.$$

$$\therefore AC = AD.$$

在 $\text{Rt}\triangle ADF$ 中, $\therefore \angle CAD = 30^\circ$,

$$\therefore DF = AF \times \tan \angle CAD = 3 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3}.$$

$$\therefore AC = AD = 2DF = 2\sqrt{3}, AB = 2DF = 2\sqrt{3}.$$

$$\therefore AC = AB.$$

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\therefore \angle BAC = 90^\circ$,

$$\therefore BC = \sqrt{2}AB = 2\sqrt{6}.$$

.....3 分

.....9 分

23. 解:(1) 当 $m = 1$ 时, 抛物线为 $y = -\frac{1}{2}x^2 + x + 4$,

$$\text{即 } y = -\frac{1}{2}(x-1)^2 + \frac{9}{2},$$

$$\text{其对称轴是直线 } x = 1, \text{ 顶点坐标为 } (1, \frac{9}{2}),$$

$$\text{点 } A \text{ 的坐标为 } (0, 4), \text{ 点 } B \text{ 的坐标为 } (1, \frac{9}{2}).$$

\therefore ①函数 y 的值随 x 的增大而增大, 自变量 x 的取值范围为 $0 \leq x \leq 1$.

故填: 增大, $0 \leq x \leq 1$2 分

②图象 G 最高点的坐标为 $(1, \frac{9}{2})$4 分

$$(2) \text{令 } y = 0, \text{ 则 } -\frac{1}{2}x^2 + mx + 2m + 2 = 0,$$

$$\Delta = m^2 - 4 \times (-\frac{1}{2}) \times (2m + 2) = m^2 + 4m + 4 = (m + 2)^2 \geq 0,$$

\therefore 当 $m = -2$ 时, 抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2 + mx + 2m + 2$ 与 x 轴有 1 个交点, 此时图象 G 与 x 轴只有一个交点.

当 $m \neq -2$ 时, 抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2 + mx + 2m + 2$ 与 x 轴有 2 个交点.5 分

$$\text{当 } x = 2m - 1 \text{ 时, } y = 3m + \frac{3}{2}.$$

$$\therefore \text{点 } B \text{ 的坐标为 } (2m - 1, 3m + \frac{3}{2}).$$

$$\text{而点 } A \text{ 的坐标为 } (0, 2m + 2).$$

当 $3m + \frac{3}{2} < 2m + 2$, 即 $m < \frac{1}{2}$ 时, 点 A 在点 B 上方.

\therefore 图象 G 与 x 轴只有一个交点,

$$\begin{cases} 2m + 2 > 0, \\ 3m + \frac{3}{2} \leq 0, \end{cases}$$

$$\text{解得 } -1 < m \leq -\frac{1}{2}.$$

当 $3m + \frac{3}{2} \geq 2m + 2$, 即 $m \geq \frac{1}{2}$ 时, 与题意 $m < 0$ 不符, 舍去.

综上所述, 当 $m < 0$ 时, 若图象 G 与 x 轴只有一个交点, 则 m 的取值范围为 $-1 < m \leq -\frac{1}{2}$ 或 $m = -2$.

.....8 分

(3) 将 $y = -\frac{1}{2}x^2 + mx + 2m + 2$ 配方得

$$y = -\frac{1}{2}(x-m)^2 + \frac{1}{2}m^2 + 2m + 2.$$

$$\text{当 } m \leq 0 \text{ 时, } 3m + \frac{3}{2} < 2m + 2,$$

$$\therefore h = \frac{1}{2}m^2 + 2m + 2 - (3m + \frac{3}{2}) = \frac{1}{2}m^2 - m + \frac{1}{2}.$$

$$\text{当 } 0 < m \leq \frac{1}{2} \text{ 时, } h = 2m + 2 - (3m + \frac{3}{2}) = -m + \frac{1}{2}.$$

$$\text{当 } \frac{1}{2} < m \leq 1 \text{ 时, } h = 3m + \frac{3}{2} - (2m + 2) = m - \frac{1}{2}.$$

$$\text{当 } m > 1 \text{ 时, } 2m + 2 < 3m + \frac{3}{2},$$

$$\therefore h = \frac{1}{2}m^2 + 2m + 2 - (2m + 2) = \frac{1}{2}m^2. \quad \dots\dots 12 \text{ 分}$$