

数学试题

一、选择题（本大题共有 8 小题，每小题 3 分，共 24 分在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求，请将正确选项前的字母代号填涂在答题卡相应位置上）

1. $-\frac{1}{2}$ 的相反数是（ ）

A. -2

B. 2

C. $-\frac{1}{2}$

D. $\frac{1}{2}$

2. 2024 年 5 月，全国最大的海上光伏项目获批落地连云港，批准用海面积约 28000 亩，总投资约 90 亿元. 其中数据“28000”用科学记数法可以表示为（ ）

A. 28×10^3

B. 2.8×10^4

C. 2.8×10^5

D. 0.28×10^5

3. 下列运算结果等于 a^6 的是（ ）

A. $a^3 + a^3$

B. $a \cdot a^6$

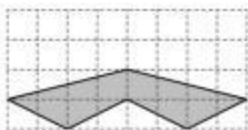
C. $a^8 \div a^2$

D. $(-a^2)^3$

4. 下列网格中各个小正方形的边长均为 1，阴影部分图形分别记作甲、乙、丙、丁，其中是相似形的为（ ）



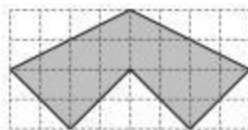
甲



乙



丙



丁

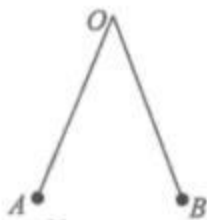
A. 甲和乙

B. 乙和丁

C. 甲和丙

D. 甲和丁

5. 如图，将一根木棒的一端固定在 O 点，另一端绑一重物. 将此重物拉到 A 点后放开，让此重物由 A 点摆动到 B 点. 则此重物移动路径的形状为（ ）



A. 倾斜直线

B. 抛物线

C. 圆弧

D. 水平直线

6. 下列说法正确的是（ ）

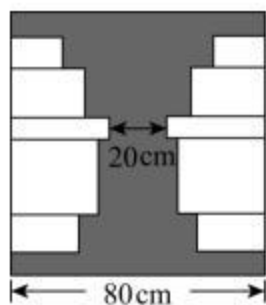
A. 10 张票中有 1 张奖票，10 人去摸，先摸的人摸到奖票的概率较大

B. 从 1, 2, 3, 4, 5 中随机抽取一个数，取得偶数的可能性较大

C. 小强一次掷出 3 颗质地均匀的骰子，3 颗全是 6 点朝上是随机事件

D. 抛一枚质地均匀的硬币，正面朝上的概率为 $\frac{1}{2}$ ，连续抛此硬币 2 次必有 1 次正面朝上

7. 如图，正方形中有一个由若干个长方形组成的对称图案，其中正方形边长是 80cm，则图中阴影图形的周长是（ ）



- A. 440cm B. 320cm C. 280cm D. 160cm

8. 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ (a, b, c 是常数, $a < 0$) 的顶点为 $(1, 2)$. 小桦同学得出以下结论: ① $abc < 0$;

② 当 $x > 1$ 时, y 随 x 的增大而减小; ③ 若 $ax^2 + bx + c = 0$ 的一个根为 3, 则 $a = -\frac{1}{2}$; ④ 抛物线 $y = ax^2 + 2$

是由抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 向左平移 1 个单位, 再向下平移 2 个单位得到的. 其中一定正确的是 ()

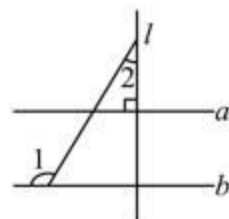
- A. ①② B. ②③ C. ③④ D. ②④

二、填空题 (本大题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分. 不需要写出解答过程, 请把答案直接填写在答题卡相应位置上)

9. 如果公元前 121 年记作 -121 年, 那么公元后 2024 年应记作_____年.

10. 若式子 $\sqrt{x-2}$ 在实数范围内有意义, 则 x 的取值范围是_____.

11. 如图, 直线 $a \parallel b$, 直线 $l \perp a$, $\angle 1 = 120^\circ$, 则 $\angle 2 =$ _____°.



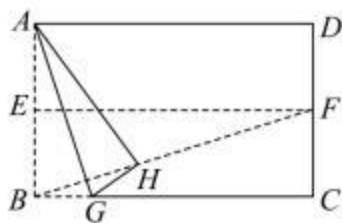
12. 关于 x 的一元二次方程 $x^2 - x + c = 0$ 有两个相等的实数根, 则 c 的值为_____.

13. 杠杆平衡时, “阻力 $\times$ 阻力臂 = 动力 $\times$ 动力臂”. 已知阻力和阻力臂分别为 1600N 和 0.5m, 动力为 $F(\text{N})$, 动力臂为 $l(\text{m})$. 则动力 F 关于动力臂 l 的函数表达式为_____.

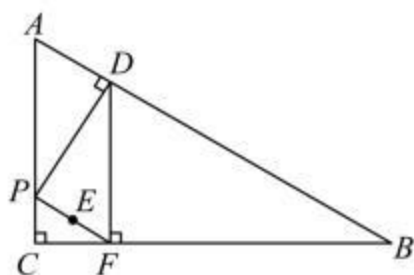
14. 如图, AB 是圆的直径, $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 、 $\angle 3$ 、 $\angle 4$ 的顶点均在 AB 上方的圆弧上, $\angle 1$ 、 $\angle 4$ 的一边分别经过点 A 、 B , 则 $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 =$ _____°.



15. 如图，将一张矩形纸片 $ABCD$ 上下对折，使之完全重合，打开后，得到折痕 EF ，连接 BF 。再将矩形纸片折叠，使点 B 落在 BF 上的点 H 处，折痕为 AG 。若点 G 恰好为线段 BC 最靠近点 B 的一个五等分点， $AB = 4$ ，则 BC 的长为_____。



16. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\angle B = 30^\circ$ ， $AC = 2$ 。点 P 在边 AC 上，过点 P 作 $PD \perp AB$ ，垂足为 D ，过点 D 作 $DF \perp BC$ ，垂足为 F 。连接 PF ，取 PF 的中点 E 。在点 P 从点 A 到点 C 的运动过程中，点 E 所经过的路径长为_____。



三、解答题（本大题共 11 小题，共 102 分，请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤，作图过程需保留作图痕迹）

17. 计算 $|-2| + (\pi - 1)^0 - \sqrt{16}$ 。

18. 解不等式 $\frac{x-1}{2} < x+1$ ，并把解集在数轴上表示出来。

19. 下面是某同学计算 $\frac{1}{m-1} - \frac{2}{m^2-1}$ 的解题过程：

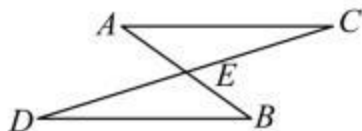
$$\text{解：} \frac{1}{m-1} - \frac{2}{m^2-1} = \frac{m+1}{(m+1)(m-1)} - \frac{2}{(m+1)(m-1)} \quad \text{①}$$

$$= (m+1) - 2 \quad \text{②}$$

$$= m-1 \quad \text{③}$$

上述解题过程从第几步开始出现错误？请写出完整的正确解题过程。

20. 如图， AB 与 CD 相交于点 E ， $EC = ED$ ， $AC \parallel BD$ 。



(1) 求证: $\triangle AEC \cong \triangle BED$;

(2) 用无刻度的直尺和圆规作图: 求作菱形 $DMCN$, 使得点 M 在 AC 上, 点 N 在 BD 上. (不写作法, 保留作图痕迹, 标明字母)

21. 为了解七年级男生体能情况, 某校随机抽取了七年级 20 名男生进行体能测试, 并对测试成绩 (单位: 分) 进行了统计分析:

【收集数据】

100 94 88 88 52 79 83 64 83 87
 76 89 91 68 77 97 72 83 96 73

【整理数据】

该校规定: $x \leq 59$ 为不合格, $59 < x \leq 75$ 为合格, $75 < x \leq 89$ 为良好, $89 < x \leq 100$ 为优秀. (成绩用 x 表示)

等次	频数 (人数)	频率
不合格	1	0.05
合格	a	0.20
良好	10	0.50
优秀	5	b
合计	20	1.00

【分析数据】

此组数据的平均数是 82, 众数是 83, 中位数是 c ;

【解决问题】

(1) 填空: $a =$ _____, $b =$ _____, $c =$ _____;

(2) 若该校七年级共有 300 名男生, 估计体能测试能达到优秀的男生约有多少人?

(3) 根据上述统计分析情况, 写一条你的看法.

22. 数学文化节猜谜游戏中, 有四张大小、形状、质地都相同的字谜卡片, 分别记作字谜 A 、字谜 B 、字谜 C 、字谜 D , 其中字谜 A 、字谜 B 是猜“数学名词”, 字谜 C 、字谜 D 是猜“数学家人名”.

(1) 若小军从中随机抽取一张字谜卡片, 则小军抽取的字谜是猜“数学名词”的概率是_____;

(2) 若小军一次从中随机抽取两张字谜卡片，请用画树状图或列表的方法求小军抽取的字谜均是猜“数学家人名”的概率。

23. 我市将 5 月 21 日设立为连云港市“人才日”，以最大诚意礼遇人才，让人才与城市“双向奔赴”。活动主办方分两次共邮购了 200 把绘有西游文化的折扇作为当天一项活动的纪念品。折扇单价为 8 元，其中邮费和优惠方式如下表所示：

邮购数量	1~99	100以上(含 100)
邮寄费用	总价的 10%	免费邮寄
折扇价格	不优惠	打九折

若两次邮购折扇共花费 1504 元，求两次邮购的折扇各多少把？

24. 如图 1，在平面直角坐标系 xOy 中，一次函数 $y = kx + 1 (k \neq 0)$ 的图像与反比例函数 $y = \frac{6}{x}$ 的图像交于点 A 、 B ，与 y 轴交于点 C ，点 A 的横坐标为 2。

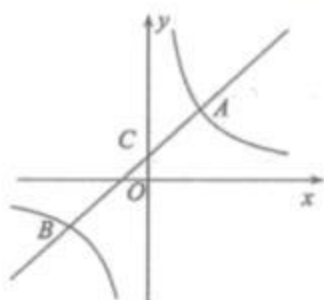


图 1

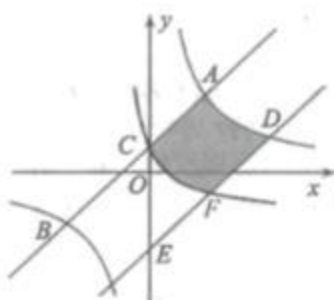


图 2

(1) 求 k 的值；

(2) 利用图像直接写出 $kx + 1 < \frac{6}{x}$ 时 x 的取值范围；

(3) 如图 2，将直线 AB 沿 y 轴向下平移 4 个单位，与函数 $y = \frac{6}{x} (x > 0)$ 的图像交于点 D ，与 y 轴交于点 E ，再将函数 $y = \frac{6}{x} (x > 0)$ 的图像沿 AB 平移，使点 A 、 D 分别平移到点 C 、 F 处，求图中阴影部分的面积。

25. 图 1 是古代数学家杨辉在《详解九章算法》中对“邑的计算”的相关研究。数学兴趣小组也类比进行了如下探究：如图 2，正八边形游乐城 $A_1A_2A_3A_4A_5A_6A_7A_8$ 的边长为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ km，南门 O 设立在 A_6A_7 边的正中央，

游乐城南侧有一条东西走向的道路 BM ， A_6A_7 在 BM 上（门宽及门与道路间距离忽略不计），东侧有一条

南北走向的道路 BC ， C 处有一座雕塑．在 A_1 处测得雕塑在北偏东 45° 方向上，在 A_2 处测得雕塑在北偏东 59° 方向上．

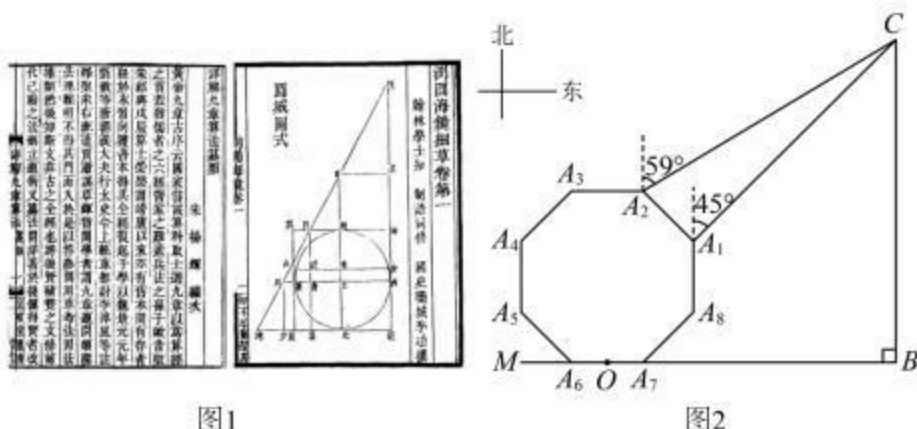
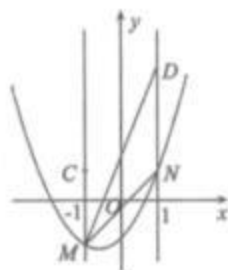


图1

图2

- (1) $\angle CA_1A_2 = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$ ， $\angle CA_2A_1 = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$ ；
- (2) 求点 A_1 到道路 BC 的距离；
- (3) 若该小组成员小李出南门 O 后沿道路 MB 向东行走，求她离 B 处不超过多少千米，才能确保观察雕塑不会受到游乐城的影响？（结果精确到 0.1km ，参考数据： $\sqrt{2} \approx 1.41$ ， $\sin 76^\circ \approx 0.97$ ， $\tan 76^\circ \approx 4.00$ ， $\sin 59^\circ \approx 0.86$ ， $\tan 59^\circ \approx 1.66$ ）

26. 在平面直角坐标系 xOy 中，已知抛物线 $y = ax^2 + bx - 1$ (a, b 为常数， $a > 0$)．



- (1) 若抛物线与 x 轴交于 $A(-1, 0)$ 、 $B(4, 0)$ 两点，求抛物线对应的函数表达式；
- (2) 如图，当 $b = 1$ 时，过点 $C(-1, a)$ 、 $D(1, a + 2\sqrt{2})$ 分别作 y 轴的平行线，交抛物线于点 M 、 N ，连接 MN 、 MD ．求证： MD 平分 $\angle CMN$ ；
- (3) 当 $a = 1$ ， $b \leq -2$ 时，过直线 $y = x - 1$ ($1 \leq x \leq 3$) 上一点 G 作 y 轴的平行线，交抛物线于点 H ．若 GH 的最大值为 4 ，求 b 的值．

27. 【问题情境】

(1) 如图 1，圆与大正方形的各边都相切，小正方形是圆的内接正方形，那么大正方形面积是小正方形面积的几倍？小昕将小正方形绕圆心旋转 45° （如图 2），这时候就更容易发现大正方形面积是小正方形面积的

_____倍．由此可见，图形变化是解决问题的有效策略；

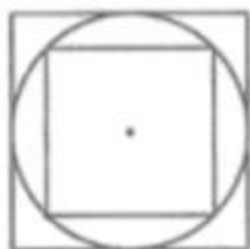


图 1

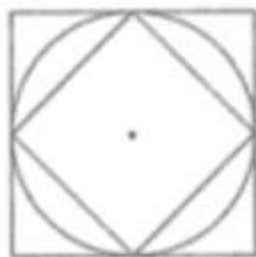


图 2

【操作实践】

(2) 如图 3，图①是一个对角线互相垂直的四边形，四边 a 、 b 、 c 、 d 之间存在某种数量关系．小昕按所示步骤进行操作，并将最终图形抽象成图 4．请你结合整个变化过程，直接写出图 4 中以矩形内一点 P 为端点的四条线段之间的数量关系；

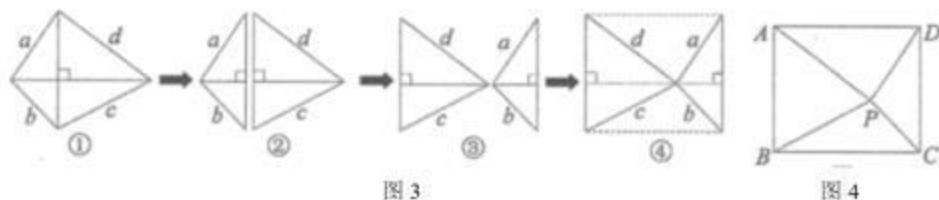


图 3

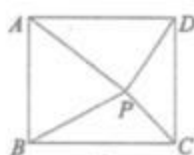


图 4

【探究应用】

(3) 如图 5，在图 3 中“④”的基础上，小昕将 $\triangle PDC$ 绕点 P 逆时针旋转，他发现旋转过程中 $\angle DAP$ 存在最大值．若 $PE=8$ ， $PF=5$ ，当 $\angle DAP$ 最大时，求 AD 的长；

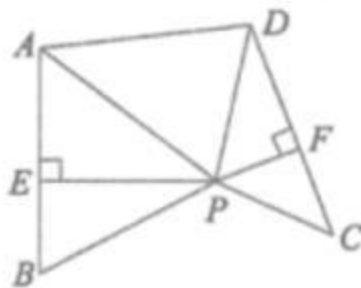


图 5

(4) 如图 6，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ，点 D 、 E 分别在边 AC 和 BC 上，连接 DE 、 AE 、 BD ．若 $AC+CD=5$ ， $BC+CE=8$ ，求 $AE+BD$ 的最小值．

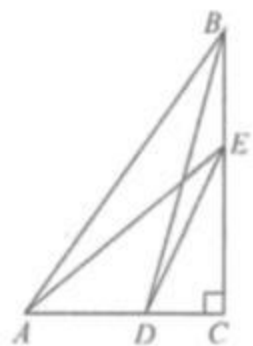


图 6

数学试题

一、选择题（本大题共有 8 小题，每小题 3 分，共 24 分在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求，请将正确选项前的字母代号填涂在答题卡相应位置上）

【1 题答案】

【答案】D

【2 题答案】

【答案】B

【3 题答案】

【答案】C

【4 题答案】

【答案】D

【5 题答案】

【答案】C

【6 题答案】

【答案】C

【7 题答案】

【答案】A

【8 题答案】

【答案】B

二、填空题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分．不需要写出解答过程，请把答案直接填写在答题卡相应位置上）

【9 题答案】

【答案】+2024

【10 题答案】

【答案】 $x \geq 2$

【11 题答案】

【答案】30

【12 题答案】

【答案】 $\frac{1}{4}$ ## 0.25

【13 题答案】

【答案】 $F = \frac{800}{l}$

【14 题答案】

【答案】 90

【15 题答案】

【答案】 $2\sqrt{10}$

【16 题答案】

【答案】 $\frac{\sqrt{19}}{4}$ ## $\frac{1}{4}\sqrt{19}$

三、解答题（本大题共 11 小题，共 102 分，请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤，作图过程需保留作图痕迹）

【17 题答案】

【答案】 -1

【18 题答案】

【答案】 $x > -3$ ，图见解析

【19 题答案】

【答案】 从第②步开始出现错误，正确过程见解析

【20 题答案】

【答案】 (1) 见解析 (2) 见解析

【21 题答案】

【答案】 (1) 4, 0.25, 83

(2) 75 人 (3) 男生体能状况良好

【22 题答案】

【答案】 (1) $\frac{1}{2}$

(2) $\frac{1}{6}$

【23 题答案】

【答案】 两次邮购的折扇分别是 40 把和 160 把

【24 题答案】

【答案】(1) $k=1$

(2) $x < -3$ 或 $0 < x < 2$

(3) 8

【25 题答案】

【答案】(1) $\angle CA_1A_2 = 90^\circ$, $\angle CA_2A_1 = 76^\circ$

(2) 2.0 千米 (3) 2.4km

【26 题答案】

【答案】(1) $y = \frac{1}{4}x^2 - \frac{3}{4}x - 1$

(2) 见解析 (3) -3

【27 题答案】

【答案】(1) 2 (2) $PA^2 + PC^2 = PB^2 + PD^2$ (3) $AD = \sqrt{39}$ (4) $\sqrt{89}$