江西省2024年初中学业水平考试
数学试题参考答案

一、选择题(本大题共6小题,每小题3分,共18分.每小题只有一个正确选项)

1. A　　2. C　　3. B　　4. C　　5. D　　6. B

二、填空题(本大题共6小题,每小题3分,共18分)

7. 1　　8. $a(a+2)$　　9. $(3,4)$　　10. a^{100}　　11. $\frac{1}{2}$　　12. $2-\sqrt{3}$或2或$2+\sqrt{3}$

三、解答题(本大题共5小题,每小题6分,共30分)

13. 解:(1) 原式$=1+5$

$=6$;

(2) 原式$=\frac{x-8}{x-8}$

$=1$.

14. 解:(1) 如图1,

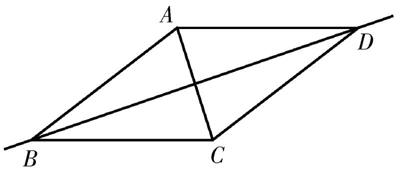


图1

答:直线BD即为所求.

(2) 方法一:

如图2,

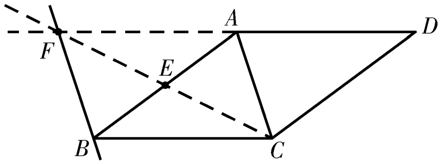


图2

答:直线BF即为所求.

方法二:

如图3,

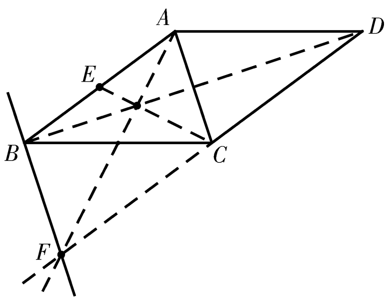


图3

答:直线BF即为所求.

15. 解:(1) $\frac{1}{3}$;

(2) 解法一:

根据题意,列表如下:

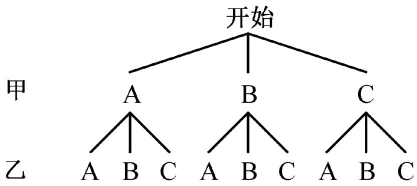
乙 \ 甲	A	B	C
A	(A,A)	(B,A)	(C,A)
B	(A,B)	(B,B)	(C,B)
C	(A,C)	(B,C)	(C,C)

总共有 9 种结果,每种结果出现的可能性相同,而甲、乙分到同一个班的结果有 3 种:(A,A),(B,B),(C,C),

所以 P(甲、乙分到同一个班) $= \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$.

解法二:

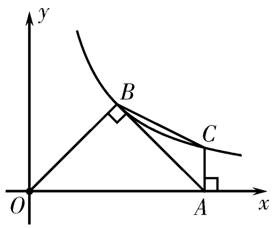
根据题意,画树状图如下:



总共有 9 种结果,每种结果出现的可能性相同,而甲、乙分到同一个班的结果有 3 种:(A,A),(B,B),(C,C),

所以 P(甲、乙分到同一个班) $= \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$.

16. 解:(1) $B(2,2)$;



(2) $\because$ 双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 经过点 $B(2,2)$,

$\therefore\ 2 = \frac{k}{2}$.

解得 $k = 4$.

$\therefore$ 双曲线的解析式为 $y = \frac{4}{x}$.

$\because\ AC \perp x$ 轴,$A(4,0)$,

$\therefore$ 点 C 的横坐标为 4.

将 $x = 4$ 代入 $y = \frac{4}{x}$,得 $y = \frac{4}{4} = 1$.

$\therefore$ 点 C 的坐标为$(4,1)$.

设 BC 所在直线的解析式为 $y = ax + b$,则

$$\begin{cases} 2a + b = 2, \\ 4a + b = 1. \end{cases}$$

解得$\begin{cases} a = -\dfrac{1}{2}, \\ b = 3. \end{cases}$

∴ BC 所在直线的解析式为 $y = -\dfrac{1}{2}x + 3$.

17. 解:(1) 方法一:

∵ AB 是半圆 O 的直径,

∴ $\angle ACB = 90°$.

∵ $\angle ABC = 60°$,

∴ $\angle BAD = 30°$.

∵ $\angle D = 60°$,

∴ $\angle ABD = 90°$.

∴ $BD \perp OB$.

∵ 点 B 是半径 OB 的外端点,

∴ BD 是半圆 O 的切线.

方法二:

∵ AB 是半圆 O 的直径,

∴ $\angle ACB = 90°$.

∴ $\angle CAB + \angle ABC = 90°$.

∵ $\angle D = \angle ABC$,

∴ $\angle CAB + \angle D = 90°$.

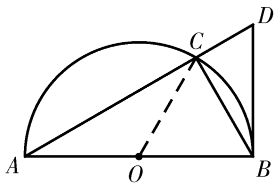
∴ $\angle ABD = 90°$.

∴ $BD \perp OB$.

∵ 点 B 是半径 OB 的外端点,

∴ BD 是半圆 O 的切线.

(2) 连接 OC.



在 Rt$\triangle ABC$ 中,

∵ $\angle ABC = 60°$,

∴ $\angle BAD = 30°$.

∵ $BC = 3$,

∴ $AB = 2BC = 6$.

∴ $OA = OC = 3$.

∴ $\angle ACO = \angle BAD = 30°$.

∴ $\angle AOC = 120°$.

∴ $\overset{\frown}{AC}$ 的长 $= \dfrac{120 \times \pi \times 3}{180} = 2\pi$.

因此,$\overset{\frown}{AC}$ 的长为 2π.

四、解答题(本大题共3小题,每小题8分,共24分)

18. 解:(1) 方法一:

设该书架上有数学书 x 本,则有语文书 $(90-x)$ 本.

依题意,得 $0.8x+1.2(90-x)=84$.

解得 $x=60$.

$90-60=30$.

答:该书架上有数学书60本,语文书30本.

方法二:

设该书架上有数学书 m 本,语文书 n 本.

依题意,得 $\begin{cases} m+n=90, \\ 0.8m+1.2n=84. \end{cases}$

解得 $\begin{cases} m=60, \\ n=30. \end{cases}$

答:该书架上有数学书60本,语文书30本.

(2) 设在该书架上还可以摆数学书 y 本.

依题意,得 $0.8y+1.2\times10\leqslant84$.

解得 $y\leqslant90$.

答:数学书最多还可以摆90本.

19. 解:(1) $\because$ $AD\parallel EF$,$AM\parallel DN$,

$\therefore$ 四边形 $AMND$ 是平行四边形.

$\therefore$ $AD=MN$.

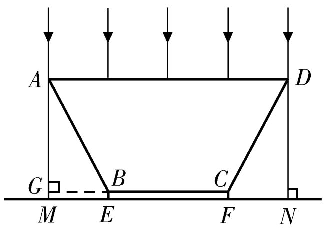
$\because$ $ME=FN=20.0\ \text{m}$,$EF=40.0\ \text{m}$,

$\therefore$ $MN=ME+EF+FN=80.0\ \text{m}$.

$\therefore$ $AD=80.0\ \text{m}$.

即"大碗"的口径为80.0 m.

(2) 作 $BG\perp AM$ 于点 G,则 $\angle AGB=\angle BGM=90^\circ$.



$\because$ 四边形 $BEFC$ 是矩形,

$\therefore$ $\angle BEF=90^\circ$.

$\therefore$ $\angle BEM=90^\circ$.

$\because$ $AM\perp MN$,

$\therefore$ $\angle AME=90^\circ$.

$\therefore$ 四边形 $GMEB$ 是矩形.

$\therefore$ $GB=ME=20.0\ \text{m}$,$GM=BE=2.4\ \text{m}$.

$\because$ $\angle ABE=152^\circ$,

$\therefore$ $\angle ABG=\angle ABE-\angle GBE=152^\circ-90^\circ=62^\circ$.

$\therefore$ $AG=GB\cdot\tan\angle ABG=20\cdot\tan62^\circ\approx37.6(\text{m})$.

$\therefore$ $AM=AG+GM=37.6+2.4=40.0(\text{m})$.

即"大碗"的高度约为40.0 m.

20. 解：(1) $\triangle BDE$ 是等腰三角形.

理由如下：

$\because$ BD 平分 $\angle ABC$，

$\therefore$ $\angle ABD = \angle DBC$.

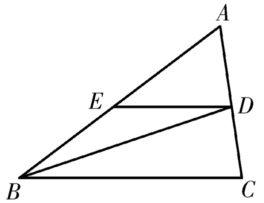
$\because$ $DE \parallel BC$，

$\therefore$ $\angle EDB = \angle DBC$.

$\therefore$ $\angle EDB = \angle EBD$.

$\therefore$ $EB = ED$.

$\therefore$ $\triangle BDE$ 是等腰三角形.



(2) ① B；

② 方法一：

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore$ $AB \parallel CD, AB = CD, AD \parallel BC, AD = BC$.

$\therefore$ $\angle AEB = \angle EBC, \angle BAF = \angle AFD$.

$\because$ BE 平分 $\angle ABC$，

$\therefore$ $\angle ABE = \angle EBC$.

$\therefore$ $\angle ABE = \angle AEB$.

$\therefore$ $AB = AE$.

$\because$ $AF \perp BE$，

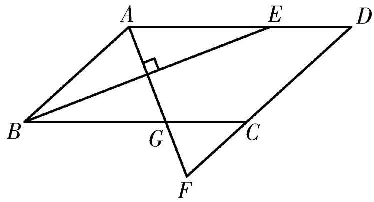
$\therefore$ $\angle BAF = \angle DAF$.

$\therefore$ $\angle DAF = \angle AFD$.

$\therefore$ $DF = AD = BC$.

$\because$ $AB = 3, BC = 5$，

$\therefore$ $CF = DF - CD = AD - AB = BC - AB = 5 - 3 = 2$.



方法二：

连接 BF, EF.

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore$ $AB \parallel CD, AB = CD, AD \parallel BC, AD = BC$.

$\therefore$ $\angle AEB = \angle EBC, \angle EDF = \angle FCB$，

$\angle ABF + \angle CFB = 180°$.

$\because$ BE 平分 $\angle ABC$，

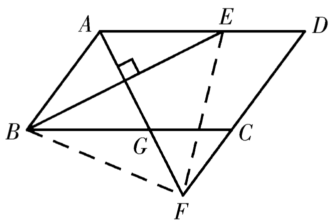
$\therefore$ $\angle ABE = \angle EBC$.

$\therefore$ $\angle ABE = \angle AEB$.

$\therefore$ $AB = AE$.

$\because$ $AF \perp BE$，

$\therefore$ AF 垂直平分 BE.



$\therefore\ EF = BF.$

$\therefore\ \triangle ABF \cong \triangle AEF.$

$\therefore\ \angle ABF = \angle AEF.$

$\because\ \angle DEF + \angle AEF = 180^\circ.$

$\therefore\ \angle DEF + \angle ABF = 180^\circ.$

$\therefore\ \angle DEF = \angle CFB.$

$\therefore\ \triangle DEF \cong \triangle CFB.$

$\therefore\ DE = CF.$

$\because\ ED = AD - AE = BC - AB = 5 - 3 = 2.$

$\therefore\ CF = 2.$

五、解答题(本大题共2小题,每小题9分,共18分)

21. 解:(1) $s = 22$, $t = 2$, $\alpha = 72^\circ$;

(2) ① $260 \times \frac{2}{10} = 52$(人).

答:估计该校七年级男生偏胖的人数为52人.

② $260 \times \frac{2+1}{10} + 240 \times \frac{2}{10} = 126$(人).

答:估计该校七年级学生BMI ≥ 24的人数为126人.

(3) 建议一:偏胖青少年要加强体育锻炼,注意科学饮食;

建议二:BMI正常的青少年应保持良好的生活习惯;

建议三:偏瘦青少年需要加强营养,增强体质.

22. 解:(1) ① $m = 3$, $n = 6$;

② 方法一:

把$\begin{cases} x = 1, \\ y = \frac{7}{2} \end{cases}$和$\begin{cases} x = 2, \\ y = 6 \end{cases}$分别代入$y = ax^2 + bx$,得

$$\begin{cases} a + b = \frac{7}{2}, \\ 4a + 2b = 6. \end{cases}$$

解得$\begin{cases} a = -\frac{1}{2}, \\ b = 4. \end{cases}$

$\therefore\ y = -\frac{1}{2}x^2 + 4x.$

将$y = \frac{1}{4}x$代入$y = -\frac{1}{2}x^2 + 4x$,得

$$\frac{1}{4}x = -\frac{1}{2}x^2 + 4x.$$

解得 $x_1=0$(舍),$x_2=\frac{15}{2}$.

将 $x=\frac{15}{2}$ 代入 $y=\frac{1}{4}x$,得 $y=\frac{15}{8}$.

$\therefore$ 点 A 的坐标是$(\frac{15}{2},\frac{15}{8})$.

方法二:

设 $y=a(x-4)^2+8$,

将(2,6)代入,得

$a(2-4)^2+8=6$,

解得 $a=-\frac{1}{2}$.

$\therefore\ y=-\frac{1}{2}(x-4)^2+8$.

即 $y=-\frac{1}{2}x^2+4x$.

将 $y=\frac{1}{4}x$ 代入 $y=-\frac{1}{2}x^2+4x$,得

$\frac{1}{4}x=-\frac{1}{2}x^2+4x$.

解得 $x_1=0$(舍),$x_2=\frac{15}{2}$.

将 $x=\frac{15}{2}$ 代入 $y=\frac{1}{4}x$,得 $y=\frac{15}{8}$.

$\therefore$ 点 A 的坐标是$(\frac{15}{2},\frac{15}{8})$.

(2)① 8;(填"$\frac{v^2}{20}$"亦可)

② 方法一:

$\because\ y=-5t^2+vt=-5\left(t-\frac{v}{10}\right)^2+\frac{v^2}{20}$,

$\therefore\ \frac{v^2}{20}=8$.

$\therefore\ v_1=4\sqrt{10}$,$v_2=-4\sqrt{10}$.

$\because\ y=-5t^2+vt=-5\left(t-\frac{v}{10}\right)^2+\frac{v^2}{20}$ 的对称轴为 $t=\frac{v}{10}$,

$\therefore\ \frac{v}{10}>0$.

$\therefore\ v>0$.

$\therefore\ v=4\sqrt{10}$.(答案写"$4\sqrt{10}$ 米/秒"亦可)

方法二：

$\because$ $y=-5t^2+vt$ 的顶点纵坐标为 8，

$\therefore$ $\dfrac{4\times(-5)\times 0-v^2}{4\times(-5)}=8$.

$\therefore$ $v_1=4\sqrt{10}$，$v_2=-4\sqrt{10}$.

当 $v=-4\sqrt{10}$ 时，$y=-5t^2+vt=-5t^2-4\sqrt{10}t$，

$\because$ $t\geqslant 0$，

$\therefore$ $y\leqslant 0$.

$\therefore$ $v=-4\sqrt{10}$ 不成立.

$\therefore$ $v=4\sqrt{10}$.（答案写“$4\sqrt{10}$ 米/秒”亦可）

六、解答题（本大题共 12 分）

23. 解：(1) $BE\perp AD$，$BE=AD$.（或填“垂直”，“相等”）

(2) $BE\perp AD$，$BE=mAD$；

如图 1，

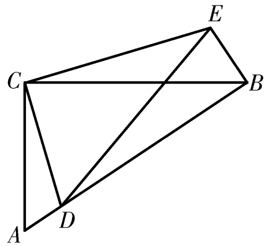


图 1

$\because$ $\angle ACB=90^\circ$，$\angle DCE=90^\circ$，

$\therefore$ $\angle ACD=\angle BCE$.

$\because$ $\dfrac{CE}{CD}=\dfrac{CB}{CA}$，

$\therefore$ $\triangle BCE\backsim\triangle ACD$.

$\therefore$ $\dfrac{BE}{AD}=\dfrac{CB}{CA}=m$，$\angle EBC=\angle DAC$.

$\therefore$ $BE=mAD$.

$\because$ $\angle BAC+\angle ABC=90^\circ$，

$\therefore$ $\angle EBC+\angle ABC=90^\circ$.

即 $\angle ABE=90^\circ$.

$\therefore$ $BE\perp AD$.

(3) ① 方法一：

如图 2，

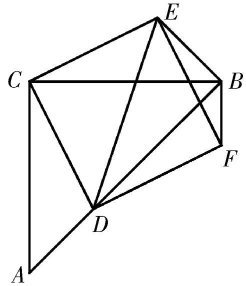


图 2

由(1)知：当 $m=1$ 时，$BE=AD=x$，$BE\perp AD$.

$\therefore$ $CB=CA=6$，$CD=CE$.

$\because$ $\angle ACB=\angle DCE=90^\circ$，

$\therefore$ $AB=\sqrt{CA^2+CB^2}=\sqrt{6^2+6^2}=6\sqrt{2}$.

$\therefore$ $BD=AB-AD=6\sqrt{2}-x$.

$\therefore$ $DE^2=BE^2+BD^2=x^2+(6\sqrt{2}-x)^2=2x^2-12\sqrt{2}x+72$.

$\because$ 点 C 与点 F 关于 DE 对称，

$\therefore$ $CD=CE=EF=DF$.

∴ 四边形 $CDFE$ 是正方形.

∴ $y=\frac{1}{2}DE^2=x^2-6\sqrt{2}x+36$.

∴ $y=\left(x-3\sqrt{2}\right)^2+18$.

∴ 当 $x=3\sqrt{2}$ 时,y 的最小值为 18.

方法二:

如图 3,作 $DG\perp AC$ 于点 G,

∴ $\angle DGA=90°$.

∵ 在 $Rt\triangle ABC$ 和 $Rt\triangle CDE$ 中,$\frac{CE}{CD}=\frac{CB}{CA}=1$,

∴ $CD=CE$,$CB=CA$.

∴ $\angle A=45°$.

∴ $DG=AG$.

∵ 点 C 与点 F 关于 DE 对称,

∴ 四边形 $CDFE$ 是正方形.

∴ $AG=DG=\frac{\sqrt{2}}{2}AD=\frac{\sqrt{2}}{2}x$.

在 $Rt\triangle CDG$ 中,$CD^2=CG^2+DG^2$.

∴ $CD^2=\left(6-\frac{\sqrt{2}}{2}x\right)^2+\left(\frac{\sqrt{2}}{2}x\right)^2$.

∴ $y=x^2-6\sqrt{2}x+36$.

∴ $y=\left(x-3\sqrt{2}\right)^2+18$.

∴ 当 $x=3\sqrt{2}$ 时,y 的最小值为 18.

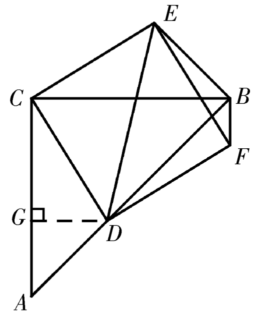


图 3

方法三:

如图 4,作 $CG\perp AB$ 交 AB 于点 G,连接 CF.

∵ 在 $Rt\triangle ABC$ 和 $Rt\triangle CDE$ 中,$\frac{CE}{CD}=\frac{CB}{CA}=1$,

∴ $CD=CE$,$CB=CA$.

∴ $\angle A=45°$.

∴ $CG=AG$.

∵ 点 C 与点 F 关于 DE 对称,

∴ 四边形 $CDFE$ 是正方形.

∵ $AC=6$,

∴ $CG=AG=3\sqrt{2}$.

∴ $DG=3\sqrt{2}-x$ 或 $DG=x-3\sqrt{2}$.

在 $Rt\triangle CGD$ 中,$CD^2=CG^2+DG^2$,

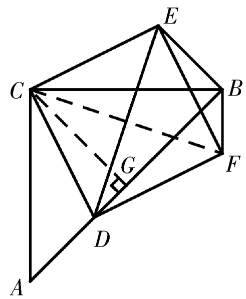


图 4

∴ $CD^2 = (3\sqrt{2} - x)^2 + (3\sqrt{2})^2$.

∴ $y = x^2 - 6\sqrt{2}x + 36$.

∴ $y = (x - 3\sqrt{2})^2 + 18$.

∴ 当 $x = 3\sqrt{2}$ 时,y 的最小值为 18.

② $2\sqrt{2}$ 或 $4\sqrt{2}$.

方法一:

如图 5,作 $CG \perp AB$ 于点 G,连接 CF,

则 $\triangle CBG$ 和 $\triangle CFD$ 都是等腰直角三角形,

∴ $\dfrac{CB}{CG} = \dfrac{CF}{CD} = \sqrt{2}$,$\angle BCG = \angle FCD = 45°$,

∴ $\angle FCB = \angle DCG$.

∴ $\triangle CFB \backsim \triangle CDG$.

∴ $\dfrac{BF}{DG} = \dfrac{BC}{CG}$.

∴ $\dfrac{2}{3\sqrt{2} - x} = \dfrac{6}{3\sqrt{2}}$.

∴ $x = 2\sqrt{2}$.

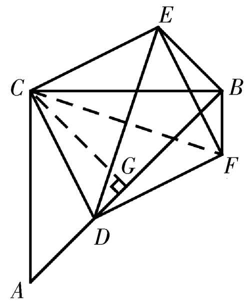


图 5

如图 6,同理可得:$\dfrac{BF}{DG} = \dfrac{BC}{CG}$.

∴ $\dfrac{2}{x - 3\sqrt{2}} = \dfrac{6}{3\sqrt{2}}$.

∴ $x = 4\sqrt{2}$.

即 $AD = 2\sqrt{2}$ 或 $4\sqrt{2}$.

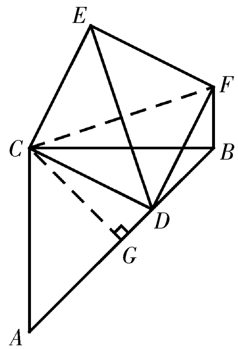


图 6

方法二:

如图 7,连接 CF 交 DE 于点 O,连接 OB.

∵ $\triangle CDE$ 是等腰直角三角形,点 C 与点 F 关于 DE 对称,

∴ $CD = CE = FE = FD$.

∴ 四边形 $CDFE$ 是正方形.

∴ $OF = OC = OD$.

∵ $\angle CBE = \angle CAD = 45°$,$\angle CBA = 45°$,

∴ $\angle EBA = 90°$.

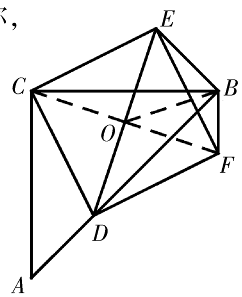


图 7

∵ 点 O 是 DE 的中点,

∴ $OB = OD$.

∴ $OB = OC = OD = OF$.

∴ 点 B,C,D,F 在以 O 为圆心,以 OB 为半径的圆上.

∴ $\angle CBF + \angle CDF = 180°$.

∵ $\angle CDF = 90°$,

∴ $\angle CBF = 90°$.

∵ $BC = AC = 6, BF = 2$,

∴ $CF = \sqrt{BC^2 + BF^2} = \sqrt{6^2 + 2^2} = 2\sqrt{10}$.

∴ $y = 2\sqrt{10} \times 2\sqrt{10} \times \frac{1}{2} = 20$.

∴ $x^2 - 6\sqrt{2}x + 36 = 20$.

∴ $x_1 = 2\sqrt{2}, x_2 = 4\sqrt{2}$.

即 $AD = 2\sqrt{2}$ 或 $4\sqrt{2}$.

方法三:

如图 8,作 $CG \perp AB$ 于点 G,连接 CF 交 DE 于点 O,连接 OB.

∵ $\triangle CDE$ 是等腰直角三角形,点 C 与点 F 关于 DE 对称,

∴ $CD = CE = FE = FD$.

∴ 四边形 $CDFE$ 是正方形.

∴ $OF = OC = OD$.

∵ $\angle CBE = \angle CAD = 45°, \angle CBA = 45°$,

∴ $\angle EBA = 90°$.

∵ 点 O 是 DE 的中点,

∴ $OB = OD$.

∴ $OB = OC = OD = OF$.

∴ 点 B, C, D, F 在以 O 为圆心,以 OB 为半径的圆上.

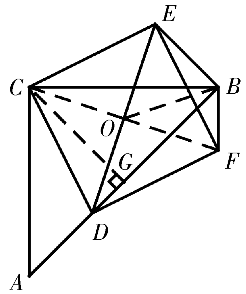


图 8

∴ $\angle CBF + \angle CDF = 180°$.

∵ $\angle CDF = 90°$,

∴ $\angle CBF = 90°$.

∵ $BC = AC = 6, BF = 2$,

∴ $CF = \sqrt{BC^2 + BF^2} = \sqrt{6^2 + 2^2} = 2\sqrt{10}$.

∴ $CD = 2\sqrt{5}$.

∵ $AC = 6$,

∴ $CG = AG = 3\sqrt{2}$.

∴ $DG^2 = (2\sqrt{5})^2 - (3\sqrt{2})^2 = 2$.

∴ $DG = \sqrt{2}$

∴ $AD = AG - DG = 2\sqrt{2}$.

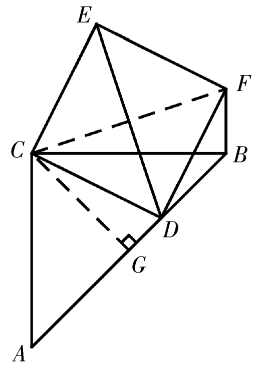


图 9

如图 9,同理可得:$AD = AG + DG = 3\sqrt{2} + \sqrt{2} = 4\sqrt{2}$.

即 $AD = 2\sqrt{2}$ 或 $4\sqrt{2}$.