

数 学

本卷共 8 大题, 计 23 小题, 满分 150 分, 考试时间 120 分钟.

一、选择题(本大题共 10 小题, 每小题 4 分, 满分 40 分)

每小题都给出代号为 A, B, C, D 的四个选项, 其中只有一个是正确的.

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案										

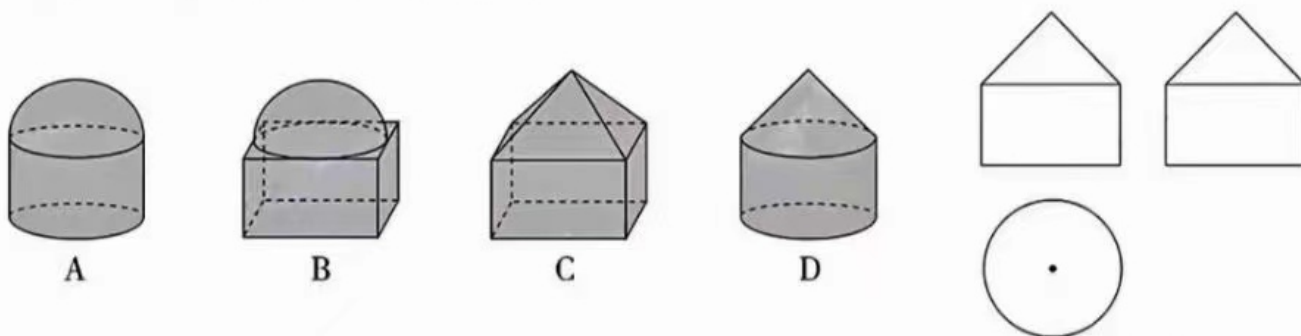
1. -5 的绝对值是

- A. 5 B. -5 C. $\frac{1}{5}$ D. $-\frac{1}{5}$

2. 据统计, 2023 年我国新能源汽车产量超过 944 万辆, 其中 944 万用科学记数法表示为

- A. 0.944×10^7 B. 9.44×10^6 C. 9.44×10^7 D. 94.4×10^6

3. 某几何体的三视图如图所示, 则该几何体为



第 3 题图

4. 下列计算正确的是

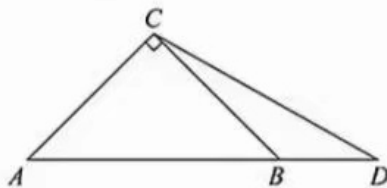
- A. $a^3 + a^3 = a^6$ B. $a^6 \div a^3 = a^2$ C. $(-a)^2 = a^2$ D. $\sqrt{a^2} = a$

5. 若扇形 AOB 的半径为 6, $\angle AOB = 120^\circ$, 则 $\widehat{AB}$ 的长为

- A. 2π B. 3π C. 4π D. 6π

6. 已知反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 与一次函数 $y = 2 - x$ 的图象的一个交点的横坐标为 3, 则 k 的值为

- A. -3 B. -1 C. 1 D. 3

7. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $AC = BC = 2$, 点 D 在 AB 的延长线上, 且 $CD = AB$, 则 BD 的长是

第 7 题图

- A. $\sqrt{10} - \sqrt{2}$ B. $\sqrt{6} - \sqrt{2}$ C. $2\sqrt{2} - 2$ D. $2\sqrt{2} - \sqrt{6}$

8. 已知实数 a, b 满足 $a - b + 1 = 0$, $0 < a + b + 1 < 1$, 则下列判断正确的是

A. $-\frac{1}{2} < a < 0$

B. $\frac{1}{2} < b < 1$

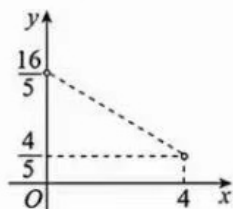
C. $-2 < 2a + 4b < 1$

D. $-1 < 4a + 2b < 0$

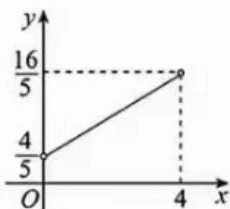
9. 在凸五边形 $ABCDE$ 中, $AB=AE$, $BC=DE$, F 是 CD 的中点. 下列条件中, 不能推出 AF 与 CD 一定垂直的是

- A. $\angle ABC = \angle AED$ B. $\angle BAF = \angle EAF$ C. $\angle BCF = \angle EDF$ D. $\angle ABD = \angle AEC$

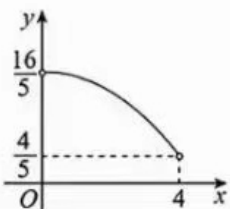
10. 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$, $AB=4$, $BC=2$, BD 是边 AC 上的高. 点 E, F 分别在边 AB, BC 上(不与端点重合), 且 $DE \perp DF$. 设 $AE=x$, 四边形 $DEBF$ 的面积为 y , 则 y 关于 x 的函数图象为



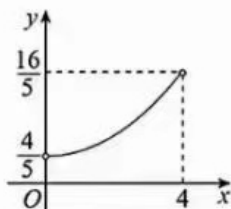
A



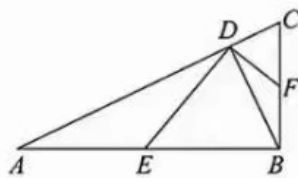
B



C



D



第 10 题图

二、填空题(本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 满分 20 分)

11. 若分式 $\frac{1}{x-4}$ 有意义, 则实数 x 的取值范围是_____.

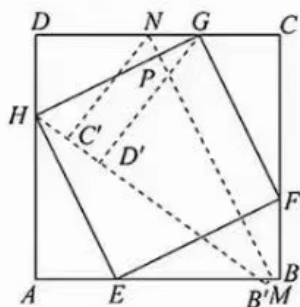
12. 我国古代数学家张衡将圆周率取值为 $\sqrt{10}$, 祖冲之给出圆周率的一种分数形式的近似值为 $\frac{22}{7}$. 比较大小: $\sqrt{10}$ _____ $\frac{22}{7}$ (填“ $>$ ”或“ $<$ ”).

13. 不透明的袋中装有大小质地完全相同的 4 个球, 其中 1 个黄球、1 个白球和 2 个红球. 从袋中任取 2 个球, 恰为 2 个红球的概率是_____.

14. 如图, 现有正方形纸片 $ABCD$, 点 E, F 分别在边 AB, BC 上, 沿垂直于 EF 的直线折叠得到折痕 MN , 点 B, C 分别落在正方形所在平面内的点 B', C' 处, 然后还原.

(1) 若点 N 在边 CD 上, 且 $\angle BEF = \alpha$, 则 $\angle C'NM =$ _____ (用含 α 的式子表示);

(2) 再沿垂直于 MN 的直线折叠得到折痕 GH , 点 G, H 分别在边 CD, AD 上, 点 D 落在正方形所在平面内的点 D' 处, 然后还原. 若点 D' 在线段 $B'C'$ 上, 且四边形 $EFGH$ 是正方形, $AE=4$, $EB=8$, MN 与 GH 的交点为 P , 则 PH 的长为_____.

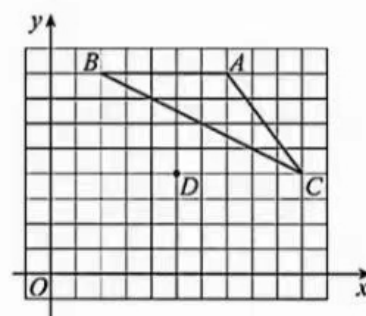


第 14 题图

三、(本大题共 2 小题, 每小题 8 分, 满分 16 分)

15. 解方程: $x^2 - 2x = 3$.

16. 如图,在由边长为 1 个单位长度的小正方形组成的网格中建立平面直角坐标系 xOy ,格点(网格线的交点) A, B, C, D 的坐标分别为 $(7, 8), (2, 8), (10, 4), (5, 4)$.
- (1)以点 D 为旋转中心,将 $\triangle ABC$ 旋转 180° 得到 $\triangle A_1B_1C_1$,画出 $\triangle A_1B_1C_1$;
- (2)直接写出以 B, C_1, B_1, C 为顶点的四边形的面积;
- (3)在所给的网格图中确定一个格点 E ,使得射线 AE 平分 $\angle BAC$,写出点 E 的坐标.



第 16 题图

四、(本大题共 2 小题,每小题 8 分,满分 16 分)

17. 乡村振兴战略实施以来,很多外出人员返乡创业.某村有部分返乡青年承包了一些田地,采用新技术种植 A, B 两种农作物.种植这两种农作物每公顷所需人数和投入资金如下表:

农作物品种	每公顷所需人数	每公顷所需投入资金(万元)
A	4	8
B	3	9

已知农作物种植人员共 24 位,且每人只参与一种农作物种植,投入资金共 60 万元,问 A, B 这两种农作物的种植面积各多少公顷?

18. 数学兴趣小组开展探究活动,研究了“正整数 N 能否表示为 $x^2 - y^2$ (x, y 均为自然数)”的问题.

(1)指导教师将学生的发现进行整理,部分信息如下(n 为正整数):

N	奇数	4 的倍数
表示结果	$1 = 1^2 - 0^2$	$4 = 2^2 - 0^2$
	$3 = 2^2 - 1^2$	$8 = 3^2 - 1^2$
	$5 = 3^2 - 2^2$	$12 = 4^2 - 2^2$
	$7 = 4^2 - 3^2$	$16 = 5^2 - 3^2$
	$9 = 5^2 - 4^2$	$20 = 6^2 - 4^2$
	...	...
一般结论	$2n - 1 = n^2 - (n - 1)^2$	$4n = \underline{\hspace{2cm}}$

按上表规律,完成下列问题:

(1) $24 = (\underline{\hspace{2cm}})^2 - (\underline{\hspace{2cm}})^2$;

(ii) $4n =$ _____;

(2) 兴趣小组还猜测: 像 2, 6, 10, 14, ... 这些形如 $4n-2$ (n 为正整数) 的正整数 N 不能表示为 x^2-y^2 (x, y 均为自然数). 师生一起研讨, 分析过程如下:

假设 $4n-2=x^2-y^2$, 其中 x, y 均为自然数.

分下列三种情形分析:

① 若 x, y 均为偶数, 设 $x=2k, y=2m$, 其中 k, m 均为自然数,

则 $x^2-y^2=(2k)^2-(2m)^2=4(k^2-m^2)$ 为 4 的倍数.

而 $4n-2$ 不是 4 的倍数, 矛盾. 故 x, y 不可能均为偶数.

② 若 x, y 均为奇数, 设 $x=2k+1, y=2m+1$, 其中 k, m 均为自然数,

则 $x^2-y^2=(2k+1)^2-(2m+1)^2=$ _____ 为 4 的倍数.

而 $4n-2$ 不是 4 的倍数, 矛盾. 故 x, y 不可能均为奇数.

③ 若 x, y 一个是奇数一个是偶数, 则 x^2-y^2 为奇数,

而 $4n-2$ 是偶数, 矛盾. 故 x, y 不可能一个是奇数一个是偶数.

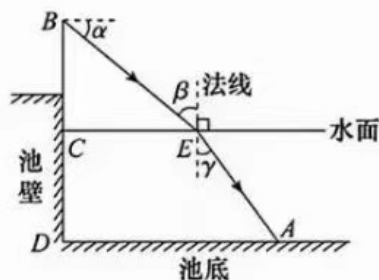
由①②③可知, 猜测正确.

阅读以上内容, 请在情形②的横线上填写所缺内容.

五、(本大题共 2 小题, 每小题 10 分, 满分 20 分)

19. 科技社团选择学校游泳池进行一次光的折射实验. 如图, 光线自点 B 处发出, 经水面点 E 折射到池底点 A 处. 已知 BE 与水平线的夹角 $\alpha = 36.9^\circ$, 点 B 到水面的距离 $BC = 1.20$ m, 点 A 处水深为 1.20 m, 到池壁的水平距离 $AD = 2.50$ m. 点 B, C, D 在同一条竖直线上, 所有点都在同一竖直平面内. 记入射角为 β , 折射角为 γ , 求 $\frac{\sin \beta}{\sin \gamma}$ 的值 (精确到 0.1).

参考数据: $\sin 36.9^\circ \approx 0.60, \cos 36.9^\circ \approx 0.80, \tan 36.9^\circ \approx 0.75$.

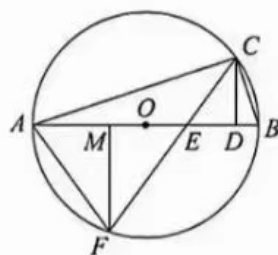


第 19 题图

20. 如图, $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆, D 是直径 AB 上一点, $\angle ACD$ 的平分线交 AB 于点 E , 交 $\odot O$ 于另一点 F , $FA = FE$.

(1) 求证: $CD \perp AB$;

(2) 设 $FM \perp AB$, 垂足为 M , 若 $OM = OE = 1$, 求 AC 的长.



第 20 题图

六、(本题满分 12 分)

21. 综合与实践

【项目背景】

无核柑橘是我省西南山区特产, 该地区某村有甲、乙两块成龄无核柑橘园. 在柑橘收获季节, 班级同学前往该村开展综合实践活动, 其中一个项目是: 在日照、土质、空气湿度等外部环境基本一致的条件下, 对两块柑橘园的优质柑橘情况进行调查统计, 为柑橘园的发展规划提供一些参考.

【数据收集与整理】

从两块柑橘园采摘的柑橘中各随机选取 200 个. 在技术人员指导下, 测量每个柑橘的直径, 作为样本数据. 柑橘直径用 x (单位: cm) 表示.

将所收集的样本数据进行如下分组:

组别	A	B	C	D	E
x	$3.5 \leq x < 4.5$	$4.5 \leq x < 5.5$	$5.5 \leq x < 6.5$	$6.5 \leq x < 7.5$	$7.5 \leq x \leq 8.5$

整理样本数据, 并绘制甲、乙两园样本数据的频数直方图, 部分信息如下:

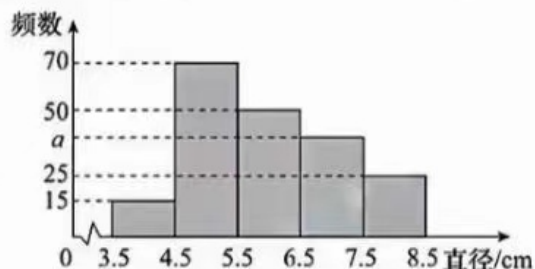


图 1 甲园样本数据频数直方图

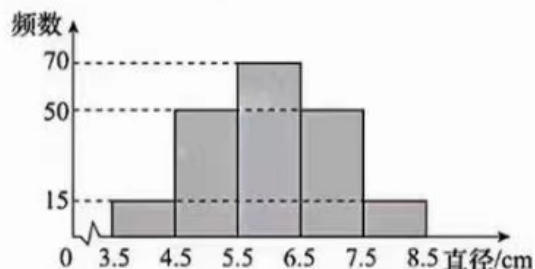


图 2 乙园样本数据频数直方图

任务 1 求图 1 中 a 的值.

【数据分析与运用】

任务 2 A, B, C, D, E 五组数据的平均数分别取为 4, 5, 6, 7, 8, 计算乙园样本数据的平均数.

任务 3 下列结论一定正确的是_____ (填正确结论的序号).

- ① 两园样本数据的中位数均在 C 组;
- ② 两园样本数据的众数均在 C 组;
- ③ 两园样本数据的最大数与最小数的差相等.

任务4 结合市场情况,将C,D两组的柑橘认定为一级,B组的柑橘认定为二级,其它组的柑橘认定为三级,其中一级柑橘的品质最优,二级次之,三级最次.试估计哪个园的柑橘品质更优,并说明理由.

根据所给信息,请完成以上所有任务.

七、(本题满分12分)

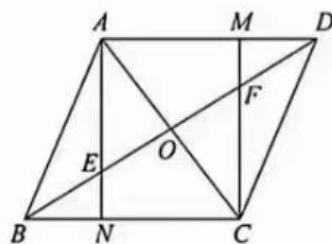
22. 如图1, $\square ABCD$ 的对角线 AC 与 BD 交于点 O , 点 M, N 分别在边 AD, BC 上, 且 $AM = CN$. 点 E, F 分别是 BD 与 AN, CM 的交点.

(1) 求证: $OE = OF$;

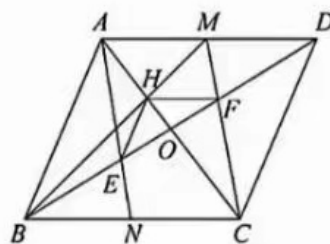
(2) 连接 BM 交 AC 于点 H , 连接 HE, HF .

(i) 如图2, 若 $HE \parallel AB$, 求证: $HF \parallel AD$;

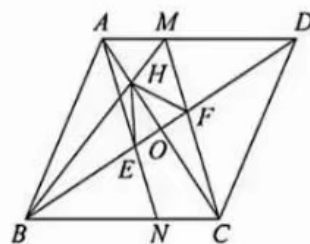
(ii) 如图3, 若 $\square ABCD$ 为菱形, 且 $MD = 2AM$, $\angle EHF = 60^\circ$, 求 $\frac{AC}{BD}$ 的值.



第22题图1



第22题图2



第22题图3

八、(本题满分14分)

23. 已知物线 $y = -x^2 + bx$ (b 为常数) 的顶点横坐标比抛物线 $y = -x^2 + 2x$ 的顶点横坐标大1.

(1) 求 b 的值;

(2) 点 $A(x_1, y_1)$ 在抛物线 $y = -x^2 + 2x$ 上, 点 $B(x_1 + t, y_1 + h)$ 在抛物线 $y = -x^2 + bx$ 上.

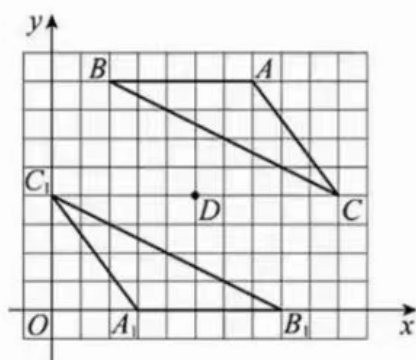
(i) 若 $h = 3t$, 且 $x_1 \geq 0, t > 0$, 求 h 的值;

(ii) 若 $x_1 = t - 1$, 求 h 的最大值.

1 2024 年安徽省初中学业水平考试

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
答案	A	B	D	C	C	A	B	C	D	A	$x \neq 4$	$>$	$\frac{1}{6}$	(1) $90^\circ - \alpha$ (2分) (2) $3\sqrt{5}$ (3分)

15. 解: 原方程可化为 $x^2 - 2x - 3 = 0$,
 因为 $\Delta = (-2)^2 - 4 \times 1 \times (-3) = 16 > 0$,
 所以方程有两个不等的实数根 $x_1 = \frac{2 + \sqrt{16}}{2} = 3$, $x_2 = \frac{2 - \sqrt{16}}{2} = -1$ 8分
16. 解: (1) 如图所示. 3分



- (2) 40. 6分
- (3) (3, 0) 或 (4, 2) 或 (5, 4) 或 (6, 6). 8分
 (写出一个即可)
17. 解: 设 A, B 两种农作物的种植面积分别为 x , y 公顷.
 根据题意, 得 $\begin{cases} 4x + 3y = 24, \\ 8x + 9y = 60. \end{cases}$
 解得 $\begin{cases} x = 3, \\ y = 4. \end{cases}$
 答: A, B 两种农作物的种植面积分别为 3 公顷、4 公顷. 8分
18. 解: (1) (i) 7, 5. 2分
 (ii) $(n+1)^2 - (n-1)^2$ 5分
 (2) $4(k^2 - m^2 + k - m)$ 8分
19. 解: 过点 E 作 $EH \perp AD$, 垂足为点 H,

- 由题意可知, $\angle CEB = \alpha = 36.9^\circ$, $EH = 1.20$,
 $CE = \frac{BC}{\tan 36.9^\circ} \approx \frac{1.20}{0.75} = 1.60$,
 $AH = AD - CE = 2.50 - 1.60 = 0.90$,
 故 $AE = \sqrt{AH^2 + EH^2} = \sqrt{0.90^2 + 1.20^2} = 1.50$, 于是 $\sin \gamma = \frac{AH}{AE} = \frac{0.90}{1.50} = 0.60$.
 又 $\sin \beta = \sin \angle CBE = \frac{CE}{BE} = \cos \angle CEB = \cos \alpha \approx 0.80$, 故 $\frac{\sin \beta}{\sin \gamma} = \frac{0.80}{0.60} \approx 1.3$ 10分
20. (1) 证明: 因为 $FA = FE$, 所以 $\angle FAE = \angle AEF$.
 又 $\angle FAE$ 与 $\angle BCE$ 都是 $\widehat{BF}$ 所对的圆周角,
 故 $\angle FAE = \angle BCE$.
 由于 $\angle AEF = \angle CEB$, 则 $\angle CEB = \angle BCE$.
 因为 CE 平分 $\angle ACD$, 所以 $\angle ACE = \angle DCE$.
 又 AB 是直径, 所以 $\angle ACB = 90^\circ$.
 于是 $\angle CEB + \angle DCE = \angle BCE + \angle ACE = \angle ACB = 90^\circ$.
 故 $\angle CDE = 90^\circ$, 即 $CD \perp AB$ 5分
- (2) 解: 由 (1) 知, $\angle BEC = \angle BCE$, 所以 $BE = BC$.
 又 $AF = EF$, $FM \perp AB$, 故 $MA = ME = 2$, $AE = 4$.
 从而圆的半径 $OA = OB = AE - OE = 3$, 于是 $BC = BE = OB - OE = 2$.
 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 6$, $BC = 2$, $\angle ACB = 90^\circ$,
 所以 $AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = \sqrt{6^2 - 2^2} = 4\sqrt{2}$, 即

AC 的长为 $4\sqrt{2}$ 10 分

21. 解: 任务 1 $a = 200 - (15 + 70 + 50 + 25) =$

40. 3 分

任务 2 因为

$$\frac{15 \times 4 + 50 \times 5 + 70 \times 6 + 50 \times 7 + 15 \times 8}{200} = 6,$$

所以乙园样本数据的平均数为 6. 6 分

任务 3 ①. 9 分

任务 4 由样本数据频数直方图可得, 乙园的一级柑橘所占比例大于甲园, 根据样本估计总体, 因此可以认为乙园柑橘品质更优. (本答案仅供参考, 其它答案请酌情赋分) 12 分

22. (1) 证明: 由题意知, $AD \parallel BC$, $AM \parallel CN$, $OA = OC$.

由于 $AM = CN$, 则四边形 $AMCN$ 是平行四边形,

从而 $AN \parallel CM$, 所以 $\angle OAE = \angle OCF$.

在 $\triangle AOE$ 与 $\triangle COF$ 中, 因为 $OA = OC$, $\angle OAE = \angle OCF$, $\angle AOE = \angle COF$.

所以 $\triangle AOE \cong \triangle COF$. 故 $OE = OF$ 4 分

(2)(i) 证明: 因为 $HE \parallel AB$, 所以 $\frac{OH}{OA} = \frac{OE}{OB}$.

又 $OB = OD$, $OE = OF$, 则 $\frac{OH}{OA} = \frac{OF}{OD}$.

由于 $\angle HOF = \angle AOD$, 故 $\triangle HOF \sim \triangle AOD$.

于是 $\angle OHF = \angle OAD$, 所以 $HF \parallel AD$

..... 8 分

(ii) 解: 因为 $\square ABCD$ 为菱形, 所以 $AC \perp BD$.

又 $OE = OF$, $\angle EHF = 60^\circ$, 所以 $\angle EHO = \angle FHO = 30^\circ$, 于是 $OH = \sqrt{3}OE$,

因为 $AM \parallel BC$, $MD = 2AM$, 所以 $\frac{AH}{HC} =$

$$\frac{AM}{BC} = \frac{1}{3}, \text{ 即 } HC = 3AH,$$

从而 $OA + OH = 3(OA - OH)$, 所以 $OA = 2OH$.

又因为 $BN \parallel AD$, $MD = 2AM$, $AM = CN$, 所以 $\frac{BE}{ED} = \frac{BN}{AD} = \frac{2}{3}$, 即 $3BE = 2ED$,

从而 $3(OB - OE) = 2(OB + OE)$, 所以 $OB = 5OE$.

故 $\frac{AC}{BD} = \frac{OA}{OB} = \frac{2OH}{5OE} = \frac{2\sqrt{3}}{5}$, 即 $\frac{AC}{BD}$ 的值是 $\frac{2\sqrt{3}}{5}$ 12 分

23. (1) 解: 因为抛物线 $y = -x^2 + bx$ 的顶点横坐标为 $\frac{b}{2}$, $y = -x^2 + 2x$ 的顶点横坐标为 1,

由条件得 $\frac{b}{2} - 1 = 1$, 解得 $b = 4$ 4 分

(2) 解: 因为点 $A(x_1, y_1)$ 在抛物线 $y = -x^2 + 2x$ 上, 所以 $y_1 = -x_1^2 + 2x_1$.

又点 $B(x_1 + t, y_1 + h)$ 在抛物线 $y = -x^2 + 4x$ 上, 则 $y_1 + h = -(x_1 + t)^2 + 4(x_1 + t)$.

于是 $-x_1^2 + 2x_1 + h = -(x_1 + t)^2 + 4(x_1 + t)$, 整理得 $h = -t^2 - 2x_1t + 2x_1 + 4t$

..... 8 分

(i) 因为 $h = 3t$, 所以 $3t = -t^2 - 2x_1t + 2x_1 + 4t$, 整理得 $t(t + 2x_1) = t + 2x_1$.

又 $x_1 \geq 0, t > 0$, 所以 $t + 2x_1 > 0$, 故 $t = 1$, 从而 $h = 3$ 11 分

(ii) 将 $x_1 = t - 1$ 代入 $h = -t^2 - 2x_1t + 2x_1 + 4t$, 整理得 $h = -3t^2 + 8t - 2$,

$$\text{配方得 } h = -3\left(t - \frac{4}{3}\right)^2 + \frac{10}{3}.$$

因为 $-3 < 0$, 所以当 $t = \frac{4}{3}$, 即 $x_1 = \frac{1}{3}$ 时, h 取最大值 $\frac{10}{3}$ 14 分