

2025 年江西省初中名校联盟九年级学习效果检测（一）

数学参考答案

一、单项选择题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分）

1. B 2. D 3. A 4. C 5. C 6. D

二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分）

7. 4 8. 4.8 cm^2 9. -2 10. 150° 11. $8\sqrt{5}-16$ 12. 1 或 $\sqrt{3}$ 或 $\frac{\sqrt{3}}{2}$

三、解答题（本大题共 5 小题，每小题 6 分，共 30 分）

13. (1) 解：由 $(x-1)^2 = 4$ 得 $x-1=2$ 或 $x-1=-2$,2 分

解得 $x_1=3, x_2=-1$3 分

(2) 解：∵ $\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = 2$,

∴ $a_1=2b_1, a_2=2b_2$4 分

∴ $\frac{a_1+a_2}{b_1+b_2} = \frac{2b_1+2b_2}{b_1+b_2}$ 5 分

∴ $\frac{a_1+a_2}{b_1+b_2} = \frac{2(b_1+b_2)}{b_1+b_2} = 2$ 6 分

14. 解：(1) 不可能2 分

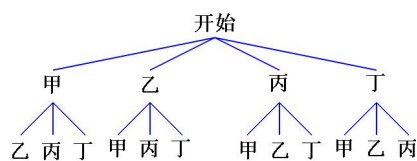
(2)

同学1 \ 同学2	甲	乙	丙	丁
甲		(乙甲)	(丙甲)	(丁甲)
乙	(甲乙)		(丙乙)	(丁乙)
丙	(甲丙)	(乙丙)		(丁丙)
丁	(甲丁)	(乙丁)	(丙丁)	

.....4 分

$P(\text{甲、乙被抽到}) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$6 分

或



.....4 分

由树状图可知，共有 12 种可能情况，其中甲、乙被抽到的情况有 2 种，

故 $P(\text{甲、乙被抽到}) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$6分

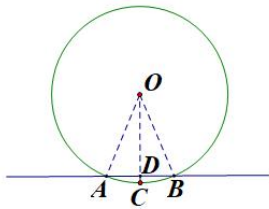
15. 解: (1) 当 $x = \sqrt{7}$, $y = 1$ 时, $x^2 + 3y - 4 = 7 + 3 - 4 = 6$3分

(2) 由题意得 $a^2 + 3 \cdot 2a - 4 = -9$4分

解得 $a_1 = -1$, $a_2 = -5$6分

16. (1) 解法一: 如图, 连接 OA , OB , 设 OC 交 AB 于点 D .

$\because C$ 为 $\widehat{AB}$ 的中点,



$\therefore \angle AOC = \angle BOC$2分

$\because OA = OB, OD = OD, \therefore \triangle AOD \cong \triangle BOD (SAS),$

$\therefore \angle ADO = \angle BDO = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ.$

$\therefore OC \perp AB$3分

解法二: 连接 OA , OB , 则 $OA = OB$.

$\because C$ 为 $\widehat{AB}$ 的中点,

$\therefore \widehat{AC} = \widehat{BC},$

$\therefore \angle AOC = \angle BOC$

故 OC 为等腰 $\triangle AOB$ 的角平分线,

$\therefore OC \perp AB$ (“三线合一”)

(2) 由题意可得 $CD = 2$ m, $AD = \frac{1}{2} AB = 10$ m.4分

设 $\odot O$ 的半径为 R , 则 $R^2 = 10^2 + (R - 2)^2$5分

解得 $R = 26$.

故该 $\odot O$ 的半径为 26 m.6分

17. (1) 如图, 线段 BD 为所求;3分

(2) 如图, 菱形 $ABEB'$ 为所求.6分

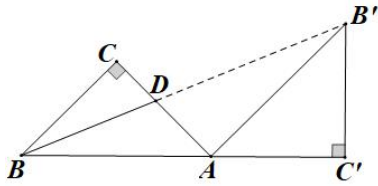


图 1

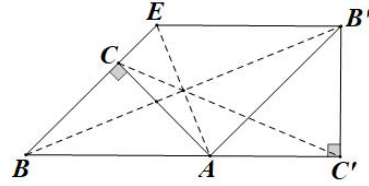


图 2

四、解答题 (本大题共 3 小题, 每小题 8 分, 共 24 分)

18. 解: (1) $\because AB$ 是半圆 O 的直径,

$$\therefore \angle ADB = 90^\circ.$$

$$\therefore BD = \sqrt{AB^2 - AD^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3. \quad \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$\because AB \perp BE,$$

$$\therefore \angle ABE = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle ABE = \angle ADB.$$

$$\because \angle A = \angle A,$$

$$\therefore \triangle ABD \sim \triangle AEB. \quad \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$\therefore \frac{AB}{AE} = \frac{AD}{AB}.$$

$$\therefore \frac{5}{AE} = \frac{4}{5}.$$

$$\therefore AE = \frac{25}{4}. \quad \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

(3) AD 与 AE 的乘积是定值, 定值为 25, 理由如下:5分

$$\because \frac{AB}{AE} = \frac{AD}{AB},$$

$$\therefore AD \cdot AE = AB^2. \quad \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

$$\therefore AD \cdot AE = 25. \quad \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

19. (1) 证明: 在 $\triangle AOB$ 和 $\triangle COD$ 中,

$$\begin{cases} OA = OC, \\ \angle AOB = \angle COD, \\ OB = OD, \end{cases}$$

$$\therefore \triangle AOB \cong \triangle COD \text{ (SAS)}. \quad \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$\therefore AB = CD, \quad \angle A = \angle C.$$

$\therefore AB \parallel CD$4 分

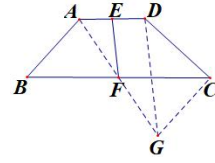
(2) $AB^2 + CD^2 = 4EF^2$. 证明如下:5 分

连接 AF 并延长, 截取 $FG = AF$, 连接 CG .

$\because F$ 是边 BC 的中点,

$\therefore BF = FC$.

$\therefore AF = FG$.



由 (1) 中的证明方法可得 $AB = CG$, $AB \parallel CG$.

$\therefore \angle B = \angle BCG$6 分

$\because \angle B + \angle DCB = 90^\circ$,

$\therefore \angle BCG + \angle DCB = 90^\circ$.

$\therefore \angle DCG = 90^\circ$.

$\therefore CD^2 + CG^2 = DG^2$.

$\therefore CD^2 + AB^2 = DG^2$7 分

$\because E, F$ 分别是边 AD, AG 的中点,

$\therefore DG = 2EF$.

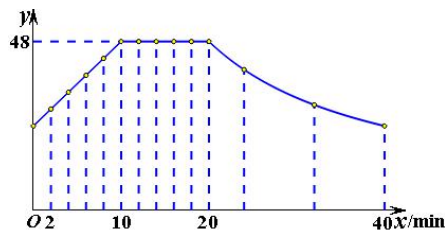
$\therefore CD^2 + AB^2 = 4EF^2$8 分

20. 解: (1) 一次 反比例2 分

解法一: (2) $\because 32 \times 30 = 40b$,

$\therefore b = 24$3 分

补图如下:



.....4 分

(3) 当 $0 \leq x \leq 10$ 时, 设 y 与 x 的函数关系式为 $y = kx + 24$,

将 $(2, 28.8)$ 代入, 得 $28.8 = 2k + 24$.

解得 $k = 2.4$.

$\therefore y = 2.4x + 24$5 分

当 $y = 30$ 时, $x = 2.5$6 分

当 $20 \leq x \leq 40$ 时, $y = \frac{32 \times 30}{x}$; 则当 $y = 30$ 时, $x = 32$7 分

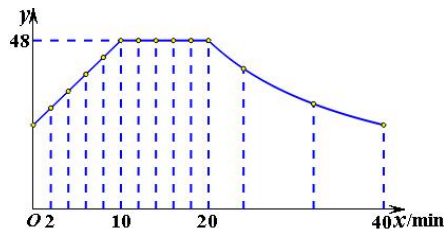
$\therefore$ 课堂第 3 分钟~第 31 分钟, 学生注意力指标高于 30, 学生学习解综合题的效果显著.

故该专家点评合理.

.....8分

解法二

(2)



.....3分

当 $0 \leq x \leq 10$ 时, 设 y 与 x 的函数关系式为 $y = kx + 4$.

$$\begin{cases} 2k + b = 28.8, \\ 10k + b = 48, \end{cases} \quad \begin{cases} k = 2.4, \\ b = 24, \end{cases}$$

由题意可得

$$\therefore y = 2.4x + 24, \text{ 即 } b = 24. \quad \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

(3) 由 (2) 知: 当 $x = 3$ 时, $y = 2.4 \times 3 + 24 = 31.2 > 30$.

设当 $20 \leq x \leq 40$ 时, y 与 x 的函数关系式为 $y = \frac{k_1}{x}$.

$$\text{由题意得 } \frac{k_1}{20} = 48, \text{ 解得 } k_1 = 960. \therefore y = \frac{960}{x}$$

$$\text{当 } x = 31 \text{ 时, } y = \frac{960}{31} = 30 \frac{30}{31}, \therefore 30 \frac{30}{31} > 30. \quad \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

综上所述, 当 $3 \leq x \leq 31$ 时, 注意力指标数不低于 30, 所以合理.

五、解答题 (本大题共 2 小题, 每小题 9 分, 共 18 分)

21. 解: (1) $\because$ 封面的长、宽之比为 $27 : 21 = 9 : 7$,

$\therefore$ 正中央的矩形的长、宽之比是 $9 : 7$1分

设正中央的矩形的长和宽分别是 $9a$ cm 和 $7a$ cm,

故上、下边衬与左、右边衬的宽度之比为 $\frac{27-9a}{2} : \frac{21-7a}{2} = 9 : 7$3分

$$(2) (27-18x)(21-14x) = \frac{3}{4} \times 27 \times 21. \quad \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$\text{解得 } x_1 = \frac{6-3\sqrt{3}}{4}, x_2 = \frac{6+3\sqrt{3}}{4} \text{ (舍去)}. \quad \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

故上、下边衬的宽均为 $\frac{54-27\sqrt{3}}{4}$ cm, 左、右边衬的宽均为 $\frac{42-21\sqrt{3}}{4}$ cm.6分

(3) 设正中央的矩形长为 $9y$ cm, 宽为 $7y$ cm, 依题意, 得 $9y \cdot 7y = \frac{3}{4} \times 27 \times 21$7 分

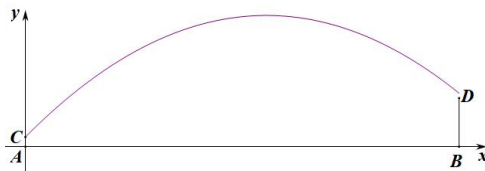
解得 $y_1 = \frac{3\sqrt{3}}{2}$, $y_2 = -\frac{3\sqrt{3}}{2}$ (舍去).8 分

$\therefore$ 上、下边衬的宽均为 $(27 - \frac{27\sqrt{3}}{2}) \div 2 = \frac{54 - 27\sqrt{3}}{4}$ cm.

左、右边衬的宽均为 $(21 - \frac{21\sqrt{3}}{2}) \div 2 = \frac{42 - 21\sqrt{3}}{4}$ cm.

故上、下边衬的宽均为 $\frac{54 - 27\sqrt{3}}{4}$ cm, 左、右边衬的宽均为 $\frac{42 - 21\sqrt{3}}{4}$ cm.9 分

22. 解: (1) ①以直线 AB 为 x 轴, 向右为正, 直线 AC 为 y 轴, 向上为正, 构造平面直角坐标系 xOy .



则可设 $y = a(x - 50)^2 + 27$2 分

将 $(0, 2)$ 代入, 得 $a \cdot 50^2 + 27 = 2$.

解得 $a = -\frac{1}{100}$.

故抛物线的解析式为 $y = -\frac{1}{100}(x - 50)^2 + 27$3 分

②能, 城墙应该加高 1 m 以上, 才能让进攻方发射的石块飞不进防守方城墙.4 分

理由:

当 $x = 90$ m 时, $y = -\frac{1}{100}(90 - 50)^2 + 27 = 11$ (m), $11 \text{ m} > 10 \text{ m}$.

$\therefore$ 进攻方发射的石块能飞进防守方的城墙.5 分

$11 - 10 = 1$ (m)

故防守方应把城墙加高 1 m 以上, 才能让进攻方发射的石块飞不进我方城墙.6 分

(2) 由 (1) 可知, 抛物线可设为 $y = a(x - 50)^2 + 27$.

当 $x = 0$ 时, $y = 2500a + 27$, 即 $AC = 2500a + 27$7 分

当 $x = 90$ m 时, $y = 1600a + 27$.

∴ 防守方不需要再往上加高城墙，

$$\therefore 1600a + 27 < 10.$$

$$\therefore a < -\frac{17}{1600}. \quad \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

$$\therefore AC = 2500a + 27 < 2500 \left(-\frac{17}{1600}\right) + 27, \text{ 即 } AC < \frac{7}{16}.$$

故石块出发点 C 与 A 的距离满足 $0 \leq AC < \frac{7}{16}$ 时，防守方无须加高城墙. $\dots\dots\dots 9 \text{ 分}$

六、解答题（本大题共 12 分）

23. (1) ① $\sqrt{5}$; ② $\frac{3}{2}$. $\dots\dots\dots 4 \text{ 分}$

(2) 猜想: $\frac{AB}{AD} = \frac{BF}{CE}$, 证明如下: $\dots\dots\dots 5 \text{ 分}$

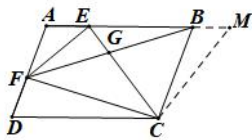
选择①: (解法一)

证明: 如图, 以点 C 为圆心, CE 为半径画弧, 交 AB 的延长线于点 M , 连接 CM , 则 $CM = CE$.

$$\therefore \angle M = \angle CEM.$$

$$\because \angle FGC = \angle DAB, \angle FGC + \angle FGE = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle DAB + \angle FGE = 180^\circ.$$



$$\therefore \angle AFB + \angle AEG = 180^\circ.$$

$$\because \angle CEM + \angle AEG = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle AFB = \angle CEM.$$

$$\therefore \angle AFB = \angle M. \quad \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

在 $\square ABCD$ 中, $AD = BC$, $AD \parallel BC$.

$$\therefore \angle A = \angle CBM.$$

$$\therefore \triangle AFB \sim \triangle BMC. \quad \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

$$\therefore \frac{AB}{BC} = \frac{BF}{MC}.$$

$$\therefore \frac{AB}{AD} = \frac{BF}{CE}. \quad \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

方法二:

证明: 如图, 以点 B 为圆心, BF 为半径画圆交

BA 的延长线于点 P , 连接 BP , 则 $BP=BF$.

$$\therefore \angle P = \angle PFB.$$

$$\because \angle FGC = \angle DAB,$$

$$\angle FGC + \angle FGE = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle AFG + \angle AEG = 180^\circ.$$

$$\therefore \angle AFG = \angle BEC.$$

$$\therefore \angle P = \angle BEC.$$

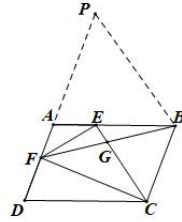
$$\because AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle PAB = \angle CBE.$$

$$\therefore \triangle PAB \sim \triangle EBC.$$

$$\therefore \frac{AB}{BC} = \frac{PB}{EC}.$$

$$\therefore \frac{AB}{AD} = \frac{BF}{CE}.$$



.....7 分

.....8 分

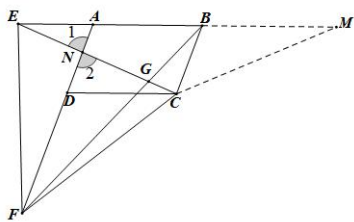
选择②:

证明: 如图, 以点 C 为圆心, CE 为半径画弧, 交 AB 的延长线于点 M , 连接 CM , 则 $CM=CE$.

$$\therefore \angle M = \angle CEM.$$

$$\because \angle FGC = \angle DAB,$$

$$\therefore \angle EAF = \angle FGE.$$



$$\text{又 } \angle 1 = \angle 2,$$

$$\therefore \triangle AEN \sim \triangle GFN.$$

$$\therefore \angle AFB = \angle CEM.$$

$$\therefore \angle AFB = \angle M. \quad \text{.....6 分}$$

在 $\square ABCD$ 中, $AD=BC$, $AD \parallel BC$.

$$\therefore \angle DAB = \angle CBM.$$

$$\therefore \triangle AFB \sim \triangle BMC. \quad \text{.....7 分}$$

$$\therefore \frac{AB}{BC} = \frac{BF}{MC}.$$

$$\therefore \frac{AB}{AD} = \frac{BF}{CE}. \quad \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

(3) 如图, 过点 D 作 $DF \parallel BC$ 交 AB 于点 F , 过点 C 作 $CG \parallel AB$ 交 DF 于点 G ,

$\therefore \angle BFD = 180^\circ - \angle ABC = 120^\circ$, 四边形 $BFGC$ 为平行四边形.

又 $\angle ABC = \angle AED = 60^\circ$,

$$\therefore \frac{BD}{AC} = \frac{BF}{BC} = \frac{3}{2}. \quad \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

设 $BF = 3m$, 则 $BC = 2m$, $AF = 6 - 3m$.

以 BC , CA 为一组邻边构造平行四边形 $BCAM$.

$\therefore \angle MBD = \angle AED = 60^\circ$, $AM = BC = 2m$, $\angle BAM = \angle ABC = 60^\circ$.

在 AB 上截取 $AN = AM$,

$\therefore \triangle AMN$ 为等边三角形.

$\therefore MN = AN = 2m$, $BN = 6 - 2m$, $\angle ANM = 60^\circ$.

$\therefore \angle MNB = 120^\circ$.

$\therefore \angle MNB = \angle BFD$.

$\therefore \angle MBD = \angle MNA = 60^\circ$,

$\therefore \angle MBN + \angle BMN = \angle MBN + \angle FBD$.

$\therefore \angle BMN = \angle FBD$.

$\therefore \triangle MNB \sim \triangle BFD$.

$$\therefore \frac{MN}{BF} = \frac{BN}{DF}.$$

在 $\text{Rt}\triangle AFD$ 中, $\angle AFD = 60^\circ$,

$\therefore DF = 2AF = 12 - 6m$.

$$\therefore \frac{2m}{3m} = \frac{6 - 2m}{12 - 6m}.$$

$\therefore m = 1$.

$\therefore BC = 2. \quad \dots\dots\dots 12 \text{ 分}$

