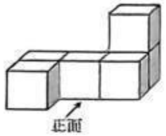
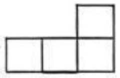
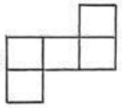
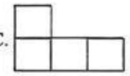
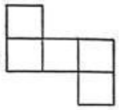
2024-2025年度九年级下学期第一次月考数学试卷

一、选择题：本题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分。在每小题给出的选项中，只有一项是符合题目要求的。

1.由 6 个完全相同的小正方体组成的几何体如图所示，则从上面看得到的平面图形是( )



A.  B.  C.  D. 

2.将抛物线$y=3x^2$向右平移 4 个单位长度后，再向上平移 5 个单位长度，所得到的抛物线的顶点坐标为( )

A. $(4,-5)$　　B. $(4,5)$　　C. $(-4,5)$　　D. $(-4,-5)$

3.以正方形$ABCD$两条对角线的交点O为坐标原点，建立如图所示的平面直角坐标系，双曲线$y=\frac{3}{x}$经过点D，则正方形$ABCD$的面积是( )

A. 10　　B. 11　　C. 12　　D. 13

4.如图，平面直角坐标系中，已知矩形$OABC$，O为原点，点A，C分别在x轴、y轴上，点B的坐标为$(1,2)$，连接OB，将$\triangle OAB$沿直线OB翻折，点A落在点D的位置，则 $\cos\angle COD$的值是( )

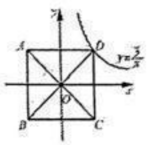
A. $\frac{3}{5}$　　B. $\frac{1}{2}$　　C. $\frac{3}{4}$　　D. $\frac{4}{5}$

5.如图，BD是$\odot O$的直径，点A，C在$\odot O$上，$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{AD}$，$AC$交$BD$于点$G$.若$\angle COD=126^\circ$，则$\angle AGB$的度数为( )

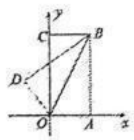
A. 99°　　B. 108°　　C. 110°　　D. 117°

6.如图，抛物线$y=ax^2+bx+c(a\neq0)$与x轴交于A、B两点，与y轴交于点C，且对称轴为直线$x=-1$，点A的坐标为$(-3,0)$，则下面的结论中：①$abc>0$；②$2a+b=0$；③$4a-2b+c>0$；④当$y<0$时，$x<-3$或$x>1$，其中正确的结论个数是( )

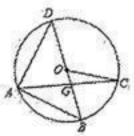
A. 4　　B. 3　　C. 2　　D. 1



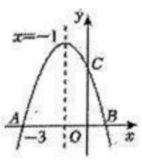
第 3 题



第 4 题



第 5 题



第 6 题

二、填空题：本题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分。

7.有 4 张背面相同，正面分别印有 0，−5，π，2.5 的卡片，现将这 4 张卡片背面朝上，从中随机抽取 1 张，恰好抽到正面印有整数的卡片的概率为______.

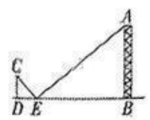
8.如图，小华在地面上放置一个平面镜E来测量铁塔AB的高度，镜子与铁塔的距离$EB=20$米，镜子与小华的距离$ED=2$米时，小华刚好从镜子中看到铁塔顶端点A.已知小华的眼睛距地面的高度$CD=1.5$米，则铁塔AB的高度是______米.

9.若二次函数$y=(k-2)x^2+2x+1$的图象与x轴有交点，则k的取值范围是______.

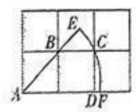
10.如图，在由边长为 1 的小正方形组成的网格中，点A，B，C，D都在格点上，点E在AB的延长线上，以点A为圆心，AE为半径画弧，交AD的延长线于点F，且弧EF经过点C，则扇形EAF的面积为______.

11.如图，我们把一个半圆与抛物线的一部分围成的封闭图形称为“果圆”.已知点A，B，C，D分别是“果圆”与坐标轴的交点，抛物线的解析式为$y=x^2-2x-3$，AB为半圆的直径，则这个“果圆”被y轴截得的弦CD的长为______.

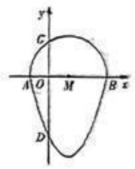
12.如图，在$Rt\triangle ABC$中，$\angle C=90^\circ$，E为AB边上一点，以AE为直径的半圆O与BC相切于点D，连接AD．$BE=3$，$BD=3\sqrt{5}$.P是AB边上的动点，当$\triangle ADP$为等腰三角形时，AP的长为______.



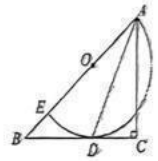
第 8 题



第 10 题



第 11 题



第 12 题

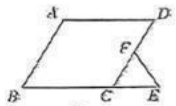
三、解答题：本题共 5 小题，每小题 6 分，共 30 分。

13.（1）计算：$\sin^2 30^\circ+2\sin60^\circ+\tan45^\circ+\cos^2 30^\circ$；（2）解方程：$4x^2-8x+1=0$

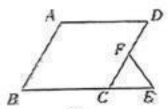
14.如图，在菱形$ABCD$中，$\angle B=60^\circ$，延长BC至点E，使$CE=\frac{1}{2}BC$.取CD的中点F，连接EF，请利用无刻度的直尺按下列要求作图(保留画图痕迹).

(1)在图①中作出$\triangle CEF$中CF边上的中线；

(2)在图②中作出BC的中点.



①



②

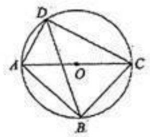
15.若抛物线$y=ax^2+b$经过点$(1,2)$与点$(\sqrt{3},0)$

(1)求a，b的值；

(2)若把此抛物线向下平移 4 个单位长度，求此时抛物线的顶点坐标.

16.如图，四边形$ABCD$内接于$\odot O$，AC为$\odot O$的直径，$\angle ADB=\angle CDB$.

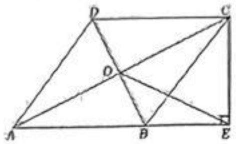
(1)试判断$\triangle ABC$的形状，并给出证明；(2)若$AB=\sqrt{2}$，$AD=1$，求CD的长度.



17.如图，在四边形$ABCD$中，$AB//DC$，$AB = AD$，对角线AC、BD交于点O，AC平分$\angle BAD$，过点C作$CE \perp AB$交AB延长线于点E，连接OE.

(1)求证：四边形$ABCD$是菱形；

(2)若$CE = \sqrt{3}$，$\angle ADC = 120°$，求四边形$ABCD$的面积.

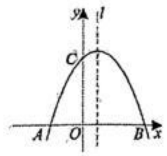


四、解答题：本题共 3 小题，每小题 8 分，共 24 分。

18.如图，已知抛物线$y = -x^2 + mx + 3$与x轴交于A，B两点，与y轴交于点C，点B的坐标为$(3,0)$.

(1)求m的值及抛物线的顶点坐标；

(2)点P是抛物线对称轴l上的一个动点，当$PA + PC$的值最小时，求点P的坐标.



19.如图 1 是一种建筑行业用的小型吊机实如图，图 2，图 3 是吊机的示意图，支架$AB = 150cm$，吊杆$AM = 200cm$，$\angle ACB = 90°$，$\angle BAC = 37°$.

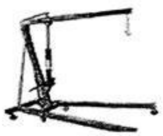


图 1

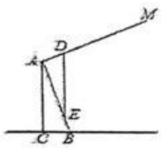


图 2

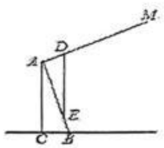


图 3

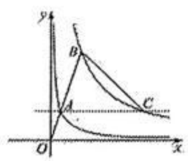
(1)如图 2，若$AM \perp AB$，求点M到直线BC的距离；

(2)如图 3，当液压杆DE伸长时，此时点M比(1)中的点M到直线BC的距离升高了 $21cm$，求$\angle MAB$的度数.（参考数据：$\sin 37° \approx 0.6$，$\cos 37° \approx 0.8$，$\sin 45° \approx 0.7$）

20.如图，分别位于反比例函数$y = \frac{1}{x}$，$y = \frac{k}{x}$图象上并在第一象限的两点A、B，与原点O在同一直线上，且$\frac{OA}{OB} = \frac{1}{3}$

(1)求反比例函数$y = \frac{k}{x}$的表达式；

(2)过点A作x轴的平行线交$y = \frac{k}{x}$的图象于点C，连接BC，求$\triangle ABC$的面积.



五、解答题：本题 2 小题，每小题 9 分，共 18 分。

21.在“母亲节”期间，某校部分团员参加社会公益活动，准备购买一批许愿瓶进行销售，并将所得利润捐给慈善机构，根据市场调查，这种许愿瓶一段时间内的销售量y(个)与销售单价x(元/个)之间的关系式为$y = -30x + 600$，许愿瓶的进价为 6 元/个.

(1)按照上述市场调查的销售规律，求销售利润w(元)与销售单价x(元/个)之间的函数解析式；为了方便顾客，售价定为多少时可获利 1200 元?

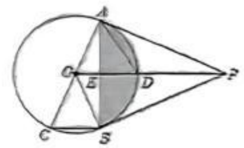
(2)若许愿瓶的进货成本不超过 900 元，要想获得最大利润，试确定此时的销售单价，并求出此时的最大利润.

22.如图，PA、PB是$\odot O$的切线，A、B是切点，AC是$\odot O$的直径，连接OP，交$\odot O$于点D、交AB于点E.

(1)求证：$BC // OP$；

(2)若E恰好是OD的中点，且四边形$OAPB$的面积是 $16\sqrt{3}$，求阴影部分的面积；

(3)若 $\sin\angle BAC = \frac{1}{3}$，且$AD = 2\sqrt{3}$，求切线$PA$的长.



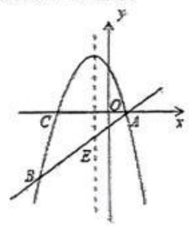
六、解答题：本题共 1 小题，共 12 分。

23.如图，抛物线$y = ax^2 + bx + 3(a \neq 0)$的对称轴为直线$x = -1$，抛物线交$x$轴于$A$、$C$两点，与直线$y = x - 1$交于$A$、$B$两点，直线$AB$与抛物线的对称轴交于点$E$.

(1)求抛物线的解析式.

(2)点P在直线AB上方的抛物线上运动，若$\triangle ABP$的面积最大，求此时点P的坐标.

(3)在平面直角坐标系中，以点B、E、C、D为顶点的四边形是平行四边形，请直接写出符合条件点D的坐标.



2024-2025年度九年级下学期第一次月考数学试卷

【答案】

1. B　2. B　3. C　4. D　5. B　6. B

7. $\frac{1}{2}$

8. 15

9. $k \le 3$且$k \neq 2$

10. $\frac{5\pi}{8}$

11. $3+\sqrt{3}$

12. 6或 $2\sqrt{30}$

13. (1) 解：原式$=\sin^2 30^\circ+\cos^2 30^\circ+2\sin 60^\circ+\tan 45^\circ=1+2\times\frac{\sqrt{3}}{2}+1=2+\sqrt{3}$.

$(2)\because 4x^2-8x+1=0$,

$\therefore x^2-2x=-\frac{1}{4}$

$\therefore x^2-2x+1=-\frac{1}{4}+1$,

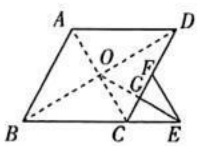
即$(x-1)^2=\frac{3}{4}$

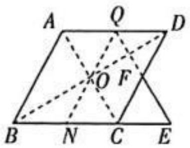
$\therefore x-1=\pm\frac{\sqrt{3}}{2}$,

$\therefore x_1=1+\frac{\sqrt{3}}{2}$，$x_2=1-\frac{\sqrt{3}}{2}$;

14. 【答案】【小题 1】

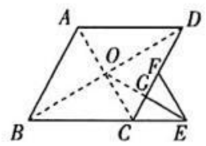
解：如答图①，EG为所作.

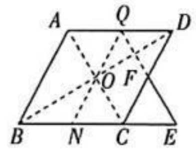

①


②

【小题 2】

如答图②，点N为所作.


①


②

【解析】1. 见答案

15. 【小题 1】

解：将点$(1,2)$与点$(\sqrt{3},0)$代入$y=ax^2+b$，得$\begin{cases}a+b=8,\\3a+b=0,\end{cases}$ $\therefore\begin{cases}a=-1,\\b=3;\end{cases}$

【小题 2】

抛物线的解析式为$y=-x^2+3$，向下平移 4个单位长度后得$y=-x^2+3-4=-x^2-1$，此时抛物线的顶点坐标为$(0,-1)$.

16. 【小题 1】

$\triangle ABC$是等腰直角三角形，证明过程如下：

$\because AC$为$\odot O$的直径，$\therefore\angle ADC=\angle ABC=90^\circ$，

$\because\angle ADB=\angle CDB$，$\therefore\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{BC}$，$\therefore AB=BC$，

又$\because\angle ABC=90^\circ$，$\therefore\triangle ABC$是等腰直角三角形.

【小题 2】

在$Rt\triangle ABC$中，$AB=BC=\sqrt{2}$，

$\therefore AC=2$，在$Rt\triangle ADC$中，$AD=1$，$AC=2$，$\therefore CD=\sqrt{3}$.

17. (1)证明：$\because AB//CD$，

$\therefore\angle ACD=\angle BAC$，

$\because AC$平分$\angle BAD$，

$\therefore\angle BAC=\angle DAC$，

$\therefore AD=CD$，

$\because AB=AD$，

$\therefore AB=CD$，

$\because AB//CD$,

$\therefore$四边形$ABCD$是平行四边形,

$\because AB=AD$,

$\therefore$平行四边形$ABCD$是菱形;

(2)解:$\because$四边形$ABCD$是菱形,$\angle ADC=120^\circ$,

$\therefore AC\perp BD$,$OA=OC$,$OB=OD$,$\angle DAB=60^\circ$,$\angle CAB=\frac{1}{2}\angle DAB=30^\circ$,

$\therefore AC=2CE=2\sqrt{3}$,$AB=2BO$,

$\therefore AO=CO=\sqrt{3}$,

$\because AB^2=AO^2+BO^2$,

$\therefore 4BO^2-BO^2=3$,

$\therefore BO=1$(负值舍去),

$\therefore BD=2$,

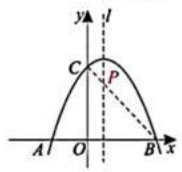
$\therefore$菱形$ABCD$的面积$=\frac{1}{2}\times AC\times BD=\frac{1}{2}\times 2\sqrt{3}\times 2=2\sqrt{3}$.

18.【小题 1】

解:将$B(3,0)$代入得 $0=-9+3m+3$,$\therefore m=2$.$\therefore y=-x^2+2x+3=-(x-1)^2+4$.$\therefore$顶点坐标为$(1,4)$

【小题 2】

如图,连接BC交对称轴于点P,使得$PA+PC$的值最小, 设直线BC的解析式为$y=kx+b$,代入点$B(3,0)$,$C(0,3)$得$\begin{cases}0=3k+b,\\3=b,\end{cases}$解得$\begin{cases}k=-1,\\b=3,\end{cases}$$\therefore$直线$BC$:$y=-x+3$.当$x=1$时,$y=-1+3=2$.$\therefore P(1,2)$.



19.解:(1)过点M作$MF\perp BC$,垂足为F,过点A作$AG\perp MF$,垂足为G,

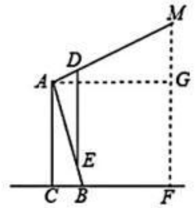


图 2

$\because \angle ACB=90^\circ$,

$\therefore$四边形$ACFG$是矩形,

$\therefore AC=GF$,$\angle CAG=90^\circ$,

在$Rt\triangle ACB$中,$AC=AB\cos\angle CAB=150\times 0.8=120cm$,

$\therefore AC=GF=120cm$,

$\because AM\perp AB$,

$\therefore \angle MAB=90^\circ$,

$\therefore \angle MAG=\angle CAB=37^\circ$,

在$Rt\triangle AMG$中,$MG=AM\sin 37^\circ=200\times 0.6=120cm$,

$\therefore MF=MG+GF=240cm$,

答:点M到直线BC的距离是 $240cm$;

(2)过点M作$MP\perp BC$,垂足为P,过点A作$AN\perp MP$,垂足为N,

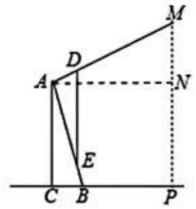


图 3

$\because \angle ACB=90^\circ$,

$\therefore$四边形$ACPN$是矩形,

$\therefore AC=NP$,$\angle CAN=90^\circ$,

$\therefore \angle BAN=\angle CAN-\angle CAB=90^\circ-37^\circ=53^\circ$,

在$Rt\triangle ACB$中,$AC=AB\cos\angle CAB=150\times 0.8=120cm$,

$\therefore AC=NP=120cm$，

由题意得：$MP=240+21=261cm$，

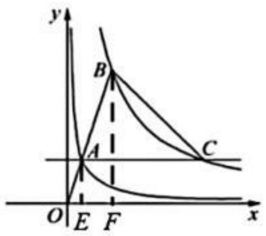
$\therefore MN=MP-NP=261-120=141cm$，

在$Rt\triangle MAN$中，$\sin\angle MAN=\frac{MN}{AM}=\frac{141}{200}\approx 0.7$，

$\therefore \angle MAN=45^{\circ}$，

$\therefore \angle MAB=\angle MAN+\angle BAN=53^{\circ}+45^{\circ}=98^{\circ}$.

20. 解：(1)作AE，BF分别垂直于x轴，垂足为E，F，



$\because AE//BF$，

$\therefore \triangle AOE\backsim\triangle BOF$，

又$\frac{OA}{OB}=\frac{1}{3}$，

$\therefore \frac{OA}{OB}=\frac{OE}{OF}=\frac{EA}{FB}=\frac{1}{3}$，

由点A在函数$y=\frac{1}{x}$的图象上，

设A的坐标是$(m,\frac{1}{m})(m\neq 0)$

$\therefore \frac{OE}{OF}=\frac{m}{OF}=\frac{1}{3}$，$\frac{EA}{FB}=\frac{\frac{1}{m}}{FB}=\frac{1}{3}$

$\therefore OF=3m$，$BF=\frac{3}{m}$，即B的坐标是$(3m,\frac{3}{m})$，

又$\because$点B在$y=\frac{k}{x}$的图象上，

$\therefore \frac{3}{m}=\frac{k}{3m}$，解得$k=9$，

则反比例函数$y=\frac{k}{x}$的表达式是$y=\frac{9}{x}$；

(2)由(1)可知，$A(m,\frac{1}{m})$，$B(3m,\frac{3}{m})$，其中$m\neq 0$.

又已知过A作x轴的平行线交$y=\frac{9}{x}$的图象于点C，

$\therefore C$的纵坐标是$\frac{1}{m}$，

把$y=\frac{1}{m}$代入$y=\frac{9}{x}$得$x=9m$，

$\therefore C$的坐标是$(9m,\frac{1}{m})$，

$\therefore AC=9m-m=8m$，

$\therefore S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}\times 8m\times\frac{2}{m}=8$.

21. 解：(1)由题意可得，

$w=(x-6)y=(x-6)(-30x+600)=-30x^2+780x-3600$，

当$w=1200$时，$1200=-30x^2+780x-3600$，

解得，$x_1=10$，$x_2=16$，

故为了方便顾客，售价定为 10 元，

答：销售利润w(元)与销售单价x(元/个)之间的函数解析式是$w=-30x^2+780x-3600$，为了方便顾客，售价定为 10 元时可获利 1200 元；

(2)由题意可得，

$(-30x+600)\times 6\leq 900$，

解得，$x\geq 15$，

$\because w=-30x^2+780x-3600=-30(x-13)^2+1470$，$-30<0$，

$\therefore$当$x<13$时，w随着x的增大而增大，当$x>13$时，w随x的增大而减小，

又$\because x\geq 15$，

$\therefore$当$x=15$时，w取得最大值，此时$w=1350$，

即许愿瓶的进货成本不超过 900 元，要想获得最大利润，此时的销售单价是 15 元，此时的最大利润是 1350 元.

22. (1)证明：$\because PA$，PB是$\odot O$的切线，

$\therefore PA=PB$，

$\because OA=OB$，

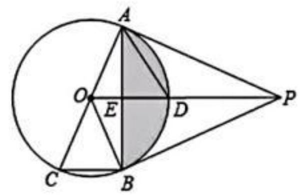
$\therefore OP\perp AB$，

$\because AC$是直径，

$\therefore \angle ABC=90^{\circ}$，

$\therefore BC\perp AB$，

$\therefore BC//OP$.



(2)解：$\because OE=DE$，$AB\perp OD$，

$\therefore AO=AD$，

$\because OA=OD$，

$\therefore AD=OA=OD$，

$\therefore\triangle AOD$是等边三角形，

$\therefore\angle AOD=60^\circ$，

设$OE=m$，则$AE=BE=\sqrt{3}m$，$OA=2m$，$OP=4m$，

$\because$四边形$OAPB$的面积是 $16\sqrt{3}$，

$\therefore\frac{1}{2}\cdot OP\cdot AB=16\sqrt{3}$，

$\therefore\frac{1}{2}\times 4m\times 2\sqrt{3}m=16\sqrt{3}$，

$\therefore m=2$或-2(舍弃)，

$\therefore OE=2$，$AB=4\sqrt{3}$，$OA=2m=4$，

$\because OD\perp AB$，

$\therefore\widehat{AD}=\widehat{BD}$，

$\therefore\angle AOD=\angle BOD=60^\circ$，

$\therefore\angle AOB=2\angle AOD=120^\circ$，

$\therefore S_{阴}=S_{扇形OAB}-S_{\triangle AOB}=\frac{120\pi\cdot 4^2}{360}-\frac{1}{2}\times 4\sqrt{3}\times 2=\frac{16\pi}{3}-4\sqrt{3}$.

(3)解：在$Rt\triangle AOE$中，$\sin\angle CAB=\frac{OE}{AO}=\frac{1}{3}$，

$\therefore$可以假设$OE=x$，则$OA=OD=3x$，$DE=2x$，$AE=\sqrt{OA^2-OE^2}=\sqrt{(3x)^2-x^2}=2\sqrt{2}x$，

在$Rt\triangle ADE$中，$AD^2=AE^2+DE^2$，

$\therefore(2\sqrt{3})^2=(2\sqrt{2}x)^2+(2x)^2$，

$\therefore x=1$或-1(舍弃)，

$\therefore OE=1$，$OA=3$，$AE=2\sqrt{2}$，

$\because PA$是切线，

$\therefore PA\perp OA$，

$\therefore\angle OAP=90^\circ$，

$\therefore\angle CAB+\angle BAP=90^\circ$，$\angle APO+\angle PAE=90^\circ$，

$\therefore\angle CAB=\angle APO$，

$\therefore\sin\angle APE=\sin\angle CAB=\frac{1}{3}=\frac{AE}{PA}$，

$\therefore PA=3AE=6\sqrt{2}$.

23. 解：(1)令$y=0$，可得：$x-1=0$，解得：$x=1$，

$\therefore$点$A(1,0)$，

$\because$抛物线$y=ax^2+bx+3(a\neq 0)$的对称轴为直线$x=-1$，

$\therefore -1\times 2-1=-3$，即点$C(-3,0)$，

$\therefore\begin{cases}a+b+3=0\\9a-3a+3=0\end{cases}$，解得：$\begin{cases}a=-1\\b=-2\end{cases}$，

$\therefore$抛物线的解析式为：$y=-x^2-2x+3$；

(2)$\because$点P在直线AB上方的抛物线上运动，

$\therefore$设点$P(m,-m^2-2m+3)$，

$\because$抛物线与直线$y=x-1$交于A、B两点，

$\therefore\begin{cases}y=-x^2-2x+3\\y=x-1\end{cases}$，解得：$\begin{cases}x_1=-4\\y_1=-5\end{cases}$，$\begin{cases}x_2=1\\y_2=0\end{cases}$，

$\therefore$点$B(-4,-5)$，

如图，过点P作$PM//y$轴交直线AB于点M，

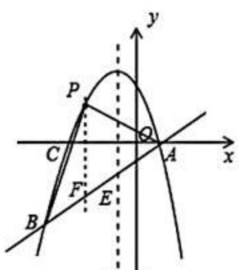


图 1

则点$M(m,m-1)$，

$\therefore PM=-m^2-2m+3-m+1=-m^2-3m+4$，

$\therefore S_{\triangle ABP}=S_{\triangle PBM}+S_{\triangle PBA}$

$=\frac{1}{2}(-m^2-3m+4)(m+4)+\frac{1}{2}(-m^2-3m+4)(1-m)$

$=-\frac{5}{2}(m+\frac{3}{2})^2+\frac{125}{8}$，

$\therefore$当$m=-\frac{3}{2}$时，P最大，

$\therefore$点$P(-\frac{3}{2},\frac{15}{4})$；

(3)当$x=-1$时，$y=-1-1=-2$，

∴点$E(-1,-2)$.

如图，直线BC的解析式为$y=5x+15$，直线BE的解析式为$y=x-1$，直线CE的解析式为$y=-x-3$，

∵以点B、C、E、D为顶点的四边形是平行四边形，

∴直线D_1D_3的解析式为$y=5x+3$，直线D_1D_2的解析式为$y=x+3$，直线D_2D_3的解析式为$y=-x-9$，

联立$\begin{cases} y=5x+3 \\ y=x+3 \end{cases}$得$D_1(0,3)$，

同理可得$D_2(-6,-3)$，$D_3(-2,-7)$，

综上所述，符合条件的点D的坐标为$D_1(0,3)$，$D_2(-6,-3)$，$D_3(-2,-7)$.

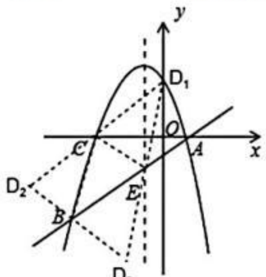


图 2