

2017 年广东省中考数学试卷

一、选择题 (本大题共 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分)

1. (3 分) 5 的相反数是 ()

- A. $\frac{1}{5}$ B. 5 C. $-\frac{1}{5}$ D. -5

2. (3 分) “一带一路”倡议提出三年以来, 广东企业到“一带一路”国家投资越来越活跃, 据商务部门发布的数据显示, 2016 年广东省对沿线国家的实际投资额超过 40000000000 美元, 将 40000000000 用科学记数法表示为 ()

- A. 0.4×10^9 B. 0.4×10^{10} C. 4×10^9 D. 4×10^{10}

3. (3 分) 已知 $\angle A = 70^\circ$, 则 $\angle A$ 的补角为 ()

- A. 110° B. 70° C. 30° D. 20°

4. (3 分) 如果 2 是方程 $x^2 - 3x + k = 0$ 的一个根, 则常数 k 的值为 ()

- A. 1 B. 2 C. -1 D. -2

5. (3 分) 在学校举行“阳光少年, 励志青春”的演讲比赛中, 五位评委给选手小明的评分分别为: 90, 85, 90, 80, 95, 则这组数据的众数是 ()

- A. 95 B. 90 C. 85 D. 80

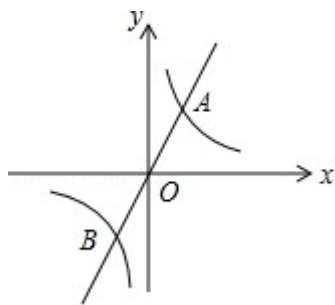
6. (3 分) 下列所述图形中, 既是轴对称图形又是中心对称图形的是 ()

- A. 等边三角形 B. 平行四边形 C. 正五边形 D. 圆

7. (3 分) 如图, 在同一平面直角坐标系中, 直线 $y = k_1x$ ($k_1 \neq 0$) 与双曲线 $y =$

$\frac{k_2}{x}$ ($k_2 \neq 0$) 相交于 A, B 两点, 已知点 A 的坐标为 (1, 2), 则点 B 的坐标为

()

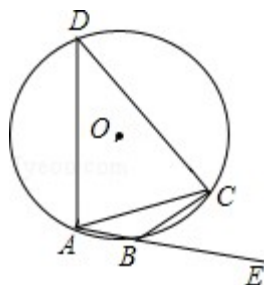


- A. (-1, -2) B. (-2, -1) C. (-1, -1) D. (-2, -2)

8. (3 分) 下列运算正确的是 ()

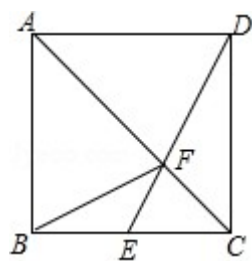
- A. $a+2a=3a^2$ B. $a^3 \cdot a^2=a^5$ C. $(a^4)^2=a^6$ D. $a^4+a^2=a^4$

9. (3 分) 如图, 四边形 ABCD 内接于 $\odot O$, $DA=DC$, $\angle CBE=50^\circ$, 则 $\angle DAC$ 的大小为 ()



- A. 130° B. 100° C. 65° D. 50°

10. (3 分) 如图, 已知正方形 ABCD, 点 E 是 BC 边的中点, DE 与 AC 相交于点 F, 连接 BF, 下列结论: ① $S_{\triangle ABF}=S_{\triangle ADF}$; ② $S_{\triangle CDF}=4S_{\triangle CEF}$; ③ $S_{\triangle ADF}=2S_{\triangle CEF}$; ④ $S_{\triangle ADF}=2S_{\triangle CDF}$, 其中正确的是 ()



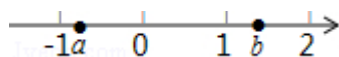
- A. ①③ B. ②③ C. ①④ D. ②④

二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 4 分, 共 24 分)

11. (4 分) 分解因式: $a^2+a=$ _____.

12. (4 分) 一个 n 边形的内角和是 720° , 则 $n=$ _____.

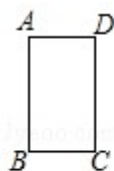
13. (4 分) 已知实数 a , b 在数轴上的对应点的位置如图所示, 则 $a+b$ 0. (填 “>”, “<” 或 “=”)



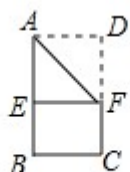
14. (4 分) 在一个不透明的盒子中, 有五个完全相同的小球, 把它们分别标号为 1, 2, 3, 4, 5, 随机摸出一个小球, 摸出的小球标号为偶数的概率是

15. (4分) 已知 $4a+3b=1$, 则整式 $8a+6b-3$ 的值为_____.

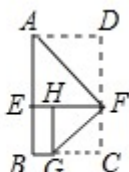
16. (4分) 如图, 矩形纸片 $ABCD$ 中, $AB=5$, $BC=3$, 先按图(2)操作: 将矩形纸片 $ABCD$ 沿过点 A 的直线折叠, 使点 D 落在边 AB 上的点 E 处, 折痕为 AF ; 再按图(3)操作, 沿过点 F 的直线折叠, 使点 C 落在 EF 上的点 H 处, 折痕为 FG , 则 A 、 H 两点间的距离为_____.



图(1)



图(2)



图(3)

三、解答题(本大题共3小题, 每小题6分, 共18分)

17. (6分) 计算: $|-7| - (1-\pi)^0 + (\frac{1}{3})^{-1}$.

18. (6分) 先化简, 再求值: $(\frac{1}{x-2} + \frac{1}{x+2}) \cdot (x^2 - 4)$, 其中 $x = \sqrt{5}$.

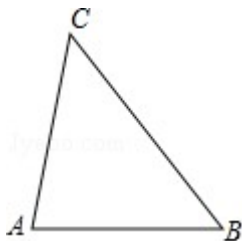
19. (6分) 学校团委组织志愿者到图书馆整理一批新进的图书. 若男生每人整理30本, 女生每人整理20本, 共能整理680本; 若男生每人整理50本, 女生每人整理40本, 共能整理1240本. 求男生、女生志愿者各有多少人?

四、解答题(本大题共3小题, 每小题7分, 共21分)

20. (7分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A > \angle B$.

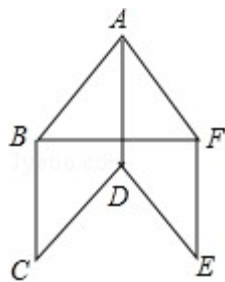
(1) 作边 AB 的垂直平分线 DE , 与 AB , BC 分别相交于点 D , E (用尺规作图, 保留作图痕迹, 不要求写作法);

(2) 在(1)的条件下, 连接 AE , 若 $\angle B = 50^\circ$, 求 $\angle AEC$ 的度数.



21. (7分) 如图所示, 已知四边形 $ABCD$, $ADEF$ 都是菱形, $\angle BAD = \angle FAD$, $\angle BAD$ 为锐角.

- (1) 求证: $AD \perp BF$;
 (2) 若 $BF=BC$, 求 $\angle ADC$ 的度数.



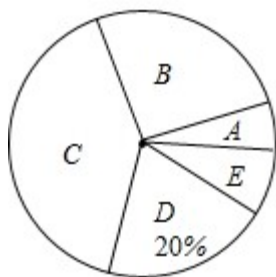
22. (7 分) 某校为了解九年级学生的体重情况, 随机抽取了九年级部分学生进行调查, 将抽取学生的体重情况绘制如下不完整的统计图表, 如图表所示, 请根据图表信息回答下列问题:

体重频数分布表

组边	体重 (千克)	人数
A	$45 \leq x < 50$	12
B	$50 \leq x < 55$	m
C	$55 \leq x < 60$	80
D	$60 \leq x < 65$	40
E	$65 \leq x < 70$	16

- (1) 填空: ① $m = \underline{\hspace{2cm}}$ (直接写出结果);
 ② 在扇形统计图中, C 组所在扇形的圆心角的度数等于 $\underline{\hspace{2cm}}$ 度;
 (2) 如果该校九年级有 1000 名学生, 请估算九年级体重低于 60 千克的学生大约有多少人?

体重扇形统计图

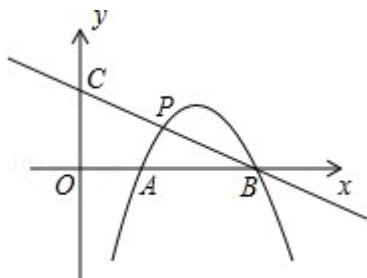


五、解答题 (本大题共 3 小题, 每小题 9 分, 共 27 分)

23. (9 分) 如图, 在平面直角坐标系中, 抛物线 $y = -x^2 + ax + b$ 交 x 轴于 $A(1, 0)$, $B(3, 0)$ 两点, 点 P 是抛物线上在第一象限内的一点, 直线 BP 与

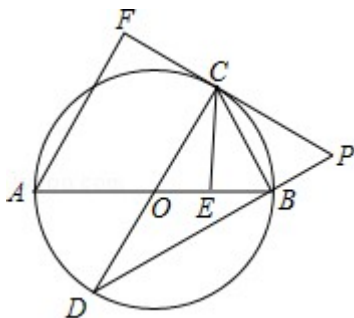
y 轴相交于点 C.

- (1) 求抛物线 $y = -x^2 + ax + b$ 的解析式;
- (2) 当点 P 是线段 BC 的中点时, 求点 P 的坐标;
- (3) 在 (2) 的条件下, 求 $\sin \angle OCB$ 的值.



24. (9 分) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, $AB = 4\sqrt{3}$, 点 E 为线段 OB 上一点 (不与 O, B 重合), 作 $CE \perp OB$, 交 $\odot O$ 于点 C, 垂足为点 E, 作直径 CD, 过点 C 的切线交 DB 的延长线于点 P, $AF \perp PC$ 于点 F, 连接 CB.

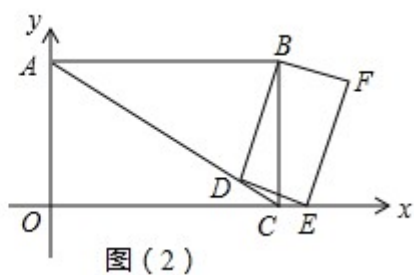
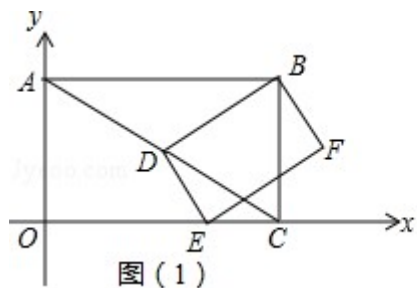
- (1) 求证: CB 是 $\angle ECP$ 的平分线;
- (2) 求证: $CF = CE$;
- (3) 当 $\frac{CF}{CP} = \frac{3}{4}$ 时, 求劣弧 $\widehat{BC}$ 的长度 (结果保留 π)



25. (9 分) 如图, 在平面直角坐标系中, O 为原点, 四边形 ABCO 是矩形, 点 A, C 的坐标分别是 A (0, 2) 和 C ($2\sqrt{3}$, 0), 点 D 是对角线 AC 上一动点 (不与 A, C 重合), 连结 BD, 作 $DE \perp DB$, 交 x 轴于点 E, 以线段 DE, DB 为邻边作矩形 BDEF.

- (1) 填空: 点 B 的坐标为_____;
- (2) 是否存在这样的点 D, 使得 $\triangle DEC$ 是等腰三角形? 若存在, 请求出 AD 的长度; 若不存在, 请说明理由;
- (3) ①求证: $\frac{DE}{DB} = \frac{\sqrt{3}}{3}$;

② 设 $AD=x$, 矩形 $BDEF$ 的面积为 y , 求 y 关于 x 的函数关系式 (可利用①的结论), 并求出 y 的最小值.



2017年广东省中考数学试卷参考答案

一、选择题 (本大题共 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分)

1. D. 2. C. 3. A 4. B. 5. B. 6. D.

7. A. 8. B. 9. C. 10. C.

二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 4 分, 共 24 分)

11. $a(a+1)$ 12. 6 13. $>$

14. $\frac{2}{5}$ 15. -1. 16. $\sqrt{10}$

三、解答题 (本大题共 3 小题, 每小题 6 分, 共 18 分)

17. 解: 原式 $= 7 - 1 + 3$

$= 9.$

18. 解: 原式 $= \left[\frac{x+2}{(x+2)(x-2)} + \frac{x-2}{(x+2)(x-2)} \right] \cdot (x+2)(x-2)$

$= \frac{2x}{(x+2)(x-2)} \cdot (x+2)(x-2)$

$= 2x,$

当 $x=\sqrt{5}$ 时,

原式 $=2\sqrt{5}$.

19. 解: 设男生志愿者有 x 人, 女生志愿者有 y 人,

根据题意得:
$$\begin{cases} 30x+20y=680 \\ 50x+40y=1240 \end{cases}$$

解得:
$$\begin{cases} x=12 \\ y=16 \end{cases}$$
.

答: 男生志愿者有 12 人, 女生志愿者有 16 人.

四、解答题 (本大题共 3 小题, 每小题 7 分, 共 21 分)

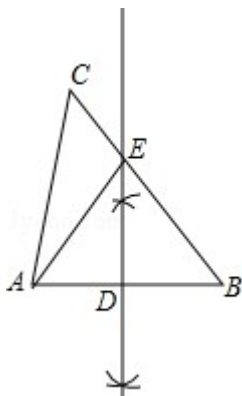
20. 解: (1) 如图所示;

(2) $\because DE$ 是 AB 的垂直平分线,

$\therefore AE=BE$,

$\therefore \angle EAB=\angle B=50^\circ$,

$\therefore \angle AEC=\angle EAB+\angle B=100^\circ$.



21. (1) 证明: 如图, 连接 DB 、 DF .

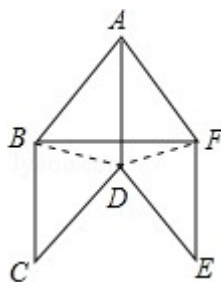
$\because$ 四边形 $ABCD$, $ADEF$ 都是菱形,

$\therefore AB=BC=CD=DA$, $AD=DE=EF=FA$.

在 $\triangle BAD$ 与 $\triangle FAD$ 中,

$$\begin{cases} AB=AF \\ \angle BAD=\angle FAD, \\ AD=AD \end{cases}$$

$\therefore \triangle BAD \cong \triangle FAD$,



$\therefore DB=DF$,
 $\therefore D$ 在线段 BF 的垂直平分线上,
 $\because AB=AF$,
 $\therefore A$ 在线段 BF 的垂直平分线上,
 $\therefore AD$ 是线段 BF 的垂直平分线,
 $\therefore AD \perp BF$;

(2) 如图, 设 $AD \perp BF$ 于 H , 作 $DG \perp BC$ 于 G , 则四边形 $BGDH$ 是矩形,

$$\therefore DG=BH=\frac{1}{2}BF.$$

$$\because BF=BC, BC=CD,$$

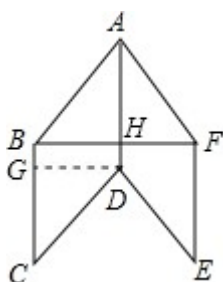
$$\therefore DG=\frac{1}{2}CD.$$

在直角 $\triangle CDG$ 中, $\because \angle CGD=90^\circ$, $DG=\frac{1}{2}CD$,

$$\therefore \angle C=30^\circ,$$

$$\because BC \parallel AD,$$

$$\therefore \angle ADC=180^\circ - \angle C=150^\circ.$$



22. 解: (1) ①调查的人数为: $40 \div 20\% = 200$ (人),

$$\therefore m = 200 - 12 - 80 - 40 - 16 = 52;$$

②C组所在扇形的圆心角的度数为 $\frac{80}{200} \times 360^\circ = 144^\circ$;

故答案为: 52, 144;

(2) 九年级体重低于 60 千克的学生大约有 $\frac{12+52+80}{200} \times 1000 = 720$ (人) .

五、解答题 (本大题共 3 小题, 每小题 9 分, 共 27 分)

23.

解: (1) 将点 A、B 代入抛物线 $y = -x^2 + ax + b$ 可得,

$$\begin{cases} 0 = -1^2 + a + b, \\ 0 = -3^2 + 3a + b \end{cases}$$

解得, $a = 4$, $b = -3$,

$\therefore$ 抛物线的解析式为: $y = -x^2 + 4x - 3$;

(2) $\because$ 点 C 在 y 轴上,

所以 C 点横坐标 $x = 0$,

$\because$ 点 P 是线段 BC 的中点,

$$\therefore \text{点 P 横坐标 } x_P = \frac{0+3}{2} = \frac{3}{2},$$

$\because$ 点 P 在抛物线 $y = -x^2 + 4x - 3$ 上,

$$\therefore y_P = -\left(\frac{3}{2}\right)^2 + 4 \times \frac{3}{2} - 3 = \frac{3}{4},$$

$\therefore$ 点 P 的坐标为 $\left(\frac{3}{2}, \frac{3}{4}\right)$;

(3) $\because$ 点 P 的坐标为 $\left(\frac{3}{2}, \frac{3}{4}\right)$, 点 P 是线段 BC 的中点,

$$\therefore \text{点 C 的纵坐标为 } 2 \times \frac{3}{4} - 0 = \frac{3}{2},$$

$\therefore$ 点 C 的坐标为 $\left(0, \frac{3}{2}\right)$,

$$\therefore BC = \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + 3^2} = \frac{3\sqrt{5}}{2},$$

$$\therefore \sin \angle OCB = \frac{OB}{BC} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{3\sqrt{5}}{2}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}.$$

24.

(1) 证明: $\because OC=OB$,

$$\therefore \angle OCB = \angle OBC,$$

$\because PF$ 是 $\odot O$ 的切线, $CE \perp AB$,

$$\therefore \angle OCP = \angle CEB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle PCB + \angle OCB = 90^\circ, \quad \angle BCE + \angle OBC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BCE = \angle BCP,$$

$\therefore BC$ 平分 $\angle PCE$.

(2) 证明: 连接 AC .

$\because AB$ 是直径,

$$\therefore \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BCP + \angle ACF = 90^\circ, \quad \angle ACE + \angle BCE = 90^\circ,$$

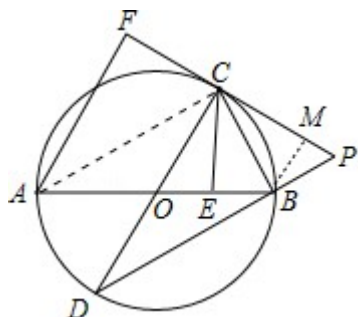
$$\because \angle BCP = \angle BCE,$$

$$\therefore \angle ACF = \angle ACE,$$

$$\because \angle F = \angle AEC = 90^\circ, \quad AC = AC,$$

$$\therefore \triangle ACF \cong \triangle ACE,$$

$$\therefore CF = CE.$$



(3) 解: 作 $BM \perp PF$ 于 M . 则 $CE=CM=CF$, 设 $CE=CM=CF=3a$, $PC=4a$, $PM=a$,

$$\because \triangle BMC \sim \triangle PMB,$$

$$\therefore \frac{BM}{PM} = \frac{CM}{BM},$$

$$\therefore BM^2 = CM \cdot PM = 3a^2,$$

$$\therefore BM = \sqrt{3}a,$$

$$\therefore \tan \angle BCM = \frac{BM}{CM} = \frac{\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore \angle BCM = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle OCB = \angle OBC = \angle BOC = 60^\circ,$$

$$\therefore \widehat{BC} \text{ 的长} = \frac{60 \cdot \pi \cdot 2\sqrt{3}}{180} = \frac{2\sqrt{3}}{3}\pi.$$

25.

解: (1) $\because$ 四边形 AOCB 是矩形,

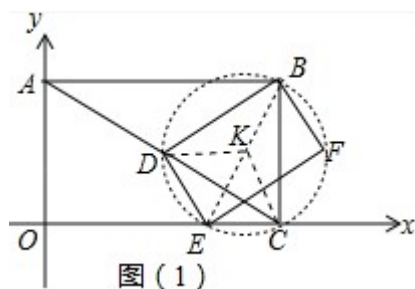
$$\therefore BC = OA = 2, OC = AB = 2\sqrt{3}, \angle BCO = \angle BAO = 90^\circ,$$

$$\therefore B(2\sqrt{3}, 2).$$

故答案为 $(2\sqrt{3}, 2)$.

(2) 存在. 理由如下:

连接 BE, 取 BE 的中点 K, 连接 DK、KC.



$$\because \angle BDE = \angle BCE = 90^\circ,$$

$$\therefore KD = KB = KE = KC,$$

$\therefore$ B、D、E、C 四点共圆,

$$\therefore \angle DBE = \angle DCE, \angle EDC = \angle EBC,$$

$$\because \tan \angle ACO = \frac{AO}{OC} = \frac{\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore \angle ACO = 30^\circ, \angle ACB = 60^\circ$$

① 如图 1 中, 当 E 在线段 CO 上时, $\triangle DEC$ 是等腰三角形, 观察图象可知, 只有 $ED = EC$,

$$\therefore \angle DBE = \angle DCE = \angle EDC = \angle EBC = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle DBC = \angle BCD = 60^\circ,$$

$\therefore \triangle DBC$ 是等边三角形,

$$\therefore DC = BC = 2,$$

在 $\text{Rt}\triangle AOC$ 中, $\because \angle ACO = 30^\circ$, $OA = 2$,

$$\therefore AC = 2AO = 4,$$

$$\therefore AD = AC - CD = 4 - 2 = 2.$$

$\therefore$ 当 $AD = 2$ 时, $\triangle DEC$ 是等腰三角形.

② 如图 2 中, 当 E 在 OC 的延长线上时, $\triangle DCE$ 是等腰三角形, 只有 $CD = CE$, $\angle DBC = \angle DEC = \angle CDE = 15^\circ$,

$$\therefore \angle ABD = \angle ADB = 75^\circ,$$

$$\therefore AB = AD = 2\sqrt{3},$$

综上所述, 满足条件的 AD 的值为 2 或 $2\sqrt{3}$.

(3) ① 由 (2) 可知, B 、 D 、 E 、 C 四点共圆,

$$\therefore \angle DBE = \angle DCO = 30^\circ,$$

$$\therefore \tan \angle DBE = \frac{DE}{DB},$$

$$\therefore \frac{DE}{DB} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

② 如图 2 中, 作 $DH \perp AB$ 于 H .

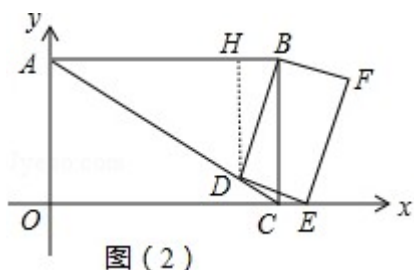


图 (2)

在 $\text{Rt}\triangle ADH$ 中, $\because AD = x$, $\angle DAH = \angle ACO = 30^\circ$,

$$\therefore DH = \frac{1}{2}AD = \frac{1}{2}x, \quad AH = \sqrt{AD^2 - DH^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}x,$$

$$\therefore BH = 2\sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}x,$$

$$\text{在 Rt}\triangle BDH \text{ 中, } BD = \sqrt{BH^2 + DH^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{2}x\right)^2 + \left(2\sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}x\right)^2},$$

$$\therefore DE = \frac{\sqrt{3}}{3}BD = \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot \sqrt{\left(\frac{1}{2}x\right)^2 + \left(2\sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}x\right)^2},$$

$$\therefore \text{矩形 BDEF 的面积为 } y = \frac{\sqrt{3}}{3} \left[\sqrt{\left(\frac{1}{2}x\right)^2 + \left(2\sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}x\right)^2} \right]^2 = \frac{\sqrt{3}}{3} (x^2 - 6x + 12),$$

$$\text{即 } y = \frac{\sqrt{3}}{3}x^2 - 2\sqrt{3}x + 4\sqrt{3},$$

$$\therefore y = \frac{\sqrt{3}}{3} (x - 3)^2 + \sqrt{3},$$

$$\therefore \frac{\sqrt{3}}{3} > 0,$$

$$\therefore x = 3 \text{ 时, } y \text{ 有最小值 } \sqrt{3}.$$