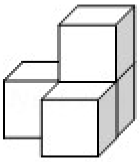
2019年贵州省贵阳市中考数学试卷

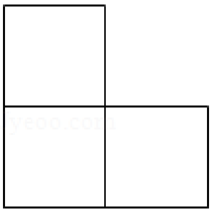
一、选择题：以下每小题均有A、B、C、D四个选项，其中只有一个选项正确，请用2B铅笔在答题卡相应位置作答，每小题3分，共30分

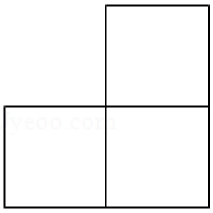
1．（3分）（2019•贵阳）3^2 可表示为(　　)

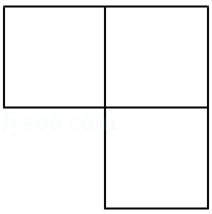
A．3×2　　B．$2\times 2\times 2$　　C．3×3　　D．$3+3$

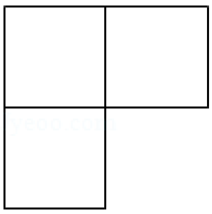
2．（3分）如图是由4个相同的小立方体搭成的几何体，则它的主视图是(　　)



A．

B．

C．

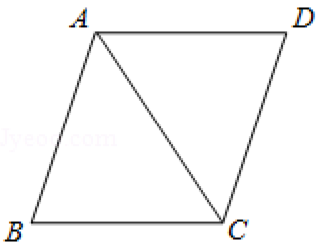
D．

3．（3分）（2019•贵阳）选择计算 $(-4xy^2+3x^2y)(4xy^2+3x^2y)$ 的最佳方法是(　　)

A．运用多项式乘多项式法则　　B．运用平方差公式

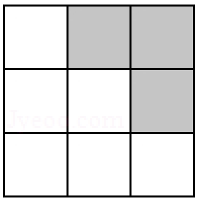
C．运用单项式乘多项式法则　　D．运用完全平方公式

4．（3分）（2019•贵阳）如图，菱形 $ABCD$ 的周长是 $4cm$，$\angle ABC=60^\circ$，那么这个菱形的对角线 AC 的长是(　　)



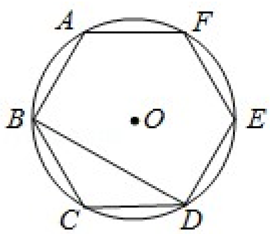
A．$1cm$　　　B．$2\ cm$　　　C．$3cm$　　　D．$4cm$

5．（3 分）（2019•贵阳）如图，在3×3的正方形网格中，有三个小正方形已经涂成灰色，若再任意涂灰 1 个白色的小正方形（每个白色的小正方形被涂成灰色的可能性相同），使新构成灰色部分的图形是轴对称图形的概率是(　　)



A．$\frac{1}{9}$　　　B．$\frac{1}{6}$　　　C．$\frac{2}{9}$　　　D．$\frac{1}{3}$

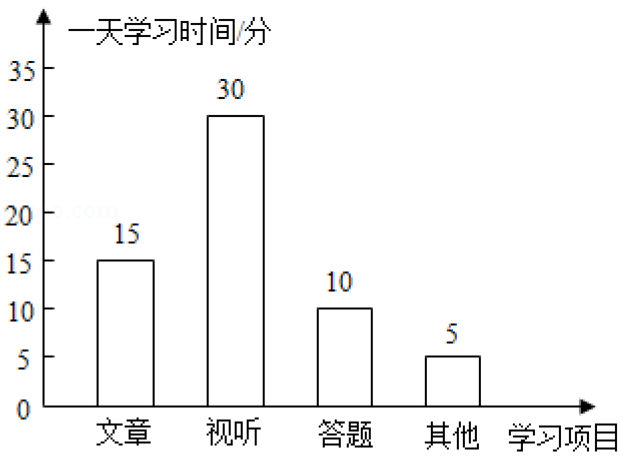
6．（3 分）（2019•贵阳）如图，正六边形$ABCDEF$内接于$\odot O$，连接BD．则$\angle CBD$的度数是(　　)



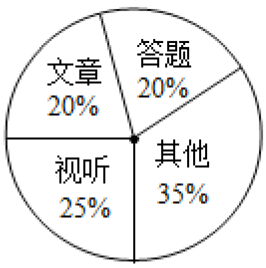
A．30°　　　B．45°　　　C．60°　　　D．90°

7．（3 分）（2019•贵阳）如图，下面是甲乙两位党员使用“学习强国APP”在一天中各项目学习时间的统计图，根据统计图对两人各自学习“文章”的时间占一天总学习时间的百分比作出的判断中，正确的是(　　)

甲党员一天学习时间条形统计图



调查结果的扇形统计图



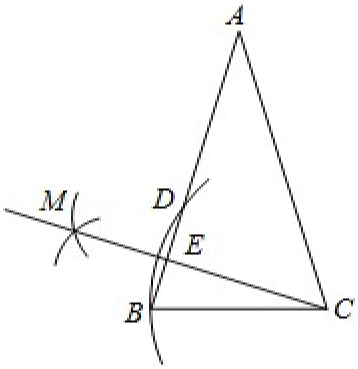
A．甲比乙大　　　　B．甲比乙小

C．甲和乙一样大　　　　D．甲和乙无法比较

8．（3 分）（2019•贵阳）数轴上点 A，B，M 表示的数分别是 a，$2a$，9，点 M 为线段 AB 的中点，则 a 的值是(　　)

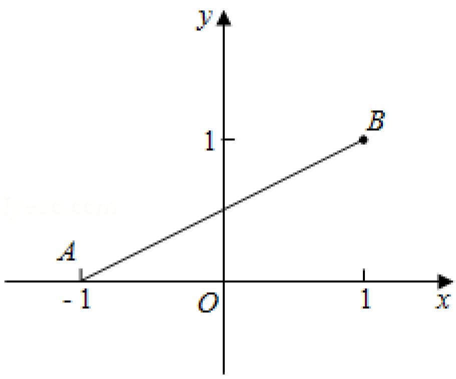
A．3　　　　B．4.5　　　　C．6　　　　D．18

9．（3 分）（2019•贵阳）如图，在 ΔABC 中，$AB=AC$，以点 C 为圆心，CB 长为半径画弧，交 AB 于点 B 和点 D，再分别以点 B，D 为圆心，大于 $\frac{1}{2}BD$ 长为半径画弧，两弧相交于点 M，作射线 CM 交 AB 于点 E．若 $AE=2$，$BE=1$，则 EC 的长度是(　　)



A．2　　　　B．3　　　　C．$\sqrt{3}$　　　　D．$\sqrt{5}$

10．（3 分）（2019•贵阳）在平面直角坐标系内，已知点 $A(-1,0)$，点 $B(1,1)$ 都在直线 $y=\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}$ 上，若抛物线 $y=ax^2-x+1(a\neq 0)$ 与线段 AB 有两个不同的交点，则 a 的取值范围是(　　)

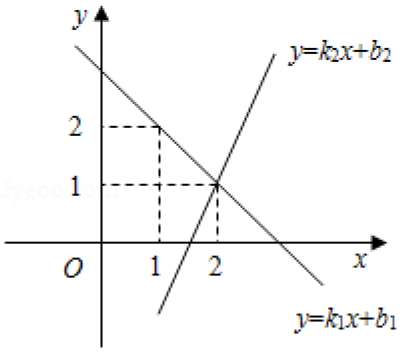


A．$a\leqslant -2$　　B．$a<\dfrac{9}{8}$　　C．$1\leqslant a<\dfrac{9}{8}$ 或 $a\leqslant -2$　D．$-2\leqslant a<\dfrac{9}{8}$

二、填空题：每小题 4 分，共 20 分。

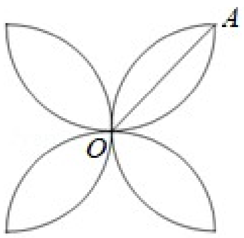
11．（4 分）（2019•贵阳）若分式 $\dfrac{x^2-2x}{x}$ 的值为 0，则 x 的值是____.

12．（4 分）（2019•贵阳）在平面直角坐标系内，一次函数 $y=k_1x+b_1$ 与 $y=k_2x+b_2$ 的图象如图所示，则关于 x，y 的方程组 $\begin{cases} y-k_1x=b_1 \\ y-k_2x=b_2 \end{cases}$ 的解是____.

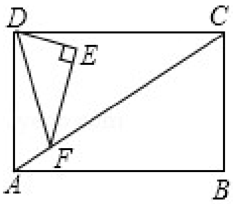


13．（4 分）（2019•贵阳）一个袋中装有 m 个红球，10 个黄球，n 个白球，每个球除颜色外都相同，任意摸出一个球，摸到黄球的概率与不是黄球的概率相同，那么 m 与 n 的关系是____.

14．（4 分）（2019•贵阳）如图，用等分圆的方法，在半径为 OA 的圆中，画出了如图所示的四叶幸运草，若 $OA=2$，则四叶幸运草的周长是____.



15．（4 分）（2019•贵阳）如图，在矩形 $ABCD$ 中，$AB=4$，$\angle DCA=30^\circ$，点 F 是对角线 AC 上的一个动点，连接 DF，以 DF 为斜边作 $\angle DFE=30^\circ$ 的直角三角形 DEF，使点 E 和点 A 位于 DF 两侧，点 F 从点 A 到点 C 的运动过程中，点 E 的运动路径长是____.

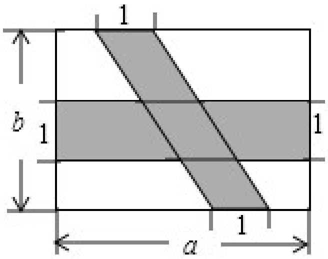


三、解答题：本大题 10 小题，共 100 分.

16．（8 分）（2019•贵阳）如图是一个长为 a，宽为 b 的矩形，两个阴影图形都是一对底边长为 1，且底边在矩形对边上的平行四边形.

（1）用含字母 a，b 的代数式表示矩形中空白部分的面积；

（2）当 $a=3$，$b=2$ 时，求矩形中空白部分的面积.



17．（10 分）（2019•贵阳）为了提高学生对毒品危害性的认识，我市相关部门每个月都要对学生进行“禁毒知识应知应会”测评．为了激发学生的积极性，某校对达到一定成绩的学生授予“禁毒小卫士”的荣誉称号．为了确定一个适当的奖励目标，该校随机选取了七年级 20 名学生在 5 月份测评的成绩，数据如下：

收集数据：90 91 89 96 90 98 90 97 91 98 99 97 91 88 90 97 95 90 95 88

（1）根据上述数据，将下列表格补充完整.

整理、描述数据：

成绩/分	88	89	90	91	95	96	97	98	99
学生人数	2	1	____	3	2	1	____	2	1

数据分析：样本数据的平均数、众数和中位数如下表

平均数	众数	中位数
93	____	91

得出结论：

（2）根据所给数据，如果该校想确定七年级前 50% 的学生为“良好”等次，你认为“良好”等次的测评成绩至少定为____分.

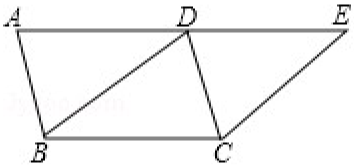
数据应用：

（3）根据数据分析，该校决定在七年级授予测评成绩前 30% 的学生“禁毒小卫士”荣誉称号，请估计评选该荣誉称号的最低分数，并说明理由．

18．（10 分）（2019•贵阳）如图，四边形 $ABCD$ 是平行四边形，延长 AD 至点 E，使 $DE=AD$，连接 BD．

（1）求证：四边形 $BCED$ 是平行四边形；

（2）若 $DA=DB=2$，$\cos A=\dfrac{1}{4}$，求点 B 到点 E 的距离．



19．（10 分）（2019•贵阳）为落实立德树人的根本任务，加强思改、历史学科教师的专业化队伍建设．某校计划从前来应聘的思政专业（一名研究生，一名本科生）、历史专业（一名研究生、一名本科生）的高校毕业生中选聘教师，在政治思想审核合格的条件下，假设每位毕业生被录用的机会相等

（1）若从中只录用一人，恰好选到思政专业毕业生的概率是____：

（2）若从中录用两人，请用列表或画树状图的方法，求恰好选到的是一名思政研究生和一名历史本科生的概率．

20．（10 分）（2019•贵阳）某文具店最近有 A，B 两款毕业纪念册比较畅销，近两周的销售情况是：第一周 A 款销售数量是 15 本，B 款销售数量是 10 本，销售总价是 230 元；第二周 A 款销售数量是 20 本，B 款销售数量是 10 本，销售总价是 280 元．

（1）求 A，B 两款毕业纪念册的销售单价；

（2）若某班准备用不超过 529 元购买这两种款式的毕业纪念册共 60 本，求最多能够买多少本 A 款毕业纪念册．

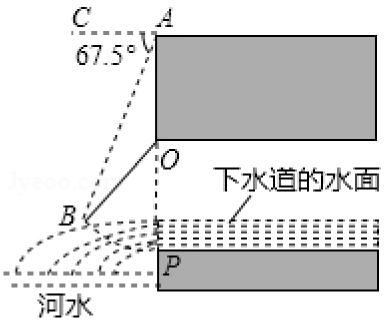
21．（8 分）（2019•贵阳）如图所示是我国古代城市用以滞洪或分洪系统的局部截面原理图，图中 OP 为下水管道口直径，OB 为可绕转轴 O 自由转动的阀门．平时阀门被管道中排出的水冲开，可排出城市污水；当河水上涨时，阀门会因河水压迫而关闭，以防河水倒灌入城中．若阀门的直径 $OB=OP=100cm$，OA 为检修时阀门开启的位置，且 $OA=OB$．

（1）直接写出阀门被下水道的水冲开与被河水关闭过程中 $\angle POB$ 的取值范围；

（2）为了观测水位，当下水道的水冲开阀门到达 OB 位置时，在点 A 处测得俯角

$\angle CAB = 67.5°$，若此时点 B 恰好与下水道的水平面齐平，求此时下水道内水的深度．（结果保留小数点后一位）

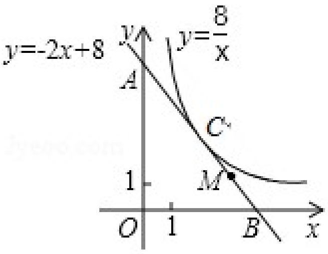
$(\sqrt{2} = 1.41$， $\sin 67.5° = 0.92$， $\cos 67.5° = 0.38$， $\tan 67.5° = 2.41$， $\sin 22.5° = 0.38$， $\cos 22.5° = 0.92$， $\tan 22.5° = 0.41)$



22．（10 分）（2019•贵阳）如图，已知一次函数 $y = -2x + 8$ 的图象与坐标轴交于 A， B 两点，并与反比例函数 $y = \dfrac{8}{x}$ 的图象相切于点 C．

（1）切点 C 的坐标是____；

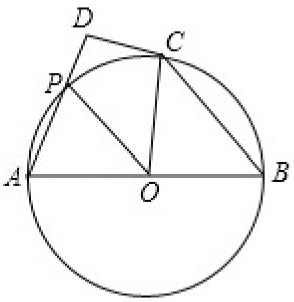
（2）若点 M 为线段 BC 的中点，将一次函数 $y = -2x + 8$ 的图象向左平移 $m(m > 0)$ 个单位后，点 C 和点 M 平移后的对应点同时落在另一个反比例函数 $y = \dfrac{k}{x}$ 的图象上时，求 k 的值．



23．（10 分）（2019•贵阳）如图，已知 AB 是$\odot O$ 的直径，点 P 是$\odot O$ 上一点，连接 OP，点 A 关于 OP 的对称点 C 恰好落在$\odot O$ 上．

（1）求证：$OP // BC$；

（2）过点 C 作$\odot O$ 的切线 CD，交 AP 的延长线于点 D．如果 $\angle D = 90°$， $DP = 1$，求$\odot O$ 的直径．

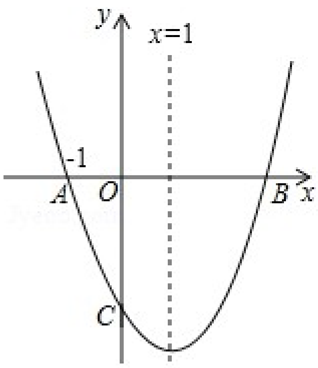


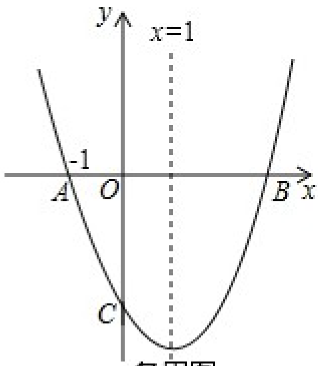
24．（12分）（2019•贵阳）如图，二次函数 $y=x^2+bx+c$ 的图象与 x 轴交于 A，B 两点，与 y 轴交于点 C，且关于直线 $x=1$ 对称，点 A 的坐标为 $(-1,0)$．

（1）求二次函数的表达式；

（2）连接 BC，若点 P 在 y 轴上时，BP 和 BC 的夹角为 $15°$，求线段 CP 的长度；

（3）当 $a\leqslant x\leqslant a+1$ 时，二次函数 $y=x^2+bx+c$ 的最小值为 $2a$，求 a 的值．



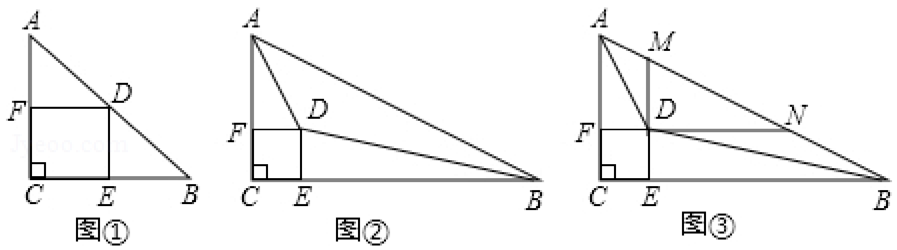


备用图

25．（12分）（2019•贵阳）（1）数学理解：如图①，ΔABC 是等腰直角三角形，过斜边 AB 的中点 D 作正方形 $DECF$，分别交 BC，AC 于点 E，F，求 AB，BE，AF 之间的数量关系；

（2）问题解决：如图②，在任意直角 ΔABC 内，找一点 D，过点 D 作正方形 $DECF$，分别交 BC，AC 于点 E，F，若 $AB=BE+AF$，求 $\angle ADB$ 的度数；

（3）联系拓广：如图③，在（2）的条件下，分别延长 ED，FD，交 AB 于点 M，N，求 MN，AM，BN 的数量关系．


A
F
D
C
E
B
图①
A
D
F
C
E
B
图②
A
M
D
N
F
C
E
B
图③

2019 年贵州省贵阳市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：以下每小题均有 A、B、C、D 四个选项，其中只有一个选项正确，请用 2B 铅笔在答题卡相应位置作答，每小题 3 分，共 30 分

1．（3 分）3^2 可表示为(　　)

A．3×2　　B．$2\times 2\times 2$　　C．3×3　　D．$3+3$

【考点】$1E$：有理数的乘方

【专题】511：实数

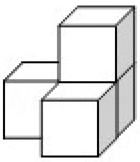
【分析】直接利用有理数乘方的意义分析得出答案．

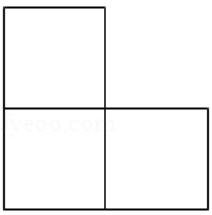
【解答】解：3^2 可表示为：3×3．

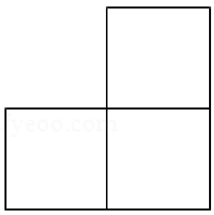
故选：C．

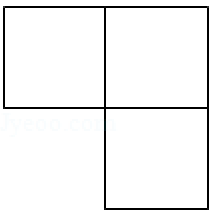
【点评】此题主要考查了有理数的乘方，正确把握有理数的乘方定义是解题关键．

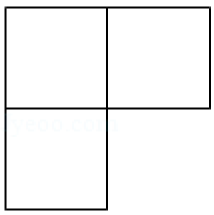
2．（3 分）如图是由 4 个相同的小立方体搭成的几何体，则它的主视图是(　　)



A．

B．

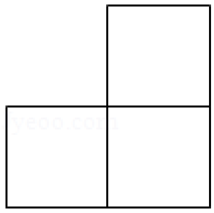
C．

D．

【考点】$U2$：简单组合体的三视图

【专题】$55F$：投影与视图

【分析】主视图有 2 列，每列小正方形数目分别为 1，2．

【解答】解：如图所示：它的主视图是：.

故选：B.

【点评】此题主要考查了简单几何体的三视图，正确把握观察角度是解题关键．

3．（3 分）选择计算 $(-4xy^{2}+3x^{2}y)(4xy^{2}+3x^{2}y)$ 的最佳方法是(　　)

A．运用多项式乘多项式法则　　　　B．运用平方差公式

C．运用单项式乘多项式法则　　　　D．运用完全平方公式

【考点】$4F$：平方差公式；$4A$：单项式乘多项式；$4B$：多项式乘多项式；$4C$：完全平方公式

【专题】512：整式

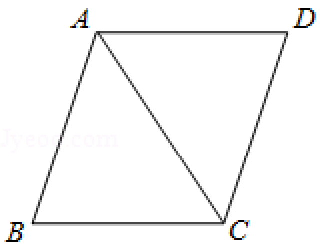
【分析】直接利用平方差公式计算得出答案．

【解答】解：选择计算 $(-4xy^{2}+3x^{2}y)(4xy^{2}+3x^{2}y)$ 的最佳方法是：运用平方差公式．

故选：B.

【点评】此题主要考查了多项式乘法，正确应用公式是解题关键．

4．（3 分）如图，菱形 $ABCD$ 的周长是 $4cm$，$\angle ABC=60^{\circ}$，那么这个菱形的对角线 AC 的长是(　　)



A．$1cm$　　　B．2 cm　　　C．$3cm$　　　D．$4cm$

【考点】KM：等边三角形的判定与性质；$L8$：菱形的性质

【专题】556：矩形 菱形 正方形

【分析】由于四边形 $ABCD$ 是菱形，AC 是对角线，根据 $\angle ABC=60^{\circ}$，而 $AB=BC$，易证 ΔBAC 是等边三角形，从而可求 AC 的长．

【解答】解：$\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形，AC 是对角线，

$\therefore AB=BC=CD=AD$，

$\because \angle ABC=60^{\circ}$，

$\therefore \Delta ABC$ 是等边三角形，

$\therefore AB=BC=AC$，

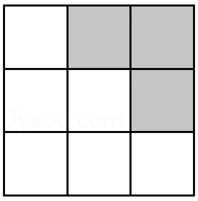
$\because$ 菱形 $ABCD$ 的周长是 $4cm$，

$\therefore AB=BC=AC=1cm$．

故选：A．

【点评】本题考查了菱形的性质、等边三角形的判定和性质．菱形的对角线平分对角，解题的关键是证明 ΔABC 是等边三角形．

5．（3 分）如图，在 3×3 的正方形网格中，有三个小正方形已经涂成灰色，若再任意涂灰 1 个白色的小正方形（每个白色的小正方形被涂成灰色的可能性相同），使新构成灰色部分的图形是轴对称图形的概率是(　　)



A．$\frac{1}{9}$　　　　B．$\frac{1}{6}$　　　　C．$\frac{2}{9}$　　　　D．$\frac{1}{3}$

【考点】$P8$：利用轴对称设计图案；$X5$：几何概率

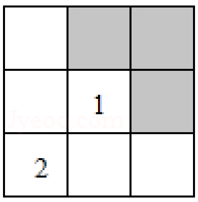
【专题】558：平移、旋转与对称

【分析】直接利用轴对称图形的性质分析得出答案．

【解答】解：如图所示：当 1，2 两个分别涂成灰色，新构成灰色部分的图形是轴对称图形，

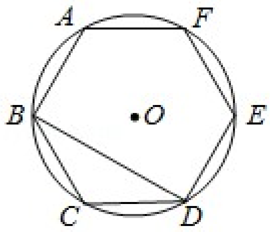
故新构成灰色部分的图形是轴对称图形的概率是：$\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$．

故选：D．



【点评】此题主要考查了利用轴对称设计图案，正确掌握轴对称图形的性质是解题关键．

6．（3 分）如图，正六边形 $ABCDEF$ 内接于⊙O，连接 BD．则 $\angle CBD$ 的度数是(　　)



A．$30°$　　B．$45°$　　C．$60°$　　D．$90°$

【考点】$M5$：圆周角定理；MM：正多边形和圆

【专题】$55B$：正多边形与圆

【分析】根据正六边形的内角和求得$\angle BCD$，然后根据等腰三角形的性质即可得到结论．

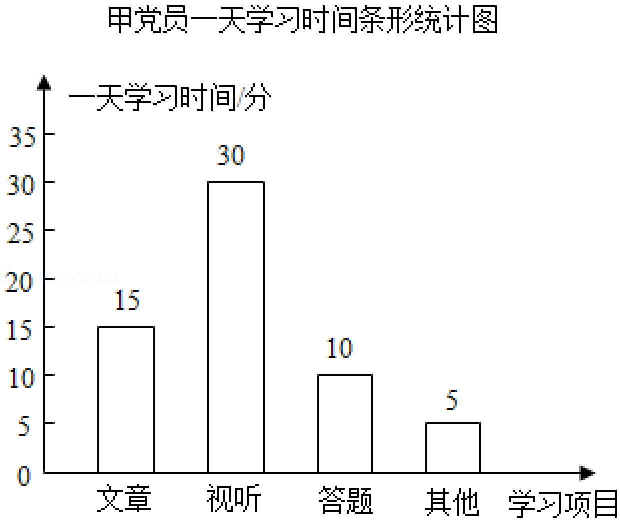
【解答】解：$\because$在正六边形$ABCDEF$中，$\angle BCD=\dfrac{(6-2)\times 180°}{6}=120°$，$BC=CD$，

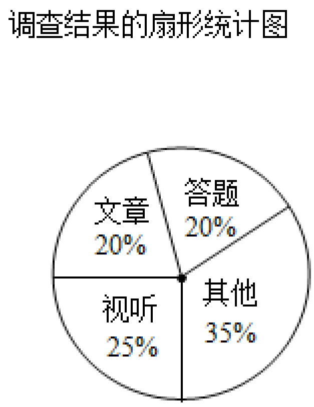
$\therefore \angle CBD=\dfrac{1}{2}(180°-120°)=30°$，

故选：A．

【点评】本题考查的是正多边形和圆、等腰三角形的性质，三角形的内角和，熟记多边形的内角和是解题的关键．

7．（3 分）如图，下面是甲乙两位党员使用“学习强国APP”在一天中各项目学习时间的统计图，根据统计图对两人各自学习“文章”的时间占一天总学习时间的百分比作出的判断中，正确的是(　　)





A．甲比乙大　　B．甲比乙小

C．甲和乙一样大　　D．甲和乙无法比较

【考点】VC：条形统计图；VB：扇形统计图

【专题】542：统计的应用

【分析】由扇形统计图可知，乙党员学习文章时间的百分比是20%，再由条形统计图求出甲党员学习文章的百分比，进行比较即可．

【解答】解：由扇形统计图可知，乙党员学习文章时间的百分比是20%，

由条形统计图求出甲党员学习文章的百分比是$15\div(15+30+10+5)=25\%$，

所以甲党员的百分比比乙党员的百分比大．

故选：A．

【点评】本题考查的是条形统计图和扇形统计图的综合运用．读懂统计图，从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键．条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据；扇形统计图直接反映部分占总体的百分比大小．

8．（3 分）数轴上点A，B，M表示的数分别是a，$2a$，9，点M为线段AB的中点，则a的值是(　　)

A．3　　B．4.5　　C．6　　D．18

【考点】13：数轴

【专题】551：线段、角、相交线与平行线；511：实数

【分析】根据题意列方程即可得到结论．

【解答】解：$\because$数轴上点A，B，M表示的数分别是a，$2a$，9，点M为线段AB的中点，

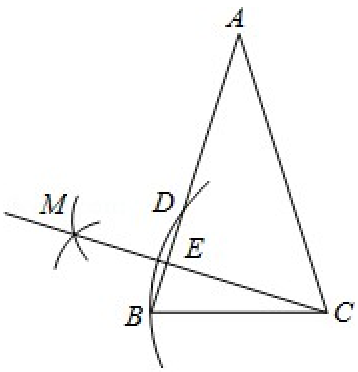
$\therefore 9-a=2a-9$，

解得：$a=6$，

故选：C．

【点评】本题考查了两点间的距离：两点间的连线段长叫这两点间的距离．也考查了数轴．

9．（3 分）如图，在ΔABC中，$AB=AC$，以点C为圆心，CB长为半径画弧，交AB于点B和点D，再分别以点B，D为圆心，大于$\frac{1}{2}BD$长为半径画弧，两弧相交于点M，作射线CM交AB于点E．若$AE=2$，$BE=1$，则EC的长度是(　　)



A．2　　　　B．3　　　　C．$\sqrt{3}$　　　　D．$\sqrt{5}$

【考点】KH：等腰三角形的性质；$N2$：作图－基本作图；KF：角平分线的性质

【专题】13：作图题

【分析】利用基本作图得到$CE\perp AB$，再根据等腰三角形的性质得到$AC=3$，然后利用勾股定理计算CE的长．

【解答】解：由作法得$CE\perp AB$，则$\angle AEC=90^{\circ}$，

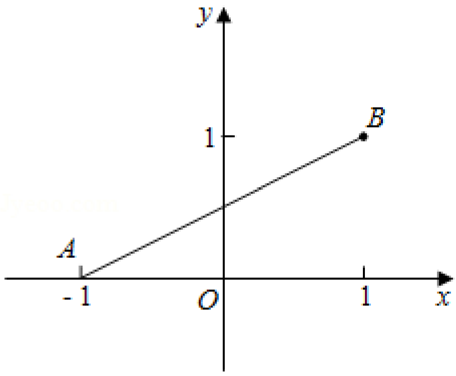
$AC=AB=BE+AE=2+1=3$，

在RtΔACE中，$CE=\sqrt{3^{2}-2^{2}}=\sqrt{5}$．

故选：D．

【点评】本题考查了作图－基本作图：熟练掌握基本作图（作一条线段等于已知线段；作一个角等于已知角；作已知线段的垂直平分线；作已知角的角平分线；过一点作已知直线的垂线）．

10．（3分）在平面直角坐标系内，已知点$A(-1,0)$，点$B(1,1)$都在直线$y=\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}$上，若抛物线$y=ax^{2}-x+1(a\neq 0)$与线段$AB$有两个不同的交点，则$a$的取值范围是(　　)



A． $a\leqslant -2$　　B． $a<\dfrac{9}{8}$　　C． $1\leqslant a<\dfrac{9}{8}$ 或 $a\leqslant -2$　D． $-2\leqslant a<\dfrac{9}{8}$

【考点】$F8$：一次函数图象上点的坐标特征；$H5$：二次函数图象上点的坐标特征；$H4$：二次函数图象与系数的关系

【专题】535：二次函数图象及其性质；32：分类讨论；31：数形结合

【分析】分 $a>0$，$a<0$ 两种情况讨论，根据题意列出不等式组，可求 a 的取值范围．

【解答】解：$\because$ 抛物线 $y=ax^2-x+1(a\neq 0)$ 与线段 AB 有两个不同的交点，

$\therefore$ 令 $\dfrac{1}{2}x+\dfrac{1}{2}=ax^2-x+1$，则 $2ax^2-3x+1=0$

$\therefore \triangle =9-8a>0$

$\therefore a<\dfrac{9}{8}$

① 当 $a<0$ 时，$\begin{cases} a+1+1\leqslant 0 \\ a-1+1\leqslant 1 \end{cases}$

解得：$a\leqslant -2$

$\therefore a\leqslant -2$

② 当 $a>0$ 时，$\begin{cases} a+1+1\geqslant 0 \\ a-1+1\geqslant 1 \end{cases}$

解得：$a\geqslant 1$

$\therefore 1\leqslant a<\dfrac{9}{8}$

综上所述：$1\leqslant a<\dfrac{9}{8}$ 或 $a\leqslant -2$

故选：C．

【点评】本题考查二次函数图象与系数的关系，一次函数图象上点的坐标特征，二次函数图象点的坐标特征，利用分类讨论思想解决问题是本题的关键．

二、填空题：每小题 4 分，共 20 分。

11．（4 分）若分式$\dfrac{x^2-2x}{x}$的值为 0，则 x 的值是__2__．

【考点】63：分式的值为零的条件

【专题】513：分式

【分析】直接利用分式为零的条件分析得出答案．

【解答】解：$\because$分式$\dfrac{x^2-2x}{x}$的值为 0，

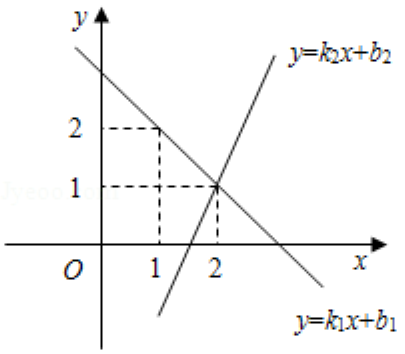
$\therefore x^2-2x=0$，且 $x\neq 0$，

解得：$x=2$．

故答案为：2．

【点评】此题主要考查了分式的值为零的条件，正确把握定义是解题关键．

12．（4 分）在平面直角坐标系内，一次函数 $y=k_1x+b_1$ 与 $y=k_2x+b_2$ 的图象如图所示，则关于 x，y 的方程组$\begin{cases}y-k_1x=b_1\\y-k_2x=b_2\end{cases}$的解是__$\begin{cases}x=2\\y=1\end{cases}$__．



【考点】FE：一次函数与二元一次方程（组）

【专题】538：用函数的观点看方程（组）或不等式

【分析】利用方程组的解就是两个相应的一次函数图象的交点坐标求解．

【解答】解：∵一次函数 $y=k_1x+b_1$ 与 $y=k_2x+b_2$ 的图象的交点坐标为 $(2,1)$，

∴关于 x，y 的方程组 $\begin{cases} y-k_1x=b_1 \\ y-k_2x=b_2 \end{cases}$ 的解是 $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$.

故答案为 $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$.

【点评】本题考查了一次函数与二元一次方程（组）：方程组的解就是两个相应的一次函数图象的交点坐标．

13．（4 分）一个袋中装有 m 个红球，10 个黄球，n 个白球，每个球除颜色外都相同，任意摸出一个球，摸到黄球的概率与不是黄球的概率相同，那么 m 与 n 的关系是__$m+n=10$

.

【考点】$X4$：概率公式

【专题】543：概率及其应用

【分析】直接利用概率相同的频数相同进而得出答案．

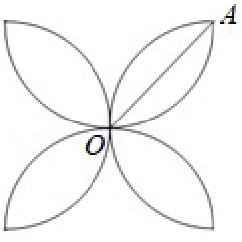
【解答】解：∵一个袋中装有 m 个红球，10 个黄球，n 个白球，摸到黄球的概率与不是黄球的概率相同，

∴ m 与 n 的关系是：$m+n=10$.

故答案为：$m+n=10$.

【点评】此题主要考查了概率公式，正确理解概率求法是解题关键．

14．（4 分）如图，用等分圆的方法，在半径为 OA 的圆中，画出了如图所示的四叶幸运草，若 $OA=2$，则四叶幸运草的周长是__ 8π __．



【考点】MN：弧长的计算；MM：正多边形和圆

【专题】556：矩形 菱形 正方形；$55C$：与圆有关的计算

【分析】由题意得出：四叶幸运草的周长为 4 个半圆的弧长 $=2$ 个圆的周长，由圆的周长公式即可得出结果．

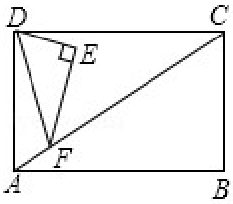
【解答】解：由题意得：四叶幸运草的周长为 4 个半圆的弧长 $=2$ 个圆的周长，

$\therefore$ 四叶幸运草的周长 $=2\times 2\pi \times 2=8\pi$；

故答案为：8π．

【点评】本题考查了正多边形和圆、正方形的性质以及圆周长公式；由题意得出四叶幸运草的周长 $=2$ 个圆的周长是解题的关键．

15．（4 分）如图，在矩形 $ABCD$ 中，$AB=4$，$\angle DCA=30^\circ$，点 F 是对角线 AC 上的一个动点，连接 DF，以 DF 为斜边作 $\angle DFE=30^\circ$ 的直角三角形 DEF，使点 E 和点 A 位于 DF 两侧，点 F 从点 A 到点 C 的运动过程中，点 E 的运动路径长是__$\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$__．



【考点】$O4$：轨迹；KM：等边三角形的判定与性质；LB：矩形的性质

【专题】554：等腰三角形与直角三角形；556：矩形 菱形 正方形

【分析】当 F 与 A 点重合时和 F 与 C 重合时，根据 E 的位置，可知 E 的运动路径是 EE' 的长；由已知条件可以推导出 $\Delta DEE'$ 是直角三角形，且 $\angle DEE'=30^\circ$，在 $\mathrm{Rt}\Delta\mathrm{ADE}'$ 中，求出 $DE'=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$ 即可求解．

【解答】解：E 的运动路径是 EE' 的长；

$\because AB=4$，$\angle DCA=30^\circ$，

$\therefore BC=\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$，

当 F 与 A 点重合时，

在 $\mathrm{Rt}\Delta\mathrm{ADE}'$ 中，$AD=\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$，$\angle DAE'=30^\circ$，$\angle ADE'=60^\circ$，

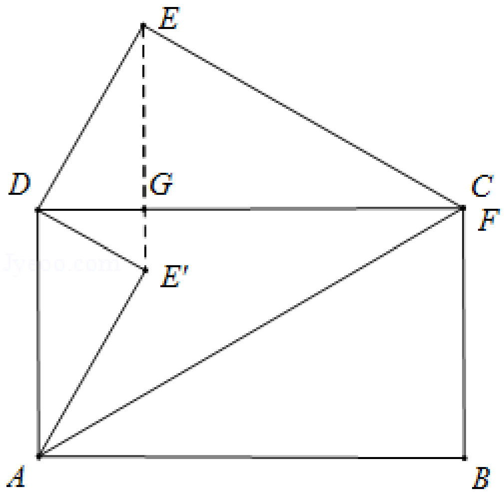
$\therefore DE'=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$，$\angle CDE'=30^\circ$，

当 F 与 C 重合时，$\angle EDC=60^\circ$，

$\therefore \angle EDE'=90^\circ$，$\angle DEE'=30^\circ$，

在 RtΔDEE$'$ 中，$EE'=\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$；

故答案为$\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$．



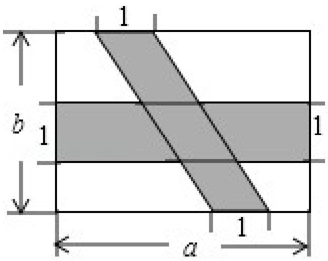
【点评】本题考查点的轨迹；能够根据 E 点的运动情况，分析出 E 点的运动轨迹是线段，在 30 度角的直角三角形中求解是关键．

三、解答题：本大题 10 小题，共 100 分．

16．（8 分）如图是一个长为 a，宽为 b 的矩形，两个阴影图形都是一对底边长为 1，且底边在矩形对边上的平行四边形．

（1）用含字母 a，b 的代数式表示矩形中空白部分的面积；

（2）当 $a=3$，$b=2$ 时，求矩形中空白部分的面积．



【考点】32：列代数式；33：代数式求值

【专题】556：矩形 菱形 正方形

【分析】（1）空白区域面积＝矩形面积－两个阴影平行四边形面积＋中间重叠平行四边形面积；

（2）将 $a=3$，$b=2$ 代入（1）中即可；

【解答】解：（1）$S=ab-a-b+1$；

（2）当 $a=3$，$b=2$ 时，$S=6-3-2+1=2$；

【点评】本题考查阴影部分面积，平行四边形面积，代数式求值；能够准确求出阴影部分面积是解题的关键．

17．（10 分）为了提高学生对毒品危害性的认识，我市相关部门每个月都要对学生进行“禁毒知识应知应会”测评．为了激发学生的积极性，某校对达到一定成绩的学生授予“禁毒小卫士”的荣誉称号．为了确定一个适当的奖励目标，该校随机选取了七年级 20 名学生在 5 月份测评的成绩，数据如下：

收集数据：90 91 89 96 90 98 90 97 91 98 99 97 91 88 90 97 95 90 95 88

（1）根据上述数据，将下列表格补充完整．

整理、描述数据：

成绩 / 分	88	89	90	91	95	96	97	98	99
学生人数	2	1	5	3	2	1	____	2	1

数据分析：样本数据的平均数、众数和中位数如下表

平均数	众数	中位数
93	____	91

得出结论：

（2）根据所给数据，如果该校想确定七年级前 50% 的学生为“良好”等次，你认为“良好”等次的测评成绩至少定为____分．

数据应用：

（3）根据数据分析，该校决定在七年级授予测评成绩前 30% 的学生“禁毒小卫士”荣誉称号，请估计评选该荣誉称号的最低分数，并说明理由．

【考点】$V5$：用样本估计总体；$W5$：众数；$W2$：加权平均数；$W4$：中位数

【专题】542：统计的应用

【分析】（1）由题意即可得出结果；

（2）由 $20\times 50\%=10$，结合题意即可得出结论；

（3）由 $20\times 30\%=6$，即可得出结论．

【解答】解：（1）由题意得：90 分的有 5 个；97 分的有 3 个；

出现次数最多的是 90 分，

$\therefore$ 众数是 90 分；

故答案为：5；3；90；

（2）$20\times 50\%=10$，

如果该校想确定七年级前50%的学生为“良好”等次，则“良好”等次的测评成绩至少定为91分；

故答案为：91；

（3）估计评选该荣誉称号的最低分数为97分；理由如下：

$\because 20\times 30\%=6$，

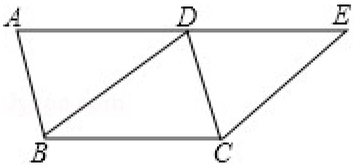
$\therefore$ 估计评选该荣誉称号的最低分数为97分．

【点评】本题考查了众数、中位数、用样本估计总体等知识；熟练掌握众数、中位数、用样本估计总体是解题的关键．

18．（10分）如图，四边形 $ABCD$ 是平行四边形，延长 AD 至点 E，使 $DE=AD$，连接 BD．

（1）求证：四边形 $BCED$ 是平行四边形；

（2）若 $DA=DB=2$，$\cos A=\dfrac{1}{4}$，求点 B 到点 E 的距离．



【考点】$L7$：平行四边形的判定与性质；$T7$：解直角三角形

【专题】555：多边形与平行四边形

【分析】（1）根据平行四边形的性质得到 $AD=BC$，$AD//BC$，等量代换得到 $DE=BC$，$DE//BC$，于是得到四边形 $BCED$ 是平行四边形；

（2）连接 BE，根据已知条件得到 $AD=BD=DE=2$，根据直角三角形的判定定理得到 $\angle ABE=90^{\circ}$，$AE=4$，解直角三角形即可得到结论．

【解答】（1）证明：$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore AD=BC$，$AD//BC$，

$\because DE=AD$，

$\therefore DE=BC$，$DE//BC$，

$\therefore$ 四边形 $BCED$ 是平行四边形；

（2）解：连接 BE，

$\because DA = DB = 2$， $DE = AD$，

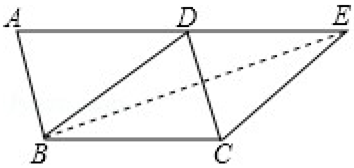
$\therefore AD = BD = DE = 2$，

$\therefore \angle ABE = 90°$， $AE = 4$，

$\because \cos A = \dfrac{1}{4}$，

$\therefore AB = 1$，

$\therefore BE = \sqrt{AE^2 - AB^2} = \sqrt{15}$．



【点评】本题考查了平行四边形的判定和性质，直角三角形的判定和性质，三角函数的定义，证得 $\angle ABE = 90°$ 是解题的关键．

19．（10 分）为落实立德树人的根本任务，加强思改、历史学科教师的专业化队伍建设．某校计划从前来应聘的思政专业（一名研究生，一名本科生）、历史专业（一名研究生、一名本科生）的高校毕业生中选聘教师，在政治思想审核合格的条件下，假设每位毕业生被录用的机会相等

（1）若从中只录用一人，恰好选到思政专业毕业生的概率是__$\dfrac{1}{2}$__：

（2）若从中录用两人，请用列表或画树状图的方法，求恰好选到的是一名思政研究生和一名历史本科生的概率．

【考点】$X4$：概率公式； $X6$：列表法与树状图法

【专题】543：概率及其应用

【分析】（1）由概率公式即可得出结果；

（2）设思政专业的一名研究生为 A、一名本科生为 B，历史专业的一名研究生为 C、一名本科生为 D，画树状图可知：共有 12 个等可能的结果，恰好选到的是一名思政研究生和一名历史本科生的结果有 2 个，即可得出结果．

【解答】解：（1）若从中只录用一人，恰好选到思政专业毕业生的概率是 $\dfrac{2}{4} = \dfrac{1}{2}$；

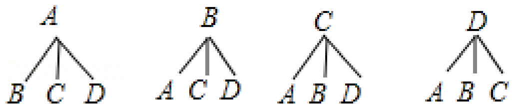
故答案为：$\dfrac{1}{2}$；

（2）设思政专业的一名研究生为A、一名本科生为B，历史专业的一名研究生为C、一名本科生为D，

画树状图如图：

共有 12 个等可能的结果，恰好选到的是一名思政研究生和一名历史本科生的结果有 2 个，

$\therefore$恰好选到的是一名思政研究生和一名历史本科生的概率为$\dfrac{2}{12}=\dfrac{1}{6}$.



【点评】本题考查了列表法与树状图法以及概率公式；根据题意画出树状图是解题的关键.

20．（10 分）某文具店最近有A，B两款毕业纪念册比较畅销，近两周的销售情况是：第一周A款销售数量是 15 本，B款销售数量是 10 本，销售总价是 230 元；第二周A款销售数量是 20 本，B款销售数量是 10 本，销售总价是 280 元.

（1）求A，B两款毕业纪念册的销售单价；

（2）若某班准备用不超过 529 元购买这两种款式的毕业纪念册共 60 本，求最多能够买多少本A款毕业纪念册.

【考点】$9A$：二元一次方程组的应用；$C9$：一元一次不等式的应用

【专题】524：一元一次不等式（组）及应用

【分析】（1）直接利用第一周A款销售数量是 15 本，B款销售数量是 10 本，销售总价是 230 元；第二周A款销售数量是 20 本，B款销售数量是 10 本，销售总价是 280 元，分别得出方程求出答案；

（2）利用不超过 529 元购买这两种款式的毕业纪念册共 60 本，得出不等式求出答案.

【解答】解：（1）设A款毕业纪念册的销售为x元，B款毕业纪念册的销售为y元，根据题意可得：

$$\begin{cases}15x+10y=230\\20x+10y=280\end{cases},$$

解得：$\begin{cases}x=10\\y=8\end{cases}$，

答：A款毕业纪念册的销售为 10 元，B款毕业纪念册的销售为 8 元；

（2）设能够买 a 本 A 款毕业纪念册，则购买 B 款毕业纪念册 $(60-a)$ 本，根据题意可得：

$10a+8(60-a)\leqslant 529$，

解得：$a\leqslant 24.5$，

则最多能够买 24 本 A 款毕业纪念册．

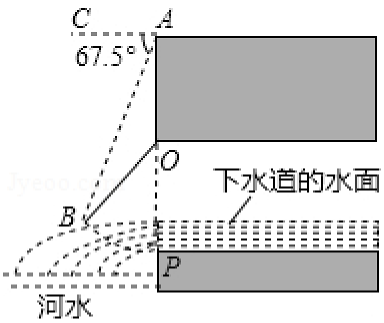
【点评】此题主要考查了一元一次不等式的应用以及二元一次方程组的应用，正确得出等量关系是解题关键．

21．（8 分）如图所示是我国古代城市用以滞洪或分洪系统的局部截面原理图，图中 OP 为下水管道口直径，OB 为可绕转轴 O 自由转动的阀门．平时阀门被管道中排出的水冲开，可排出城市污水；当河水上涨时，阀门会因河水压迫而关闭，以防河水倒灌入城中．若阀门的直径 $OB=OP=100cm$，OA 为检修时阀门开启的位置，且 $OA=OB$．

（1）直接写出阀门被下水道的水冲开与被河水关闭过程中 $\angle POB$ 的取值范围；

（2）为了观测水位，当下水道的水冲开阀门到达 OB 位置时，在点 A 处测得俯角 $\angle CAB=67.5^{\circ}$，若此时点 B 恰好与下水道的水平面齐平，求此时下水道内水的深度．（结果保留小数点后一位）

$(\sqrt{2}=1.41$，$\sin 67.5^{\circ}=0.92$，$\cos 67.5^{\circ}=0.38$，$\tan 67.5^{\circ}=2.41$，$\sin 22.5^{\circ}=0.38$，$\cos 22.5^{\circ}=0.92$，$\tan 22.5^{\circ}=0.41)$



【考点】TA：解直角三角形的应用－仰角俯角问题；$T9$：解直角三角形的应用－坡度坡角问题

【专题】$55E$：解直角三角形及其应用

【分析】（1）根据题意即可得到结论；

（2）根据余角的定义得到 $\angle BAO=22.5^{\circ}$，根据等腰三角形的性质得到 $\angle BAO=\angle ABO=22.5^{\circ}$，由三角形的外角的性质得到 $\angle BOP=45^{\circ}$，解直角三角形即可得到结论．

【解答】解：（1）阀门被下水道的水冲开与被河水关闭过程中 $\angle POB$ 的取值范围为：

$90°\leqslant\angle POB\leqslant 0°$；

（2）如图，$\because\angle CAB=67.5°$，

$\therefore\angle BAO=22.5°$，

$\because OA=OB$，

$\therefore\angle BAO=\angle ABO=22.5°$，

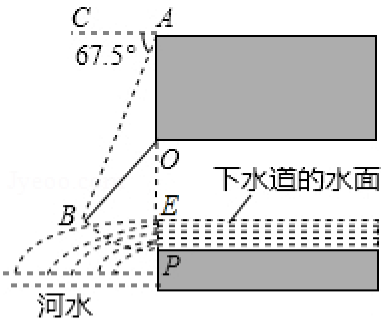
$\therefore\angle BOP=45°$，

$\because OB=100$，

$\therefore OE=\frac{\sqrt{2}}{2}OB=50\sqrt{2}$，

$\therefore PE=OP-OE=100-50\sqrt{2}\approx 29.5cm$，

答：此时下水道内水的深度约为 $29.5cm$．

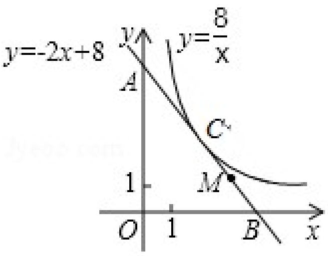


【点评】此题考查了考查俯角的定义，要求学生能借助俯角构造直角三角形并解直角三角形．注意方程思想与数形结合思想的应用．

22．（10 分）如图，已知一次函数 $y=-2x+8$ 的图象与坐标轴交于 A，B 两点，并与反比例函数 $y=\frac{8}{x}$ 的图象相切于点 C．

（1）切点 C 的坐标是__$(2,4)$__；

（2）若点 M 为线段 BC 的中点，将一次函数 $y=-2x+8$ 的图象向左平移 $m(m>0)$ 个单位后，点 C 和点 M 平移后的对应点同时落在另一个反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象上时，求 k 的值．



【考点】GB：反比例函数综合题

【专题】534：反比例函数及其应用；533：一次函数及其应用

【分析】（1）将一次函数解析式与反比例函数解析式组成方程组，求解即可；

（2）先求出点 M 坐标，再求出点 C 和点 M 平移后的对应点的坐标，列出方程可求 m 和 k 的值.

【解答】解：（1）$\because$ 一次函数 $y=-2x+8$ 的图象与反比例函数 $y=\frac{8}{x}$ 的图象相切于点 C

$\therefore -2x+8=\frac{8}{x}$

$\therefore x=2$，

$\therefore$ 点 C 坐标为 $(2,4)$

故答案为：$(2,4)$；

（2）$\because$ 一次函数 $y=-2x+8$ 的图象与坐标轴交于 A， B 两点，

$\therefore$ 点 $B(4,0)$

$\because$ 点 M 为线段 BC 的中点，

$\therefore$ 点 $M(3,2)$

$\therefore$ 点 C 和点 M 平移后的对应点坐标分别为 $(2-m,4)$， $(3-m,2)$

$\therefore k=4(2-m)=2(3-m)$

$\therefore m=1$

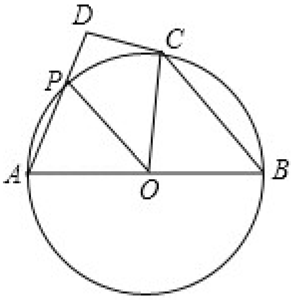
$\therefore k=4$

【点评】本题是反比例函数与一次函数的综合题，一次函数的性质和反比例函数的性质，由点的坐标在函数图象上列等式可解决问题.

23．（10 分）如图，已知 AB 是$\odot O$ 的直径，点 P 是$\odot O$ 上一点，连接 OP，点 A 关于 OP 的对称点 C 恰好落在$\odot O$ 上.

（1）求证：$OP//BC$；

（2）过点 C 作⊙ O 的切线 CD，交 AP 的延长线于点 D．如果 $\angle D=90^{\circ}$，$DP=1$，求⊙ O 的直径．



【考点】MC：切线的性质；$P2$：轴对称的性质

【专题】559：圆的有关概念及性质

【分析】（1）由题意可知 $\overset{\frown}{AP}=\overset{\frown}{PC}$，根据同弧所对的圆心角相等得到 $\angle AOP=\angle POC=\frac{1}{2}\angle AOC$，再根据同弧所对的圆心角和圆周角的关系得出 $\angle ABC=\frac{1}{2}\angle AOC$，利用同位角相等两直线平行，可得出 PO 与 BC 平行；

（2）由 CD 为圆 O 的切线，利用切线的性质得到 OC 垂直于 CD，又 AD 垂直于 CD，利用平面内垂直于同一条直线的两直线平行得到 OC 与 AD 平行，根据两直线平行内错角相等得到 $\angle APO=\angle COP$，由 $\angle AOP=\angle COP$，等量代换可得出 $\angle APO=\angle AOP$，再由 $OA=OP$，利用等边对等角可得出一对角相等，等量代换可得出三角形 AOP 三内角相等，确定出三角形 AOP 为等边三角形，根据等边三角形的内角为 60° 得到 $\angle AOP$ 为 60°，由 OP 平行于 BC，利用两直线平行同位角相等可得出 $\angle OBC=\angle AOP=60^{\circ}$，再由 $OB=OC$，得到三角形 OBC 为等边三角形，可得出 $\angle COB$ 为 60°，利用平角的定义得到 $\angle POC$ 也为 60°，再加上 $OP=OC$，可得出三角形 POC 为等边三角形，得到内角 $\angle OCP$ 为 60°，可求出 $\angle PCD$ 为 30°，在直角三角形 PCD 中，利用 30° 所对的直角边等于斜边的一半可得出 PD 为 PC 的一半，而 PC 等于圆的半径 OP 等于直径 AB 的一半，可得出 PD 为 AB 的四分之一，即 $AB=4PD=4$．

【解答】（1）证明：$\because A$ 关于 OP 的对称点 C 恰好落在⊙ O 上．

$\therefore \overset{\frown}{AP}=\overset{\frown}{PC}$

$\therefore \angle AOP = \angle COP$，

$\therefore \angle AOP = \frac{1}{2}\angle AOC$，

又$\because \angle ABC = \frac{1}{2}\angle AOC$，

$\therefore \angle AOP = \angle ABC$，

$\therefore PO // BC$；

（2）解：连接 PC，

$\because CD$ 为圆 O 的切线，

$\therefore OC \perp CD$， 又 $AD \perp CD$，

$\therefore OC // AD$，

$\therefore \angle APO = \angle COP$，

$\because \angle AOP = \angle COP$，

$\therefore \angle APO = \angle AOP$，

$\therefore OA = AP$，

$\because OA = OP$，

$\therefore \Delta APO$ 为等边三角形，

$\therefore \angle AOP = 60^\circ$，

又$\because OP // BC$，

$\therefore \angle OBC = \angle AOP = 60^\circ$， 又 $OC = OB$，

$\therefore \Delta BCO$ 为等边三角形，

$\therefore \angle COB = 60^\circ$，

$\therefore \angle POC = 180^\circ - (\angle AOP + \angle COB) = 60^\circ$， 又 $OP = OC$，

$\therefore \Delta POC$ 也为等边三角形，

$\therefore \angle PCO = 60^\circ$， $PC = OP = OC$，

又$\because \angle OCD = 90^\circ$，

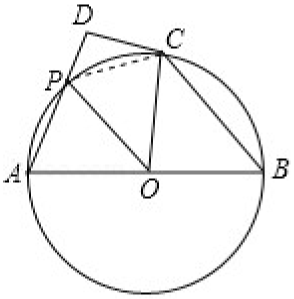
$\therefore \angle PCD = 30^\circ$，

在 RtΔPCD 中， $PD = \frac{1}{2}PC$，

又$\because PC = OP = \frac{1}{2}AB$，

$\therefore PD=\frac{1}{4}AB$，

$\therefore AB=4PD=4$.



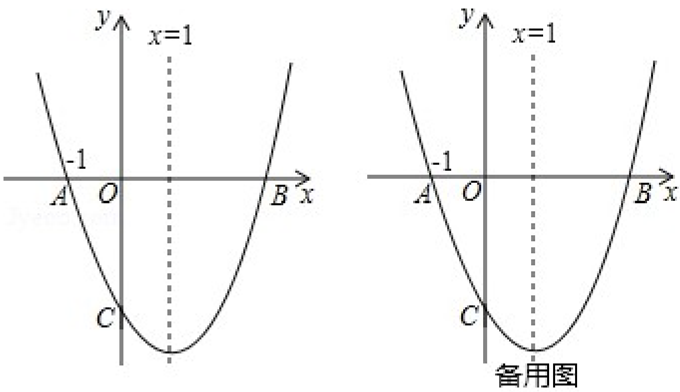
【点评】此题考查了切线的性质，等边三角形的判定与性质，含$30°$直角三角形的性质，轴对称的性质，圆周角定理，以及平行线的判定与性质，熟练掌握性质及判定是解本题的关键.

24.（12分）如图，二次函数$y=x^2+bx+c$的图象与x轴交于A，B两点，与y轴交于点C，且关于直线$x=1$对称，点A的坐标为$(-1,0)$.

（1）求二次函数的表达式；

（2）连接BC，若点P在y轴上时，BP和BC的夹角为$15°$，求线段CP的长度；

（3）当$a\leqslant x\leqslant a+1$时，二次函数$y=x^2+bx+c$的最小值为$2a$，求$a$的值.



【考点】HF：二次函数综合题

【专题】535：二次函数图象及其性质；151：代数综合题

【分析】（1）先根据题意得出点B的坐标，再利用待定系数法求解可得；

（2）分点P在点C上方和下方两种情况，先求出$\angle OBP$的度数，再利用三角函数求出OP

的长，从而得出答案；

（3）分对称轴 $x=1$ 在 a 到 $a+1$ 范围的右侧、中间和左侧三种情况，结合二次函数的性质求解可得.

【解答】解：（1）$\because$ 点 $A(-1,0)$ 与点 B 关于直线 $x=1$ 对称，

$\therefore$ 点 B 的坐标为 $(3,0)$，

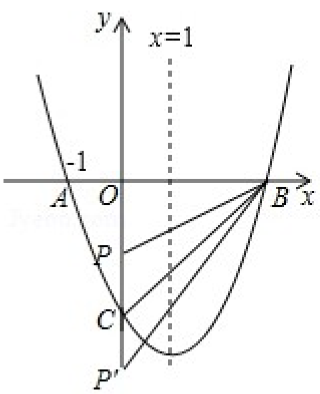
代入 $y=x^2+bx+c$，得：

$$\begin{cases}1-b+c=0\\9+3b+c=0\end{cases},$$

解得 $\begin{cases}b=-2\\c=-3\end{cases}$，

所以二次函数的表达式为 $y=x^2-2x-3$；

（2）如图所示：



由抛物线解析式知 $C(0,-3)$，

则 $OB=OC=3$，

$\therefore \angle OBC=45^\circ$，

若点 P 在点 C 上方，则 $\angle OBP=\angle OBC-\angle PBC=30^\circ$，

$\therefore OP=OB\tan\angle OBP=3\times\dfrac{\sqrt{3}}{3}=\sqrt{3}$，

$\therefore CP=3-\sqrt{3}$；

若点 P 在点 C 下方，则 $\angle OBP' = \angle OBC + \angle P'BC = 60^\circ$，

$\therefore OP' = OB\tan\angle OBP' = 3\times\sqrt{3} = 3\sqrt{3}$，

$\therefore CP = 3\sqrt{3} - 3$；

综上，CP 的长为 $3-\sqrt{3}$ 或 $3\sqrt{3}-3$；

（3）若 $a+1<1$，即 $a<0$，

则函数的最小值为 $(a+1)^2 - 2(a+1) - 3 = 2a$，

解得 $a = 1-\sqrt{5}$（负值舍去）；

若 $a<1<a+1$，即 $0<a<1$，

则函数的最小值为 $1-2-3=2a$，

解得：$a=-2$（舍去）；

若 $a>1$，

则函数的最小值为 $a^2-2a-3=2a$，

解得 $a = 2+\sqrt{7}$（负值舍去）；

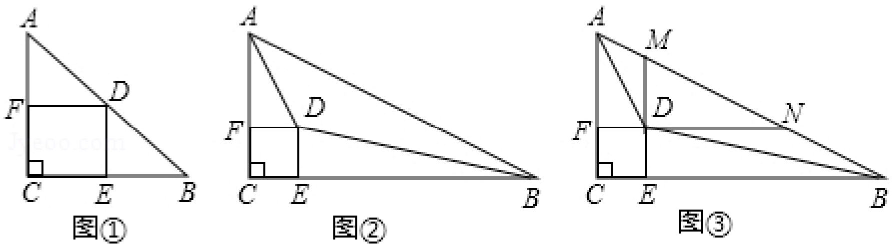
综上，a 的值为 $1-\sqrt{5}$ 或 $2+\sqrt{7}$.

【点评】本题是二次函数的综合问题，解题的关键是掌握待定系数法求函数解析式、三角函数的运用、二次函数的图象与性质及分类讨论思想的运用.

25.（12 分）（1）数学理解：如图①，ΔABC 是等腰直角三角形，过斜边 AB 的中点 D 作正方形 $DECF$，分别交 BC，AC 于点 E，F，求 AB，BE，AF 之间的数量关系；

（2）问题解决：如图②，在任意直角 ΔABC 内，找一点 D，过点 D 作正方形 $DECF$，分别交 BC，AC 于点 E，F，若 $AB=BE+AF$，求 $\angle ADB$ 的度数；

（3）联系拓广：如图③，在（2）的条件下，分别延长 ED，FD，交 AB 于点 M，N，求 MN，AM，BN 的数量关系.



【考点】LO：四边形综合题

【专题】553：图形的全等；556：矩形 菱形 正方形；554：等腰三角形与直角三角形

【分析】数学理解：

（1）由等腰直角三角形的性质可得 $AC=BC$，$\angle A=\angle B=45^{\circ}$，$AB=\sqrt{2}AC$，由正方形的性质可得 $DE=DF=CE$，$\angle DFC=\angle DEC=90^{\circ}$，可求 $AF=DF=CE$，即可得 $AB=\sqrt{2}(AF+BE)$；

问题解决：

（2）延长 AC，使 $FM=BE$，通过证明 $\Delta DFM\cong\Delta DEB$，可得 $DM=DB$，通过 $\Delta ADM\cong\Delta ADB$，可得 $\angle DAC=\angle DAB=\frac{1}{2}\angle CAB$，$\angle ABD=\angle CBD=\frac{1}{2}\angle ABC$，由三角形内角和定理可求 $\angle ADB$ 的度数；

联系拓广：

（3）由正方形的性质可得 $DE//AC$，$DF//BC$，由平行线的性质可得 $\angle DAB=\angle ADM$，$\angle NDB=\angle ABD$，可得 $AM=MD$，$DN=NB$，即可求 MN，AM，BN 的数量关系.

【解答】解：

数学理解：

（1）$AB=\sqrt{2}(AF+BE)$

理由如下：$\because\Delta ABC$ 是等腰直角三角形

$\therefore AC=BC$，$\angle A=\angle B=45^{\circ}$，$AB=\sqrt{2}AC6$

$\because$ 四边形 $DECF$ 是正方形

$\therefore DE=DF=CE=CF$，$\angle DFC=\angle DEC=90^{\circ}$

$\therefore\angle A=\angle ADF=45^{\circ}$

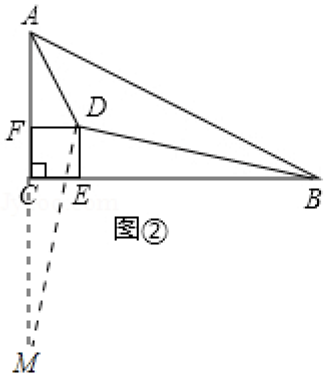
$\therefore AF = DF = CE$

$\therefore AF + BE = BC = AC$

$\therefore AB = \sqrt{2}(AF + BE)$

问题解决：

（2）如图，延长AC，使$FM = BE$，连接DM，



图②

$\because$四边形$DECF$是正方形

$\therefore DF = DE$，$\angle DFC = \angle DEC = 90^\circ$

$\because BE = FM$，$\angle DFC = \angle DEB = 90^\circ$，$DF = ED$

$\therefore \Delta DFM \cong \Delta DEB(SAS)$

$\therefore DM = DB$

$\because AB = AF + BE$，$AM = AF + FM$，$FM = BE$，

$\therefore AM = AB$，且$DM = DB$，$AD = AD$

$\therefore \Delta ADM \cong \Delta ADB(SSS)$

$\therefore \angle DAC = \angle DAB = \frac{1}{2}\angle CAB$

同理可得：$\angle ABD = \angle CBD = \frac{1}{2}\angle ABC$

$\because \angle ACB = 90^\circ$，

$\therefore \angle CAB + \angle CBA = 90^\circ$

$\therefore \angle DAB + \angle ABD = \frac{1}{2}(\angle CAB + \angle CBA) = 45^\circ$

$\therefore \angle ADB = 180^\circ - (\angle DAB + \angle ABD) = 135^\circ$

联系拓广：

（3）$\because$ 四边形 $DECF$ 是正方形

$\therefore DE // AC$， $DF // BC$

$\therefore \angle CAD = \angle ADM$， $\angle CBD = \angle NDB$， $\angle MDN = \angle AFD = 90^{\circ}$

$\because \angle DAC = \angle DAB$， $\angle ABD = \angle CBD$

$\therefore \angle DAB = \angle ADM$， $\angle NDB = \angle ABD$

$\therefore AM = MD$， $DN = NB$

在 Rt∠DMN 中， $MN^2 = MD^2 + DN^2$，

$\therefore MN^2 = AM^2 + NB^2$，

【点评】本题是四边形综合题，考查了正方形的性质，等腰三角形的性质，全等三角形的判定和性质，勾股定理等知识，添加恰当辅助线构造全等三角形是本题的关键.

考点卡片

1．数轴

（1）数轴的概念：规定了原点、正方向、单位长度的直线叫做数轴．

数轴的三要素：原点，单位长度，正方向．

（2）数轴上的点：所有的有理数都可以用数轴上的点表示，但数轴上的点不都表示有理数．

（一般取右方向为正方向，数轴上的点对应任意实数，包括无理数．）

（3）用数轴比较大小：一般来说，当数轴方向朝右时，右边的数总比左边的数大．

2．有理数的乘方

（1）有理数乘方的定义：求 n 个相同因数积的运算，叫做乘方．

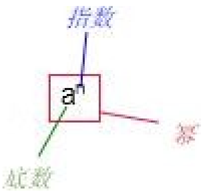
乘方的结果叫做幂，在 a^n 中，a 叫做底数，n 叫做指数．a^n 读作 a 的 n 次方．（将 a^n 看作是 a 的 n 次方的结果时，也可以读作 a 的 n 次幂．）

（2）乘方的法则：正数的任何次幂都是正数；负数的奇次幂是负数，负数的偶次幂是正数；0 的任何正整数次幂都是 0．

（3）方法指引：

①有理数的乘方运算与有理数的加减乘除运算一样，首先要确定幂的符号，然后再计算幂的绝对值；

②由于乘方运算比乘除运算又高一级，所以有加减乘除和乘方运算，应先算乘方，再做乘除，最后做加减．



3．列代数式

（1）定义：把问题中与数量有关的词语，用含有数字、字母和运算符号的式子表示出来，就是列代数式．

（2）列代数式五点注意：①仔细辨别词义． 列代数式时，要先认真审题，抓住关键词语，仔细辩析词义．如“除”与“除以”，“平方的差（或平方差）”与“差的平方”的词义区分． ②分清数量关系．要正确列代数式，只有分清数量之间的关系． ③注意运算顺序．

列代数式时，一般应在语言叙述的数量关系中，先读的先写，不同级运算的语言，且又要体现出先低级运算，要把代数式中代表低级运算的这部分括起来．④规范书写格式．列代数时要按要求规范地书写．像数字与字母、字母与字母相乘可省略乘号不写，数与数相乘必须写乘号；除法可写成分数形式，带分数与字母相乘需把代分数化为假分数，书写单位名称什么时不加括号，什么时要加括号．注意代数式括号的适当运用．⑤正确进行代换．列代数式时，有时需将题中的字母代入公式，这就要求正确进行代换．

【规律方法】列代数式应该注意的四个问题

1．在同一个式子或具体问题中，每一个字母只能代表一个量．

2．要注意书写的规范性．用字母表示数以后，在含有字母与数字的乘法中，通常将“×”简写作“•”或者省略不写．

3．在数和表示数的字母乘积中，一般把数写在字母的前面，这个数若是带分数要把它化成假分数．

4．含有字母的除法，一般不用“÷”（除号），而是写成分数的形式．

4．代数式求值

（1）代数式的值：用数值代替代数式里的字母，计算后所得的结果叫做代数式的值．

（2）代数式的求值：求代数式的值可以直接代入、计算．如果给出的代数式可以化简，要先化简再求值．

题型简单总结以下三种：

①已知条件不化简，所给代数式化简；

②已知条件化简，所给代数式不化简；

③已知条件和所给代数式都要化简．

5．单项式乘多项式

（1）单项式与多项式相乘的运算法则：单项式与多项式相乘，就是用单项式去乘多项式的每一项，再把所得的积相加．

（2）单项式与多项式相乘时，应注意以下几个问题：

①单项式与多项式相乘实质上是转化为单项式乘以单项式；②用单项式去乘多项式中的每一项时，不能漏乘；③注意确定积的符号．

6．多项式乘多项式

（1）多项式与多项式相乘的法则：

多项式与多项式相乘，先用一个多项式的每一项乘另外一个多项式的每一项，再把所得的积相加．

（2）运用法则时应注意以下两点：

①相乘时，按一定的顺序进行，必须做到不重不漏；②多项式与多项式相乘，仍得多项式，在合并同类项之前，积的项数应等于原多项式的项数之积．

7．完全平方公式

（1）完全平方公式：$(a\pm b)^2=a^2\pm 2ab+b^2$．

可巧记为："首平方，末平方，首末两倍中间放"．

（2）完全平方公式有以下几个特征：①左边是两个数的和的平方；②右边是一个三项式，其中首末两项分别是两项的平方，都为正，中间一项是两项积的2倍；其符号与左边的运算符号相同．

（3）应用完全平方公式时，要注意：①公式中的a，b可是单项式，也可以是多项式；②对形如两数和（或差）的平方的计算，都可以用这个公式；③对于三项的可以把其中的两项看做一项后，也可以用完全平方公式．

8．平方差公式

（1）平方差公式：两个数的和与这两个数的差相乘，等于这两个数的平方差．

$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

（2）应用平方差公式计算时，应注意以下几个问题：

①左边是两个二项式相乘，并且这两个二项式中有一项完全相同，另一项互为相反数；

②右边是相同项的平方减去相反项的平方；

③公式中的a和b可以是具体数，也可以是单项式或多项式；

④对形如两数和与这两数差相乘的算式，都可以运用这个公式计算，且会比用多项式乘以多项式法则简便．

9．分式的值为零的条件

分式值为零的条件是分子等于零且分母不等于零．

注意："分母不为零"这个条件不能少．

10．二元一次方程组的应用

（一）、列二元一次方程组解决实际问题的一般步骤：

（1）审题：找出问题中的已知条件和未知量及它们之间的关系．

（2）设元：找出题中的两个关键的未知量，并用字母表示出来．

（3）列方程组：挖掘题目中的关系，找出两个等量关系，列出方程组．

（4）求解．

（5）检验作答：检验所求解是否符合实际意义，并作答．

（二）、设元的方法：直接设元与间接设元．

当问题较复杂时，有时设与要求的未知量相关的另一些量为未知数，即为间接设元．无论怎样设元，设几个未知数，就要列几个方程．

11．一元一次不等式的应用

（1）由实际问题中的不等关系列出不等式，建立解决问题的数学模型，通过解不等式可以得到实际问题的答案．

（2）列不等式解应用题需要以“至少”、“最多”、“不超过”、“不低于”等词来体现问题中的不等关系．因此，建立不等式要善于从“关键词”中挖掘其内涵．

（3）列一元一次不等式解决实际问题的方法和步骤：

①弄清题中数量关系，用字母表示未知数．

②根据题中的不等关系列出不等式．

③解不等式，求出解集．

④写出符合题意的解．

12．一次函数图象上点的坐标特征

一次函数 $y=kx+b$，（ $k\neq0$，且 k，b 为常数）的图象是一条直线．它与 x 轴的交点坐标是（，0）；与 y 轴的交点坐标是（0，b）．

直线上任意一点的坐标都满足函数关系式 $y=kx+b$．

13．一次函数与二元一次方程（组）

（1）一次函数与一元一次方程的关系：由于任何一元一次方程都可以转化为 $ax+b=0$（a，b 为常数，$a\neq0$）的形式，所以解一元一次方程可以转化为：当某个一次函数的值为 0 时，求相应的自变量的值，从图象上看，这相当于已知直线 $y=kx+b$ 确定它与 x 轴交点的横坐标值．

（2）二元一次方程（组）与一次函数的关系

二元一次方程	一次函数
表达式：$ax+by+c=0$	表达式：$y=-\frac{a}{b}x-\frac{c}{b}$（b 不为0）
方程的解：$x=m$，$y=n$	图象上的坐标点（m，n），其中m为横坐标，n为总坐标
m，n表示实数	（m，n）表示平面内一个点

（3）一次函数和二元一次方程（组）的关系在实际问题中的应用：要准确的将条件转化为二元一次方程（组），注意自变量取值范围要符合实际意义．

14．反比例函数综合题

（1）应用类综合题

能够从实际的问题中抽象出反比例函数这一数学模型，是解决实际问题的关键一步，培养了学生的建模能力和从实际问题向数学问题转化的能力．在解决这些问题的时候我们还用到了反比例函数的图象和性质、待定系数法和其他学科中的知识．

（2）数形结合类综合题

利用图象解决问题，从图上获取有用的信息，是解题的关键所在．已知点在图象上，那么点一定满足这个函数解析式，反过来如果这点满足函数的解析式，那么这个点也一定在函数图象上．还能利用图象直接比较函数值或是自变量的大小．将数形结合在一起，是分析解决问题的一种好方法．

15．二次函数图象与系数的关系

二次函数 $y=ax^2+bx+c$（$a\neq0$）

①二次项系数 a 决定抛物线的开口方向和大小．

当 $a>0$ 时，抛物线向上开口；当 $a<0$ 时，抛物线向下开口；$|a|$还可以决定开口大小，$|a|$越大开口就越小．

②一次项系数 b 和二次项系数 a 共同决定对称轴的位置．

当 a 与 b 同号时（即 $ab>0$），对称轴在 y 轴左；当 a 与 b 异号时（即 $ab<0$），对称轴在 y 轴右．（简称：左同右异）

③．常数项 c 决定抛物线与 y 轴交点．抛物线与 y 轴交于（0，c）．

④抛物线与 x 轴交点个数．

$\triangle=b^2-4ac>0$ 时，抛物线与 x 轴有 2 个交点；$\triangle=b^2-4ac=0$ 时，抛物线与 x 轴有 1 个交

点；△＝$b^2-4ac<0$ 时，抛物线与 x 轴没有交点．

16．二次函数图象上点的坐标特征

二次函数 $y=ax^2+bx+c$（$a\neq0$）的图象是抛物线，顶点坐标是（，）．

①抛物线是关于对称轴 x 成轴对称，所以抛物线上的点关于对称轴对称，且都满足函数函数关系式．顶点是抛物线的最高点或最低点．

②抛物线与 y 轴交点的纵坐标是函数解析中的 c 值．

③抛物线与 x 轴的两个交点关于对称轴对称，设两个交点分别是（x_1，0），（ x_2，0），则其对称轴为 x．

17．二次函数综合题

（1）二次函数图象与其他函数图象相结合问题

解决此类问题时，先根据给定的函数或函数图象判断出系数的符号，然后判断新的函数关系式中系数的符号，再根据系数与图象的位置关系判断出图象特征，则符合所有特征的图象即为正确选项．

（2）二次函数与方程、几何知识的综合应用

将函数知识与方程、几何知识有机地结合在一起．这类试题一般难度较大．解这类问题关键是善于将函数问题转化为方程问题，善于利用几何图形的有关性质、定理和二次函数的知识，并注意挖掘题目中的一些隐含条件．

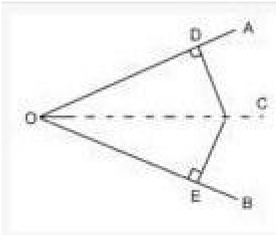
（3）二次函数在实际生活中的应用题

从实际问题中分析变量之间的关系，建立二次函数模型．关键在于观察、分析、创建，建立直角坐标系下的二次函数图象，然后数形结合解决问题，需要我们注意的是自变量及函数的取值范围要使实际问题有意义．

18．角平分线的性质

角平分线的性质：角的平分线上的点到角的两边的距离相等．

注意：①这里的距离是指点到角的两边垂线段的长；②该性质可以独立作为证明两条线段相等的依据，有时不必证明全等；③使用该结论的前提条件是图中有角平分线，有垂直角平分线的性质语言：如图，∵C 在∠AOB 的平分线上，$CD\perp OA$，$CE\perp OB$∴$CD=CE$



19．等腰三角形的性质

（1）等腰三角形的概念

有两条边相等的三角形叫做等腰三角形．

（2）等腰三角形的性质

①等腰三角形的两腰相等

②等腰三角形的两个底角相等．【简称：等边对等角】

③等腰三角形的顶角平分线、底边上的中线、底边上的高相互重合．【三线合一】

（3）在①等腰；②底边上的高；③底边上的中线；④顶角平分线．以上四个元素中，从中任意取出两个元素当成条件，就可以得到另外两个元素为结论．

20．等边三角形的判定与性质

（1）等边三角形是一个非常特殊的几何图形，它的角的特殊性给有关角的计算奠定了基础，它的边角性质为证明线段、角相等提供了便利条件．同是等边三角形又是特殊的等腰三角形，同样具备三线合一的性质，解题时要善于挖掘图形中的隐含条件广泛应用．

（2）等边三角形的特性如：三边相等、有三条对称轴、一边上的高可以把等边三角形分成含有30°角的直角三角形、连接三边中点可以把等边三角形分成四个全等的小等边三角形等．

（3）等边三角形判定最复杂，在应用时要抓住已知条件的特点，选取恰当的判定方法，一般地，若从一般三角形出发可以通过三条边相等判定、通过三个角相等判定；若从等腰三角形出发，则想法获取一个60°的角判定．

21．平行四边形的判定与性质

平行四边形的判定与性质的作用

平行四边形对应边相等，对应角相等，对角线互相平分及它的判定，是我们证明直线的平行、线段相等、角相等的重要方法，若要证明两直线平行和两线段相等、两角相等，可考虑将要证的直线、线段、角、分别置于一个四边形的对边或对角的位置上，通过证明四边形是平行四边形达到上述目的．

运用定义，也可以判定某个图形是平行四边形，这是常用的方法，不要忘记平行四边形的

定义，有时用定义判定比用其他判定定理还简单．

凡是可以用平行四边形知识证明的问题，不要再回到用三角形全等证明，应直接运用平行四边形的性质和判定去解决问题．

22．菱形的性质

（1）菱形的定义：有一组邻边相等的平行四边形叫做菱形．

（2）菱形的性质

①菱形具有平行四边形的一切性质；

②菱形的四条边都相等；

③菱形的两条对角线互相垂直，并且每一条对角线平分一组对角；

④菱形是轴对称图形，它有 2 条对称轴，分别是两条对角线所在直线．

（3）菱形的面积计算

①利用平行四边形的面积公式．

②菱形面积 ab．（a、b 是两条对角线的长度）

23．矩形的性质

（1）矩形的定义：有一个角是直角的平行四边形是矩形．

（2）矩形的性质

①平行四边形的性质矩形都具有；

②角：矩形的四个角都是直角；

③边：邻边垂直；

④对角线：矩形的对角线相等；

⑤矩形是轴对称图形，又是中心对称图形．它有 2 条对称轴，分别是每组对边中点连线所在的直线；对称中心是两条对角线的交点．

（3）由矩形的性质，可以得到直角三角形的一个重要性质，直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半．

24．四边形综合题

四边形综合题．

25．圆周角定理

（1）圆周角的定义：顶点在圆上，并且两边都与圆相交的角叫做圆周角．

注意：圆周角必须满足两个条件：①顶点在圆上．②角的两条边都与圆相交，二者缺一不可．

（2）圆周角定理：在同圆或等圆中，同弧或等弧所对的圆周角相等，都等于这条弧所对的圆心角的一半．

推论：半圆（或直径）所对的圆周角是直角，90°的圆周角所对的弦是直径．

（3）在解圆的有关问题时，常常需要添加辅助线，构成直径所对的圆周角，这种基本技能技巧一定要掌握．

（4）注意：①圆周角和圆心角的转化可通过作圆的半径构造等腰三角形．利用等腰三角形的顶点和底角的关系进行转化．②圆周角和圆周角的转化可利用其“桥梁”－－－圆心角转化．③定理成立的条件是“同一条弧所对的”两种角，在运用定理时不要忽略了这个条件，把不同弧所对的圆周角与圆心角错当成同一条弧所对的圆周角和圆心角．

26．切线的性质

（1）切线的性质

①圆的切线垂直于经过切点的半径．

②经过圆心且垂直于切线的直线必经过切点．

③经过切点且垂直于切线的直线必经过圆心．

（2）切线的性质可总结如下：

如果一条直线符合下列三个条件中的任意两个，那么它一定满足第三个条件，这三个条件是：①直线过圆心；②直线过切点；③直线与圆的切线垂直．

（3）切线性质的运用

由定理可知，若出现圆的切线，必连过切点的半径，构造定理图，得出垂直关系．简记作见切点，连半径，见垂直．

27．正多边形和圆

（1）正多边形与圆的关系

把一个圆分成 n（n 是大于 2 的自然数）等份，依次连接各分点所得的多边形是这个圆的内接正多边形，这个圆叫做这个正多边形的外接圆．

（2）正多边形的有关概念

①中心：正多边形的外接圆的圆心叫做正多边形的中心．

②正多边形的半径：外接圆的半径叫做正多边形的半径．

③中心角：正多边形每一边所对的圆心角叫做正多边形的中心角．

④边心距：中心到正多边形的一边的距离叫做正多边形的边心距．

28．弧长的计算

（1）圆周长公式：$C=2\pi R$

（2）弧长公式：l（弧长为 l，圆心角度数为 n，圆的半径为 R）

① 在弧长的计算公式中，n 是表示 1°的圆心角的倍数，n 和 180 都不要带单位．

② 若圆心角的单位不全是度，则需要先化为度后再计算弧长．

③ 题设未标明精确度的，可以将弧长用 π 表示．

④ 正确区分弧、弧的度数、弧长三个概念，度数相等的弧，弧长不一定相等，弧长相等的弧不一定是等弧，只有在同圆或等圆中，才有等弧的概念，才是三者的统一．

29．作图—基本作图

基本作图有：

（1）作一条线段等于已知线段．

（2）作一个角等于已知角．____（3）作已知线段的垂直平分线．____（4）作已知角的角平分线．____（5）过一点作已知直线的垂线．

30．轨迹

31．轴对称的性质

（1）如果两个图形关于某直线对称，那么对称轴是任何一对对应点所连线段的垂直平分线．

由轴对称的性质得到一下结论：

① 如果两个图形的对应点的连线被同一条直线垂直平分，那么这两个图形关于这条直线对称；

② 如果两个图形成轴对称，我们只要找到一对对应点，作出连接它们的线段的垂直平分线，就可以得到这两个图形的对称轴．

（2）轴对称图形的对称轴也是任何一对对应点所连线段的垂直平分线．

32．利用轴对称设计图案

利用轴对称设计图案关键是要熟悉轴对称的性质，利用轴对称的作图方法来作图，通过变换对称轴来得到不同的图案．

33．解直角三角形

（1）解直角三角形的定义

在直角三角形中，由已知元素求未知元素的过程就是解直角三角形．

（2）解直角三角形要用到的关系

① 锐角直角的关系：$\angle A+\angle B=90°$；

② 三边之间的关系：$a^2+b^2=c^2$；

③边角之间的关系：

$\sin A=\angle A$ 的对边斜边$=ac$，$\cos A=\angle A$ 的邻边斜边$=bc$，$\tan A=\angle A$ 的对边$\angle A$ 的邻边$=ab$.

（a，b，c 分别是$\angle A$、$\angle B$、$\angle C$ 的对边）

34．解直角三角形的应用-坡度坡角问题

（1）坡度是坡面的铅直高度 h 和水平宽度 l 的比，又叫做坡比，它是一个比值，反映了斜坡的陡峭程度，一般用 i 表示，常写成 $i=1$：m 的形式．

（2）把坡面与水平面的夹角 α 叫做坡角，坡度 i 与坡角 α 之间的关系为：$i=h/l=\tan\alpha$．

（3）在解决坡度的有关问题中，一般通过作高构成直角三角形，坡角即是一锐角，坡度实际就是一锐角的正切值，水平宽度或铅直高度都是直角边，实质也是解直角三角形问题．

应用领域：①测量领域；②航空领域 ③航海领域：④工程领域等．

35．解直角三角形的应用-仰角俯角问题

（1）概念：仰角是向上看的视线与水平线的夹角；俯角是向下看的视线与水平线的夹角．

（2）解决此类问题要了解角之间的关系，找到与已知和未知相关联的直角三角形，当图形中没有直角三角形时，要通过作高或垂线构造直角三角形，另当问题以一个实际问题的形式给出时，要善于读懂题意，把实际问题划归为直角三角形中边角关系问题加以解决．

36．简单组合体的三视图

（1）画简单组合体的三视图要循序渐进，通过仔细观察和想象，再画它的三视图．

（2）视图中每一个闭合的线框都表示物体上的一个平面，而相连的两个闭合线框常不在一个平面上．

（3）画物体的三视图的口诀为：

主、俯：长对正；

主、左：高平齐；

俯、左：宽相等．

37．用样本估计总体

用样本估计总体是统计的基本思想．

1、用样本的频率分布估计总体分布：

从一个总体得到一个包含大量数据的样本，我们很难从一个个数字中直接看出样本所包含的信息．这时，我们用频率分布直方图来表示相应样本的频率分布，从而去估计总体的分布情况．

2、用样本的数字特征估计总体的数字特征（主要数据有众数、中位数、平均数、标准差与方差）．

一般来说，用样本去估计总体时，样本越具有代表性、容量越大，这时对总体的估计也就越精确．

38．扇形统计图

（1）扇形统计图是用整个圆表示总数用圆内各个扇形的大小表示各部分数量占总数的百分数．通过扇形统计图可以很清楚地表示出各部分数量同总数之间的关系．用整个圆的面积表示总数（单位 1），用圆的扇形面积表示各部分占总数的百分数．

（2）扇形图的特点：从扇形图上可以清楚地看出各部分数量和总数量之间的关系．

（3）制作扇形图的步骤

①根据有关数据先算出各部分在总体中所占的百分数，再算出各部分圆心角的度数，公式是各部分扇形圆心角的度数＝部分占总体的百分比×360°．____②按比例取适当半径画一个圆；按扇形圆心角的度数用量角器在圆内量出各个扇形的圆心角的度数；

④在各扇形内写上相应的名称及百分数，并用不同的标记把各扇形区分开来．

39．条形统计图

（1）定义：条形统计图是用线段长度表示数据，根据数量的多少画成长短不同的矩形直条，然后按顺序把这些直条排列起来．

（2）特点：从条形图可以很容易看出数据的大小，便于比较．

（3）制作条形图的一般步骤：

①根据图纸的大小，画出两条互相垂直的射线．

②在水平射线上，适当分配条形的位置，确定直条的宽度和间隔．

③在与水平射线垂直的射线上，根据数据大小的具体情况，确定单位长度表示多少．

④按照数据大小，画出长短不同的直条，并注明数量．

40．加权平均数

（1）加权平均数：若 n 个数 x_1，x_2，x_3，…，x_n 的权分别是 w_1，w_2，w_3，…，w_n，则 $x1w1+x2w2+\cdots+xnwnw1+w2+\cdots+wn$ 叫做这 n 个数的加权平均数．

（2）权的表现形式，一种是比的形式，如 4：3：2，另一种是百分比的形式，如创新占 50%，综合知识占 30%，语言占 20%，权的大小直接影响结果．

（3）数据的权能够反映数据的相对“重要程度”，要突出某个数据，只需要给它较大的“权”，权的差异对结果会产生直接的影响．

（4）对于一组不同权重的数据，加权平均数更能反映数据的真实信息．

41．中位数

（1）中位数：

将一组数据按照从小到大（或从大到小）的顺序排列，如果数据的个数是奇数，则处于中间位置的数就是这组数据的中位数．

如果这组数据的个数是偶数，则中间两个数据的平均数就是这组数据的中位数．

（2）中位数代表了这组数据值大小的“中点”，不易受极端值影响，但不能充分利用所有数据的信息．

（3）中位数仅与数据的排列位置有关，某些数据的移动对中位数没有影响，中位数可能出现在所给数据中也可能不在所给的数据中出现，当一组数据中的个别数据变动较大时，可用中位数描述其趋势．

42．众数

（1）一组数据中出现次数最多的数据叫做众数．

（2）求一组数据的众数的方法：找出频数最多的那个数据，若几个数据频数都是最多且相同，此时众数就是这多个数据．

（3）众数不易受数据中极端值的影响．众数也是数据的一种代表数，反映了一组数据的集中程度，众数可作为描述一组数据集中趋势的量．．

43．概率公式

（1）随机事件 A 的概率 P（A）＝事件 A 可能出现的结果数所有可能出现的结果数．

（2）P（必然事件）＝1．

（3）P（不可能事件）＝0．

44．几何概率

所谓几何概型的概率问题，是指具有下列特征的一些随机现象的概率问题：设在空间上有一区域 G，又区域 g 包含在区域 G 内（如图），而区域 G 与 g 都是可以度量的（可求面积），现随机地向 G 内投掷一点 M，假设点 M 必落在 G 中，且点 M 落在区域 G 的任何部分区域 g 内的概率只与 g 的度量（长度、面积、体积等）成正比，而与 g 的位置和形状无关．具有这种性质的随机试验（掷点），称为几何概型．关于几何概型的随机事件“向区域 G 中任意投掷一个点 M，点 M 落在 G 内的部分区域 g”的概率 P 定义为：g 的度量与 G 的度量之比，即 P＝g 的测度 G 的测度

简单来说：求概率时，已知和未知与几何有关的就是几何概率．计算方法是长度比，面积比，体积比等．

45．列表法与树状图法

（1）当试验中存在两个元素且出现的所有可能的结果较多时，我们常用列表的方式，列出所有可能的结果，再求出概率．

（2）列表的目的在于不重不漏地列举出所有可能的结果求出 n，再从中选出符合事件 A 或 B 的结果数目 m，求出概率．

（3）列举法（树形图法）求概率的关键在于列举出所有可能的结果，列表法是一种，但当一个事件涉及三个或更多元素时，为不重不漏地列出所有可能的结果，通常采用树形图．

（4）树形图列举法一般是选择一个元素再和其他元素分别组合，依次列出，象树的枝丫形式，最末端的枝丫个数就是总的可能的结果 n．

（5）当有两个元素时，可用树形图列举，也可以列表列举．