

2015 年河北省中考数学试卷

(满分 120 分, 考试时间 120 分钟)

第 I 卷 (选择题 共 42 分)

一、选择题 (本大题共 16 个小题, 1~10 小题, 每小题 3 分; 11~16 小题, 每小题 2 分, 共 42 分) 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

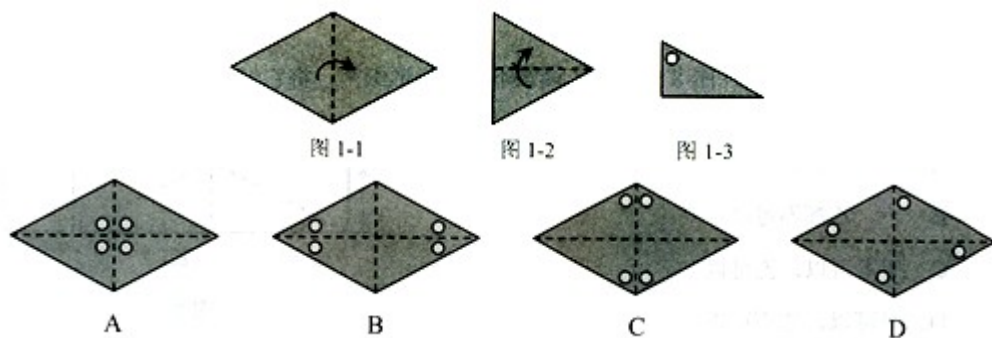
1. 计算: $3 - 2 \times (-1) =$ ()

- A. 5 B. 1 C. -1 D. 6

2. 下列说法正确的是 ()

- A. 1 的相反数是一1 B. 1 的倒数是一1
C. 1 的立方根是 ± 1 D. -1 是无理数

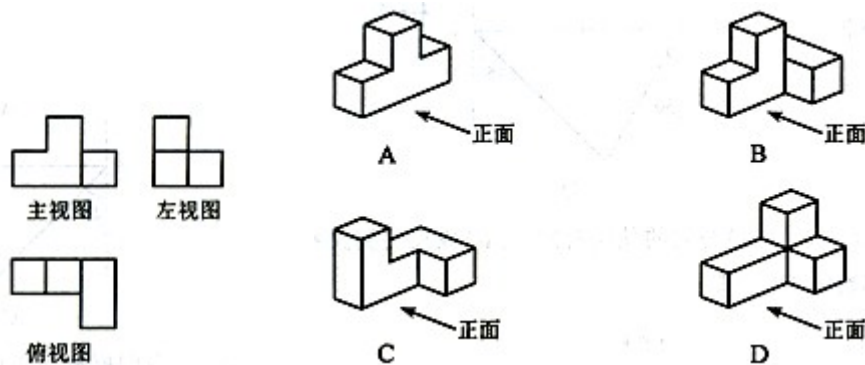
3. 一张菱形纸片按图 1-1, 图 1-2 依次对折后, 再按图 1-3 打出一个圆形小孔, 则展开铺平后的图案是 ()



4. 下列运算正确的是 ()

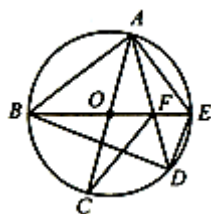
- A. $\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = -\frac{1}{2}$ B. $6 \times 10^7 = 6000000$
C. $(2a)^2 = 2a^2$ D. $a^3 \cdot a^2 = a^5$

5. 图中的三视图所对应的几何体是 ()



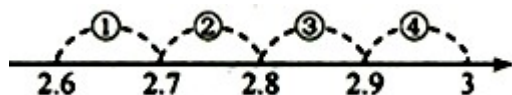
6. 如图, AC , BE 是 $\odot O$ 的直径, 弦 AD 与 BE 交于点 F , 下列三角形中, 外心不是点 O 的是 ()

- A. $\triangle ABE$ B. $\triangle ACF$ C. $\triangle ABD$ D. $\triangle ADE$



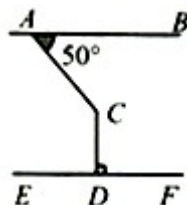
7. 在数轴上标注了四段范围，如图，则表示 $\sqrt{8}$ 的点落在 ()

- A. 段① B. 段② C. 段③ D. 段④

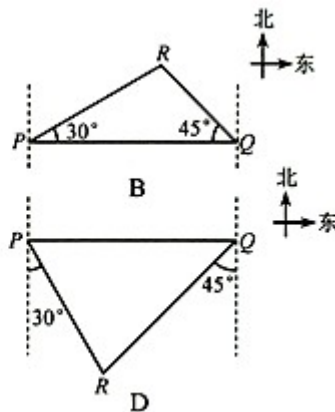
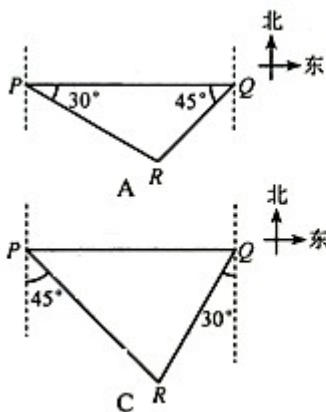


8. 如图, $AB \parallel EF$, $CD \perp EF$, $\angle BAC = 50^\circ$, 则 $\angle ACD =$ ()

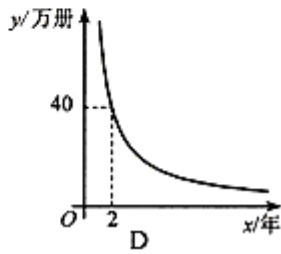
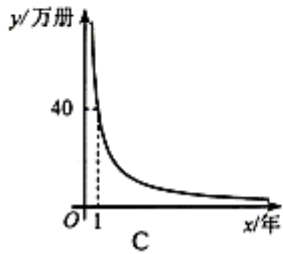
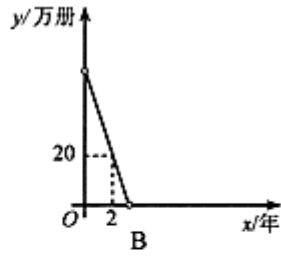
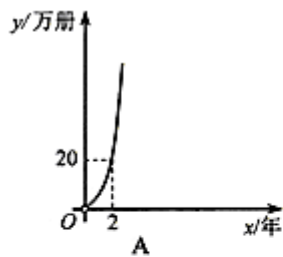
- A. 120° B. 130° C. 140° D. 150°



9. 已知: 岛 P 位于岛 Q 的正西方, 由岛 P , Q 分别测得船 R 位于南偏东 30° 和南偏西 45° 方向上. 符合条件的示意图是 ()



10. 一台印刷机每年可印刷的书本数量 y (万册) 与它的使用时间 x (年) 成反比例关系, 当 $x=2$ 时, $y=20$. 则 y 与 x 的函数图象大致是 ()



11. 利用加减消元法解方程组 $\begin{cases} 2x + 5y = -10 \\ 5x - 3y = 6 \end{cases}$ ，下列做法正确的是 ()

- A. 要消去 y ，可以将① $\times 5$ +② $\times 2$
- B. 要消去 x ，可以将① $\times 3$ +② $\times (-5)$
- C. 要消去 y ，可以将① $\times 5$ +② $\times 3$
- D. 要消去 x ，可以将① $\times (-5)$ +② $\times 2$

12. 若关于 x 的方程 $x^2 + 2x + a = 0$ 不存在实数跟，则 a 的取值范围是 ()

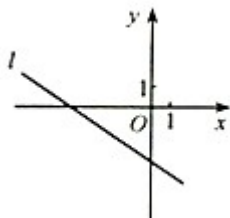
- A. $a < 1$
- B. $a > 1$
- C. $a \leq 1$
- D. $a \geq 1$

13. 将一质地均匀的正方体骰子掷一次，观察向上一面的点数，与点数 3 相差 2 的概率是 ()

- A. $\frac{1}{2}$
- B. $\frac{1}{3}$
- C. $\frac{1}{5}$
- D. $\frac{1}{6}$

14. 如图，直线 $l: y = -\frac{2}{3}x - 3$ 与直线 $y = a$ (a 为常数) 的交点在第四象限，则 a 可能在 ()

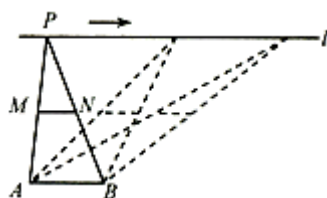
- A. $1 < a < 2$
- B. $-2 < a < 0$
- C. $-3 \leq a \leq -2$
- D. $-10 < a < -4$



15. 如图，点 A 、 B 为定点，定直线 $l \parallel AB$ ， P 是 l 上一动点，点 M ， N 分别为 PA ， PB 的中点，对于下列各值：

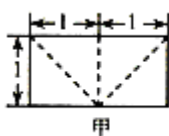
- ① 线段 MN 的长；② $\triangle PAB$ 的周长；③ $\triangle PMN$ 的面积；④ 直线 MN ， AB 之间的距离；⑤ $\angle APB$ 的大小。其中会随点 P 的移动而变化的是 ()

- A. ②③
- B. ②⑤
- C. ①③④
- D. ④⑤

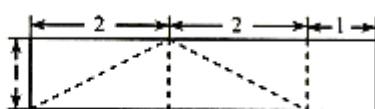


16. 如图是甲、乙两张不同的纸片，将它们分别沿着虚线剪开后，各自要拼一个与原来面积相等的正方形，则 ()

- A. 甲、乙都可以 B. 甲、乙都不可以
C. 甲不可以，乙可以 D. 甲可以，乙不可以



甲



乙

卷 II (非选择题, 共 78 分)

二、填空题 (本大题共 4 个小题, 每小题 3 分, 共 12 分. 把答案写在题中横线上)

17. 若 $|a|=2015^0$, 则 $a=$ _____.

18. 若 $a=2b \neq 0$, 则 $\frac{a^2 - b^2}{a^2 - ab}$ 的值为_____.

19. 平面上, 将边长相等的正三角形、正方形、正五边形、正六边形的一边重合并叠在一起, 如图, 则 $\angle 3 + \angle 1 - \angle 2 =$ _____°.



20. 如图, $\angle BOC=9^\circ$, 点 A 在 OB 上, 且 $OA=1$. 按下列要求画图:

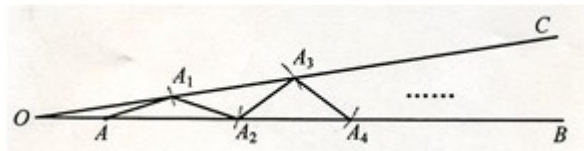
以 A 为圆心, 1 为半径向右画弧交 OC 于点 A_1 , 得第 1 条线段 AA_1 ;

再以 A_1 为圆心, 1 为半径向右画弧交 OB 于点 A_2 , 得第 2 条线段 A_1A_2 ;

再以 A_2 为圆心, 1 为半径向右画弧交 OC 于点 A_3 , 得第 3 条线段 A_2A_3 ;

.....

这样画下去, 直到得第 n 条线段, 之后就不能再画出符合要求的线段了, 则 $n=$ _____.



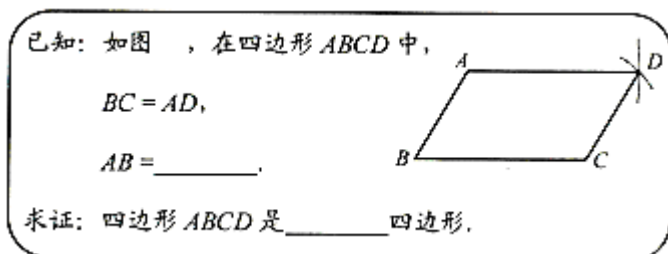
三、解答题 (本大题共 6 个小题, 共 66 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

21. (10) 老师在黑板上书写了一个正确的演算过程, 随后用手掌捂住了一个二次三项式形式如下:

 $-3x = x^2 - 5x + 1.$

- (1) 求所捂的二次三项式；
 (2) 若 $x = \sqrt{6} + 1$ ，求所捂二次三项式的值。

22. (10) 嘉淇同学要证明命题“两组对边分别相等的四边形是平行四边形”是正确的，她先用尺规做出了如图所示的四边形 $ABCD$ ，并写出了如下不完整的已知和求证。



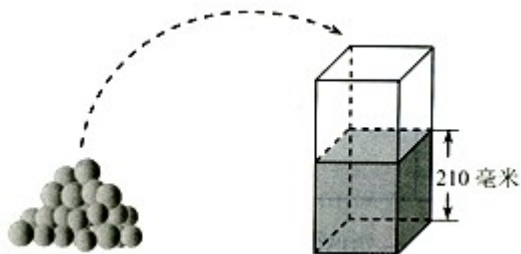
- (1) 在方框中填空，以补全已知和求证：
 (2) 按嘉淇的想法写出证明：
 证明：



- (3) 用文字叙述所证明题的逆命题为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

23. (10) 水平放置的容器内原有 210 毫米高的水，如图。将若干个球逐一放入该容器中，每放入一个大球水面就上升 4 毫米，每放入一个小球水面就上升 3 毫米，假定放入容器中的所有球完全浸没水中且水不溢出。设水面高为 y 毫米。

- (1) 只放入大球，且个数为 $x_{\text{大}}$ ，求 y 与 $x_{\text{大}}$ 的函数关系式（不必写出 $x_{\text{大}}$ 的范围）；
 (2) 仅放入 6 个大球后，开始放入小球，且小球的个数为 $x_{\text{小}}$ ，
 ① 求 y 与 $x_{\text{小}}$ 的函数关系式（不必写出 $x_{\text{小}}$ 的范围）
 ② 限定水面高不超过 260 毫米，最多能放入几个小球？

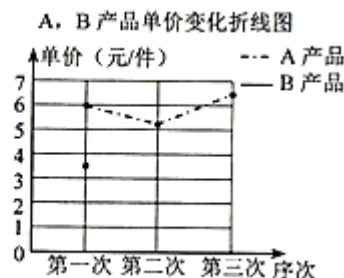


24. (11) 某厂生产 A , B 两种产品，其单价随市场变化而作相应调整。营销人员根据前三次单价的变化情况，绘制了如下统计图表及不完整的折线图：

A, B 产品单价变化统计表

	第一次	第二次	第三次
A 产品单价 (元/件)	6	5.2	6.5
B 产品单价 (元/件)	3.5	4	3

并求得了 A 产品三次单价的平均数和方差:

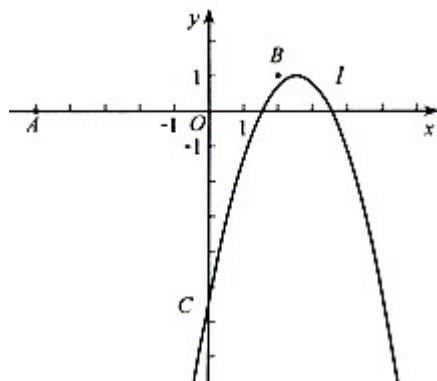


$$\overline{x_A} = 5.9; S_A^2 = \frac{1}{3} [(6-5.9)^2 + (5.2-5.9)^2 + (6.5-5.9)^2] = \frac{43}{150}.$$

- (1) 补全图中 B 产品单价变化的折线图. B 产品第三次的单价比上一次的单价降低了 _____ %;
- (2) 求 B 产品三次单价的方差, 并比较哪种产品的单价波动小;
- (3) 该厂决定第四次调价, A 产品的单价仍为 6.5 元/件, B 产品的单价比 3 元/件上调 m % ($m > 0$), 使得 A 产品这四次单价的中位数是 B 产品四次单价中位数的 2 倍少 1, 求 m 的值.

25. (11) 如图, 已知点 $O(0, 0)$, $A(-5, 0)$, $B(2, 1)$, 抛物线 $l: y = -(x-h)^2 + 1$ (h 为常数) 与 y 轴的交点为 C .

- (1) l 经过点 B , 求它的解析式, 并写出此时 l 的对称轴及顶点坐标;
- (2) 设点 C 的纵坐标为 y_C , 求 y_C 的最大值, 此时 l 上有两点 (x_1, y_1) , (x_2, y_2) , 其中 $x_1 > x_2 \geq 0$, 比较 y_1 与 y_2 的大小;
- (3) 当线段 OA 被 l 只分为两部分, 且这两部分的比是 1:4 时, 求 h 的值.



26. (14) 平面上, 矩形 $ABCD$ 与直径为 QP 的半圆 K 如图 1 摆放, 分别延长 DA 和 QP 交于点 O , 且 $\angle DOQ = 60^\circ$, $OQ = OD = 3$, $OP = 2$, $OA = AB = 1$. 让线段 OD 及矩形 $ABCD$ 位置固定, 将线段 OQ 连带着半圆 K 一起绕着点 O 按逆时针方向开始旋转, 设旋转角为 α ($0^\circ \leq \alpha \leq 60^\circ$).

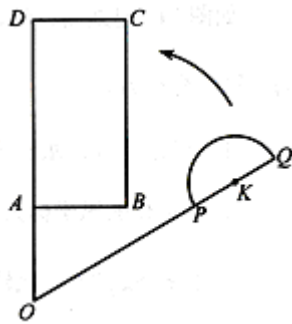


图 1

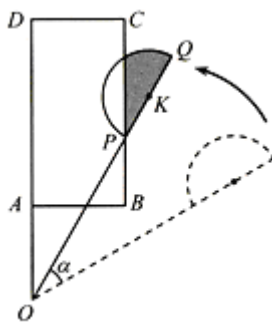


图 2

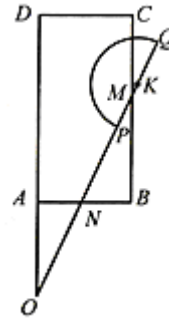


图 3

发现 (1) 当 $\alpha=0^\circ$ ，即初始位置时，点 P 在直线 AB 上. (填“在”或“不在”)

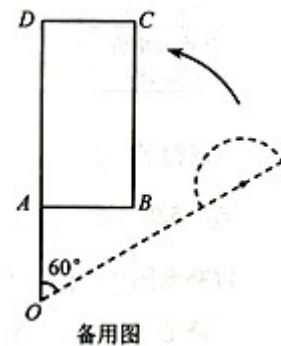
求当 α 是多少时， OQ 经过点 B ?

(2) 在 OQ 旋转的过程中，简要说明 α 是多少时，点 P ， A 间的距离最小？并指出这个最小值；

(3) 如图 2，当点 P 恰好落在 BC 边上时，求 α 及 $S_{\text{阴影}}$.

拓展 如图 3，当线段 OQ 与 CB 边交于点 M ，与 BA 边交于点 N 时，设 $BM=x$ ($x>0$)，用含 x 得带舒适表示 BN 的长，并求 x 的取值范围.

探究 当半圆 K 与矩形 $ABCD$ 的边相切时，求 $\sin\alpha$ 的值.



备用图

2015 年河北省中考数学试卷参考答案

一、选择题（本大题共 16 个小题，1~10 小题，每小题 3 分；11~16 小题，每小题 2 分，共 42 分）在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. A 2. A 3. C 4. D 5. B 6. B 7. C 8. C

9. D 10. C 11. D 12. B 13. B 14. D 15. B. 16. A

二、填空题（本大题共 4 个小题，每小题 3 分，共 12 分. 把答案写在题中横线上）

17. ± 1 18. $\frac{3}{2}$ 19. 24 20. 9

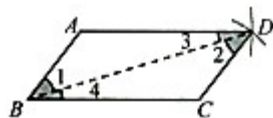
三、解答题（本大题共 6 个小题，共 66 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤）

21. 解：（1）设所捂的二次三项式为 A ，则 $A = x^2 - 5x + 1 + 3x = x^2 - 2x + 1$

（2）若 $x = \sqrt{6} + 1$ ，则 $A = (x-1)^2 = (\sqrt{6} + 1 - 1)^2 = 6$

22. 解：（1） CD ； 平行

（2）证明：如图所示，连接 BD ，.



在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle CDB$ 中，

$\because AB = CD, AD = CB, BD = DB$

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle CDB$

$\therefore \angle 1 = \angle 2, \angle 3 = \angle 4$

$\therefore AB \parallel CD, AD \parallel CB$

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形.

（3）平行四边形的对边相等.

23. 解：（1） $y = 4x_{\text{大}} + 210$;

（2）①当 $x_{\text{大}} = 6$ 时， $y = 4 \times 6 + 210 = 234$,

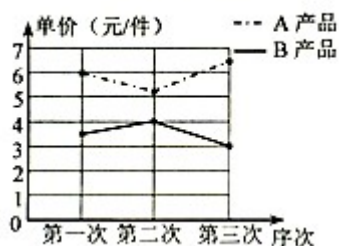
$\therefore y = x_{\text{小}} + 234$.

②依题意，得 $3x_{\text{小}} + 234 \leq 260$ ，解得 $x_{\text{小}} \leq 8\frac{2}{3}$

$\because x_{\text{小}}$ 为自然数， $\therefore x_{\text{小}}$ 最大为 8，即最多能放入 8 个小球.

24. 解：（1）如图所示； 25

A, B 产品单价变化折线图



（2） $\overline{x_B} = \frac{1}{3} (3.5 + 4 + 3) = 3.5$

$$S_B^2 = \frac{(3.5 - 3.5)^2 + (4 - 3.5)^2 + (3 - 3.5)^2}{3} = \frac{1}{6}$$

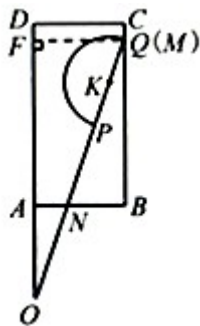
由 $AD \parallel BC$ 知, $\angle RPQ = \angle POH = 30^\circ$.

在 $\text{Rt}\triangle RKE$ 中, $RE = RK \cdot \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{4}$, $\therefore S_{\triangle RKP} = \frac{1}{2} PK \cdot RE = \frac{\sqrt{3}}{16}$.

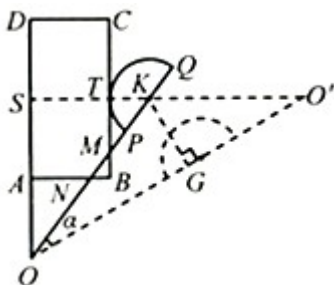
$$\therefore S_{\text{阴影}} = \frac{\pi}{24} + \frac{\sqrt{3}}{16}$$

$$\therefore \frac{AN}{BN} = \frac{AO}{BM}, \text{ 即 } \frac{1-BN}{BN} = \frac{1}{x}, \therefore BN = \frac{x}{x+1}$$
$$BQ=AF=\sqrt{OQ^2-QF^2}-OA=\sqrt{3^2-1^2}-1=2\sqrt{2}-1.$$

$\therefore x$ 的范围是 $0 < x \leq 2\sqrt{2} - 1$



图②



图③

①如图③, 半圆 K 与 BC 切于点 T , 设直线 KT 与 AD 和 OQ 的初始位置所在直线分别交于点 S , O' , 则 $\angle KSO = \angle KTB = 90^\circ$, 作 $KG \perp OO'$ 于点 G .

Rt△OSK 中, $OS = \sqrt{OK^2 - SK^2} = \sqrt{\left(\frac{5}{2}\right)^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2} = 2$.

Rt $\triangle OSO'$ 中, $SO'=OS\cdot\tan 60^\circ=2\sqrt{3}$, $KO'=2\sqrt{3}-\frac{3}{2}$

$$\text{Rt}\triangle KGO' \text{中}, \angle O' = 30^\circ, \therefore KG = \frac{1}{2} KO' = \sqrt{3} - \frac{3}{4}$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle O G K \text{ 中, } \sin \alpha = \frac{K G}{O K} = \frac{\sqrt{3} - \frac{3}{4}}{\frac{5}{2}} = \frac{4\sqrt{3} - 3}{10}.$$

② 半圆 K 与 AD 切于点 T , 如图④,



$$= \frac{\sqrt{\left(\frac{5}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2} \times \sqrt{3} - \frac{1}{2}}{5} = \frac{6\sqrt{2} - 1}{10}.$$

$$\therefore \alpha = 60^\circ. \quad \therefore \sin \alpha = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

综上所述, $\sin\alpha$ 的值为 $\frac{4\sqrt{3}-3}{10}$ 或 $\frac{6\sqrt{2}-1}{10}$ 或 $\frac{\sqrt{3}}{2}$.