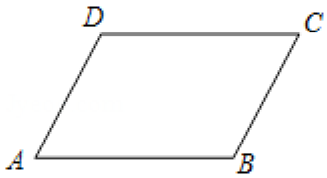
2019年黑龙江省七台河市中考数学试卷

一、填空题（每题3分，满分30分）

1．（3分）（2019•黑龙江）中国政府提出的“一带一路”倡议，近两年来为沿线国家创造了约180000个就业岗位．将数据180000用科学记数法表示为____．

2．（3分）（2019•黑龙江）在函数 $y=\sqrt{x-2}$ 中，自变量 x 的取值范围是____．

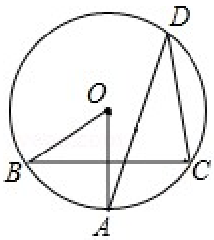
3．（3分）（2019•黑龙江）如图，在四边形 $ABCD$ 中，$AD=BC$，在不添加任何辅助线的情况下，请你添加一个条件____，使四边形 $ABCD$ 是平行四边形．



4．（3分）（2019•黑龙江）在不透明的甲、乙两个盒子中装有除颜色外完全相同的小球，甲盒中有2个白球、1个黄球，乙盒中有1个白球、1个黄球，分别从每个盒中随机摸出1个球，则摸出的2个球都是黄球的概率是____．

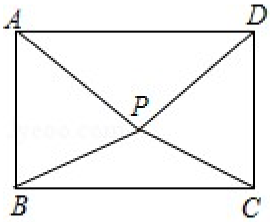
5．（3分）（2019•黑龙江）若关于 x 的一元一次不等式组 $\begin{cases}x-m>0\\2x+1>3\end{cases}$ 的解集为 $x>1$，则 m 的取值范围是____．

6．（3分）（2019•黑龙江）如图，在$\odot O$中，半径 OA 垂直于弦 BC，点 D 在圆上且 $\angle ADC=30^{\circ}$，则 $\angle AOB$ 的度数为____．



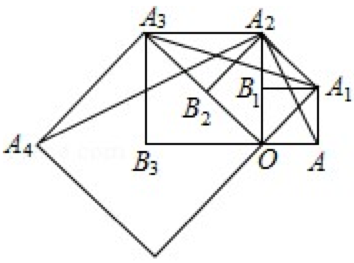
7．（3分）（2019•黑龙江）若一个圆锥的底面圆的周长是 $5\pi cm$，母线长是 $6cm$，则该圆锥的侧面展开图的圆心角度数是____．

8．（3分）（2019•黑龙江）如图，矩形 $ABCD$ 中，$AB=4$，$BC=6$，点 P 是矩形 $ABCD$ 内一动点，且 $S_{\Delta PAB}=S_{\Delta PCD}$，则 $PC+PD$ 的最小值为____．



9．（3 分）（2019•黑龙江）一张直角三角形纸片 ABC，$\angle ACB=90^{\circ}$，$AB=10$，$AC=6$，点 D 为 BC 边上的任一点，沿过点 D 的直线折叠，使直角顶点 C 落在斜边 AB 上的点 E 处，当 ΔBDE 是直角三角形时，则 CD 的长为____.

10．（3 分）（2019•黑龙江）如图，四边形 OAA_1B_1 是边长为 1 的正方形，以对角线 OA_1 为边作第二个正方形 $OA_1A_2B_2$，连接 AA_2，得到△ AA_1A_2；再以对角线 OA_2 为边作第三个正方形 $OA_2A_3B_3$，连接 A_1A_3，得到△ $A_1A_2A_3$；再以对角线 OA_3 为边作第四个正方形，连接 A_2A_4，得到△ $A_2A_3A_4$……记△ AA_1A_2、△ $A_1A_2A_3$、△ $A_2A_3A_4$ 的面积分别为 S_1、S_2、S_3，如此下去，则 $S_{2019}=$____.



二、选择题（每题 3 分，满分 30 分）

11．（3 分）（2019•黑龙江）下列各运算中，计算正确的是(　　)

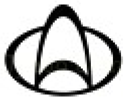
A．$a^2+2a^2=3a^4$　　B．$b^{10}\div b^2=b^5$　　C．$(m-n)^2=m^2-n^2$　D．$(-2x^2)^3=-8x^6$

12．（3 分）（2019•黑龙江）下列图形是我国国产品牌汽车的标识，其中是中心对称图形的是(　　)

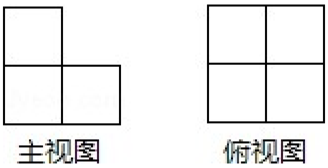
A. 

B. 

C. 

D. 

13. （3 分）（2019•黑龙江）如图是由若干个相同的小正方体搭成的一个几何体的主视图和俯视图，则所需的小正方体的个数最少是(　　)



A．6　　B．5　　C．4　　D．3

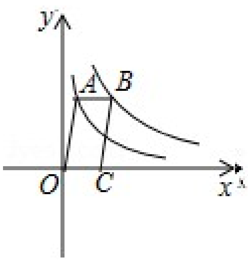
14. （3 分）（2019•黑龙江）某班在阳光体育活动中，测试了五位学生的“一分钟跳绳”成绩，得到五个各不相同的数据．在统计时，出现了一处错误：将最低成绩写得更低了，则计算结果不受影响的是(　　)

A．平均数　　B．中位数　　C．方差　　D．极差

15. （3 分）（2019•黑龙江）某校“研学”活动小组在一次野外实践时，发现一种植物的主干长出若干数目的支干，每个支干又长出同样数目的小分支，主干、支干和小分支的总数是 43，则这种植物每个支干长出的小分支个数是(　　)

A．4　　B．5　　C．6　　D．7

16. （3 分）（2019•黑龙江）如图，在平面直角坐标系中，点 O 为坐标原点，平行四边形 $OABC$ 的顶点 A 在反比例函数 $y=\dfrac{1}{x}$ 上，顶点 B 在反比例函数 $y=\dfrac{5}{x}$ 上，点 C 在 x 轴的正半轴上，则平行四边形 $OABC$ 的面积是(　　)

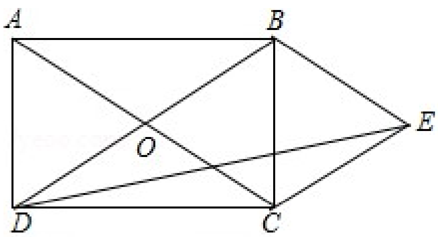


A．$\frac{3}{2}$　　B．$\frac{5}{2}$　　C．4　　D．6

17．（3 分）（2019•黑龙江）已知关于 x 的分式方程 $\frac{2x-m}{x-3}=1$ 的解是非正数，则 m 的取值范围是(　　)

A．$m\leqslant 3$　　B．$m<3$　　C．$m>-3$　　D．$m\geqslant -3$

18．（3 分）（2019•黑龙江）如图，矩形 $ABCD$ 的对角线 AC、BD 相交于点 O，$AB:BC=3:2$，过点 B 作 $BE//AC$，过点 C 作 $CE//DB$，BE、CE 交于点 E，连接 DE，则 $\tan\angle EDC=$(　　)

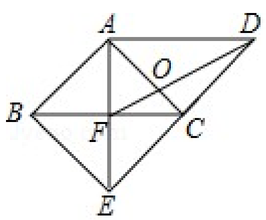


A．$\frac{2}{9}$　　B．$\frac{1}{4}$　　C．$\frac{\sqrt{2}}{6}$　　D．$\frac{3}{10}$

19．（3 分）（2019•黑龙江）某学校计划用 34 件同样的奖品全部用于奖励在“经典诵读”活动中表现突出的班级，一等奖奖励 6 件，二等奖奖励 4 件，则分配一、二等奖个数的方案有(　　)

A．4 种　　B．3 种　　C．2 种　　D．1 种

20．（3 分）（2019•黑龙江）如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，$\angle BAC=90^{\circ}$，$AB=AC$，过点 A 作边 BC 的垂线 AF 交 DC 的延长线于点 E，点 F 是垂足，连接 BE、DF，DF 交 AC 于点 O．则下列结论：①四边形 $ABEC$ 是正方形；② $CO:BE=1:3$；③ $DE=\sqrt{2}BC$；④ $S_{四边形OCEF}=S_{\Delta AOD}$，正确的个数是(　　)



A．1　　B．2　　C．3　　D．4

三、解答题（满分 60 分）

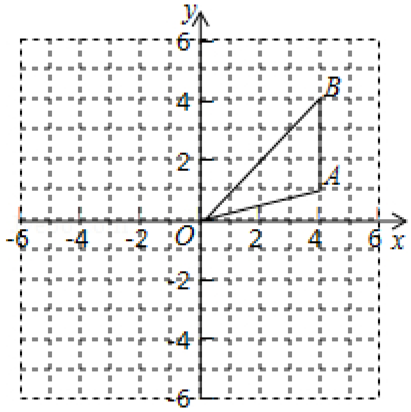
21．（5分）（2019•黑龙江）先化简，再求值：$(\frac{1}{x+1}-\frac{x-2}{x^2-1})\div\frac{1}{x+1}$，期中$x=2\sin 30^{\circ}+1$．

22．（6分）（2019•黑龙江）如图，正方形网格中，每个小正方形的边长都是一个单位长度，在平面直角坐标系中，ΔOAB的三个顶点$O(0,0)$、$A(4,1)$、$B(4,4)$均在格点上．

（1）画出ΔOAB关于y轴对称的$\triangle OA_1B_1$，并写出点A_1的坐标；

（2）画出ΔOAB绕原点O顺时针旋转90°后得到的$\triangle OA_2B_2$，并写出点A_2的坐标；

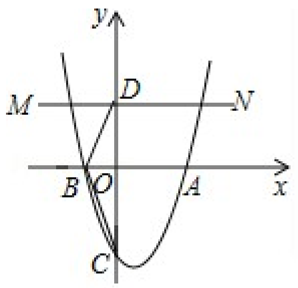
（3）在（2）的条件下，求线段OA在旋转过程中扫过的面积（结果保留π）．



23．（6分）（2019•黑龙江）如图，在平面直角坐标系中，抛物线$y=x^2+bx+c$与x轴交于点$A(3,0)$、点$B(-1,0)$，与y轴交于点C．

（1）求抛物线的解析式；

（2）过点$D(0,3)$作直线$MN//x$轴，点P在直线NN上且$S_{\Delta PAC}=S_{\Delta DBC}$，直接写出点$P$的坐标．



24．（7分）（2019•黑龙江）“世界读书日”前夕，某校开展了“读书助我成长”的阅读活动．为了了解该校学生在此次活动中课外阅读书籍的数量情况，随机抽取了部分学生进

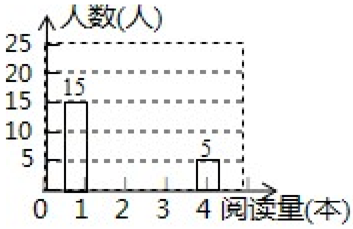
行调查，将收集到的数据进行整理，绘制出两幅不完整的统计图，请根据统计图信息解决下列问题：

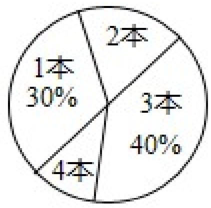
（1）求本次调查中共抽取的学生人数；

（2）补全条形统计图；

（3）在扇形统计图中，阅读 2 本书籍的人数所在扇形的圆心角度数是____；

（4）若该校有 1200 名学生，估计该校在这次活动中阅读书籍的数量不低于 3 本的学生有多少人？



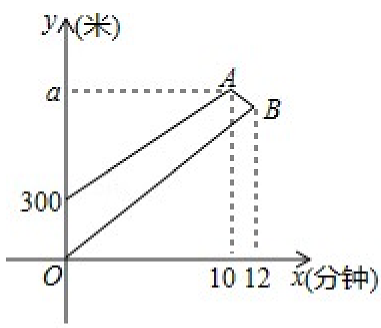


25．（8 分）（2019•黑龙江）小明放学后从学校回家，出发 5 分钟时，同桌小强发现小明的数学作业卷忘记拿了，立即拿着数学作业卷按照同样的路线去追赶小明，小强出发 10 分钟时，小明才想起没拿数学作业卷，马上以原速原路返回，在途中与小强相遇．两人离学校的路程 y（米）与小强所用时间 t（分钟）之间的函数图象如图所示．

（1）求函数图象中 a 的值；

（2）求小强的速度；

（3）求线段 AB 的函数解析式，并写出自变量的取值范围．

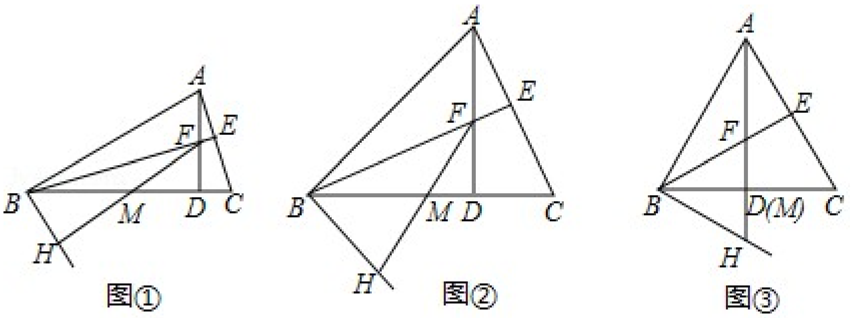


26．（8 分）（2019•黑龙江）如图，在 ΔABC 中，$AB=BC$，$AD\perp BC$ 于点 D，$BE\perp AC$ 于点 E，AD 与 BE 交于点 F，$BH\perp AB$ 于点 B，点 M 是 BC 的中点，连接 FM 并延长交 BH 于点 H．

（1）如图①所示，若 $\angle ABC=30^\circ$，求证：$DF+BH=\dfrac{\sqrt{3}}{3}BD$；

（2）如图②所示，若 $\angle ABC=45^\circ$，如图③所示，若 $\angle ABC=60^\circ$（点 M 与点 D 重合），

猜想线段 DF 、 BH 与 BD 之间又有怎样的数量关系？请直接写出你的猜想，不需证明．



27．（10 分）（2019•黑龙江）为庆祝中华人民共和国七十周年华诞，某校举行书画大赛，准备购买甲、乙两种文具，奖励在活动中表现优秀的师生．已知购买 2 个甲种文具、1 个乙种文具共需花费 35 元；购买 1 个甲种文具、3 个乙种文具共需花费 30 元．

（1）求购买一个甲种文具、一个乙种文具各需多少元？

（2）若学校计划购买这两种文具共 120 个，投入资金不少于 955 元又不多于 1000 元，设购买甲种文具 x 个，求有多少种购买方案？

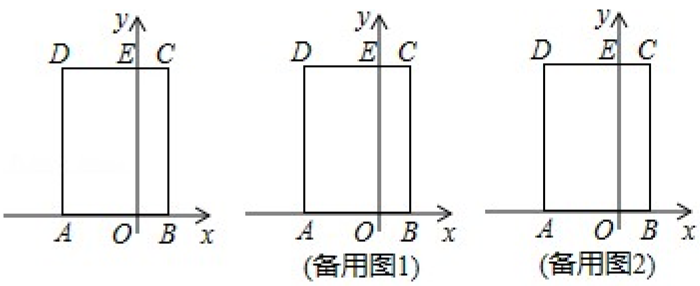
（3）设学校投入资金 W 元，在（2）的条件下，哪种购买方案需要的资金最少？最少资金是多少元？

28．（10 分）（2019•黑龙江）如图，在平面直角坐标系中，矩形 $ABCD$ 的边 AB 在 x 轴上，AB 、 BC 的长分别是一元二次方程 $x^2-7x+12=0$ 的两个根 $(BC>AB)$， $OA=2OB$ ，边 CD 交 y 轴于点 E ，动点 P 以每秒 1 个单位长度的速度，从点 E 出发沿折线段 $ED-DA$ 向点 A 运动，运动的时间为 $t(0\leqslant t<6)$ 秒，设 ΔBOP 与矩形 $AOED$ 重叠部分的面积为 S ．

（1）求点 D 的坐标；

（2）求 S 关于 t 的函数关系式，并写出自变量的取值范围；

（3）在点 P 的运动过程中，是否存在点 P ，使 ΔBEP 为等腰三角形？若存在，直接写出点 P 的坐标；若不存在，请说明理由．



2019年黑龙江省七台河市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、填空题（每题3分，满分30分）

1．（3分）中国政府提出的“一带一路”倡议，近两年来为沿线国家创造了约180000个就业岗位．将数据180000用科学记数法表示为__1.8×10^{5}__．

【考点】$1I$：科学记数法－表示较大的数

【专题】511：实数

【分析】科学记数法的表示形式为$a\times10^{n}$的形式，其中$1\leqslant|a|<10$，n为整数．确定n的值时，要看把原数变成a时，小数点移动了多少位，n的绝对值与小数点移动的位数相同．当原数绝对值>1时，n是正数；当原数的绝对值<1时，n是负数．

【解答】解：将180000用科学记数法表示为1.8×10^{5}，

故答案是：1.8×10^{5}．

【点评】此题考查科学记数法的表示方法．科学记数法的表示形式为$a\times10^{n}$的形式，其中$1\leqslant|a|<10$，n为整数，表示时关键要正确确定a的值以及n的值．

2．（3分）在函数$y=\sqrt{x-2}$中，自变量x的取值范围是__$x\geqslant2$__．

【考点】$E4$：函数自变量的取值范围

【专题】512：整式

【分析】根据二次根式有意义的条件是被开方数大于或等于0即可求解．

【解答】解：在函数$y=\sqrt{x-2}$中，有$x-2\geqslant0$，解得$x\geqslant2$，

故其自变量x的取值范围是$x\geqslant2$．

故答案为$x\geqslant2$．

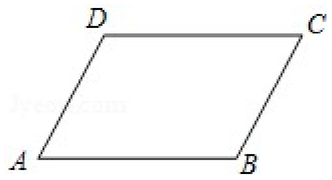
【点评】本题考查了函数自变量的取值范围，函数自变量的范围一般从三个方面考虑：

（1）当函数表达式是整式时，自变量可取全体实数；

（2）当函数表达式是分式时，考虑分式的分母不能为0；

（3）当函数表达式是二次根式时，被开方数为非负数．

3．（3分）如图，在四边形$ABCD$中，$AD=BC$，在不添加任何辅助线的情况下，请你添加一个条件__$AD//BC$（答案不唯一）__，使四边形$ABCD$是平行四边形．



【考点】$L6$：平行四边形的判定

【专题】555：多边形与平行四边形

【分析】可再添加一个条件 $AD//BC$，根据两组对边分别相等的四边形是平行四边形，四边形 $ABCD$ 是平行四边形．

【解答】解：根据平行四边形的判定，可再添加一个条件：$AD//BC$．

故答案为：$AD//BC$（答案不唯一）．

【点评】此题主要考查平行四边形的判定．是一个开放条件的题目，熟练掌握判定定理是解题的关键．

4．（3 分）在不透明的甲、乙两个盒子中装有除颜色外完全相同的小球，甲盒中有 2 个白球、1 个黄球，乙盒中有 1 个白球、1 个黄球，分别从每个盒中随机摸出 1 个球，则摸出的 2 个球都是黄球的概率是__$\frac{1}{6}$__．

【考点】$X6$：列表法与树状图法

【专题】543：概率及其应用

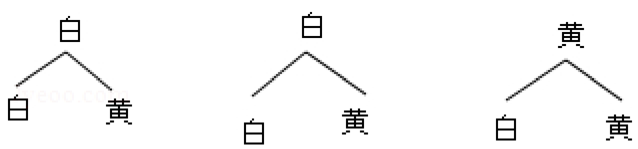
【分析】先画出树状图展示所有 6 种等可能的结果数，再找出 2 个球都是黄球所占结果数，然后根据概率公式求解．

【解答】解：画树状图为：，

共有 6 种等可能的结果数，其中 2 个球都是黄球占 1 种，

$\therefore$ 摸出的 2 个球都是黄球的概率 $=\frac{1}{6}$；

故答案为：$\frac{1}{6}$．



【点评】本题考查了列表法与树状图法：运用列表法或树状图法展示所有可能的结果求出 n，再从中选出符合事件 A 或 B 的结果数目 m，然后根据概率公式求出事件 A 或 B 的概率．

5．（3分）若关于x的一元一次不等式组$\begin{cases}x-m>0\\2x+1>3\end{cases}$的解集为$x>1$，则$m$的取值范围是__$m\leqslant 1$__．

【考点】CB：解一元一次不等式组

【专题】524：一元一次不等式（组）及应用

【分析】分别求出每一个不等式的解集，根据口诀：同大取大、同小取小、大小小大中间找、大大小小无解了确定不等式组的解集．

【解答】解：解不等式$x-m>0$，得：$x>m$，

解不等式$2x+1>3$，得：$x>1$，

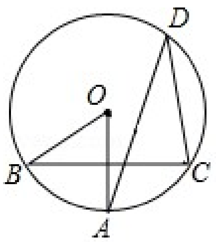
$\because$不等式组的解集为$x>1$，

$\therefore m\leqslant 1$，

故答案为：$m\leqslant 1$．

【点评】本题考查的是解一元一次不等式组，正确求出每一个不等式解集是基础，熟知“同大取大；同小取小；大小小大中间找；大大小小找不到”的原则是解答此题的关键．

6．（3分）如图，在⊙O中，半径OA垂直于弦BC，点D在圆上且$\angle ADC=30^{\circ}$，则$\angle AOB$的度数为__60°__．



【考点】$M5$：圆周角定理；$M4$：圆心角、弧、弦的关系；$M2$：垂径定理

【专题】559：圆的有关概念及性质

【分析】利用圆周角与圆心角的关系即可求解．

【解答】解：$\because OA\perp BC$，

$\therefore \overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{AC}$，

$\therefore \angle AOB=2\angle ADC$，

$\because \angle ADC=30^{\circ}$，

$\therefore \angle AOB=60^{\circ}$，

故答案为60°．

【点评】此题考查了圆周角与圆心角定理，熟练掌握圆周角与圆心角的关系是解题关键．

7．（3 分）若一个圆锥的底面圆的周长是 $5\pi cm$，母线长是 $6cm$，则该圆锥的侧面展开图的圆心角度数是__$150°$__．

【考点】MP：圆锥的计算

【专题】$55C$：与圆有关的计算

【分析】利用圆锥的底面周长和母线长求得圆锥的侧面积，然后再利用圆锥的面积的计算方法求得侧面展开扇形的圆心角的度数即可．

【解答】解：$\because$ 圆锥的底面圆的周长是 $45cm$，

$\therefore$ 圆锥的侧面扇形的弧长为 $5\pi cm$，

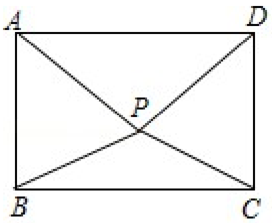
$\therefore \dfrac{n\pi\times 6}{180}=5\pi$，

解得：$n=150$

故答案为 $150°$．

【点评】本题考查了圆锥的计算，解题的关键是根据圆锥的侧面展开扇形的弧长等于圆锥的底面周长来求出弧长．

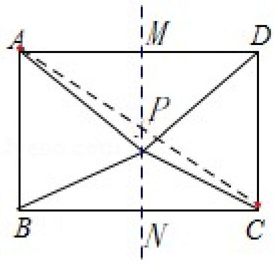
8．（3 分）如图，矩形 $ABCD$ 中，$AB=4$，$BC=6$，点 P 是矩形 $ABCD$ 内一动点，且 $S_{\Delta PAB}=S_{\Delta PCD}$，则 $PC+PD$ 的最小值为__$2\sqrt{13}$__．



【考点】$K3$：三角形的面积；LB：矩形的性质；PA：轴对称－最短路线问题

【专题】48：构造法；552：三角形

【分析】由于 $S_{\Delta PAB}=S_{\Delta PCD}$，这两个三角形等底同高，可得点 P 在线段 AD 的垂直平分线上，根据最短路径问题，可得 $PC+PD=AC$ 此时最小，有勾股定理可求结果．



【解答】解：

$\because ABCD$ 为矩形，

$\therefore AB=DC$

又 $\because S_{\Delta PAB}=S_{\Delta PCD}$

$\therefore$ 点 P 到 AB 的距离与到 CD 的距离相等，即点 P 线段 AD 垂直平分线 MN 上，

连接 AC，交 MN 与点 P，此时 $PC+PD$ 的值最小，

且 $PC+PD=AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=\sqrt{4^2+6^2}=\sqrt{52}=2\sqrt{13}$

故答案为：$2\sqrt{13}$

【点评】本题主要考查最短路径问题，勾股定理等知识点．

9．（3 分）一张直角三角形纸片 ABC，$\angle ACB=90^\circ$，$AB=10$，$AC=6$，点 D 为 BC 边上的任一点，沿过点 D 的直线折叠，使直角顶点 C 落在斜边 AB 上的点 E 处，当 ΔBDE 是直角三角形时，则 CD 的长为<u> 3 或 $\frac{24}{7}$ </u>．

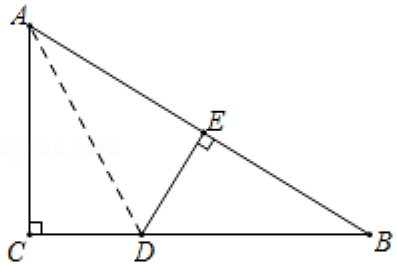
【考点】PB：翻折变换（折叠问题）；KQ：勾股定理

【专题】32：分类讨论

【分析】依据沿过点 D 的直线折叠，使直角顶点 C 落在斜边 AB 上的点 E 处，当 ΔBDE 是直角三角形时，分两种情况讨论：$\angle DEB=90^\circ$ 或 $\angle BDE=90^\circ$，分别依据勾股定理或者相似三角形的性质，即可得到 CD 的长．

【解答】解：分两种情况：

①若 $\angle DEB=90^\circ$，则 $\angle AED=90^\circ=\angle C$，$CD=ED$，



连接 AD，则 $Rt\Delta ACD \cong Rt\Delta AED(HL)$，

$\therefore AE = AC = 6$， $BE = 10 - 6 = 4$，

设 $CD = DE = x$，则 $BD = 8 - x$，

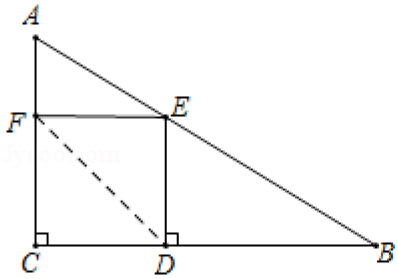
$\because Rt\Delta BDE$ 中，$DE^2 + BE^2 = BD^2$，

$\therefore x^2 + 4^2 = (8 - x)^2$，

解得 $x = 3$，

$\therefore CD = 3$；

② 若 $\angle BDE = 90°$，则 $\angle CDE = \angle DEF = \angle C = 90°$， $CD = DE$，



$\therefore$ 四边形 $CDEF$ 是正方形，

$\therefore \angle AFE = \angle EDB = 90°$， $\angle AEF = \angle B$，

$\therefore \Delta AEF \backsim \Delta EBD$，

$\therefore \dfrac{AF}{ED} = \dfrac{EF}{BD}$，

设 $CD = x$，则 $EF = DF = x$， $AF = 6 - x$， $BD = 8 - x$，

$\therefore \dfrac{6 - x}{x} = \dfrac{x}{8 - x}$，

解得 $x = \dfrac{24}{7}$，

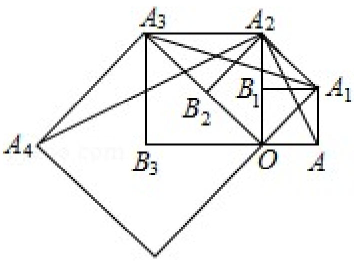
$\therefore CD = \dfrac{24}{7}$，

综上所述，CD 的长为 3 或 $\dfrac{24}{7}$，

故答案为：3 或 $\dfrac{24}{7}$．

【点评】本题主要考查了折叠问题，解题时，我们常常设要求的线段长为 x，然后根据折叠和轴对称的性质用含 x 的代数式表示其他线段的长度，选择适当的直角三角形，运用勾股定理列出方程求出答案．

10．（3 分）如图，四边形 OAA_1B_1 是边长为 1 的正方形，以对角线 OA_1 为边作第二个正方形 $OA_1A_2B_2$，连接 AA_2，得到△ AA_1A_2；再以对角线 OA_2 为边作第三个正方形 $OA_2A_3B_3$，连接 A_1A_3，得到△ $A_1A_2A_3$；再以对角线 OA_3 为边作第四个正方形，连接 A_2A_4，得到△ $A_2A_3A_4$……记△ AA_1A_2、△ $A_1A_2A_3$、△ $A_2A_3A_4$ 的面积分别为 S_1、S_2、S_3，如此下去，则 $S_{2019}=$ __ 2^{2017} __．



【考点】$K3$：三角形的面积；38：规律型：图形的变化类

【专题】$2A$：规律型

【分析】首先求出 S_1、S_2、S_3，然后猜测命题中隐含的数学规律，即可解决问题．

【解答】解：∵四边形 OAA_1B_1 是正方形，

$\therefore OA=AA_1=A_1B_1=1$，

$\therefore S_1=\dfrac{1}{2}\times1\times1=\dfrac{1}{2}$，

$\because \angle OAA_1 = 90^\circ$，

$\therefore AO_1^2 = 1^2 + 1^2 = \sqrt{2}$，

$\therefore OA_2 = A_2A_3 = 2$，

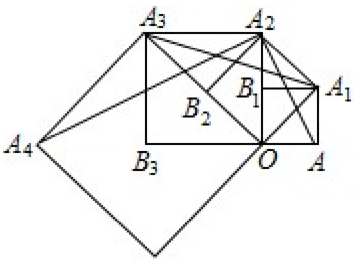
$\therefore S_2 = \dfrac{1}{2} \times 2 \times 1 = 1$，

同理可求：$S_3 = \dfrac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2$，$S_4 = 4 \ldots$，

$\therefore S_n = 2^{n-2}$，

$\therefore S_{2019} = 2^{2017}$，

故答案为：2^{2017}．



【点评】本题考查了勾股定理在直角三角形中的运用，考查了学生找规律的能力，本题中找到 a_n 的规律是解题的关键．

二、选择题（每题 3 分，满分 30 分）

11．（3 分）下列各运算中，计算正确的是(　　)

A．$a^2 + 2a^2 = 3a^4$　B．$b^{10} \div b^2 = b^5$　C．$(m-n)^2 = m^2 - n^2$ D．$(-2x^2)^3 = -8x^6$

【考点】47：幂的乘方与积的乘方；35：合并同类项；$4C$：完全平方公式；48：同底数幂的除法

【专题】512：整式

【分析】直接利用同底数幂的乘除运算法则以及完全平方公式、合并同类项法则分别化简得出答案．

【解答】解：A、$a^2 + 2a^2 = 3a^2$，故此选项错误；

B、$b^{10} \div b^2 = b^8$，故此选项错误；

C、$(m-n)^2 = m^2 - 2mn + n^2$，故此选项错误；

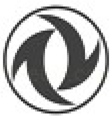
D、$(-2x^2)^3 = -8x^6$，故此选项正确；

故选：D.

【点评】此题主要考查了同底数幂的乘除运算以及完全平方公式、合并同类项，正确掌握相关运算法则是解题关键.

12．（3 分）下列图形是我国国产品牌汽车的标识，其中是中心对称图形的是(　　)

A. 　　B. 

C. 　　D. 

【考点】$R5$：中心对称图形

【专题】558：平移、旋转与对称

【分析】根据中心对称图形的概念求解即可.

【解答】解：A、不是中心对称图形，本选项错误；

B、不是中心对称图形，本选项错误；

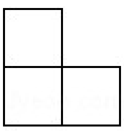
C、是中心对称图形，本选项正确；

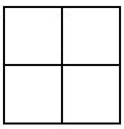
D、不是中心对称图形，本选项错误.

故选：C.

【点评】本题考查了中心对称图形的概念．中心对称图形是要寻找对称中心，旋转 180 度后两部分重合.

13．（3 分）如图是由若干个相同的小正方体搭成的一个几何体的主视图和俯视图，则所需的小正方体的个数最少是(　　)


主视图


俯视图

A．6　　B．5　　C．4　　D．3

【考点】$U3$：由三视图判断几何体

【专题】$55F$：投影与视图

【分析】主视图、俯视图是分别从物体正面、上面看，所得到的图形．

【解答】解：综合主视图和俯视图，底层最少有 4 个小立方体，第二层最少有 1 个小立方体，因此搭成这个几何体的小正方体的个数最少是 5 个．

故选：B．

【点评】考查了由三视图判断几何体的知识，根据题目中要求的以最少的小正方体搭建这个几何体，可以想象出左视图的样子，然后根据“俯视图打地基，正视图疯狂盖，左视图拆违章”很容易就知道小正方体的个数．

14．（3 分）某班在阳光体育活动中，测试了五位学生的“一分钟跳绳”成绩，得到五个各不相同的数据．在统计时，出现了一处错误：将最低成绩写得更低了，则计算结果不受影响的是(　　)

A．平均数　　　　B．中位数　　　　C．方差　　　　D．极差

【考点】$W4$：中位数；$W1$：算术平均数；$W6$：极差；$W7$：方差

【专题】541：数据的收集与整理

【分析】根据中位数的定义解答可得．

【解答】解：因为中位数是将数据按照大小顺序重新排列，代表了这组数据值大小的“中点”，不受极端值影响，

所以将最低成绩写得更低了，计算结果不受影响的是中位数，

故选：B．

【点评】本题主要考查方差、极差、中位数和平均数，解题的关键是掌握中位数的定义．

15．（3 分）某校“研学”活动小组在一次野外实践时，发现一种植物的主干长出若干数目的支干，每个支干又长出同样数目的小分支，主干、支干和小分支的总数是 43，则这种植物每个支干长出的小分支个数是(　　)

A．4　　　　B．5　　　　C．6　　　　D．7

【考点】AD：一元二次方程的应用

【专题】523：一元二次方程及应用；34：方程思想

【分析】设这种植物每个支干长出 x 个小分支，根据主干、支干和小分支的总数是 43，即可得出关于 x 的一元二次方程，解之取其正值即可得出结论．

【解答】解：设这种植物每个支干长出 x 个小分支，

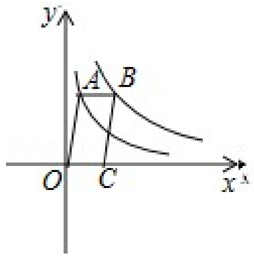
依题意，得：$1+x+x^{2}=43$，

解得：$x_1=-7$（舍去），$x_2=6$．

故选：C．

【点评】本题考查了一元二次方程的应用，找准等量关系，正确列出一元二次方程是解题的关键．

16．（3 分）如图，在平面直角坐标系中，点 O 为坐标原点，平行四边形 $OABC$ 的顶点 A 在反比例函数 $y=\frac{1}{x}$ 上，顶点 B 在反比例函数 $y=\frac{5}{x}$ 上，点 C 在 x 轴的正半轴上，则平行四边形 $OABC$ 的面积是(　　)



A．$\frac{3}{2}$　　B．$\frac{5}{2}$　　C．4　　D．6

【考点】$G5$：反比例函数系数 k 的几何意义；$G6$：反比例函数图象上点的坐标特征；$L5$：平行四边形的性质

【专题】534：反比例函数及其应用

【分析】根据平行四边形的性质和反比例函数系数 k 的几何意义即可求得．

【解答】解：如图作 $BD\perp x$ 轴于 D，延长 BA 交 y 轴于 E，

$\because$ 四边形 $OABC$ 是平行四边形，

$\therefore AB//OC$，$OA=BC$，

$\therefore BE\perp y$ 轴，

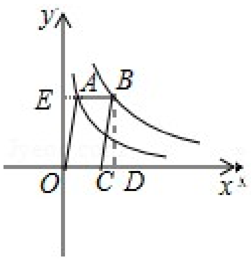
$\therefore OE=BD$，

$\therefore \mathrm{Rt}\Delta\mathrm{AOE}\cong\mathrm{Rt}\Delta\mathrm{CBD(HL)}$，

根据系数 k 的几何意义，$S_{矩形BDOE}=5$，$S_{\Delta AOE}=\frac{1}{2}$，

$\therefore$ 四边形 $OABC$ 的面积 $=5-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}=4$，

故选：C．



【点评】本题考查了反比例函数的比例系数k的几何意义、平行四边形的性质等，有一定的综合性

17．（3 分）已知关于x的分式方程$\dfrac{2x-m}{x-3}=1$的解是非正数，则m的取值范围是(　　)

A．$m\leqslant 3$　　　　B．$m<3$　　　　C．$m>-3$　　　　D．$m\geqslant -3$

【考点】$B2$：分式方程的解；$C6$：解一元一次不等式

【专题】524：一元一次不等式（组）及应用；522：分式方程及应用

【分析】根据解分式方程的方法可以求得m的取值范围，本题得以解决．

【解答】解：$\dfrac{2x-m}{x-3}=1$，

方程两边同乘以$x-3$，得

$2x-m=x-3$，

移项及合并同类项，得

$x=m-3$，

$\because$分式方程$\dfrac{2x-m}{x-3}=1$的解是非正数，$x-3\neq 0$，

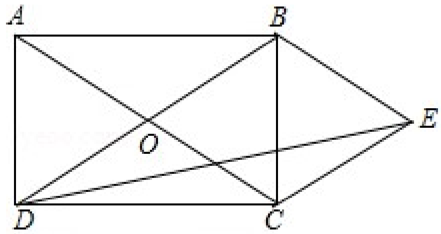
$\therefore\begin{cases}m-3\leqslant 0\\(m-3)-3\neq 0\end{cases}$，

解得，$m\leqslant 3$，

故选：A．

【点评】本题考查分式方程的解、解一元一次不等式，解答本题的关键是明确解分式方程的方法．

18．（3 分）如图，矩形$ABCD$的对角线AC、BD相交于点O，$AB:BC=3:2$，过点B作$BE//AC$，过点C作$CE//DB$，BE、CE交于点E，连接DE，则$\tan\angle EDC=$(　　)



A. $\frac{2}{9}$　　B. $\frac{1}{4}$　　C. $\frac{\sqrt{2}}{6}$　　D. $\frac{3}{10}$

【考点】LA：菱形的判定与性质；$T7$：解直角三角形；LB：矩形的性质

【专题】556：矩形 菱形 正方形

【分析】如图，过点 E 作 $EF\perp$直线 DC 交线段 DC 延长线于点 F，连接 OE 交 BC 于点 G．根据邻边相等的平行四边形是菱形即可判断四边形 $OBEC$ 是菱形，则 OE 与 BC 垂直平分，易得 $EF=OG$，$CF=\frac{1}{2}QE=\frac{1}{2}AB$．所以由锐角三角函数定义作答即可．

【解答】解：$\because$矩形 $ABCD$ 的对角线 AC、BD 相交于点 O，$AB:BC=3:2$，

$\therefore$设 $AB=3x$，$BC=2x$．

如图，过点 E 作 $EF\perp$直线 DC 交线段 DC 延长线于点 F，连接 OE 交 BC 于点 G．

$\because BE//AC$，$CE//BD$，

$\therefore$四边形 $BOCE$ 是平行四边形，

$\because$四边形 $ABCD$ 是矩形，

$\therefore OB=OC$，

$\therefore$四边形 $BOCE$ 是菱形．

$\therefore OE$ 与 BC 垂直平分，

$\therefore EF=\frac{1}{2}AD=\frac{1}{2}BC=x$，$OE//AB$，

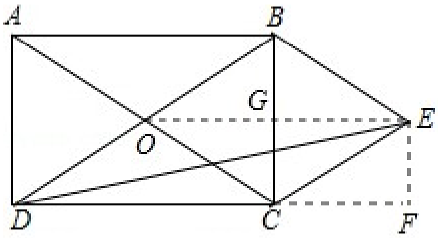
$\therefore$四边形 $AOEB$ 是平行四边形，

$\therefore OE=AB$，

$\therefore CF=\frac{1}{2}OE=\frac{1}{2}AB=\frac{3}{2}x$．

$\therefore \tan\angle EDC=\frac{EF}{DF}=\frac{x}{3x+\frac{3}{2}x}=\frac{2}{9}$．

故选：A．



【点评】本题考查矩形的性质、菱形的判定与性质以及解直角三角形，解题的关键是灵活运用所学知识解决问题，属于中考常考题型．

19．（3 分）某学校计划用 34 件同样的奖品全部用于奖励在“经典诵读”活动中表现突出的班级，一等奖奖励 6 件，二等奖奖励 4 件，则分配一、二等奖个数的方案有(　　)

A．4 种　　B．3 种　　C．2 种　　D．1 种

【考点】95：二元一次方程的应用

【专题】52：方程与不等式

【分析】设一等奖个数 x 个，二等奖个数 y 个，根据题意，得 $6x+4y=34$，根据方程可得三种方案；

【解答】解：设一等奖个数 x 个，二等奖个数 y 个，

根据题意，得 $6x+4y=34$，

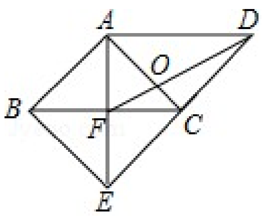
使方程成立的解有 $\begin{cases}x=1\\y=7\end{cases}$，$\begin{cases}x=3\\y=4\end{cases}$，$\begin{cases}x=5\\y=1\end{cases}$，

$\therefore$ 方案一共有 3 种；

故选：B．

【点评】本题考查二元一次方程的应用；熟练掌握二元一次方程的解法是解题的关键．

20．（3 分）如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，$\angle BAC=90^{\circ}$，$AB=AC$，过点 A 作边 BC 的垂线 AF 交 DC 的延长线于点 E，点 F 是垂足，连接 BE、DF，DF 交 AC 于点 O．则下列结论：①四边形 $ABEC$ 是正方形；②$CO:BE=1:3$；③$DE=\sqrt{2}BC$；④$S_{四边形OCEF}=S_{\Delta AOD}$，正确的个数是(　　)



A．1　　B．2　　C．3　　D．4

【考点】LG：正方形的判定与性质；KW：等腰直角三角形；$L5$：平行四边形的性质；$S9$：相似三角形的判定与性质

【专题】555：多边形与平行四边形；556：矩形 菱形 正方形

【分析】①先证明 $\Delta ABF\cong\Delta ECF$，得 $AB=EC$，再得四边形 $ABEC$ 为平行四边形，进而由 $\angle BAC=90^{\circ}$，得四边形 $ABCD$ 是正方形，便可判断正误；

② 由 $\Delta OCF\backsim\Delta OAD$，得 $OC:OA=1:2$，进而得 $OC:BE$ 的值，便可判断正误；

③ 根据 $BC=\sqrt{2}AB$，$DE=2AB$ 进行推理说明便可；

④ 由 ΔOCF 与 ΔOAD 的面积关系和 ΔOCF 与 ΔAOF 的面积关系，便可得四边形 $OCEF$ 的面积与 ΔAOD 的面积关系．

【解答】解：①$\because\angle BAC=90^{\circ}$，$AB=AC$，

$\therefore BF=CF$，

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore AB//DE$，

$\therefore\angle BAF=\angle CEF$，

$\because\angle AFB=\angle CFE$，

$\therefore\Delta ABF\cong\Delta ECF(AAS)$，

$\therefore AB=CE$，

$\therefore$ 四边形 $ABEC$ 是平行四边形，

$\because\angle BAC=90^{\circ}$，$AB=AC$，

$\therefore$ 四边形 $ABEC$ 是正方形，故此题结论正确；

②$\because OC//AD$，

$\therefore\Delta OCF\backsim\Delta OAD$，

$\therefore OC:OA=CF:AD=CF:BC=1:2$，

$\therefore OC:AC=1:3$，$\because AC=BE$，

$\therefore OC:BE=1:3$，故此小题结论正确；

③$\because AB=CD=EC$，

$\therefore DE=2AB$，

$\because AB=AC$，$\angle BAC=90^{\circ}$，

$\therefore AB=\dfrac{\sqrt{2}}{2}BC$，

$\therefore DE=2\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}BC=\sqrt{2}BC$，故此小题结论正确；

④$\because \Delta OCF\backsim\Delta OAD$，

$\therefore \dfrac{S_{\Delta OCF}}{S_{\Delta OAD}}=(\dfrac{1}{2})^2=\dfrac{1}{4}$，

$\therefore S_{\Delta OCF}=\dfrac{1}{4}S_{\Delta OAD}$，

$\because OC:AC=1:3$，

$\therefore 3S_{\Delta OCF}=S_{\Delta ACF}$，$\because S_{\Delta ACF}=S_{\Delta CEF}$，

$\therefore S_{\Delta CEF}=3S_{\Delta OCF}=\dfrac{3}{4}S_{\Delta OAD}$，

$\therefore S_{四边形OCEF}=S_{\Delta OCF}+S_{\Delta CEF}=\left(\dfrac{1}{4}+\dfrac{3}{4}\right)S_{\Delta OAD}=S_{\Delta OAD}$，故此小题结论正确．

故选：D．

【点评】本题是平行四边形的综合题，主要考查了平行四边形的性质与判定，正方形的性质与判定，全等三角形的性质与判定，相似三角形的性质与判定，等腰三角形的性质，第一小题关键是证明三角形全等，第二小题证明三角形的相似，第三小题证明 BC 与 AB 的关系，DE 与 AB 的关系，第四小题关键是用 ΔOCF 的面积为桥梁．

三、解答题（满分 60 分）

21．（5 分）先化简，再求值：$(\dfrac{1}{x+1}-\dfrac{x-2}{x^2-1})\div\dfrac{1}{x+1}$，期中 $x=2\sin 30^\circ+1$．

【考点】$6D$：分式的化简求值；$T5$：特殊角的三角函数值

【专题】513：分式

【分析】先根据分式的混合运算顺序和运算法则化简原式，再将 x 的值化简代入计算可得．

【解答】解：原式$=[\dfrac{x-1}{(x+1)(x-1)}-\dfrac{x-2}{(x+1)(x-1)}]\square(x+1)$

$=\dfrac{1}{(x+1)(x-1)}\square(x+1)$

$=\dfrac{1}{x-1}$，

当 $x=2\sin 30^\circ+1=2\times\dfrac{1}{2}+1=1+1=2$ 时，

原式$=1$．

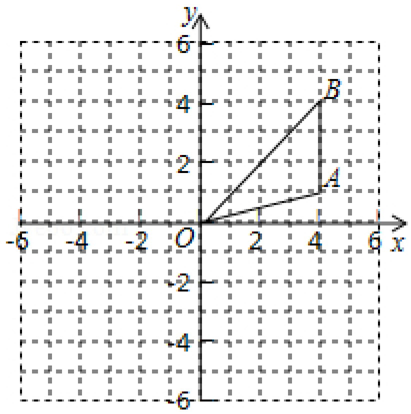
【点评】本题主要考查分式的化简求值，解题的关键是熟练掌握分式的混合运算顺序和运算法则．

22．（6 分）如图，正方形网格中，每个小正方形的边长都是一个单位长度，在平面直角坐标系中，ΔOAB 的三个顶点 $O(0,0)$ 、$A(4,1)$ 、$B(4,4)$ 均在格点上．

（1）画出 ΔOAB 关于 y 轴对称的△ OA_1B_1 ，并写出点 A_1 的坐标；

（2）画出 ΔOAB 绕原点 O 顺时针旋转 $90°$ 后得到的△ OA_2B_2 ，并写出点 A_2 的坐标；

（3）在（2）的条件下，求线段 OA 在旋转过程中扫过的面积（结果保留 π）．



【考点】$R8$ ：作图－旋转变换；MO ：扇形面积的计算；$P7$ ：作图－轴对称变换

【专题】13：作图题

【分析】（1）根据题意，可以画出相应的图形，并写出点 A_1 的坐标；

（2）根据题意，可以画出相应的图形，并写出点 A_2 的坐标；

（3）根据题意可以求得 OA 的长，从而可以求得线段 OA 在旋转过程中扫过的面积．

【解答】解：（1）如右图所示，

点 A_1 的坐标是 $(-4,1)$ ；

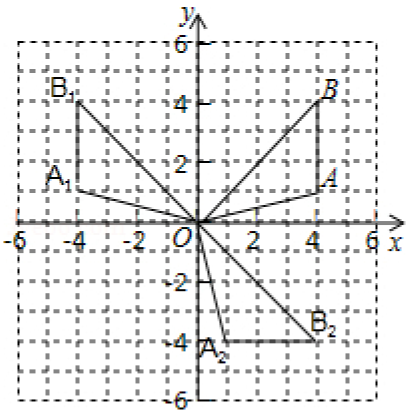
（2）如右图所示，

点 A_2 的坐标是 $(1,-4)$ ；

（3）$\because$ 点 $A(4,1)$ ，

$\therefore OA=\sqrt{1^2+4^2}=\sqrt{17}$ ，

$\therefore$线段 OA 在旋转过程中扫过的面积是：$\dfrac{90\times\pi\times(\sqrt{17})^2}{360}=\dfrac{17\pi}{4}$．

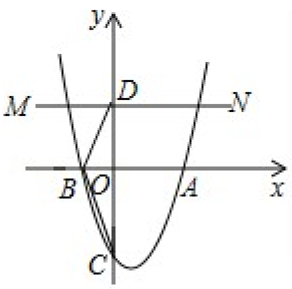


【点评】本题考查简单作图、扇形面积的计算、轴对称、旋转变换，解答本题的关键是明确题意，利用数形结合的思想解答．

23．（6 分）如图，在平面直角坐标系中，抛物线 $y=x^2+bx+c$ 与 x 轴交于点 $A(3,0)$ 、点 $B(-1,0)$ ，与 y 轴交于点 C ．

（1）求抛物线的解析式；

（2）过点 $D(0,3)$ 作直线 $MN//x$ 轴，点 P 在直线 NN 上且 $S_{\Delta PAC}=S_{\Delta DBC}$ ，直接写出点 P 的坐标．



【考点】$H8$：待定系数法求二次函数解析式；$F8$：一次函数图象上点的坐标特征；HA：抛物线与 x 轴的交点

【专题】535：二次函数图象及其性质

【分析】（1）将点 $A(3,0)$ 、点 $B(-1,0)$ 代入 $y=x^2+bx+c$ 即可；

（2）$S_{\Delta DBC}=\dfrac{1}{2}\times6\times1=3=S_{\Delta PAC}$ ，设 $P(x,3)$ ，直线 CP 与 x 轴交点为 Q ，则有 $AQ=1$ ，可求

$Q(2,0)$ 或 $Q(4,0)$，得：直线 CQ 为 $y=\frac{3}{2}x-3$ 或 $y=\frac{3}{4}x-3$，当 $y=3$ 时，$x=4$ 或 $x=8$；

【解答】解：（1）将点 $A(3,0)$、点 $B(-1,0)$ 代入 $y=x^2+bx+c$，

可得 $b=-2$，$c=-3$，

$\therefore y=x^2-2x-3$；

（2）$\because C(0,-3)$，

$\therefore S_{\Delta DBC}=\frac{1}{2}\times6\times1=3$，

$\therefore S_{\Delta PAC}=3$，

设 $P(x,3)$，直线 CP 与 x 轴交点为 Q，

则 $S_{\Delta PAC}=\frac{1}{2}\times6\times AQ$，

$\therefore AQ=1$，

$\therefore Q(2,0)$ 或 $Q(4,0)$，

$\therefore$ 直线 CQ 为 $y=\frac{3}{2}x-3$ 或 $y=\frac{3}{4}x-3$，

当 $y=3$ 时，$x=4$ 或 $x=8$，

$\therefore P(4,3)$ 或 $P(8,3)$；

【点评】本题考查二次函数的图象及性质；熟练掌握二次函数的图象及性质，灵活转化三角形面积是解题的关键．

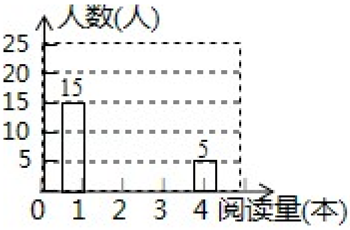
24．（7 分）“世界读书日”前夕，某校开展了“读书助我成长”的阅读活动．为了了解该校学生在此次活动中课外阅读书籍的数量情况，随机抽取了部分学生进行调查，将收集到的数据进行整理，绘制出两幅不完整的统计图，请根据统计图信息解决下列问题：

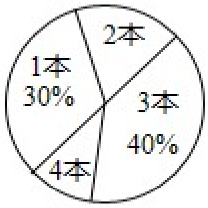
（1）求本次调查中共抽取的学生人数；

（2）补全条形统计图；

（3）在扇形统计图中，阅读 2 本书籍的人数所在扇形的圆心角度数是__ 72° __；

（4）若该校有 1200 名学生，估计该校在这次活动中阅读书籍的数量不低于 3 本的学生有多少人？





【考点】$V5$：用样本估计总体；VC：条形统计图；VB：扇形统计图

【专题】542：统计的应用

【分析】（1）由 1 本的人数及其所占百分比可得答案；

（2）求出 2 本和 3 本的人数即可补全条形图；

（3）用$360°$乘以 2 本人数所占比例；

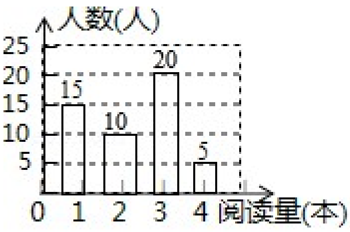
（4）利用样本估计总体思想求解可得．

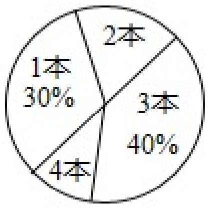
【解答】解：（1）本次调查中共抽取的学生人数为$15\div 30\% =50$（人）；

（2）3 本人数为$50\times 40\% =20$（人），

则 2 本人数为$50-(15+20+5)=10$（人），

补全图形如下：





（3）在扇形统计图中，阅读 2 本书籍的人数所在扇形的圆心角度数是$360°\times \dfrac{10}{50}=72°$，

故答案为：$72°$；

（4）估计该校在这次活动中阅读书籍的数量不低于 3 本的学生有$1200\times \dfrac{20+5}{50}=600$（人）．

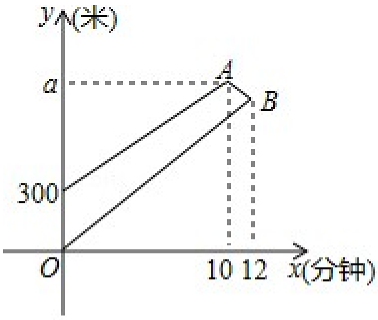
【点评】本题考查了条形统计图和扇形统计图，读懂统计图，从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键．条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据；扇形统计图直接反映部分占总体的百分比大小．

25．（8 分）小明放学后从学校回家，出发 5 分钟时，同桌小强发现小明的数学作业卷忘记拿了，立即拿着数学作业卷按照同样的路线去追赶小明，小强出发 10 分钟时，小明才想起没拿数学作业卷，马上以原速原路返回，在途中与小强相遇．两人离学校的路程 y（米）与小强所用时间 t（分钟）之间的函数图象如图所示．

（1）求函数图象中 a 的值；

（2）求小强的速度；

（3）求线段 AB 的函数解析式，并写出自变量的取值范围．



【考点】FH：一次函数的应用

【专题】533：一次函数及其应用

【分析】（1）根据“小明的路程 = 小明的速度 × 小明步行的时间”即可求解；

（2）根据 a 的值可以得出小强步行 12 分钟的路程，再根据“路程、速度与时间”的关系解答即可；

（3）由（2）可知点 B 的坐标，再运用待定系数法解答即可．

【解答】解：（1）$a=\frac{300}{5}\times(10+5)=900$；

（2）小明的速度为：$300\div 5=60$（米/分），

小强的速度为：$(900-60\times 2)\div 12=65$（米/分）；

（3）由题意得 $B(12,780)$，

设 AB 所在的直线的解析式为：$y=kx+b(k\neq 0)$，

把 $A(10,900)$、$B(12,780)$ 代入得：

$\begin{cases}10k+b=900\\12k+b=780\end{cases}$，解得 $\begin{cases}k=-60\\b=1500\end{cases}$，

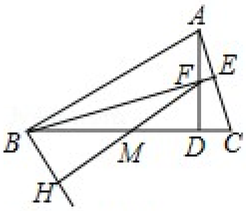
$\therefore$ 线段 AB 所在的直线的解析式为 $y=-60x+1500(10\leqslant x\leqslant 12)$．

【点评】此题主要考查了一次函数的应用，根据题意得出函数关系式以及数形结合是解决问题的关键．

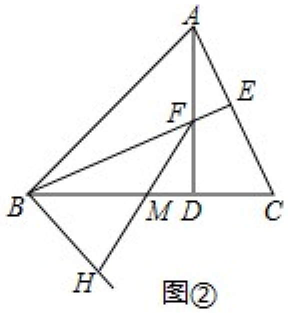
26．（8 分）如图，在 ΔABC 中，$AB=BC$，$AD\perp BC$ 于点 D，$BE\perp AC$ 于点 E，AD 与 BE 交于点 F，$BH\perp AB$ 于点 B，点 M 是 BC 的中点，连接 FM 并延长交 BH 于点 H．

（1）如图①所示，若 $\angle ABC=30^{\circ}$，求证：$DF+BH=\dfrac{\sqrt{3}}{3}BD$；

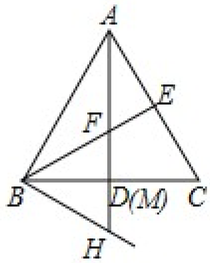
（2）如图②所示，若 $\angle ABC=45^{\circ}$，如图③所示，若 $\angle ABC=60^{\circ}$（点 M 与点 D 重合），猜想线段 DF、BH 与 BD 之间又有怎样的数量关系？请直接写出你的猜想，不需证明．



图①



图②



图③

【考点】KD：全等三角形的判定与性质

【专题】553：图形的全等；554：等腰三角形与直角三角形；551：线段、角、相交线与平行线

【分析】（1）连接 CF，由垂心的性质得出 $CF\perp AB$，证出 $CF//BH$，由平行线的性质得出 $\angle CBH=\angle BCF$，证明 $\Delta BMH\cong\Delta CMF$ 得出 $BH=CF$，由线段垂直平分线的性质得出 $AF=CF$，得出 $BH=AF$，$AD=DF+AF=DF+BH$，由直角三角形的性质得出 $AD=\dfrac{\sqrt{3}}{3}BD$，即可得出结论；

（2）同（1）可证：$AD=DF+AF=DF+BH$，再由等腰直角三角形的性质和含 30° 角的直角三角形的性质即可得出结论．

【解答】（1）证明：连接 CF，如图①所示：

$\because AD\perp BC$，$BE\perp AC$，

$\therefore CF\perp AB$，

$\because BH\perp AB$，

$\therefore CF//BH$，

$\therefore \angle CBH=\angle BCF$，

$\because$ 点 M 是 BC 的中点，

$\therefore BM=MC$，

在 ΔBMH 和 ΔCMF 中，$\begin{cases}\angle MBH=\angle MCF\\ BM=MC\\ \angle BMH=\angle CMF\end{cases}$，

$\therefore \Delta BMH \cong \Delta CMF(ASA)$，

$\therefore BH = CF$，

$\because AB = BC$， $BE \perp AC$，

$\therefore BE$ 垂直平分 AC，

$\therefore AF = CF$，

$\therefore BH = AF$，

$\therefore AD = DF + AF = DF + BH$，

$\because$ 在 $\mathrm{Rt}\Delta\mathrm{ADB}$ 中， $\angle ABC = 30^\circ$，

$\therefore AD = \dfrac{\sqrt{3}}{3} BD$，

$\therefore DF + BH = \dfrac{\sqrt{3}}{3} BD$；

（2）解：图②猜想结论： $DF + BH = BD$；理由如下：

同（1）可证： $AD = DF + AF = DF + BH$，

$\because$ 在 $\mathrm{Rt}\Delta\mathrm{ADB}$ 中， $\angle ABC = 45^\circ$，

$\therefore AD = BD$，

$\therefore DF + BH = BD$；

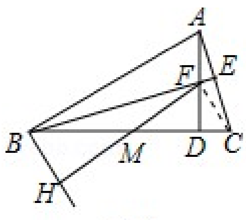
图③猜想结论： $DF + BH = \sqrt{3} BD$；理由如下：

同（1）可证： $AD = DF + AF = DF + BH$，

$\because$ 在 $\mathrm{Rt}\Delta\mathrm{ADB}$ 中， $\angle ABC = 60^\circ$，

$\therefore AD = \sqrt{3} BD$，

$\therefore DF + BH = \sqrt{3} BD$．



图①

【点评】本题考查了全等三角形的判定与性质、垂心的性质、平行线的性质、等腰直角三角形的性质、含 30° 角的直角三角形的性质等知识；熟练掌握直角三角形的性质，证明三角形全等是解题的关键．

27．（10 分）为庆祝中华人民共和国七十周年华诞，某校举行书画大赛，准备购买甲、乙两种文具，奖励在活动中表现优秀的师生．已知购买 2 个甲种文具、1 个乙种文具共需花费 35 元；购买 1 个甲种文具、3 个乙种文具共需花费 30 元．

（1）求购买一个甲种文具、一个乙种文具各需多少元？

（2）若学校计划购买这两种文具共 120 个，投入资金不少于 955 元又不多于 1000 元，设购买甲种文具 x 个，求有多少种购买方案？

（3）设学校投入资金 W 元，在（2）的条件下，哪种购买方案需要的资金最少？最少资金是多少元？

【考点】CE：一元一次不等式组的应用；FH：一次函数的应用；$9A$：二元一次方程组的应用

【专题】533：一次函数及其应用；521：一次方程（组）及应用；524：一元一次不等式（组）及应用

【分析】（1）设购买一个甲种文具 a 元，一个乙种文具 b 元，根据“购买 2 个甲种文具、1 个乙种文具共需花费 35 元；购买 1 个甲种文具、3 个乙种文具共需花费 30 元”列方程组解答即可；

（2）根据题意列不等式组解答即可；

（3）求出 W 与 x 的函数关系式，根据一次函数的性质解答即可．

【解答】解：（1）设购买一个甲种文具 a 元，一个乙种文具 b 元，由题意得：

$\begin{cases}2a+b=35\\a+3b=30\end{cases}$，解得 $\begin{cases}a=15\\b=5\end{cases}$，

答：购买一个甲种文具 15 元，一个乙种文具 5 元；

（2）根据题意得：

$955\leqslant 15x+5(120-x)\leqslant 1000$，

解得 $35.5\leqslant x\leqslant 40$，

$\because x$ 是整数，

$\therefore x=36$，37，38，39，40．

$\therefore$ 有 5 种购买方案；

（3）$W=15x+5(120-x)=10x+600$，

$\because 10>0$，

$\therefore W$ 随 x 的增大而增大，

当 $x=36$ 时，$W_{最小}=10\times 36+600=960$（元），

$\therefore 120-36=84$．

答：购买甲种文具 36 个，乙种文具 84 个时需要的资金最少，最少资金是 960 元．

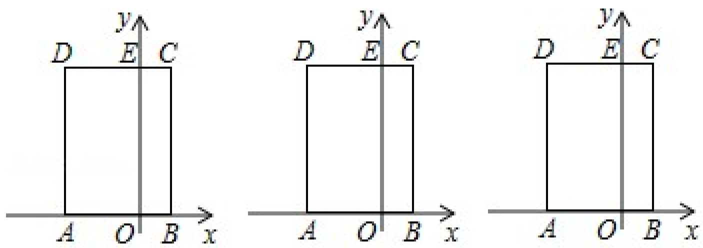
【点评】本题考查了二元一次方程组的应用、一元一次不等式的应用以及一次函数的应用，解题的关键是：（1）找准等量关系，正确列出二元一次方程组；（2）根据各数量之间的关系，找出 w 关于 x 的一次函数关系式．

28．（10 分）如图，在平面直角坐标系中，矩形 $ABCD$ 的边 AB 在 x 轴上，AB、BC 的长分别是一元二次方程 $x^2-7x+12=0$ 的两个根 $(BC>AB)$，$OA=2OB$，边 CD 交 y 轴于点 E，动点 P 以每秒 1 个单位长度的速度，从点 E 出发沿折线段 $ED-DA$ 向点 A 运动，运动的时间为 $t(0\leqslant t<6)$ 秒，设 ΔBOP 与矩形 $AOED$ 重叠部分的面积为 S．

（1）求点 D 的坐标；

（2）求 S 关于 t 的函数关系式，并写出自变量的取值范围；

（3）在点 P 的运动过程中，是否存在点 P，使 ΔBEP 为等腰三角形？若存在，直接写出点 P 的坐标；若不存在，请说明理由．



(备用图1)　(备用图2)

【考点】LO：四边形综合题

【专题】153：代数几何综合题

【分析】（1）解方程求出 x 的值，由 $BC>AB$，$OA=2OB$ 可得答案；

（2）设 BP 交 y 轴于点 F，当 $0\leqslant t\leqslant 2$ 时，$PE=t$，由 $\Delta OBF\backsim\Delta EPF$ 知 $\dfrac{OF}{EF}=\dfrac{OB}{EP}$，即 $\dfrac{OF}{4-OF}=\dfrac{1}{t}$，据此得 $OF=\dfrac{4}{t+1}$，根据面积公式可得此时解析式；当 $2<t<6$ 时，$AP=6-t$，由 $\Delta OBF\backsim\Delta ABP$ 知 $\dfrac{OF}{AP}=\dfrac{OB}{AB}$，即 $\dfrac{OF}{6-t}=\dfrac{1}{3}$，据此得 $OF=\dfrac{6-t}{3}$，根据三角形面积公式可得

答案；

（3）设 $P(-2,m)$，由 $B(1,0)$，$E(0,4)$ 知 $BP^2=9+m^2$，$BE^2=1+16=17$，

$PE^2=4+(m-4)2=m^2-8m+20$，再分三种情况列出方程求解可得．

【解答】解：（1）$\because x^2-7x+12=0$，

$\therefore x_1=3$，$x_2=4$，

$\because BC>AB$，

$\therefore BC=4$，$AB=3$，

$\because OA=2OB$，

$\therefore OA=2$，$OB=1$，

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形，

$\therefore$ 点 D 的坐标为 $(-2,4)$；

（2）设 BP 交 y 轴于点 F，

如图 1，当 $0\leqslant t\leqslant 2$ 时，$PE=t$，

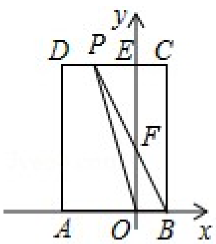


图 1

$\because CD//AB$，

$\therefore \Delta OBF\backsim\Delta EPF$，

$\therefore \dfrac{OF}{EF}=\dfrac{OB}{EP}$，即 $\dfrac{OF}{4-OF}=\dfrac{1}{t}$，

$\therefore OF=\dfrac{4}{t+1}$，

$\therefore S=\dfrac{1}{2}OF\cdot PE=\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{4}{t+1}\cdot t=\dfrac{2t}{t+1}$；

如图 2，当 $2<t<6$ 时，$AP=6-t$，

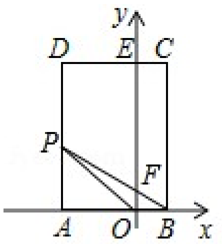


图 2

$\because OE//AD$，

$\therefore \Delta OBF\backsim\Delta ABP$，

$\therefore \dfrac{OF}{AP}=\dfrac{OB}{AB}$，即 $\dfrac{OF}{6-t}=\dfrac{1}{3}$，

$\therefore OF=\dfrac{6-t}{3}$，

$\therefore S=\dfrac{1}{2}\cdot OF\cdot OA=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{6-t}{3}\times 2=-\dfrac{1}{3}t+2$；

综上所述，$S=\begin{cases}\dfrac{2t}{t+1} & (0\leqslant t\leqslant 2)\\ -\dfrac{1}{3}t+2 & (2<t<6)\end{cases}$；

（3）由题意知，当点 P 在 DE 上时，显然不能构成等腰三角形；

当点 P 在 DA 上运动时，设 $P(-2,m)$，

$\because B(1,0)$，$E(0,4)$，

$\therefore BP^2=9+m^2$，$BE^2=1+16=17$，$PE^2=4+(m-4)2=m^2-8m+20$，

①当 $BP=BE$ 时，$9+m^2=17$，解得 $m=\pm 2\sqrt{2}$，

则 $P(-2$，$2\sqrt{2})$；

②当 $BP=PE$ 时，$9+m^2=m^2-8m+20$，解得 $m=\dfrac{11}{8}$，

则 $P(-2,\dfrac{11}{8})$；

③当 $BE=PE$ 时，$17=m^2-8m+20$，解得 $m=4\pm\sqrt{13}$，

则 $P(-2,4-\sqrt{13})$；

综上，$P(-2$，$2\sqrt{2})$或$(-2,\dfrac{11}{8})$或$(-2,4-\sqrt{13})$．

【点评】本题是四边形的综合问题，解题的关键是掌握矩形的性质、相似三角形的判定与性质、解一元二次方程、等腰三角形的判定及两点间的距离公式等知识点．

考点卡片

1．科学记数法—表示较大的数

（1）科学记数法：把一个大于 10 的数记成 $a\times10^n$ 的形式，其中 a 是整数数位只有一位的数，n 是正整数，这种记数法叫做科学记数法．【科学记数法形式：$a\times10^n$，其中 $1\leqslant a<10$，n 为正整数．】

（2）规律方法总结：

①科学记数法中 a 的要求和 10 的指数 n 的表示规律为关键，由于 10 的指数比原来的整数位数少 1；按此规律，先数一下原数的整数位数，即可求出 10 的指数 n．

②记数法要求是大于 10 的数可用科学记数法表示，实质上绝对值大于 10 的负数同样可用此法表示，只是前面多一个负号．

2．合并同类项

（1）定义：把多项式中同类项合成一项，叫做合并同类项．

（2）合并同类项的法则：把同类项的系数相加，所得结果作为系数，字母和字母的指数不变．

（3）合并同类项时要注意以下三点：

①要掌握同类项的概念，会辨别同类项，并准确地掌握判断同类项的两条标准：带有相同系数的代数项；字母和字母指数；

②明确合并同类项的含义是把多项式中的同类项合并成一项，经过合并同类项，式的项数会减少，达到化简多项式的目的；

③“合并”是指同类项的系数的相加，并把得到的结果作为新的系数，要保持同类项的字母和字母的指数不变．

3．规律型：图形的变化类

图形的变化类的规律题

首先应找出图形哪些部分发生了变化，是按照什么规律变化的，通过分析找到各部分的变化规律后直接利用规律求解．探寻规律要认真观察、仔细思考，善用联想来解决这类问题．

4．幂的乘方与积的乘方

（1）幂的乘方法则：底数不变，指数相乘．

$(a^m)^n=a^{mn}$（m，n 是正整数）

注意：①幂的乘方的底数指的是幂的底数；②性质中“指数相乘”指的是幂的指数与乘方

的指数相乘，这里注意与同底数幂的乘法中“指数相加”的区别．

（2）积的乘方法则：把每一个因式分别乘方，再把所得的幂相乘．

（ab）^{n}＝a^nb^n（n 是正整数）

注意：①因式是三个或三个以上积的乘方，法则仍适用；②运用时数字因数的乘方应根据乘方的意义，计算出最后的结果．

5．同底数幂的除法

同底数幂的除法法则：底数不变，指数相减．

$a^m \div a^n = a^{m-n}$（$a\neq 0$，m，n 是正整数，$m>n$）

① 底数 $a\neq 0$，因为 0 不能做除数；

② 单独的一个字母，其指数是 1，而不是 0；

③ 应用同底数幂除法的法则时，底数 a 可是单项式，也可以是多项式，但必须明确底数是什么，指数是什么．

6．完全平方公式

（1）完全平方公式：（$a\pm b$）^{2}＝$a^2\pm 2ab+b^2$．

可巧记为：“首平方，末平方，首末两倍中间放”．

（2）完全平方公式有以下几个特征：①左边是两个数的和的平方；②右边是一个三项式，其中首末两项分别是两项的平方，都为正，中间一项是两项积的 2 倍；其符号与左边的运算符号相同．

（3）应用完全平方公式时，要注意：①公式中的 a，b 可是单项式，也可以是多项式；②对形如两数和（或差）的平方的计算，都可以用这个公式；③对于三项的可以把其中的两项看做一项后，也可以用完全平方公式．

7．分式的化简求值

先把分式化简后，再把分式中未知数对应的值代入求出分式的值．

在化简的过程中要注意运算顺序和分式的化简．化简的最后结果分子、分母要进行约分，注意运算的结果要化成最简分式或整式．

【规律方法】分式化简求值时需注意的问题

1．化简求值，一般是先化简为最简分式或整式，再代入求值．化简时不能跨度太大，而缺少必要的步骤，代入求值的模式一般为“当…时，原式＝…”．

2．代入求值时，有直接代入法，整体代入法等常用方法．解题时可根据题目的具体条件选择合适的方法．当未知数的值没有明确给出时，所选取的未知数的值必须使原式中的各分

式都有意义，且除数不能为 0．

8．二元一次方程的应用

二元一次方程的应用

（1）找出问题中的已知条件和未知量及它们之间的关系．

（2）找出题中的两个关键的未知量，并用字母表示出来．

（3）挖掘题目中的关系，找出等量关系，列出二元一次方程．

（4）根据未知数的实际意义求其整数解．

9．二元一次方程组的应用

（一）、列二元一次方程组解决实际问题的一般步骤：

（1）审题：找出问题中的已知条件和未知量及它们之间的关系．

（2）设元：找出题中的两个关键的未知量，并用字母表示出来．

（3）列方程组：挖掘题目中的关系，找出两个等量关系，列出方程组．

（4）求解．

（5）检验作答：检验所求解是否符合实际意义，并作答．

（二）、设元的方法：直接设元与间接设元．

当问题较复杂时，有时设与要求的未知量相关的另一些量为未知数，即为间接设元．无论怎样设元，设几个未知数，就要列几个方程．

10．一元二次方程的应用

1、列方程解决实际问题的一般步骤是：审清题意设未知数，列出方程，解所列方程求所列方程的解，检验和作答．

2、列一元二次方程解应用题中常见问题：

（1）数字问题：个位数为 a，十位数是 b，则这个两位数表示为 $10b+a$．

（2）增长率问题：增长率＝增长数量/原数量×100%．如：若原数是 a，每次增长的百分率为 x，则第一次增长后为 $a(1+x)$；第二次增长后为 $a(1+x)^2$，即 原数×（1+增长百分率）^{2}＝后来数．

（3）形积问题：①利用勾股定理列一元二次方程，求三角形、矩形的边长．②利用三角形、矩形、菱形、梯形和圆的面积，以及柱体体积公式建立等量关系列一元二次方程．③利用相似三角形的对应比例关系，列比例式，通过两内项之积等于两外项之积，得到一元二次方程．

（4）运动点问题：物体运动将会沿着一条路线或形成一条痕迹，运行的路线与其他条件会

构成直角三角形，可运用直角三角形的性质列方程求解.

【规律方法】列一元二次方程解应用题的“六字诀”

1．审：理解题意，明确未知量、已知量以及它们之间的数量关系.

2．设：根据题意，可以直接设未知数，也可以间接设未知数.

3．列：根据题中的等量关系，用含所设未知数的代数式表示其他未知量，从而列出方程.

4．解：准确求出方程的解.

5．验：检验所求出的根是否符合所列方程和实际问题.

6．答：写出答案.

11．分式方程的解

求出使分式方程中令等号左右两边相等且分母不等于 0 的未知数的值，这个值叫方程的解.

注意：在解方程的过程中因为在把分式方程化为整式方程的过程中，扩大了未知数的取值范围，可能产生增根，增根是令分母等于 0 的值，不是原分式方程的解.

12．解一元一次不等式

根据不等式的性质解一元一次不等式

基本操作方法与解一元一次方程基本相同，都有如下步骤：①去分母；②去括号；③移项；④合并同类项；⑤化系数为 1.

以上步骤中，只有①去分母和⑤化系数为 1 可能用到性质 3，即可能变不等号方向，其他都不会改变不等号方向.

注意：符号“≥”和“≤”分别比“＞”和“＜”各多了一层相等的含义，它们是不等号与等号合写形式.

13．解一元一次不等式组

（1）一元一次不等式组的解集：几个一元一次不等式的解集的公共部分，叫做由它们所组成的不等式组的解集.

（2）解不等式组：求不等式组的解集的过程叫解不等式组.

（3）一元一次不等式组的解法：解一元一次不等式组时，一般先求出其中各不等式的解集，再求出这些解集的公共部分，利用数轴可以直观地表示不等式组的解集.

方法与步骤：①求不等式组中每个不等式的解集；②利用数轴求公共部分.

解集的规律：同大取大；同小取小；大小小大中间找；大大小小找不到.

14．一元一次不等式组的应用

对具有多种不等关系的问题，考虑列一元一次不等式组，并求解.

一元一次不等式组的应用主要是列一元一次不等式组解应用题，其一般步骤：

（1）分析题意，找出不等关系；

（2）设未知数，列出不等式组；

（3）解不等式组；

（4）从不等式组解集中找出符合题意的答案；

（5）作答．

15．函数自变量的取值范围

自变量的取值范围必须使含有自变量的表达式都有意义．

①当表达式的分母不含有自变量时，自变量取全体实数．例如 $y=2x+13$ 中的 x．

②当表达式的分母中含有自变量时，自变量取值要使分母不为零．例如 $y=x+2x-1$．

③当函数的表达式是偶次根式时，自变量的取值范围必须使被开方数不小于零．

④对于实际问题中的函数关系式，自变量的取值除必须使表达式有意义外，还要保证实际问题有意义．

16．一次函数图象上点的坐标特征

一次函数 $y=kx+b$，（ $k\neq 0$，且 k，b 为常数）的图象是一条直线．它与 x 轴的交点坐标是（，0）；与 y 轴的交点坐标是（0，b）．

直线上任意一点的坐标都满足函数关系式 $y=kx+b$．

17．一次函数的应用

1、分段函数问题

分段函数是在不同区间有不同对应方式的函数，要特别注意自变量取值范围的划分，既要科学合理，又要符合实际．

2、函数的多变量问题

解决含有多变量问题时，可以分析这些变量的关系，选取其中一个变量作为自变量，然后根据问题的条件寻求可以反映实际问题的函数．

3、概括整合

（1）简单的一次函数问题：①建立函数模型的方法；②分段函数思想的应用．

（2）理清题意是采用分段函数解决问题的关键．

18．反比例函数系数 k 的几何意义

比例系数 k 的几何意义

在反比例函数 y 图象中任取一点，过这一个点向 x 轴和 y 轴分别作垂线，与坐标轴围成的矩形的面积是定值 $|k|$．

在反比例函数的图象上任意一点向坐标轴作垂线，这一点和垂足以及坐标原点所构成的三

角形的面积是$|k|$，且保持不变．

19．反比例函数图象上点的坐标特征

反比例函数$y=k/x$（k为常数，$k\neq 0$）的图象是双曲线，

①图象上的点（x，y）的横纵坐标的积是定值k，即$xy=k$；

②双曲线是关于原点对称的，两个分支上的点也是关于原点对称；

③在$y=k/x$图象中任取一点，过这一个点向x轴和y轴分别作垂线，与坐标轴围成的矩形的面积是定值$|k|$.

20．待定系数法求二次函数解析式

（1）二次函数的解析式有三种常见形式：

①一般式：$y=ax^2+bx+c$（a，b，c是常数，$a\neq 0$）；②顶点式：$y=a(x-h)^2+k$（a，h，k是常数，$a\neq 0$），其中（h，k）为顶点坐标；③交点式：$y=a(x-x_1)(x-x_2)$（a，b，c是常数，$a\neq 0$）；

（2）用待定系数法求二次函数的解析式.

在利用待定系数法求二次函数关系式时，要根据题目给定的条件，选择恰当的方法设出关系式，从而代入数值求解．一般地，当已知抛物线上三点时，常选择一般式，用待定系数法列三元一次方程组来求解；当已知抛物线的顶点或对称轴时，常设其解析式为顶点式来求解；当已知抛物线与x轴有两个交点时，可选择设其解析式为交点式来求解.

21．抛物线与 x 轴的交点

求二次函数$y=ax^2+bx+c$（a，b，c是常数，$a\neq 0$）与x轴的交点坐标，令$y=0$，即$ax^2+bx+c=0$，解关于x的一元二次方程即可求得交点横坐标.

（1）二次函数$y=ax^2+bx+c$（a，b，c是常数，$a\neq 0$）的交点与一元二次方程$ax^2+bx+c=0$根之间的关系.

$\triangle=b^2-4ac$决定抛物线与x轴的交点个数.

$\triangle=b^2-4ac>0$时，抛物线与x轴有 2 个交点；

$\triangle=b^2-4ac=0$时，抛物线与x轴有 1 个交点；

$\triangle=b^2-4ac<0$时，抛物线与x轴没有交点.

（2）二次函数的交点式：$y=a(x-x_1)(x-x_2)$（a，b，c是常数，$a\neq 0$），可直接得到抛物线与x轴的交点坐标（x_1，0），（x_2，0）.

22．三角形的面积

（1）三角形的面积等于底边长与高线乘积的一半，即$S_{\triangle}$底×高.

（2）三角形的中线将三角形分成面积相等的两部分．

23．全等三角形的判定与性质

（1）全等三角形的判定是结合全等三角形的性质证明线段和角相等的重要工具．在判定三角形全等时，关键是选择恰当的判定条件．

（2）在应用全等三角形的判定时，要注意三角形间的公共边和公共角，必要时添加适当辅助线构造三角形．

24．勾股定理

（1）勾股定理：在任何一个直角三角形中，两条直角边长的平方之和一定等于斜边长的平方．

如果直角三角形的两条直角边长分别是a，b，斜边长为c，那么$a^2+b^2=c^2$．

（2）勾股定理应用的前提条件是在直角三角形中．

（3）勾股定理公式$a^2+b^2=c^2$的变形有：a，b及c．

（4）由于$a^2+b^2=c^2>a^2$，所以$c>a$，同理$c>b$，即直角三角形的斜边大于该直角三角形中的每一条直角边．

25．等腰直角三角形

（1）两条直角边相等的直角三角形叫做等腰直角三角形．

（2）等腰直角三角形是一种特殊的三角形，具有所有三角形的性质，还具备等腰三角形和直角三角形的所有性质．即：两个锐角都是45°，斜边上中线、角平分线、斜边上的高，三线合一，等腰直角三角形斜边上的高为外接圆的半径R，而高又为内切圆的直径（因为等腰直角三角形的两个小角均为45°，高又垂直于斜边，所以两个小三角形均为等腰直角三角形，则两腰相等）；

（3）若设等腰直角三角形内切圆的半径$r=1$，则外接圆的半径$R1$，所以r：$R=1$：1．

26．平行四边形的性质

（1）平行四边形的概念：有两组对边分别平行的四边形叫做平行四边形．

（2）平行四边形的性质：

①边：平行四边形的对边相等．

②角：平行四边形的对角相等．

③对角线：平行四边形的对角线互相平分．

（3）平行线间的距离处处相等．

（4）平行四边形的面积：

①平行四边形的面积等于它的底和这个底上的高的积．

②同底（等底）同高（等高）的平行四边形面积相等．

27．平行四边形的判定

（1）两组对边分别平行的四边形是平行四边形．符号语言：∵$AB\parallel DC$，$AD\parallel BC$∴四边行$ABCD$是平行四边形．

（2）两组对边分别相等的四边形是平行四边形．符号语言：∵$AB=DC$，$AD=BC$∴四边行$ABCD$是平行四边形．

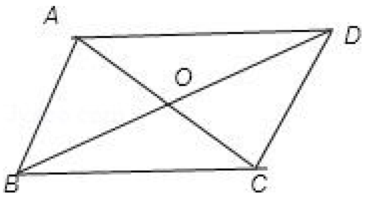
（3）一组对边平行且相等的四边形是平行四边形．

符号语言：∵$AB\parallel DC$，$AB=DC$∴四边行$ABCD$是平行四边形．

（4）两组对角分别相等的四边形是平行四边形．

符号语言：∵$\angle ABC=\angle ADC$，$\angle DAB=\angle DCB$∴四边行$ABCD$是平行四边形．

（5）对角线互相平分的四边形是平行四边形．符号语言：∵$OA=OC$，$OB=OD$∴四边行$ABCD$是平行四边形．



28．菱形的判定与性质

（1）依次连接四边形各边中点所得的四边形称为中点四边形．不管原四边形的形状怎样改变，中点四边形的形状始终是平行四边形．

（2）菱形的中点四边形是矩形（对角线互相垂直的四边形的中点四边形定为矩形，对角线相等的四边形的中点四边形定为菱形．）____（3）菱形是在平行四边形的前提下定义的，首先它是平行四边形，但它是特殊的平行四边形，特殊之处就是“有一组邻边相等”，因而就增加了一些特殊的性质和不同于平行四边形的判定方法．

（4）正方形是特殊的菱形，菱形不一定是正方形，所以，在同一平面上四边相等的图形不只是正方形．

29．矩形的性质

（1）矩形的定义：有一个角是直角的平行四边形是矩形．

（2）矩形的性质

①平行四边形的性质矩形都具有；

②角：矩形的四个角都是直角；

③边：邻边垂直；

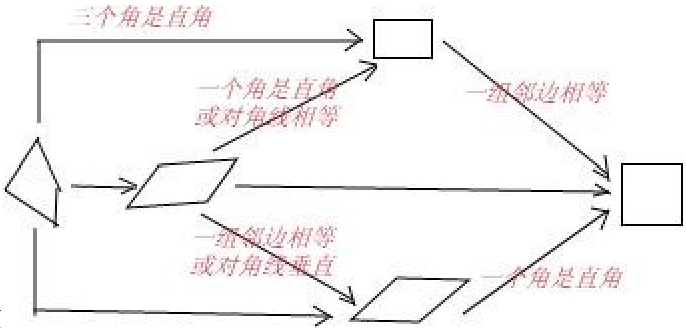
④对角线：矩形的对角线相等；

⑤矩形是轴对称图形，又是中心对称图形．它有2条对称轴，分别是每组对边中点连线所在的直线；对称中心是两条对角线的交点．

（3）由矩形的性质，可以得到直角三角形的一个重要性质，直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半．

30．正方形的判定与性质

（1）正方形的性质：正方形具有平行四边形、矩形、菱形的所有性质．



（2）正方形的判定

正方形的判定没有固定的方法，只要判定既是矩形又是菱形就可以判定．

31．四边形综合题

四边形综合题．

32．垂径定理

（1）垂径定理

垂直于弦的直径平分这条弦，并且平分弦所对的两条弧．

（2）垂径定理的推论

推论1：平分弦（不是直径）的直径垂直于弦，并且平分弦所对的两条弧．

推论2：弦的垂直平分线经过圆心，并且平分弦所对的两条弧．

推论3：平分弦所对一条弧的直径，垂直平分弦，并且平分弦所对的另一条弧．

33．圆心角、弧、弦的关系

（1）定理：在同圆和等圆中，相等的圆心角所对的弧相等，所对的弦也相等．

（2）推论：在同圆或等圆中，如果两个圆心角、两条弧、两条弦中有一组量相等，那么它们所对应的其余各组量都分别相等．

说明：同一条弦对应两条弧，其中一条是优弧，一条是劣弧，而在本定理和推论中的“弧”是指同为优弧或劣弧．

（3）正确理解和使用圆心角、弧、弦三者的关系

三者关系可理解为：在同圆或等圆中，①圆心角相等，②所对的弧相等，③所对的弦相等，三项“知一推二”，一项相等，其余二项皆相等．这源于圆的旋转不变性，即：圆绕其圆心旋转任意角度，所得图形与原图形完全重合．

（4）在具体应用上述定理解决问题时，可根据需要，选择其有关部分．

34．圆周角定理

（1）圆周角的定义：顶点在圆上，并且两边都与圆相交的角叫做圆周角．

注意：圆周角必须满足两个条件：①顶点在圆上．②角的两条边都与圆相交，二者缺一不可．

（2）圆周角定理：在同圆或等圆中，同弧或等弧所对的圆周角相等，都等于这条弧所对的圆心角的一半．

推论：半圆（或直径）所对的圆周角是直角，90°的圆周角所对的弦是直径．

（3）在解圆的有关问题时，常常需要添加辅助线，构成直径所对的圆周角，这种基本技能技巧一定要掌握．

（4）注意：①圆周角和圆心角的转化可通过作圆的半径构造等腰三角形．利用等腰三角形的顶点和底角的关系进行转化．②圆周角和圆周角的转化可利用其“桥梁”－－－圆心角转化．③定理成立的条件是“同一条弧所对的”两种角，在运用定理时不要忽略了这个条件，把不同弧所对的圆周角与圆心角错当成同一条弧所对的圆周角和圆心角．

35．扇形面积的计算

（1）圆面积公式：$S=\pi r^2$

（2）扇形：由组成圆心角的两条半径和圆心角所对的弧所围成的图形叫做扇形．

（3）扇形面积计算公式：设圆心角是 $n°$，圆的半径为 R 的扇形面积为 S，则

$S_{扇形}\pi R^2$ 或 $S_{扇形}lR$（其中 l 为扇形的弧长）

（4）求阴影面积常用的方法：

① 直接用公式法；

② 和差法；

③ 割补法．

（5）求阴影面积的主要思路是将不规则图形面积转化为规则图形的面积．

36．圆锥的计算

（1）连接圆锥顶点和底面圆周上任意一点的线段叫做圆锥的母线．连接顶点与底面圆心的

线段叫圆锥的高．

（2）圆锥的侧面展开图为一扇形，这个扇形的弧长等于圆锥底面的周长，扇形的半径等于圆锥的母线长．

（3）圆锥的侧面积：$S_{侧}•2\pi r•l=\pi rl$.

（4）圆锥的全面积：$S_{全}=S_{底}+S_{侧}=\pi r^2+\pi rl$

（5）圆锥的体积底面积×高

注意：①圆锥的母线与展开后所得扇形的半径相等．

②圆锥的底面周长与展开后所得扇形的弧长相等．

37．作图-轴对称变换

几何图形都可看做是由点组成，我们在画一个图形的轴对称图形时，也是先从确定一些特殊的对称点开始的，一般的方法是：

①由已知点出发向所给直线作垂线，并确定垂足；

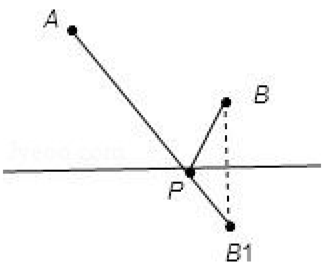
②直线的另一侧，以垂足为一端点，作一条线段使之等于已知点和垂足之间的线段的长，得到线段的另一端点，即为对称点；

③连接这些对称点，就得到原图形的轴对称图形．

38．轴对称-最短路线问题

1、最短路线问题

在直线L上的同侧有两个点A、B，在直线L上有到A、B的距离之和最短的点存在，可以通过轴对称来确定，即作出其中一点关于直线L的对称点，对称点与另一点的连线与直线L的交点就是所要找的点．



2、凡是涉及最短距离的问题，一般要考虑线段的性质定理，结合本节所学轴对称变换来解决，多数情况要作点关于某直线的对称点．

39．翻折变换（折叠问题）

1、翻折变换（折叠问题）实质上就是轴对称变换．

2、折叠的性质：折叠是一种对称变换，它属于轴对称，折叠前后图形的形状和大小不变，

位置变化，对应边和对应角相等．

3、在解决实际问题时，对于折叠较为复杂的问题可以实际操作图形的折叠，这样便于找到图形间的关系．

首先清楚折叠和轴对称能够提供给我们隐含的并且可利用的条件．解题时，我们常常设要求的线段长为x，然后根据折叠和轴对称的性质用含x的代数式表示其他线段的长度，选择适当的直角三角形，运用勾股定理列出方程求出答案．我们运用方程解决时，应认真审题设出正确的未知数．

40．中心对称图形

（1）定义

把一个图形绕某一点旋转180°，如果旋转后的图形能够与原来的图形重合，那么这个图形就叫做中心对称图形，这个点叫做对称中心．

注意：中心对称图形和中心对称不同，中心对称是两个图形之间的关系，而中心对称图形是指一个图形自身的特点，这点应注意区分，它们性质相同，应用方法相同．

（2）常见的中心对称图形

平行四边形、圆形、正方形、长方形等等．

41．作图-旋转变换

（1）旋转图形的作法：

根据旋转的性质可知，对应角都相等都等于旋转角，对应线段也相等，由此可以通过作相等的角，在角的边上截取相等的线段的方法，找到对应点，顺次连接得出旋转后的图形．

（2）旋转作图有自己独特的特点，决定图形位置的因素较多，旋转角度、旋转方向、旋转中心，任意不同，位置就不同，但得到的图形全等．

42．相似三角形的判定与性质

（1）相似三角形相似多边形的特殊情形，它沿袭相似多边形的定义，从对应边的比相等和对应角相等两方面下定义；反过来，两个三角形相似也有对应角相等，对应边的比相等．

（2）三角形相似的判定一直是中考考查的热点之一，在判定两个三角形相似时，应注意利用图形中已有的公共角、公共边等隐含条件，以充分发挥基本图形的作用，寻找相似三角形的一般方法是通过作平行线构造相似三角形；或依据基本图形对图形进行分解、组合；或作辅助线构造相似三角形，判定三角形相似的方法有事可单独使用，有时需要综合运用无论是单独使用还是综合运用，都要具备应有的条件方可．

43．特殊角的三角函数值

（1）特指 30°、45°、60°角的各种三角函数值．

sin30°； cos30°；tan30°；

sin45°；cos45°；tan45°＝1；

sin60°；cos60°； tan60°；

（2）应用中要熟记特殊角的三角函数值，一是按值的变化规律去记，正弦逐渐增大，余弦逐渐减小，正切逐渐增大；二是按特殊直角三角形中各边特殊值规律去记．

（3）特殊角的三角函数值应用广泛，一是它可以当作数进行运算，二是具有三角函数的特点，在解直角三角形中应用较多．

44．解直角三角形

（1）解直角三角形的定义

在直角三角形中，由已知元素求未知元素的过程就是解直角三角形．

（2）解直角三角形要用到的关系

①锐角直角的关系：$\angle A+\angle B=90°$；

②三边之间的关系：$a^2+b^2=c^2$；

③边角之间的关系：

sin$A$＝∠A 的对边斜边＝ac，cos$A$＝∠A 的邻边斜边＝bc，tan$A$＝∠A 的对边∠A 的邻边＝ab．

（a，b，c 分别是∠A、∠B、∠C 的对边）

45．由三视图判断几何体

（1）由三视图想象几何体的形状，首先，应分别根据主视图、俯视图和左视图想象几何体的前面、上面和左侧面的形状，然后综合起来考虑整体形状．

（2）由物体的三视图想象几何体的形状是有一定难度的，可以从以下途径进行分析：

①根据主视图、俯视图和左视图想象几何体的前面、上面和左侧面的形状，以及几何体的长、宽、高；

②从实线和虚线想象几何体看得见部分和看不见部分的轮廓线；

③熟记一些简单的几何体的三视图对复杂几何体的想象会有帮助；

④利用由三视图画几何体与有几何体画三视图的互逆过程，反复练习，不断总结方法．

46．用样本估计总体

用样本估计总体是统计的基本思想．

1、用样本的频率分布估计总体分布：

从一个总体得到一个包含大量数据的样本，我们很难从一个个数字中直接看出样本所包含

的信息．这时，我们用频率分布直方图来表示相应样本的频率分布，从而去估计总体的分布情况．

2、用样本的数字特征估计总体的数字特征（主要数据有众数、中位数、平均数、标准差与方差）．

一般来说，用样本去估计总体时，样本越具有代表性、容量越大，这时对总体的估计也就越精确．

47．扇形统计图

（1）扇形统计图是用整个圆表示总数用圆内各个扇形的大小表示各部分数量占总数的百分数．通过扇形统计图可以很清楚地表示出各部分数量同总数之间的关系．用整个圆的面积表示总数（单位 1），用圆的扇形面积表示各部分占总数的百分数．

（2）扇形图的特点：从扇形图上可以清楚地看出各部分数量和总数量之间的关系．

（3）制作扇形图的步骤

①根据有关数据先算出各部分在总体中所占的百分数，再算出各部分圆心角的度数，公式是各部分扇形圆心角的度数＝部分占总体的百分比×360°．____②按比例取适当半径画一个圆；按扇形圆心角的度数用量角器在圆内量出各个扇形的圆心角的度数；

④在各扇形内写上相应的名称及百分数，并用不同的标记把各扇形区分开来．

48．条形统计图

（1）定义：条形统计图是用线段长度表示数据，根据数量的多少画成长短不同的矩形直条，然后按顺序把这些直条排列起来．

（2）特点：从条形图可以很容易看出数据的大小，便于比较．

（3）制作条形图的一般步骤：

①根据图纸的大小，画出两条互相垂直的射线．

②在水平射线上，适当分配条形的位置，确定直条的宽度和间隔．

③在与水平射线垂直的射线上，根据数据大小的具体情况，确定单位长度表示多少．

④按照数据大小，画出长短不同的直条，并注明数量．

49．算术平均数

（1）平均数是指在一组数据中所有数据之和再除以数据的个数．它是反映数据集中趋势的一项指标．

（2）算术平均数：对于 n 个数 x_1，x_2，⋯，x_n，则 $\overline{x}=1n$（$x_1+x_2+\cdots+x_n$）就叫做这 n 个数的算术平均数．

（3）算术平均数是加权平均数的一种特殊情况，加权平均数包含算术平均数，当加权平均数中的权相等时，就是算术平均数．

50．中位数

（1）中位数：

将一组数据按照从小到大（或从大到小）的顺序排列，如果数据的个数是奇数，则处于中间位置的数就是这组数据的中位数．

如果这组数据的个数是偶数，则中间两个数据的平均数就是这组数据的中位数．

（2）中位数代表了这组数据值大小的“中点”，不易受极端值影响，但不能充分利用所有数据的信息．

（3）中位数仅与数据的排列位置有关，某些数据的移动对中位数没有影响，中位数可能出现在所给数据中也可能不在所给的数据中出现，当一组数据中的个别数据变动较大时，可用中位数描述其趋势．

51．极差

（1）极差是指一组数据中最大数据与最小数据的差．

极差＝最大值－最小值．

（2）极差是刻画数据离散程度的一个统计量．它只能反映数据的波动范围，不能衡量每个数据的变化情况．

（3）极差的优势在于计算简单，但它受极端值的影响较大．

52．方差

（1）方差：一组数据中各数据与它们的平均数的差的平方的平均数，叫做这组数据的方差．

（2）用“先平均，再求差，然后平方，最后再平均”得到的结果表示一组数据偏离平均值的情况，这个结果叫方差，通常用 s^2 来表示，计算公式是：

$s^2=1n[(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\cdots+(x_n-\bar{x})^2]$（可简单记忆为“方差等于差方的平均数”）

（3）方差是反映一组数据的波动大小的一个量．方差越大，则平均值的离散程度越大，稳定性也越小；反之，则它与其平均值的离散程度越小，稳定性越好．

53．列表法与树状图法

（1）当试验中存在两个元素且出现的所有可能的结果较多时，我们常用列表的方式，列出所有可能的结果，再求出概率．

（2）列表的目的在于不重不漏地列举出所有可能的结果求出 n，再从中选出符合事件 A 或

B 的结果数目 m，求出概率．

（3）列举法（树形图法）求概率的关键在于列举出所有可能的结果，列表法是一种，但当一个事件涉及三个或更多元素时，为不重不漏地列出所有可能的结果，通常采用树形图．

（4）树形图列举法一般是选择一个元素再和其他元素分别组合，依次列出，象树的枝丫形式，最末端的枝丫个数就是总的可能的结果 n．

（5）当有两个元素时，可用树形图列举，也可以列表列举．