

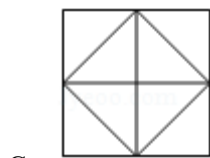
2019 年黑龙江省绥化市中考数学试卷

一、单项选择题 (本题共 10 个小题, 每小题 3 分, 共 30 分) 请在答题卡上用 2B 铅笔将你的选项所对应的大写字母涂黑

1. (3 分) (2019•绥化) 我们的祖国地域辽阔, 其中领水面积约为 $370000km^2$. 把 370000 这个数用科学记数法表示为()

- A. 37×10^4 B. 3.7×10^5 C. 0.37×10^6 D. 3.7×10^6

2. (3 分) (2019•绥化) 下列图形中, 属于中心对称图形的是()



3. (3 分) (2019•绥化) 下列计算正确的是()

- A. $\sqrt{9} = \pm 3$ B. $(-1)^0 = 0$ C. $\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{5}$ D. $\sqrt[3]{8} = 2$

4. (3 分) (2019•绥化) 若一个几何体的主视图、俯视图、左视图都是半径相等的圆, 则这个几何体是()

- A. 球体 B. 圆锥 C. 圆柱 D. 正方体

5. (3 分) (2019•绥化) 下列因式分解正确的是()

- A. $x^2 - x = x(x+1)$ B. $a^2 - 3a - 4 = (a+4)(a-1)$
C. $a^2 + 2ab - b^2 = (a-b)^2$ D. $x^2 - y^2 = (x+y)(x-y)$

6. (3 分) (2019•绥化) 不透明袋子中有 2 个红球和 4 个蓝球, 这些球除颜色外无其他差别, 从袋子中随机取出 1 个球是红球的概率是()

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{5}$ D. $\frac{1}{6}$

7. (3 分) (2019•绥化) 下列命题是假命题的是()

- A. 三角形两边的和大于第三边
- B. 正六边形的每个中心角都等于 60°
- C. 半径为 R 的圆内接正方形的边长等于 $\sqrt{2}R$
- D. 只有正方形的外角和等于 360°

8. (3 分) (2019•绥化) 小明去商店购买 A 、 B 两种玩具, 共用了 10 元钱, A 种玩具每件 1 元, B 种玩具每件 2 元. 若每种玩具至少买一件, 且 A 种玩具的数量多于 B 种玩具的数量. 则小明的购买方案有()

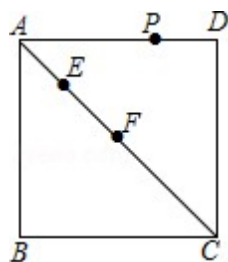
- A. 5 种
- B. 4 种
- C. 3 种
- D. 2 种

9. (3 分) (2019•绥化) 不等式组 $\begin{cases} x-1 \leq 0 \\ x+8 > 4x+2 \end{cases}$ 的解集在数轴上表示正确的是()



10. (3 分) (2019•绥化) 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, E 、 F 是对角线 AC 上的两个动点, P 是正方形四边上的任意一点, 且 $AB=4$, $EF=2$, 设 $AE=x$. 当 $\triangle PEF$ 是等腰三角形时, 下列关于 P 点个数的说法中, 一定正确的是()

- ① 当 $x=0$ (即 E 、 A 两点重合) 时, P 点有 6 个
- ② 当 $0 < x < 4\sqrt{2}-2$ 时, P 点最多有 9 个
- ③ 当 P 点有 8 个时, $x=2\sqrt{2}-2$
- ④ 当 $\triangle PEF$ 是等边三角形时, P 点有 4 个



A. ①③

B. ①④

C. ②④

D. ②③

二、填空题（本题共 11 个小题，每小题 3 分，共 33 分）请在答题卡上把你的答案写在相对应的题号后的指定区域内

11. （3 分）（2019•绥化）某年一月份，哈尔滨市的平均气温约为 -20°C ，绥化市的平均气温约为 -23°C ，则两地的温差为 $\underline{\hspace{1cm}}$ $^{\circ}\text{C}$.

12. （3 分）（2019•绥化）若分式 $\frac{\sqrt{3}}{x-4}$ 有意义，则 x 的取值范围是 $\underline{\hspace{1cm}}$.

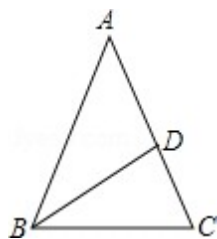
13. （3 分）（2019•绥化）计算： $(-m^3)^2 \div m^4 = \underline{\hspace{1cm}}$.

14. （3 分）（2019•绥化）已知数据 1, 3, 5, 7, 9，则这组数据的方差是 $\underline{\hspace{1cm}}$.

15. （3 分）（2019•绥化）当 $a = 2018$ 时，代数式 $(\frac{a}{a+1} - \frac{1}{a+1}) \div \frac{a-1}{(a+1)^2}$ 的值是 $\underline{\hspace{1cm}}$.

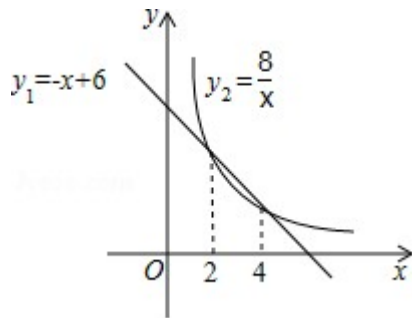
16. （3 分）（2019•绥化）用一个圆心角为 120° 的扇形作一个圆锥的侧面，若这个圆锥的底面半径恰好等于 4，则这个圆锥的母线长为 $\underline{\hspace{1cm}}$.

17. （3 分）（2019•绥化）已知在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ，点 D 在 AC 上，且 $BD = BC = AD$ ，则 $\angle A = \underline{\hspace{1cm}}$ 度.



18. （3 分）（2019•绥化）一次函数 $y_1 = -x + 6$ 与反比例函数 $y_2 = \frac{8}{x} (x > 0)$ 的图象如图所

示，当 $y_1 > y_2$ 时，自变量 x 的取值范围是 $\underline{\hspace{1cm}}$.



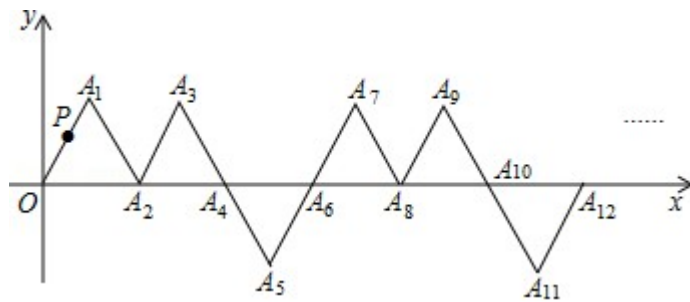
19. (3分) (2019•绥化) 甲、乙两辆汽车同时从 A 地出发, 开往相距 200km 的 B 地, 甲、乙两车的速度之比是 $4:5$, 结果乙车比甲车早 30 分钟到达 B 地, 则甲车的速度为_____ km/h .

20. (3分) (2019•绥化) 半径为 5 的 $\odot O$ 是锐角三角形 ABC 的外接圆, $AB = AC$, 连接 OB 、 OC , 延长 CO 交弦 AB 于点 D . 若 $\triangle OBD$ 是直角三角形, 则弦 BC 的长为_____.

21. (3分) (2019•绥化) 在平面直角坐标系中, 若干个边长为 1 个单位长度的等边三角形, 按如图中的规律摆放. 点 P 从原点 O 出发, 以每秒 1 个单位长度的速度沿着等边三角

形的边 “ $OA_1 \rightarrow A_1A_2 \rightarrow A_2A_3 \rightarrow A_3A_4 \rightarrow A_4A_5 \dots$ ” 的路线运动, 设第 n 秒运动到点 P_n (n 为正

整数), 则点 P_{2019} 的坐标是_____.



三、解答题 (本题共 8 个小题, 共 57 分) 请在答题卡上把你的答案写在相对应的题号后的指定区域内

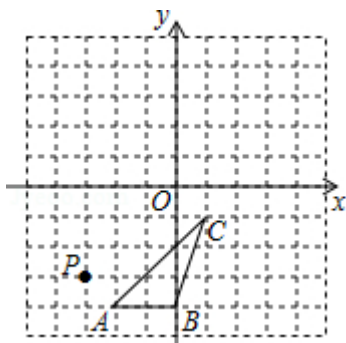
22. (6分) (2019•绥化) 如图, 已知 $\triangle ABC$ 三个顶点的坐标分别为 $A(-2, -4)$, $B(0, -4)$, $C(1, -1)$

(1) 请在网格中, 画出线段 BC 关于原点对称的线段 B_1C_1 ;

(2) 请在网格中, 过点 C 画一条直线 CD , 将 $\triangle ABC$ 分成面积相等的两部分, 与线段 AB

相交于点 D , 写出点 D 的坐标;

(3) 若另有一点 $P(-3, -3)$, 连接 PC , 则 $\tan \angle BCP = \underline{\hspace{2cm}}$.



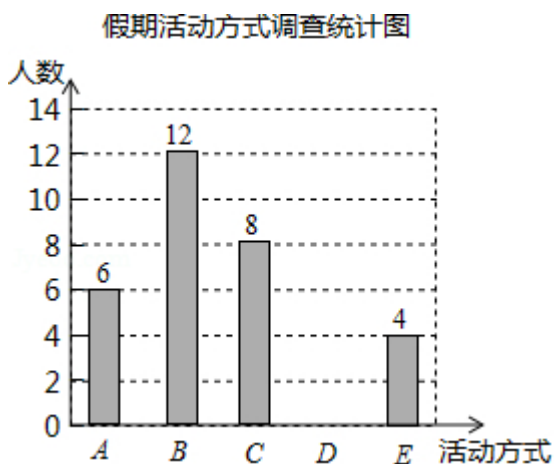
23. (6分) (2019•绥化) 小明为了了解本校学生的假期活动方式, 随机对本校的部分学生进行了调查. 收集整理数据后, 小明将假期活动方式分为五类: A . 读书看报; B . 健身活动; C . 做家务; D . 外出游玩; E . 其他方式, 并绘制了不完整的统计图如图. 统计后发现“做家务”的学生人数占调查总人数的 20%.

请根据图中的信息解答下列问题:

(1) 本次调查的总人数是 人;

(2) 补全条形统计图;

(3) 根据调查结果, 估计本校 2360 名学生中“假期活动方式”是“读书看报”的有多少人?



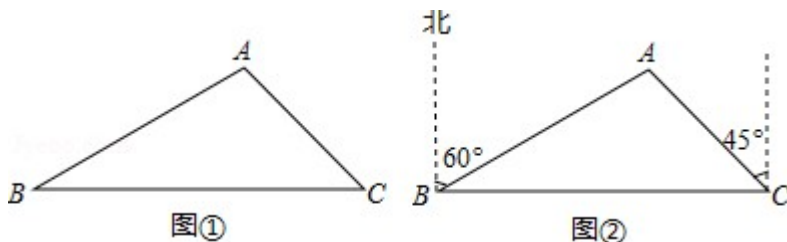
24. (6分) (2019•绥化) 按要求解答下列各题:

(1) 如图①, 求作一点 P , 使点 P 到 $\angle ABC$ 的两边的距离相等, 且在 $\triangle ABC$ 的边 AC 上.

(用直尺和圆规作图, 保留作图痕迹, 不写作法和证明);

(2) 如图②, B 、 C 表示两个港口, 港口 C 在港口 B 的正东方向上. 海上有一小岛 A 在港

口 B 的北偏东 60° 方向上, 且在港口 C 的北偏西 45° 方向上. 测得 $AB = 40$ 海里, 求小岛 A 与港口 C 之间的距离. (结果可保留根号)



25. (6 分) (2019•绥化) 已知关于 x 的方程 $kx^2 - 3x + 1 = 0$ 有实数根.

(1) 求 k 的取值范围;

(2) 若该方程有两个实数根, 分别为 x_1 和 x_2 , 当 $x_1 + x_2 + x_1x_2 = 4$ 时, 求 k 的值.

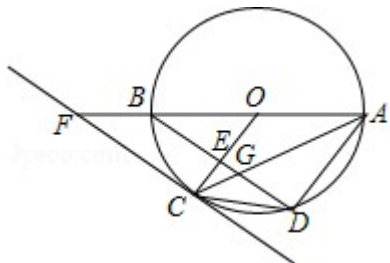
26. (7 分) (2019•绥化) 如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, AC 平分 $\angle BAD$, 交弦 BD 于点 G , 连接半径 OC 交 BD 于点 E , 过点 C 的一条直线交 AB 的延长线于点 F , $\angle AFC = \angle ACD$.

(1) 求证: 直线 CF 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $DE = 2CE = 2$.

① 求 AD 的长;

② 求 $\triangle ACF$ 的周长. (结果可保留根号)

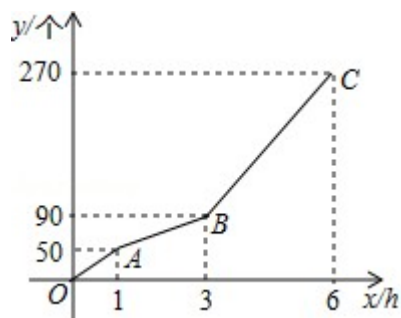


27. (7 分) (2019•绥化) 甲、乙两台机器共同加工一批零件, 一共用了 6 小时. 在加工过程中乙机器因故障停止工作, 排除故障后, 乙机器提高了工作效率且保持不变, 继续加工. 甲机器在加工过程中工作效率保持不变. 甲、乙两台机器加工零件的总数 y (个) 与甲加工时间 $x(h)$ 之间的函数图象为折线 $OA-AB-BC$, 如图所示.

(1) 这批零件一共有____个, 甲机器每小时加工____个零件, 乙机器排除故障后每小时加工____个零件;

(2) 当 $3 \leq x \leq 6$ 时, 求 y 与 x 之间的函数解析式;

(3) 在整个加工过程中, 甲加工多长时间时, 甲与乙加工的零件个数相等?

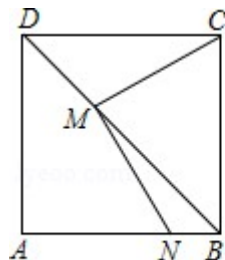


28. (9分) (2019•绥化) 如图①, 在正方形 $ABCD$ 中, $AB=6$, M 为对角线 BD 上任意一点 (不与 B 、 D 重合), 连接 CM , 过点 M 作 $MN \perp CM$, 交线段 AB 于点 N

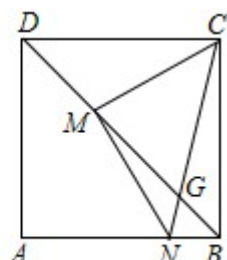
(1) 求证: $MN = MC$;

(2) 若 $DM:DB=2:5$, 求证: $AN=4BN$;

(3) 如图②, 连接 NC 交 BD 于点 G . 若 $BG:MG=3:5$, 求 $NG:CG$ 的值.



图①



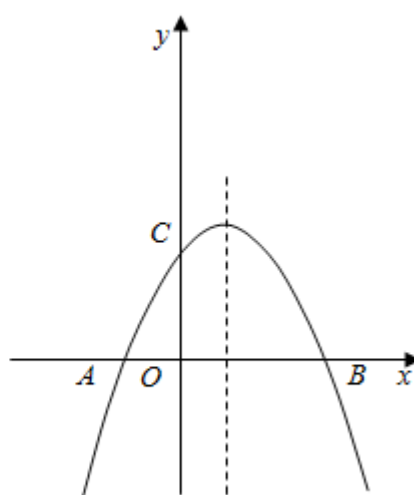
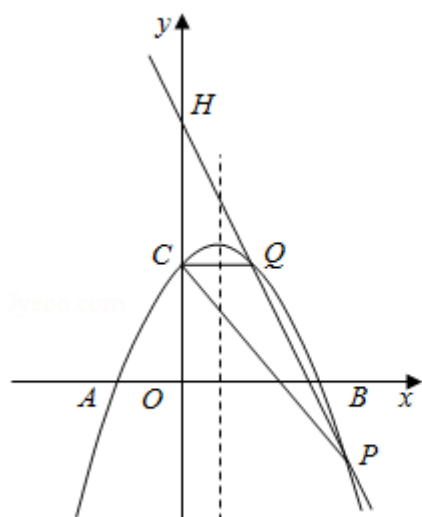
图②

29. (10分) (2019•绥化) 已知抛物线 $y=ax^2+bx+3$ 的对称轴为直线 $x=\frac{1}{2}$, 交 x 轴于点 A 、 B , 交 y 轴于点 C , 且点 A 坐标为 $A(-2,0)$. 直线 $y=-mx-m(m>0)$ 与抛物线交于点 P 、 Q (点 P 在点 Q 的右边), 交 y 轴于点 H .

(1) 求该抛物线的解析式;

(2) 若 $n=-5$, 且 $\triangle CPQ$ 的面积为 3, 求 m 的值;

(3) 当 $m \neq 1$ 时, 若 $n=-3m$, 直线 AQ 交 y 轴于点 K . 设 $\triangle PQK$ 的面积为 S , 求 S 与 m 之间的函数解析式.



备用图

2019 年黑龙江省绥化市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、单项选择题 (本题共 10 个小题, 每小题 3 分, 共 30 分) 请在答题卡上用 2B 铅笔将你的选项所对应的大写字母涂黑

1. (3 分) 我们的祖国地域辽阔, 其中领水面积约为 $370000km^2$. 把 370000 这个数用科学记数法表示为 ()

- A. 37×10^4 B. 3.7×10^5 C. 0.37×10^6 D. 3.7×10^6

【考点】1I: 科学记数法 - 表示较大的数

【专题】511: 实数

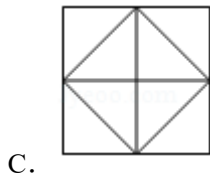
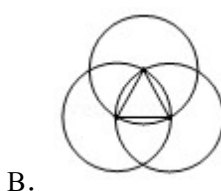
【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时, n 是正数; 当原数的绝对值 < 1 时, n 是负数.

【解答】解: 370000 用科学记数法表示应为 3.7×10^5 ,

故选: B.

【点评】此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数, 表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

2. (3 分) 下列图形中, 属于中心对称图形的是 ()



【考点】R5: 中心对称图形

【专题】558: 平移、旋转与对称

【分析】根据中心对称图形的概念求解.

【解答】解: A 、不是中心对称图形, 故此选项错误;

B 、不是中心对称图形, 故此选项错误;

C 、是中心对称图形, 故此选项正确;

D 、不是中心对称图形, 故此选项错误,

故选: C .

【点评】本题主要考查了中心对称图形的概念, 中心对称图形关键是要寻找对称中心, 图形旋转 180° 后与原图重合.

3. (3 分) 下列计算正确的是 ()

A. $\sqrt{9} = \pm 3$

B. $(-1)^0 = 0$

C. $\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{5}$

D. $\sqrt[3]{8} = 2$

【考点】22: 算术平方根; 24: 立方根; 6E: 零指数幂

【专题】511: 实数

【分析】直接利用二次根式的性质以及立方根的性质分别化简得出答案.

【解答】解: A 、 $\sqrt{9} = 3$, 故此选项错误;

B 、 $(-1)^0 = 1$, 故此选项错误;

C 、 $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ 无法计算, 故此选项错误;

D 、 $\sqrt[3]{8} = 2$, 正确.

故选: D .

【点评】此题主要考查了立方根、零指数幂的性质, 正确化简各数是解题关键.

4. (3 分) 若一个几何体的主视图、俯视图、左视图都是半径相等的圆, 则这个几何体是 ()

A. 球体

B. 圆锥

C. 圆柱

D. 正方体

【考点】U1: 简单几何体的三视图; U3: 由三视图判断几何体

【专题】55F: 投影与视图

【分析】利用三视图都是圆, 则可得出几何体的形状.

【解答】解: 主视图、俯视图和左视图都是圆的几何体是球体.

故选: A .

【点评】本题考查了由三视图确定几何体的形状, 学生的思考能力和对几何体三种视图的空

间想象能力.

5. (3 分) 下列因式分解正确的是 ()

A. $x^2 - x = x(x+1)$

B. $a^2 - 3a - 4 = (a+4)(a-1)$

C. $a^2 + 2ab - b^2 = (a-b)^2$

D. $x^2 - y^2 = (x+y)(x-y)$

【考点】57: 因式分解—十字相乘法等; 55: 提公因式法与公式法的综合运用

【专题】512: 整式

【分析】A、原式提取公因式 x 得到结果, 即可做出判断;

B、原式利用十字相乘法分解得到结果, 即可做出判断;

C、等式左边表示完全平方式, 不能利用完全平方公式分解;

D、原式利用平方差公式分解得到结果, 即可做出判断.

【解答】解: A、原式 $= x(x-1)$, 错误;

B、原式 $= (a-4)(a+1)$, 错误;

C、 $a^2 + 2ab - b^2$, 不能分解因式, 错误;

D、原式 $= (x+y)(x-y)$, 正确.

故选: D.

【点评】此题考查了提公因式法、十字相乘法与公式法的综合运用, 熟练掌握因式分解的方法是解本题的关键.

6. (3 分) 不透明袋子中有 2 个红球和 4 个蓝球, 这些球除颜色外无其他差别, 从袋子中随机取出 1 个球是红球的概率是 ()

A. $\frac{1}{3}$

B. $\frac{1}{4}$

C. $\frac{1}{5}$

D. $\frac{1}{6}$

【考点】X4: 概率公式

【专题】543: 概率及其应用

【分析】直接利用概率公式求解.

【解答】解: 从袋子中随机取出 1 个球是红球的概率 $= \frac{2}{2+4} = \frac{1}{3}$.

故选: A.

【点评】本题考查了概率公式: 随机事件 A 的概率 $P(A) = \frac{\text{事件 } A \text{ 可能出现的结果数}}{\text{所有可能出现的结果数}}$.

7. (3 分) 下列命题是假命题的是 ()

- A. 三角形两边的和大于第三边
- B. 正六边形的每个中心角都等于 60°
- C. 半径为 R 的圆内接正方形的边长等于 $\sqrt{2}R$
- D. 只有正方形的外角和等于 360°

【考点】O1: 命题与定理

【专题】55B: 正多边形与圆

【分析】利用三角形的三边关系、正多边形的外角和、正多边形的计算及正多边形的外角和分别判断后即可确定正确的选项.

【解答】解: A 、三角形两边的和大于第三边, 正确, 是真命题;

B 、正六边形的每个中心角都等于 60° , 正确, 是真命题;

C 、半径为 R 的圆内接正方形的边长等于 $\sqrt{2}R$, 正确, 是真命题;

D 、所有多边形的外角和均为 360° , 故错误, 是假命题,

故选: D .

【点评】本题考查了命题与定理的知识, 解题的关键是了解三角形的三边关系、正多边形的外角和、正多边形的计算及正多边形的外角和等知识, 难度不大.

8. (3分) 小明去商店购买 A 、 B 两种玩具, 共用了 10 元钱, A 种玩具每件 1 元, B 种玩具每件 2 元. 若每种玩具至少买一件, 且 A 种玩具的数量多于 B 种玩具的数量. 则小明的购买方案有()

- A. 5 种
- B. 4 种
- C. 3 种
- D. 2 种

【考点】CE: 一元一次不等式组的应用

【专题】524: 一元一次不等式 (组) 及应用

【分析】设小明购买了 A 种玩具 x 件, 则购买的 B 种玩具为 $\frac{10-x}{2}$ 件, 根据题意列出不等式组进行解答便可.

【解答】解: 设小明购买了 A 种玩具 x 件, 则购买的 B 种玩具为 $\frac{10-x}{2}$ 件, 根据题意得,

$$\begin{cases} x \leq 1 \\ \frac{10-x}{2} \leq 1 \\ \frac{10-x}{2} > x \end{cases}$$

解得, $1 \leq x < 3\frac{1}{3}$,

$\because x$ 为整数,

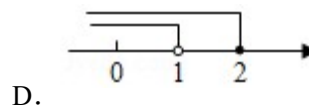
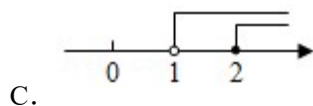
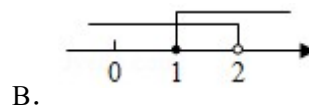
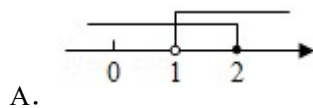
$\therefore x = 1$ 或 2 或 3 ,

$\therefore$ 有 3 种购买方案.

故选: C.

【点评】 本题主要考查了一元一次不等式组的应用题, 正确表示出购买 B 种玩具的数量和正确列出不等式组是解决本题的关键所在.

9. (3 分) 不等式组 $\begin{cases} x - 1 \leq 0 \\ x + 8 > 4x + 2 \end{cases}$ 的解集在数轴上表示正确的是 ()



【考点】 C4: 在数轴上表示不等式的解集; CB: 解一元一次不等式组

【专题】 524: 一元一次不等式 (组) 及应用

【分析】 首先解每个不等式, 然后把每个不等式用数轴表示即可.

【解答】 解: $\begin{cases} x - 1 \leq 0 \text{ ①} \\ x + 8 > 4x + 2 \text{ ②} \end{cases}$,

解①得 $x \leq 1$,

解②得 $x < 2$,

利用数轴表示为:



故选: B.

【点评】此题主要考查了解不等式组, 以及在数轴上表示解集, 不等式的解集在数轴上表示出来的方法: “ $>$ ” 空心圆点向右画折线, “ $\dots$ ” 实心圆点向右画折线, “ $<$ ” 空心圆点向左画折线, “ $\dots$ ” 实心圆点向左画折线.

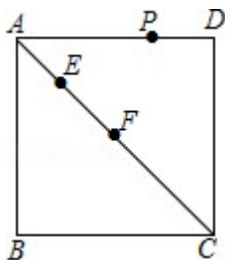
10. (3 分) 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, E 、 F 是对角线 AC 上的两个动点, P 是正方形四边上的任意一点, 且 $AB=4$, $EF=2$, 设 $AE=x$. 当 $\triangle PEF$ 是等腰三角形时, 下列关于 P 点个数的说法中, 一定正确的是 ()

① 当 $x=0$ (即 E 、 A 两点重合) 时, P 点有 6 个

② 当 $0 < x < 4\sqrt{2}-2$ 时, P 点最多有 9 个

③ 当 P 点有 8 个时, $x=2\sqrt{2}-2$

④ 当 $\triangle PEF$ 是等边三角形时, P 点有 4 个



A. ①③

B. ①④

C. ②④

D. ②③

【考点】 KH : 等腰三角形的性质; KM : 等边三角形的判定与性质; LE : 正方形的性质

【专题】556: 矩形 菱形 正方形; 554: 等腰三角形与直角三角形

【分析】利用图象法对各个说法进行分析判断, 即可解决问题.

【解答】解: ①如图 1,

当 $x=0$ (即 E 、 A 两点重合) 时, P 点有 6 个;

故①正确;

②当 $0 < x < 4\sqrt{2}-2$ 时, P 点最多有 8 个.

故②错误.

③当 P 点有 8 个时, 如图 2 所示:

当 $0 < x < \sqrt{3}-1$ 或 $\sqrt{3}-1 < x < 4\sqrt{2}-4$ 或 $2 < x < 4\sqrt{2}-\sqrt{3}-1$ 或 $4\sqrt{2}-\sqrt{3}-1 < x < 4\sqrt{2}-2$ 时,

P 点有 8 个;

故③错误;

④如图 3,

当 $\triangle PMN$ 是等边三角形时,

P 点有 4 个;

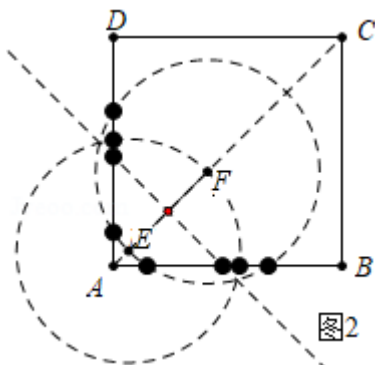
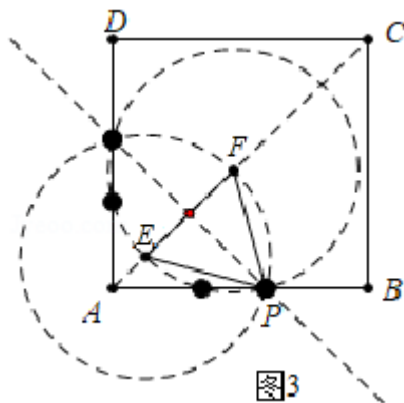
故④正确;

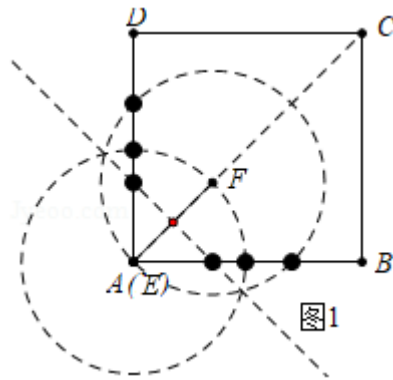
当 $\triangle PEF$ 是等腰三角形时, 关于 P 点个数的说法中,

不正确的是②③,

一定正确的是①④;

故选: B .





【点评】本题考查正方形的性质、等腰三角形的判定和性质、等边三角形的判定和性质等知识，解题的关键是灵活运用所学知识解决问题，有一定难度.

二、填空题（本题共 11 个小题，每小题 3 分，共 33 分）请在答题卡上把你的答案写在相对应的题号后的指定区域内

11. (3分) 某年一月份，哈尔滨市的平均气温约为 -20°C ，绥化市的平均气温约为 -23°C ，则两地的温差为 3 $^{\circ}\text{C}$.

【考点】 1A: 有理数的减法

【专题】11：计算题

【分析】用哈尔滨市的平均气温减去绥化市的平均气温，然后根据有理数的减法运算法则，减去一个数等于加上这个数的相反数进行计算即可得解.

【解答】解: $-20 - (-23) = -20 + 23 = 3(^{\circ}\text{C})$.

故答案为 3.

【点评】 本题考查了有理数的减法，熟记减去一个数等于加上这个数的相反数是解题的关键.

12. (3分) 若分式 $\frac{\sqrt{3}}{x-4}$ 有意义, 则 x 的取值范围是 $x \neq 4$.

【考点】62: 分式有意义的条件

【专题】513：分式

【分析】 分式有意义，分母不等于零.

【解答】解：依题意得： $x-4 \neq 0$.

解得 $x \neq 4$.

故答案是： $x \neq 4$.

【点评】考查了分式有意义的条件，分式有意义的条件是分母不等于零。

13. (3 分) 计算: $(-m^3)^2 \div m^4 = \underline{m^2}$.

【考点】47: 幂的乘方与积的乘方; 48: 同底数幂的除法

【专题】512: 整式

【分析】直接利用积的乘方运算法则化简, 再利用整式的除法运算法则计算得出答案.

【解答】解: $(-m^3)^2 \div m^4 = m^6 \div m^4 = m^2$.

故答案为: m^2 .

【点评】此题主要考查了积的乘方运算以及整式的除法运算, 正确掌握相关运算法则是解题关键.

14. (3 分) 已知数据 1, 3, 5, 7, 9, 则这组数据的方差是 8.

【考点】W7: 方差

【分析】先计算出平均数, 再根据方差公式计算即可.

【解答】解: $\because 1, 3, 5, 7, 9$ 的平均数是 $(1+3+5+7+9) \div 5 = 5$,

$\therefore$ 方差 $= \frac{1}{5}[(1-5)^2 + (3-5)^2 + (5-5)^2 + (7-5)^2 + (9-5)^2] = 8$;

故答案为: 8.

【点评】本题考查方差的定义与意义: 一般地设 n 个数据, $x_1, x_2, \dots, x_n$ 的平均数为 $\bar{x}$, 则

方差 $S^2 = \frac{1}{n}[(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2]$, 它反映了一组数据的波动大小, 方差越

大, 波动性越大, 反之也成立.

15. (3 分) 当 $a = 2018$ 时, 代数式 $(\frac{a}{a+1} - \frac{1}{a+1}) \div \frac{a-1}{(a+1)^2}$ 的值是 2019.

【考点】6D: 分式的化简求值

【专题】11: 计算题

【分析】根据分式的减法和除法可以化简题目中的式子, 然后将 a 的值代入化简后的式子即可解答本题.

【解答】解: $(\frac{a}{a+1} - \frac{1}{a+1}) \div \frac{a-1}{(a+1)^2}$
 $= \frac{a-1}{a+1} \cdot \frac{(a+1)^2}{a-1}$

$$= a + 1,$$

当 $a = 2018$ 时, 原式 $= 2018 + 1 = 2019$,

故答案为: 2019.

【点评】本题考查分式的化简求值, 解答本题的关键是明确分式化简求值的方法.

16. (3 分) 用一个圆心角为 120° 的扇形作一个圆锥的侧面, 若这个圆锥的底面半径恰好等于 4, 则这个圆锥的母线长为 12.

【考点】MP: 圆锥的计算

【专题】55C: 与圆有关的计算

【分析】根据底面周长等于圆锥的侧面展开扇形的弧长列式计算即可.

【解答】解: 设圆锥的母线长为 l ,

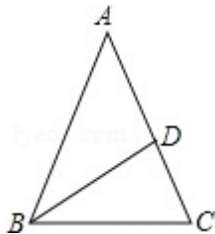
$$\text{根据题意得: } \frac{120\pi l}{180} = 2\pi \times 4,$$

$$\text{解得: } l = 12,$$

故答案为: 12.

【点评】考查了扇形的弧长公式; 圆的周长公式; 用到的知识点为: 圆锥的弧长等于底面周长.

17. (3 分) 已知在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, 点 D 在 AC 上, 且 $BD = BC = AD$, 则 $\angle A =$ 36 度.



【考点】KH: 等腰三角形的性质

【分析】已知有许多线段相等, 根据等边对等角及三角形外角的性质得到许多角相等, 再利用三角形内角和列式求解即可.

【解答】解: 设 $\angle A = x$

$$\because AD = BD,$$

$$\therefore \angle ABD = \angle A = x, \quad \angle BDC = 2x$$

$$\because BD = BC$$

$$\therefore \angle C = \angle BDC = 2x, \quad \angle DBC = x$$

∵ 在 BDC 中 $x + 2x + 2x = 180^\circ$

∴ $x = 36^\circ$

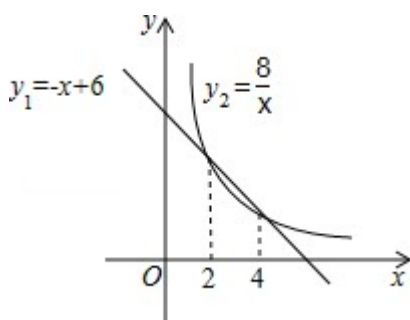
∴ $\angle A = 36^\circ$.

故填 36.

【点评】 本题考查了等腰三角形的性质及三角形内角和定理；根据三角形的边的关系，转化为角之间的关系，从而利用方程求解是正确解答本题的关键。

18. (3 分) 一次函数 $y_1 = -x + 6$ 与反比例函数 $y_2 = \frac{8}{x} (x > 0)$ 的图象如图所示，当 $y_1 > y_2$ 时，

自变量 x 的取值范围是 $2 < x < 4$.



【考点】 G8：反比例函数与一次函数的交点问题

【专题】 533：一次函数及其应用；534：反比例函数及其应用

【分析】 利用两函数图象，写出一函数图象在反比例函数图象上方所对应的自变量的范围即可。

【解答】 解：当 $2 < x < 4$ 时， $y_1 > y_2$.

故答案为 $2 < x < 4$.

【点评】 本题考查了反比例函数与一次函数的交点问题：求反比例函数与一次函数的交点坐标，把两个函数关系式联立成方程组求解，若方程组有解则两者有交点，方程组无解，则两者无交点。

19. (3 分) 甲、乙两辆汽车同时从 A 地出发，开往相距 200km 的 B 地，甲、乙两车的速度之比是 $4:5$ ，结果乙车比甲车早 30 分钟到达 B 地，则甲车的速度为 80 km/h .

【考点】 B7：分式方程的应用

【专题】 522：分式方程及应用；34：方程思想

【分析】 设甲车的速度为 $x \text{ km/h}$ ，则乙车的速度为 $\frac{5}{4}x \text{ km/h}$ ，根据时间 = 路程 ÷ 速度结合乙

车比甲车早 30 分钟到达 B 地, 即可得出关于 x 的分式方程, 解之经检验后即可得出结论.

【解答】解: 设甲车的速度为 $x \text{ km/h}$, 则乙车的速度为 $\frac{5}{4}x \text{ km/h}$,

$$\text{依题意, 得: } \frac{200}{x} - \frac{200}{\frac{5}{4}x} = \frac{30}{60},$$

解得: $x = 80$,

经检验, $x = 80$ 是原方程的解, 且符合题意.

故答案为: 80.

【点评】本题考查了分式方程的应用, 找准等量关系, 正确列出分式方程是解题的关键.

20. (3 分) 半径为 5 的 $\odot O$ 是锐角三角形 ABC 的外接圆, $AB = AC$, 连接 OB 、 OC , 延

长 CO 交弦 AB 于点 D . 若 $\triangle OBD$ 是直角三角形, 则弦 BC 的长为 $5\sqrt{3}$ 或 $5\sqrt{2}$.

【考点】 KQ : 勾股定理; KH : 等腰三角形的性质; MA : 三角形的外接圆与外心

【专题】559: 圆的有关概念及性质

【分析】如图 1, 当 $\angle ODB = 90^\circ$ 时, 推出 $\triangle ABC$ 是等边三角形, 解直角三角形得到

$BC = AB = 5\sqrt{3}$, 如图 2, 当 $\angle DOB = 90^\circ$, 推出 $\triangle BOC$ 是等腰直角三角形, 于是得到

$$BC = \sqrt{2}OB = 5\sqrt{2}.$$

【解答】解: 如图 1, 当 $\angle ODB = 90^\circ$ 时,

即 $CD \perp AB$,

$$\therefore AD = BD,$$

$$\therefore AC = BC,$$

$$\therefore AB = AC,$$

$\therefore \triangle ABC$ 是等边三角形,

$$\therefore \angle DBO = 30^\circ,$$

$$\therefore OB = 5,$$

$$\therefore BD = \frac{\sqrt{3}}{2}OB = \frac{5\sqrt{3}}{2},$$

$$\therefore BC = AB = 5\sqrt{3},$$

如图 2, 当 $\angle DOB = 90^\circ$,

$\therefore \angle BOC = 90^\circ$,

$\therefore \triangle BOC$ 是等腰直角三角形,

$\therefore BC = \sqrt{2}OB = 5\sqrt{2}$,

综上所述: 若 $\triangle OBD$ 是直角三角形, 则弦 BC 的长为 $5\sqrt{3}$ 或 $5\sqrt{2}$,

故答案为: $5\sqrt{3}$ 或 $5\sqrt{2}$.

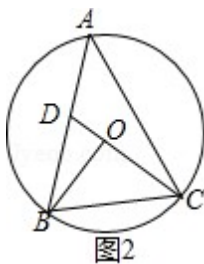


图2

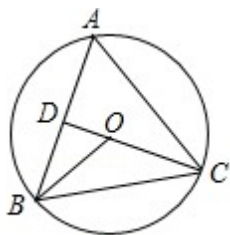


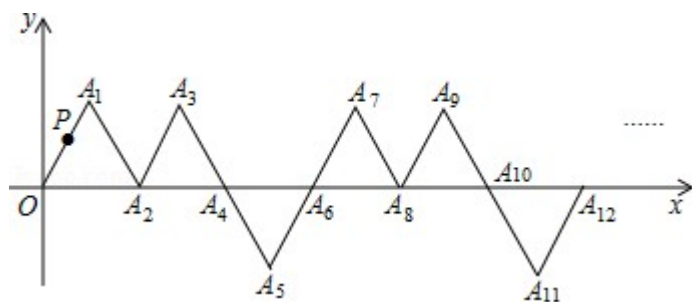
图1

【点评】 本题考查了三角形的外接圆与外心, 等边三角形的判定和性质, 等腰直角三角形的性质, 正确的作出图形是解题的关键.

21. (3 分) 在平面直角坐标系中, 若干个边长为 1 个单位长度的等边三角形, 按如图中的规律摆放. 点 P 从原点 O 出发, 以每秒 1 个单位长度的速度沿着等边三角形的边 “

$OA_1 \rightarrow A_1A_2 \rightarrow A_2A_3 \rightarrow A_3A_4 \rightarrow A_4A_5 \dots$ ” 的路线运动, 设第 n 秒运动到点 P_n (n 为正整数),

则点 P_{2019} 的坐标是 $\left(\frac{2019}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.



【考点】 D2：规律型：点的坐标

【专题】 2A：规律型

【分析】 通过观察可知，纵坐标每 6 个进行循环，先求出前面 6 个点的坐标，从中得出规律，再按规律写出结果便可．

【解答】 解：由题意知，

$$A_1(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$$

$$A_2(1, 0)$$

$$A_3(\frac{3}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$$

$$A_4(2, 0)$$

$$A_5(\frac{5}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2})$$

$$A_6(3, 0)$$

$$A_7(\frac{7}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$$

...

由上可知，每个点的横坐标为序号的一半，纵坐标每 6 个点依次为： $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ，0， $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ，0，

$-\frac{\sqrt{3}}{2}$ 这样循环，

$$\therefore A_{2019}(\frac{2019}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}),$$

故答案为: $(\frac{2019}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$.

【点评】本题是一个规律题, 根据题意求出点的坐标, 从中找出规律来, 这是解题的关键所在.

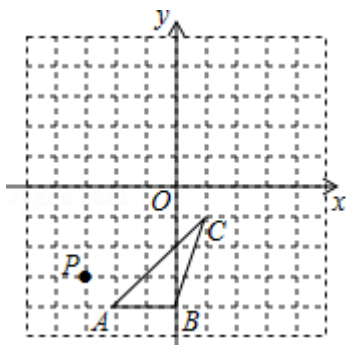
三、解答题 (本题共 8 个小题, 共 57 分) 请在答题卡上把你的答案写在相对应的题号后的指定区域内

22. (6 分) 如图, 已知 $\triangle ABC$ 三个顶点的坐标分别为 $A(-2, -4)$, $B(0, -4)$, $C(1, -1)$

(1) 请在网格中, 画出线段 BC 关于原点对称的线段 B_1C_1 ;

(2) 请在网格中, 过点 C 画一条直线 CD , 将 $\triangle ABC$ 分成面积相等的两部分, 与线段 AB 相交于点 D , 写出点 D 的坐标;

(3) 若另有一点 $P(-3, -3)$, 连接 PC , 则 $\tan \angle BCP = \underline{1}$.



【考点】R8: 作图-旋转变换; T7: 解直角三角形

【专题】552: 三角形; 46: 几何变换

【分析】(1) 根据坐标画得到对应点 B_1 、 C_1 , 连接即可;

(2) 取 AB 的中点 D 画出直线 CD ,

(3) 得出 $\triangle PBC$ 为等腰直角三角形, $\angle PCB = 45^\circ$, 可求出 $\tan \angle BCP = 1$

【解答】解: 如图:

(1) 作出线段 B_1 、 C_1 连接即可;

(2) 画出直线 CD , 点 D 坐标为 $(-1, -4)$,

(3) 连接 PB , $\because PB^2 = BC^2 = 1^2 + 3^2 = 10$, $PC^2 = 2^2 + 4^2 = 20$,

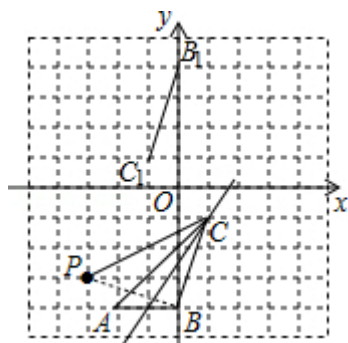
$\therefore PB^2 + BC^2 = PC^2$,

$\therefore \triangle PBC$ 为等腰直角三角形,

$$\therefore \angle PCB = 45^\circ,$$

$$\therefore \tan \angle BCP = 1,$$

故答案为 1.



【点评】 本题考查关于原点对称的点的坐标关系，三角形中线的性质，三角函数值等有关知识点.

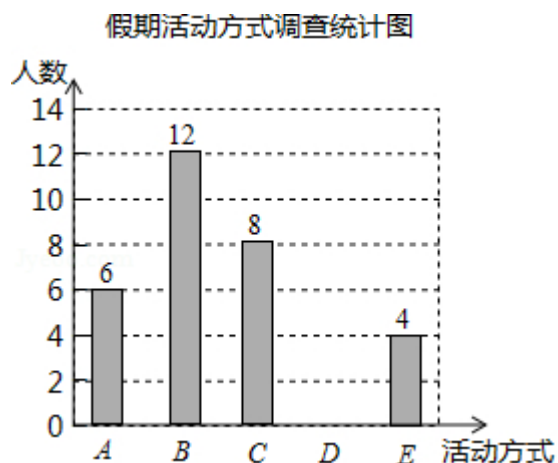
23. (6 分) 小明为了了解本校学生的假期活动方式，随机对本校的部分学生进行了调查. 收集整理数据后，小明将假期活动方式分为五类：A. 读书看报；B. 健身活动；C. 做家务；D. 外出游玩；E. 其他方式，并绘制了不完整的统计图如图. 统计后发现“做家务”的学生人数占调查总人数的 20%.

请根据图中的信息解答下列问题：

(1) 本次调查的总人数是 40 人；

(2) 补全条形统计图；

(3) 根据调查结果，估计本校 2360 名学生中“假期活动方式”是“读书看报”的有多少人？



【考点】 V5：用样本估计总体；VC：条形统计图

【专题】542: 统计的应用**【分析】**(1) 由 C 方式的人数及其所占百分比可得总人数;

(2) 根据各方式的人数之和等于总人数可得 D 人数, 从而补全图形;

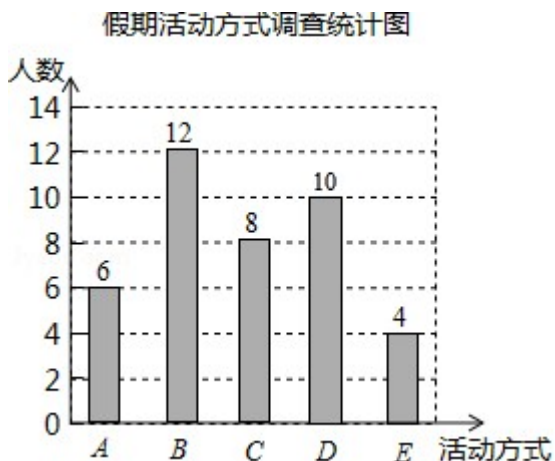
(3) 利用样本估计总体思想求解可得.

【解答】解: (1) 本次调查的总人数是 $8 \div 20\% = 40$ (人),

故答案为: 40;

(2) D 活动方式的人数为 $40 - (6 + 12 + 8 + 4) = 10$ (人),

补全图形如下:

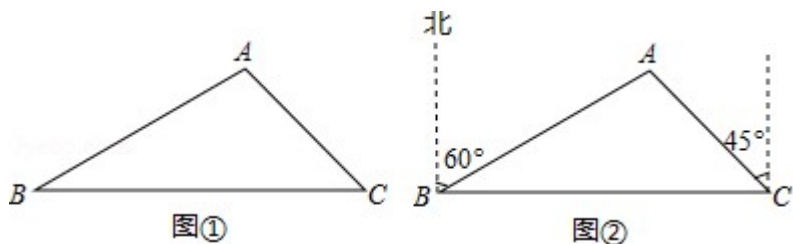
(3) 估计本校 2360 名学生中“假期活动方式”是“读书看报”的有 $2360 \times \frac{6}{40} = 354$ (人).**【点评】**本题考查了条形统计图, 读懂统计图, 从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键. 条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据.

24. (6 分) 按要求解答下列各题:

(1) 如图①, 求作一点 P, 使点 P 到 $\angle ABC$ 的两边的距离相等, 且在 $\triangle ABC$ 的边 AC 上.

(用直尺和圆规作图, 保留作图痕迹, 不写作法和证明);

(2) 如图②, B、C 表示两个港口, 港口 C 在港口 B 的正东方向上. 海上有一小岛 A 在港口 B 的北偏东 60° 方向上, 且在港口 C 的北偏西 45° 方向上. 测得 $AB = 40$ 海里, 求小岛 A 与港口 C 之间的距离. (结果可保留根号)



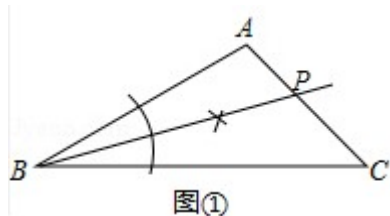
【考点】N4：作图—应用与设计作图；TB：解直角三角形的应用—方向角问题；KF：角平分线的性质

【专题】13：作图题

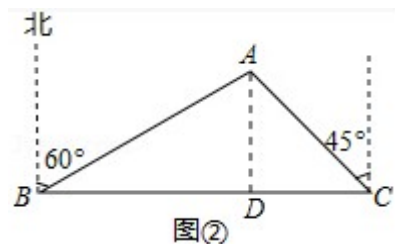
【分析】（1）利用尺规作 $\angle BAC$ 的角平分线交 AC 于点 P ，点 P 即为所求．

（2）作 $AD \perp BC$ 于 D ．解直角三角形求出 AD ，再利用等腰直角三角形的性质即可解决问题．

【解答】解：（1）如图，点 P 即为所求．



（2）作 $AD \perp BC$ 于 D ．



在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中， $\because AB = 40$ 海里， $\angle ABD = 30^\circ$ ，

$$\therefore AD = \frac{1}{2} AB = 20 \text{ (海里)},$$

$\because \angle ACD = 45^\circ$ ，

$$\therefore AC = \sqrt{2} AD = 20\sqrt{2} \text{ (海里)}.$$

答：小岛 A 与港口 C 之间的距离为 $20\sqrt{2}$ 海里．

【点评】本题考查则有一应用与设计, 角平分线的性质, 解直角三角形等知识, 解题的关键是熟练掌握基本知识, 属于中考常考题型.

25. (6分) 已知关于 x 的方程 $kx^2 - 3x + 1 = 0$ 有实数根.

(1) 求 k 的取值范围;

(2) 若该方程有两个实数根, 分别为 x_1 和 x_2 , 当 $x_1 + x_2 + x_1x_2 = 4$ 时, 求 k 的值.

【考点】AB: 根与系数的关系; A1: 一元二次方程的定义; AA: 根的判别式

【专题】45: 判别式法; 523: 一元二次方程及应用

【分析】(1) 分 $k = 0$ 及 $k \neq 0$ 两种情况考虑: 当 $k = 0$ 时, 原方程为一元一次方程, 通过解方程可求出方程的解, 进而可得出 $k = 0$ 符合题意; 当 $k \neq 0$ 时, 由根的判别式 $\Delta \geq 0$ 可得出关于 k 的一元一次不等式, 解之即可得出 k 的取值范围. 综上, 此问得解;

(2) 利用根与系数的关系可得出 $x_1 + x_2 = \frac{3}{k}$, $x_1x_2 = \frac{1}{k}$, 结合 $x_1 + x_2 + x_1x_2 = 4$ 可得出关于 k 的分式方程, 解之经检验后即可得出结论.

【解答】解: (1) 当 $k = 0$ 时, 原方程为 $-3x + 1 = 0$,

$$\text{解得: } x = \frac{1}{3},$$

$\therefore k = 0$ 符合题意;

当 $k \neq 0$ 时, 原方程为一元二次方程,

$\therefore$ 该一元二次方程有实数根,

$$\therefore \Delta = (-3)^2 - 4 \times k \times 1 \geq 0,$$

$$\text{解得: } k \leq \frac{9}{4}.$$

综上所述, k 的取值范围为 $k \leq \frac{9}{4}$.

(2) $\because x_1$ 和 x_2 是方程 $kx^2 - 3x + 1 = 0$ 的两个根,

$$\therefore x_1 + x_2 = \frac{3}{k}, \quad x_1x_2 = \frac{1}{k}.$$

$$\therefore x_1 + x_2 + x_1x_2 = 4,$$

$$\therefore \frac{3}{k} + \frac{1}{k} = 4,$$

解得: $k = 1$,

经检验, $k = 1$ 是分式方程的解, 且符合题意.

$\therefore k$ 的值为 1.

【点评】 本题考查了根的判别式、根与系数的关系、一元二次方程的定义、解一元一次方程以及解分式方程, 解题的关键是: (1) 分 $k = 0$ 及 $k \neq 0$ 两种情况, 找出 k 的取值范围;

(2) 利用根与系数的关系结合 $x_1 + x_2 + x_1x_2 = 4$, 找出关于 k 的分式方程.

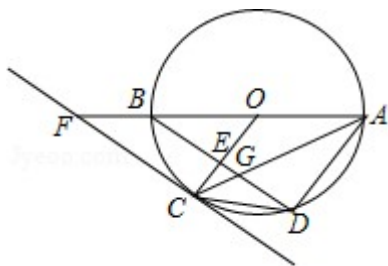
26. (7 分) 如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, AC 平分 $\angle BAD$, 交弦 BD 于点 G , 连接半径 OC 交 BD 于点 E , 过点 C 的一条直线交 AB 的延长线于点 F , $\angle AFC = \angle ACD$.

(1) 求证: 直线 CF 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $DE = 2CE = 2$.

① 求 AD 的长;

② 求 $\triangle ACF$ 的周长. (结果可保留根号)



【考点】 S9: 相似三角形的判定与性质; KQ: 勾股定理; M5: 圆周角定理; ME: 切线的判定与性质

【专题】 559: 圆的有关概念及性质

【分析】 (1) 根据圆周角定理, 垂径定理, 平行线的性质证得 $OC \perp CF$, 即可证得结论;

(2) ① 利用勾股定理求得半径, 进而求得 OE , 根据三角形中位线定理即可求得;

② 由平行线分线段成比例定理得到 $\frac{BE}{FC} = \frac{OE}{OC} = \frac{OB}{OF}$, 求得 $CF = \frac{10}{3}$, $OF = \frac{25}{6}$, 即可求得

$AF = OF + OA = \frac{20}{3}$, 然后根据勾股定理求得 AC , 即可求得三角形 ACF 的周长.

【解答】 (1) 证明: $\because AC$ 平分 $\angle BAD$,

$$\therefore \angle BAC = \angle DAC,$$

$\therefore C$ 是弧 BD 的中点

$$\therefore OC \perp BD.$$

$$\therefore BE = DE,$$

$$\because \angle AFC = \angle ACD, \quad \angle ACD = \angle ABD,$$

$$\therefore \angle AFC = \angle ABD,$$

$$\therefore BD \parallel CF,$$

$$\therefore OC \perp CF,$$

$\therefore OC$ 是半径,

$\therefore CF$ 是圆 O 切线;

(2) 解: ① 设 $OC = R$.

$$\because DE = 2CE = 2,$$

$$\therefore BE = DE = 2, \quad CE = 1.$$

$$\therefore OE = R - 1,$$

在 $\text{Rt}\triangle OBE$ 中 $(R-1)^2 + 2^2 = R^2$.

$$\text{解得 } R = \frac{5}{2}.$$

$$\therefore OE = \frac{5}{2} - 1 = \frac{3}{2},$$

由 (1) 得, $OA = OB$, $BE = DE$,

$$\therefore AD = 2OE = 3;$$

② 连接 BC .

$$\because BD \parallel CF,$$

$$\therefore \frac{BE}{FC} = \frac{OE}{OC} = \frac{OB}{OF},$$

$$\because BE = 2, \quad OE = \frac{3}{2}, \quad R = \frac{5}{2}$$

$$\therefore CF = \frac{10}{3}, \quad OF = \frac{25}{6},$$

$$\therefore AF = OF + OA = \frac{20}{3},$$

在 $\text{Rt}\triangle BCE$ 中, $CE = 1$, $BE = 2$,

【专题】533: 一次函数及其应用**【分析】**(1) 根据图象解答即可;(2) 设当 $3 \leq x \leq 6$ 时, y 与 x 之间的函数关系是为 $y = kx + b$, 运用待定系数法求解即可;(3) 设甲价格 x 小时时, 甲乙加工的零件个数相等, 分两种情况列方程解答: ①当 $0 \leq x \leq 1$ 时, $20x = 30$; ②当 $3 \leq x \leq 6$ 时, $20x = 30 + 40(x - 3)$.**【解答】**解: (1) 这批零件一共有 270 个,甲机器每小时加工零件: $(90 - 550) \div (3 - 1) = 20$ (个),乙机器排除故障后每小时加工零件: $(270 - 90 - 20 \times 3) \div 3 = 40$ (个);

故答案为: 270; 20; 40;

(2) 设当 $3 \leq x \leq 6$ 时, y 与 x 之间的函数关系是为 $y = kx + b$,把 $B(3, 90)$, $C(6, 270)$ 代入解析式, 得

$$\begin{cases} 3k + b = 90 \\ 6k + b = 270 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} k = 60 \\ b = -90 \end{cases},$$

$$\therefore y = 60x - 90 (3 \leq x \leq 6);$$

(3) 设甲价格 x 小时时, 甲乙加工的零件个数相等,

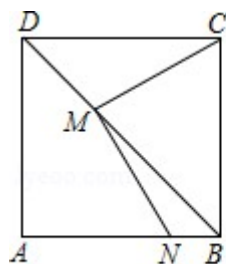
① $20x = 30$, 解得 $x = 1.5$;

② $50 - 20 = 30$,

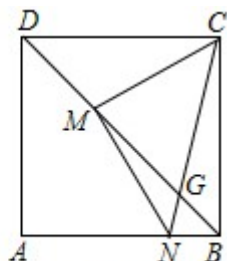
$20x = 30 + 40(x - 3)$, 解得 $x = 4.5$;

答: 甲加工 1.5h 或 4.5h 时, 甲与乙加工的零件个数相等.

【点评】此题主要考查了一次函数的应用, 根据题意得出函数关系式以及数形结合是解决问题的关键.28. (9 分) 如图①, 在正方形 $ABCD$ 中, $AB = 6$, M 为对角线 BD 上任意一点 (不与 B 、 D 重合), 连接 CM , 过点 M 作 $MN \perp CM$, 交线段 AB 于点 N (1) 求证: $MN = MC$;(2) 若 $DM : DB = 2 : 5$, 求证: $AN = 4BN$;(3) 如图②, 连接 NC 交 BD 于点 G . 若 $BG : MG = 3 : 5$, 求 $NG : CG$ 的值.



图①



图②

【考点】SO：相似形综合题

【专题】152：几何综合题；55D：图形的相似

【分析】(1) 作 $ME \parallel AB$ 、 $MF \parallel BC$ ，证四边形 $BEMF$ 是正方形得 $ME = MF$ ，再证 $\angle CME = \angle FMN$ ，从而得 $\triangle MFN \cong \triangle MEC$ ，据此可得证；

(2) 由 $FM \parallel AD$ ， $EM \parallel CD$ 知 $\frac{AF}{AB} = \frac{CE}{BC} = \frac{DM}{BD} = \frac{2}{5}$ ，据此得 $AF = 2.4$ ， $CE = 2.4$ ，由

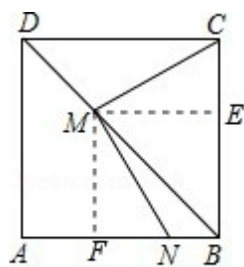
$\triangle MFN \cong \triangle MEC$ 知 $FN = EC = 2.4$ ， $AN = 4.8$ ， $BN = 6 - 4.8 = 1.2$ ，从而得出答案；

(3) 把 $\triangle DMC$ 绕点 C 逆时针旋转 90° 得到 $\triangle BHC$ ，连接 GH ，先证 $\triangle MCG \cong \triangle HCG$ 得 $MG = HG$ ，由 $BG:MG = 3:5$ 可设 $BG = 3a$ ，则 $MG = GH = 5a$ ，继而知 $BH = 4a$ ，

$MD = 4a$ ，由 $DM + MG + BG = 12a = 6\sqrt{2}$ 得 $a = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ，知 $BG = \frac{3\sqrt{2}}{2}$ ， $MG = \frac{5\sqrt{2}}{2}$ ，证

$\triangle MGC \sim \triangle NGB$ 得 $\frac{GC}{GB} = \frac{MG}{NG}$ ，从而得出答案.

【解答】解：(1) 如图①，过 M 分别作 $ME \parallel AB$ 交 BC 于 E ， $MF \parallel BC$ 交 AB 于 F ，



图①

则四边形 $BEMF$ 是平行四边形，

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$\therefore \angle ABC = 90^\circ$ ， $\angle ABD = \angle CBD = \angle BME = 45^\circ$ ，

$\therefore ME = BE$ ，

$\therefore$ 平行四边形 $BEMF$ 是正方形,

$$\therefore ME = MF,$$

$$\therefore CM \perp MN,$$

$$\therefore \angle CMN = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle FME = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CME = \angle FMN,$$

$$\therefore \triangle MFN \cong \triangle MEC (ASA),$$

$$\therefore MN = MC;$$

(2) 由 (1) 得 $FM \parallel AD$, $EM \parallel CD$,

$$\therefore \frac{AF}{AB} = \frac{CE}{BC} = \frac{DM}{BD} = \frac{2}{5},$$

$$\therefore AF = 2.4, \quad CE = 2.4,$$

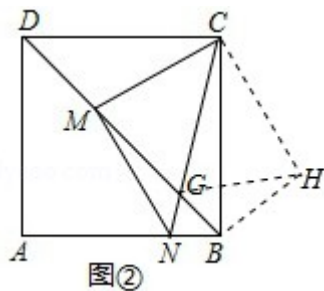
$$\therefore \triangle MFN \cong \triangle MEC,$$

$$\therefore FN = EC = 2.4,$$

$$\therefore AN = 4.8, \quad BN = 6 - 4.8 = 1.2,$$

$$\therefore AN = 4BN;$$

(3) 如图②, 把 $\triangle DMC$ 绕点 C 逆时针旋转 90° 得到 $\triangle BHC$, 连接 GH ,



图②

$$\therefore \triangle DMC \cong \triangle BHC, \quad \angle BCD = 90^\circ,$$

$$\therefore MC = HC, \quad DM = BH, \quad \angle CDM = \angle CBH, \quad \angle DCM = \angle BCH = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle MBH = 90^\circ, \quad \angle MCH = 90^\circ,$$

$$\therefore MC = MN, \quad MC \perp MN,$$

$\therefore \triangle MNC$ 是等腰直角三角形,

$$\therefore \angle MNC = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle NCH = 45^\circ,$$

$$\therefore \triangle MCG \cong \triangle HCG(SAS),$$

$$\therefore MG = HG,$$

$$\therefore BG : MG = 3 : 5,$$

设 $BG = 3a$, 则 $MG = GH = 5a$,

在 $\text{Rt}\triangle BGH$ 中, $BH = 4a$, 则 $MD = 4a$,

$\therefore$ 正方形 $ABCD$ 的边长为 6,

$$\therefore BD = 6\sqrt{2},$$

$$\therefore DM + MG + BG = 12a = 6\sqrt{2},$$

$$\therefore a = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

$$\therefore BG = \frac{3\sqrt{2}}{2}, \quad MG = \frac{5\sqrt{2}}{2},$$

$$\therefore \angle MGC = \angle NGB, \quad \angle MNG = \angle GBC = 45^\circ,$$

$$\therefore \triangle MGC \sim \triangle NGB,$$

$$\therefore \frac{GC}{GB} = \frac{MG}{NG},$$

$$\therefore CG \cdot NG = BG \cdot MG = \frac{15}{2}.$$

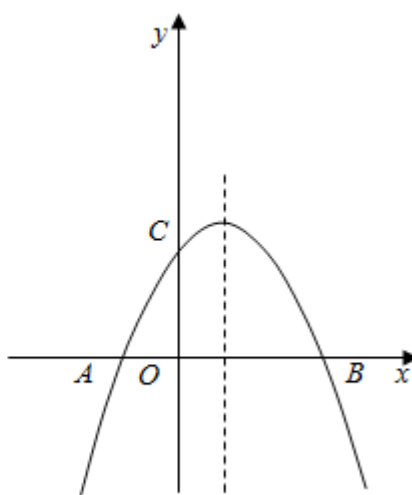
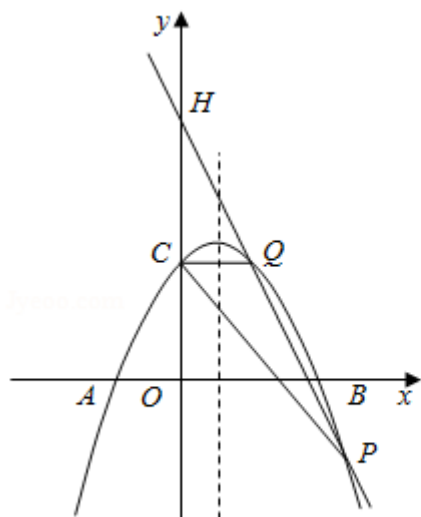
【点评】 本题是相似三角形的综合问题, 解题的关键是掌握正方形的判定与性质、等腰直角三角形的判定与性质及相似三角形的判定与性质等知识点.

29. (10 分) 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + 3$ 的对称轴为直线 $x = \frac{1}{2}$, 交 x 轴于点 A 、 B , 交 y 轴于点 C , 且点 A 坐标为 $A(-2, 0)$. 直线 $y = -mx - m (m > 0)$ 与抛物线交于点 P 、 Q (点 P 在点 Q 的右边), 交 y 轴于点 H .

(1) 求该抛物线的解析式;

(2) 若 $n = -5$, 且 $\triangle CPQ$ 的面积为 3, 求 m 的值;

(3) 当 $m \neq 1$ 时, 若 $n = -3m$, 直线 AQ 交 y 轴于点 K . 设 $\triangle PQK$ 的面积为 S , 求 S 与 m 之间的函数解析式.



备用图

【考点】HF：二次函数综合题

【专题】533：一次函数及其应用；535：二次函数图象及其性质

【分析】(1) 将点 $A(-2,0)$ 代入解析式，对称轴为 $x = -\frac{b}{2a} = \frac{1}{2}$ ，联立即可求 a 与 b 的值；

(2) 设点 Q 横坐标 x_1 ，点 P 的横坐标 x_2 ，则有 $x_1 < x_2$ ，联立 $y = -mx + 5$ ，

$y = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x + 3$ 根据韦达定理可得 $x_1 + x_2 = 2m + 1$ ， $x_1 x_2 = 4$ ，由面积之间的关系：

$S_{\triangle CPQ} = S_{\triangle CHP} - S_{\triangle CHQ}$ ，可求 m 的值；

(3) 当 $n = -3m$ 时， PQ 解析式为 $y = -mx + 3m$ ，联立有： $-\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x + 3 = -mx + 3m$ ，解

得 $x = 3$ 或 $x = 2m - 2$ ；由条件可得 $P(3,0)$ ， $Q(2m-2, -2m^2 + 5m)$ ， $K(0, 5-2m)$ ，所以有

$HK = |5m - 5| = 5|m - 1|$ ；

① 当 $0 < m < 1$ 时， $HK = 5 - 5m$ ，

$S_{\triangle PQK} = S_{\triangle PHK} + S_{\triangle QHK} = \frac{1}{2} \times HK(x_P - x_Q) = \frac{1}{2} \times (5 - 5m)(5 - 2m) = 5m^2 - \frac{35}{2}m + \frac{25}{2}$ ，

② 当 $1 < m < \frac{5}{2}$ 时， $HK = 5m - 5$ ， $S_{\triangle PQK} = -5m^2 + \frac{35}{2}m - \frac{25}{2}$ ，

③ 当 $2m-2>3$ 时, 如图③, 有 $m>\frac{5}{2}$, $S_{\Delta PQK} = \frac{1}{2} \times KQ |y_P| = \frac{3}{2}(2m^2-5m) = 3m^2 - \frac{15}{2}m$,

【解答】解: (1) 将点 $A(-2,0)$ 代入解析式, 得 $4a-2b+3=0$,

$$\therefore x = -\frac{b}{2a} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore a = -\frac{1}{2}, \quad b = \frac{1}{2};$$

$$\therefore y = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x + 3;$$

(2) 设点 Q 横坐标 x_1 , 点 P 的横坐标 x_2 , 则有 $x_1 < x_2$,

把 $n=-5$ 代入 $y=-mx-n$,

$$\therefore y = -mx + 5,$$

联立 $y = -mx + 5$, $y = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x + 3$ 得:

$$-mx + 5 = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x + 3,$$

$$\therefore x^2 - (2m+1)x + 4 = 0,$$

$$\therefore x_1 + x_2 = 2m+1, \quad x_1x_2 = 4,$$

$\therefore \Delta CPQ$ 的面积为 3;

$$\therefore S_{\Delta CPQ} = S_{\Delta CHP} - S_{\Delta CHQ},$$

$$\text{即 } \frac{1}{2}HC(x_2 - x_1) = 3,$$

$$\therefore x_2 - x_1 = 3,$$

$$\therefore (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = 9,$$

$$\therefore (2m+1)^2 = 25,$$

$$\therefore m = 2 \text{ 或 } m = -3,$$

$$\therefore m > 0,$$

$$\therefore m = 2;$$

(3) 当 $n = -3m$ 时, PQ 解析式为 $y = -mx + 3m$,

$\therefore H(0, 3m)$,

$\therefore y = -mx + 3m$ 与 $y = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x + 3$ 相交于点 P 与 Q ,

$$\therefore -mx + 3m = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x + 3,$$

$$\therefore x = 3 \text{ 或 } x = 2m - 2,$$

当 $2m - 2 < 3$ 时, 有 $0 < m < \frac{5}{2}$,

$\therefore$ 点 P 在点 Q 的右边,

$$\therefore P(3, 0), \quad Q(2m - 2, -2m^2 + 5m),$$

$$\therefore AQ \text{ 的直线解析式为 } y = \frac{5 - 2m}{2}x + 5 - 2m,$$

$$\therefore K(0, 5 - 2m),$$

$$\therefore HK = |5m - 5| = 5|m - 1|,$$

① 当 $0 < m < 1$ 时, 如图①, $HK = 5 - 5m$,

$$\therefore S_{\Delta PQK} = S_{\Delta PHK} + S_{\Delta QHK} = \frac{1}{2} \times HK(x_P - x_Q) = \frac{1}{2} \times (5 - 5m)(5 - 2m) = 5m^2 - \frac{35}{2}m + \frac{25}{2},$$

② 当 $1 < m < \frac{5}{2}$ 时, 如图②, $HK = 5m - 5$,

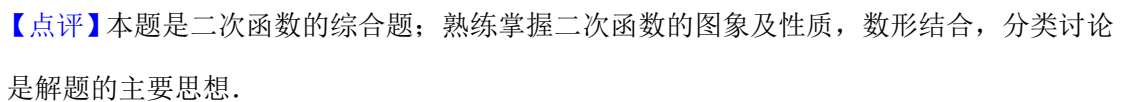
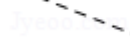
$$\therefore S_{\Delta PQK} = -5m^2 + \frac{35}{2}m - \frac{25}{2},$$

③ 当 $2m - 2 > 3$ 时, 如图③, 有 $m > \frac{5}{2}$,

$$\therefore P(2m - 2, -2m^2 + 5m), \quad Q(3, 0), \quad K(0, 0),$$

$$\therefore S_{\Delta PQK} = \frac{1}{2} \times KQ |y_P| = \frac{3}{2}(2m^2 - 5m) = 3m^2 - \frac{15}{2}m,$$

$$\text{综上所述, } S = \begin{cases} 5m^2 - \frac{35}{2}m + \frac{25}{2} & (0 < m < 1) \\ -5m^2 + \frac{35}{2}m - \frac{25}{2} & (1 < m < \frac{5}{2}) \\ 3m^2 - \frac{15}{2}m & (m > \frac{5}{2}) \end{cases};$$



考点卡片

1. 有理数的减法

(1) 有理数减法法则: 减去一个数, 等于加上这个数的相反数. 即: $a - b = a + (-b)$

(2) 方法指引:

① 在进行减法运算时, 首先弄清减数的符号;

② 将有理数转化为加法时, 要同时改变两个符号: 一是运算符号 (减号变加号); 二是减数的性质符号 (减数变相反数);

【注意】: 在有理数减法运算时, 被减数与减数的位置不能随意交换; 因为减法没有交换律.

减法法则不能与加法法则类比, 0 加任何数都不变, 0 减任何数应依法则进行计算.

2. 科学记数法—表示较大的数

(1) 科学记数法: 把一个大于 10 的数记成 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 a 是整数数位只有一位的数, n 是正整数, 这种记数法叫做科学记数法. 【科学记数法形式: $a \times 10^n$, 其中 $1 \leq a < 10$, n 为正整数.】

(2) 规律方法总结:

① 科学记数法中 a 的要求和 10 的指数 n 的表示规律为关键, 由于 10 的指数比原来的整数位数少 1; 按此规律, 先数一下原数的整数位数, 即可求出 10 的指数 n .

② 记数法要求是大于 10 的数可用科学记数法表示, 实质上绝对值大于 10 的负数同样可用此法表示, 只是前面多一个负号.

3. 算术平方根

(1) 算术平方根的概念: 一般地, 如果一个正数 x 的平方等于 a , 即 $x^2 = a$, 那么这个正数 x 叫做 a 的算术平方根. 记为 a .

(2) 非负数 a 的算术平方根 a 有双重非负性: ①被开方数 a 是非负数; ②算术平方根 a 本身是非负数.

(3) 求一个非负数的算术平方根与求一个数的平方互为逆运算, 在求一个非负数的算术平方根时, 可以借助乘方运算来寻找.

4. 立方根

(1) 定义: 如果一个数的立方等于 a , 那么这个数叫做 a 的立方根或三次方根. 这就是说,

如果 $x^3=a$, 那么 x 叫做 a 的立方根. 记作: .

(2) 正数的立方根是正数, 0 的立方根是 0, 负数的立方根是负数. 即任意数都有立方根.

(3) 求一个数 a 的立方根的运算叫开立方, 其中 a 叫做被开方数.

注意: 符号 $\sqrt[3]{a}$ 中的根指数 “3” 不能省略; 对于立方根, 被开方数没有限制, 正数、零、负数都有唯一一个立方根.

【规律方法】平方根和立方根的性质

1. 平方根的性质: 正数 a 有两个平方根, 它们互为相反数; 0 的平方根是 0; 负数没有平方根.
2. 立方根的性质: 一个数的立方根只有一个, 正数的立方根是正数, 负数的立方根是负数, 0 的立方根是 0.

5. 幂的乘方与积的乘方

(1) 幂的乘方法则: 底数不变, 指数相乘.

$$(a^m)^n = a^{mn} \quad (m, n \text{ 是正整数})$$

注意: ① 幂的乘方的底数指的是幂的底数; ② 性质中 “指数相乘” 指的是幂的指数与乘方的指数相乘, 这里注意与同底数幂的乘法中 “指数相加” 的区别.

(2) 积的乘方法则: 把每一个因式分别乘方, 再把所得的幂相乘.

$$(ab)^n = a^n b^n \quad (n \text{ 是正整数})$$

注意: ① 因式是三个或三个以上积的乘方, 法则仍适用; ② 运用时数字因数的乘方应根据乘方的意义, 计算出最后的结果.

6. 同底数幂的除法

同底数幂的除法法则: 底数不变, 指数相减.

$$a^m \div a^n = a^{m-n} \quad (a \neq 0, m, n \text{ 是正整数, } m > n)$$

- ① 底数 $a \neq 0$, 因为 0 不能做除数;
- ② 单独的一个字母, 其指数是 1, 而不是 0;
- ③ 应用同底数幂除法的法则时, 底数 a 可是单项式, 也可以是多项式, 但必须明确底数是什么, 指数是什么.

7. 提公因式法与公式法的综合运用

提公因式法与公式法的综合运用.

8. 因式分解-十字相乘法等

借助画十字交叉线分解系数, 从而帮助我们二次三项式分解因式的

方法, 通常叫做十字相乘法.

① $x^2 + (p+q)x + pq$ 型的式子的因式分解.

这类二次三项式的特点是: 二次项的系数是 1; 常数项是两个数的积;

可以直接将某些二次项的系数是 1 的二次三项式因式分解:

$$x^2 + (p+q)x + pq = (x+p)(x+q)$$

② $ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 型的式子的因式分解

这种方法的关键是把二次项系数 a 分解成两个因数 a_1, a_2 的积 $a_1 \cdot a_2$,

把常数项 c 分解成两个因数 c_1, c_2 的积 $c_1 \cdot c_2$, 并使 $a_1c_2 + a_2c_1$ 正好是一

次项 b , 那么可以直接写成结果: $ax^2 + bx + c = (a_1x + c_1)(a_2x + c_2)$.

9. 分式有意义的条件

- (1) 分式有意义的条件是分母不等于零.
- (2) 分式无意义的条件是分母等于零.
- (3) 分式的值为正数的条件是分子、分母同号.
- (4) 分式的值为负数的条件是分子、分母异号.

10. 分式的化简求值

先把分式化简后, 再把分式中未知数对应的值代入求出分式的值.

在化简的过程中要注意运算顺序和分式的化简. 化简的最后结果分子、分母要进行约分, 注意运算的结果要化成最简分式或整式.

【规律方法】分式化简求值时需注意的问题

1. 化简求值, 一般是先化简为最简分式或整式, 再代入求值. 化简时不能跨度太大, 而缺少必要的步骤, 代入求值的模式一般为“当...时, 原式=...”.
2. 代入求值时, 有直接代入法, 整体代入法等常用方法. 解题时可根据题目的具体条件选择合适的方法. 当未知数的值没有明确给出时, 所选取的未知数的值必须使原式中的各分式都有意义, 且除数不能为 0.

11. 零指数幂

零指数幂: $a^0 = 1$ ($a \neq 0$)

由 $a^m \div a^m = 1$, $a^m \div a^m = a^{m-m} = a^0$ 可推出 $a^0 = 1$ ($a \neq 0$)

注意: $0^0 \neq 1$.

12. 一元二次方程的定义

(1) 一元二次方程的定义:

只含有一个未知数, 并且未知数的最高次数是 2 的整式方程叫一元二次方程.

(2) 概念解析:

一元二次方程必须同时满足三个条件:

- ① 整式方程, 即等号两边都是整式; 方程中如果有分母, 那么分母中无未知数;
- ② 只含有一个未知数;
- ③ 未知数的最高次数是 2.

(3) 判断一个方程是否是一元二次方程应注意抓住 5 个方面: “化简后”; “一个未知数”; “未知数的最高次数是 2”; “二次项的系数不等于 0”; “整式方程”.

13. 根的判别式

利用一元二次方程根的判别式 ($\Delta = b^2 - 4ac$) 判断方程的根的情况.

一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 的根与 $\Delta = b^2 - 4ac$ 有如下关系:

- ① 当 $\Delta > 0$ 时, 方程有两个不相等的两个实数根;
- ② 当 $\Delta = 0$ 时, 方程有两个相等的两个实数根;
- ③ 当 $\Delta < 0$ 时, 方程无实数根.

上面的结论反过来也成立.

14. 根与系数的关系

(1) 若二次项系数为 1, 常用以下关系: x_1, x_2 是方程 $x^2 + px + q = 0$ 的两根时, $x_1 + x_2 = -p$, $x_1 x_2 = q$, 反过来可得 $p = -(x_1 + x_2)$, $q = x_1 x_2$, 前者是已知系数确定根的相关问题, 后者是已知两根确定方程中未知系数.

(2) 若二次项系数不为 1, 则常用以下关系: x_1, x_2 是一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 的两根时, $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$, $x_1 x_2 = \frac{c}{a}$, 反过来也成立, 即 $(x_1 + x_2) = -\frac{b}{a}$, $x_1 x_2 = \frac{c}{a}$.

(3) 常用根与系数的关系解决以下问题:

- ① 不解方程, 判断两个数是不是一元二次方程的两个根.
- ② 已知方程及方程的一个根, 求另一个根及未知数.
- ③ 不解方程求关于根的式子的值, 如求, $x_1^2 + x_2^2$ 等等.
- ④ 判断两根的符号.
- ⑤ 求作新方程.
- ⑥ 由给出的两根满足的条件, 确定字母的取值. 这类问题比较综合, 解题时除了利用根与系数的关系, 同时还要考虑 $a \neq 0$, $\Delta \geq 0$ 这两个前提条件.

15. 分式方程的应用

1、列分式方程解应用题的一般步骤: 设、列、解、验、答.

必须严格按照这 5 步进行做题, 规范解题步骤, 另外还要注意完整性: 如设和答叙述要完

整, 要写出单位等.

2、要掌握常见问题中的基本关系, 如行程问题: 速度=路程时间; 工作量问题: 工作效率=工作量工作时间
等等.

列分式方程解应用题一定要审清题意, 找相等关系是着眼点, 要学会分析题意, 提高理解能力.

16. 在数轴上表示不等式的解集

用数轴表示不等式的解集时, 要注意“两定”:

一是定界点, 一般在数轴上只标出原点和界点即可. 定边界点时要注意, 点是实心还是空心, 若边界点含于解集为实心点, 不含于解集即为空心点;
二是定方向, 定方向的原则是: “小于向左, 大于向右”.

【规律方法】不等式解集的验证方法

某不等式求得的解集为 $x > a$, 其验证方法可以先将 a 代入原不等式, 则两边相等, 其次在 $x > a$ 的范围内取一个数代入原不等式, 则原不等式成立.

17. 解一元一次不等式组

(1) 一元一次不等式组的解集: 几个一元一次不等式的解集的公共部分, 叫做由它们所组成的不等式组的解集.

(2) 解不等式组: 求不等式组的解集的过程叫解不等式组.

(3) 一元一次不等式组的解法: 解一元一次不等式组时, 一般先求出其中各不等式的解集, 再求出这些解集的公共部分, 利用数轴可以直观地表示不等式组的解集.

方法与步骤: ①求不等式组中每个不等式的解集; ②利用数轴求公共部分.

解集的规律: 同大取大; 同小取小; 大小小大中间找; 大大小小找不到.

18. 一元一次不等式组的应用

对具有多种不等关系的问题, 考虑列一元一次不等式组, 并求解.

一元一次不等式组的应用主要是列一元一次不等式组解应用题, 其一般步骤:

- (1) 分析题意, 找出不等关系;
- (2) 设未知数, 列出不等式组;
- (3) 解不等式组;
- (4) 从不等式组解集中找出符合题意的答案;
- (5) 作答.

19. 规律型: 点的坐标

规律型: 点的坐标.

20. 一次函数的应用

1、分段函数问题

分段函数是在不同区间有不同对应方式的函数, 要特别注意自变量取值范围的划分, 既要科学合理, 又要符合实际.

2、函数的多变量问题

解决含有多变量问题时, 可以分析这些变量的关系, 选取其中一个变量作为自变量, 然后根据问题的条件寻求可以反映实际问题的函数.

3、概括整合

(1) 简单的一次函数问题: ①建立函数模型的方法; ②分段函数思想的应用.

(2) 理清题意是采用分段函数解决问题的关键.

21. 反比例函数与一次函数的交点问题

反比例函数与一次函数的交点问题

(1) 求反比例函数与一次函数的交点坐标, 把两个函数关系式联立成方程组求解, 若方程组有解则两者有交点, 方程组无解, 则两者无交点.

(2) 判断正比例函数 $y=k_1x$ 和反比例函数 y 在同一直角坐标系中的交点个数可总结为:

① 当 k_1 与 k_2 同号时, 正比例函数 $y=k_1x$ 和反比例函数 y 在同一直角坐标系中有 2 个交点;

② 当 k_1 与 k_2 异号时, 正比例函数 $y=k_1x$ 和反比例函数 y 在同一直角坐标系中有 0 个交点.

22. 二次函数综合题

(1) 二次函数图象与其他函数图象相结合问题

解决此类问题时, 先根据给定的函数或函数图象判断出系数的符号, 然后判断新的函数关系式中系数的符号, 再根据系数与图象的位置关系判断出图象特征, 则符合所有特征的图象即为正确选项.

(2) 二次函数与方程、几何知识的综合应用

将函数知识与方程、几何知识有机地结合在一起. 这类试题一般难度较大. 解这类问题关键是善于将函数问题转化为方程问题, 善于利用几何图形的有关性质、定理和二次函数的知识, 并注意挖掘题目中的一些隐含条件.

(3) 二次函数在实际生活中的应用题

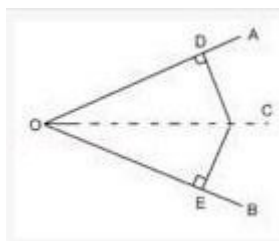
从实际问题中分析变量之间的关系, 建立二次函数模型. 关键在于观察、分析、创建, 建立

直角坐标系下的二次函数图象, 然后数形结合解决问题, 需要注意的是自变量及函数的取值范围要使实际问题有意义.

23. 角平分线的性质

角平分线的性质: 角的平分线上的点到角的两边的距离相等.

注意: ①这里的距离是指点到角的两边垂线段的长; ②该性质可以独立作为证明两条线段相等的依据, 有时不必证明全等; ③使用该结论的前提条件是图中有角平分线, 有垂直角平分线的性质语言: 如图, $\because C$ 在 $\angle AOB$ 的平分线上, $CD \perp OA$, $CE \perp OB \therefore CD = CE$



24. 等腰三角形的性质

(1) 等腰三角形的概念

有两条边相等的三角形叫做等腰三角形.

(2) 等腰三角形的性质

① 等腰三角形的两腰相等

② 等腰三角形的两个底角相等. 【简称: 等边对等角】

③ 等腰三角形的顶角平分线、底边上的中线、底边上的高相互重合. 【三线合一】

(3) 在①等腰; ②底边上的高; ③底边上的中线; ④顶角平分线. 以上四个元素中, 从中任意取出两个元素当成条件, 就可以得到另外两个元素为结论.

25. 等边三角形的判定与性质

(1) 等边三角形是一个非常特殊的几何图形, 它的角的特殊性给有关角的计算奠定了基础, 它的边角性质为证明线段、角相等提供了便利条件. 同是等边三角形又是特殊的等腰三角形, 同样具备三线合一的性质, 解题时要善于挖掘图形中的隐含条件广泛应用.

(2) 等边三角形的特性如: 三边相等、有三条对称轴、一边上的高可以把等边三角形分成含有 30° 角的直角三角形、连接三边中点可以把等边三角形分成四个全等的小等边三角形等.

(3) 等边三角形判定最复杂, 在应用时要抓住已知条件的特点, 选取恰当的判定方法, 一般地, 若从一般三角形出发可以通过三条边相等判定、通过三个角相等判定; 若从等腰三角形出发, 则想法获取一个 60° 的角判定.

26. 勾股定理

(1) 勾股定理: 在任何一个直角三角形中, 两条直角边长的平方之和一定等于斜边长的平方.

如果直角三角形的两条直角边长分别是 a , b , 斜边长为 c , 那么 $a^2+b^2=c^2$.

(2) 勾股定理应用的前提条件是在直角三角形中.

(3) 勾股定理公式 $a^2+b^2=c^2$ 的变形有: a , b 及 c .

(4) 由于 $a^2+b^2=c^2>a^2$, 所以 $c>a$, 同理 $c>b$, 即直角三角形的斜边大于该直角三角形中的每一条直角边.

27. 正方形的性质

(1) 正方形的定义: 有一组邻边相等并且有一个角是直角的平行四边形叫做正方形.

(2) 正方形的性质

- ① 正方形的四条边都相等, 四个角都是直角;
- ② 正方形的两条对角线相等, 互相垂直平分, 并且每条对角线平分一组对角;
- ③ 正方形具有四边形、平行四边形、矩形、菱形的一切性质.
- ④ 两条对角线将正方形分成四个全等的等腰直角三角形, 同时, 正方形又是轴对称图形, 有四条对称轴.

28. 圆周角定理

(1) 圆周角的定义: 顶点在圆上, 并且两边都与圆相交的角叫做圆周角.

注意: 圆周角必须满足两个条件: ① 顶点在圆上. ② 角的两条边都与圆相交, 二者缺一不可.

(2) 圆周角定理: 在同圆或等圆中, 同弧或等弧所对的圆周角相等, 都等于这条弧所对的圆心角的一半.

推论: 半圆 (或直径) 所对的圆周角是直角, 90° 的圆周角所对的弦是直径.

(3) 在解圆的有关问题时, 常常需要添加辅助线, 构成直径所对的圆周角, 这种基本技能技巧一定要掌握.

(4) 注意: ① 圆周角和圆心角的转化可通过作圆的半径构造等腰三角形. 利用等腰三角形的顶点和底角的关系进行转化. ② 圆周角和圆周角的转化可利用其 “桥梁” - - - 圆心角转化. ③ 定理成立的条件是 “同一条弧所对的” 两种角, 在运用定理时不要忽略了这个条件, 把不同弧所对的圆周角与圆心角错当成同一条弧所对的圆周角和圆心角.

29. 三角形的外接圆与外心

(1) 外接圆: 经过三角形的三个顶点的圆, 叫做三角形的外接圆.

(2) 外心: 三角形外接圆的圆心是三角形三条边垂直平分线的交点, 叫做三角形的外心.

(3) 概念说明:

① “接” 是说明三角形的顶点在圆上, 或者经过三角形的三个顶点.

② 锐角三角形的外心在三角形的内部; 直角三角形的外心为直角三角形斜边的中点; 钝角三角形的外心在三角形的外部.

③ 找一个三角形的外心, 就是找一个三角形的三条边的垂直平分线的交点, 三角形的外接圆只有一个, 而一个圆的内接三角形却有无数个.

30. 切线的判定与性质

(1) 切线的性质

① 圆的切线垂直于经过切点的半径.

② 经过圆心且垂直于切线的直线必经过切点.

③ 经过切点且垂直于切线的直线必经过圆心.

(2) 切线的判定定理: 经过半径的外端且垂直于这条半径的直线是圆的切线.

(3) 常见的辅助线的:

① 判定切线时 “连圆心和直线与圆的公共点” 或 “过圆心作这条直线的垂线”;

② 有切线时, 常常 “遇到切点连圆心得半径”.

31. 圆锥的计算

(1) 连接圆锥顶点和底面圆周上任意一点的线段叫做圆锥的母线. 连接顶点与底面圆心的线段叫圆锥的高.

(2) 圆锥的侧面展开图为一扇形, 这个扇形的弧长等于圆锥底面的周长, 扇形的半径等于圆锥的母线长.

(3) 圆锥的侧面积: $S_{\text{侧}} \cdot 2\pi r \cdot l = \pi r l$.

(4) 圆锥的全面积: $S_{\text{全}} = S_{\text{底}} + S_{\text{侧}} = \pi r^2 + \pi r l$

(5) 圆锥的体积底面积 $\times$ 高

注意: ① 圆锥的母线与展开后所得扇形的半径相等.

② 圆锥的底面周长与展开后所得扇形的弧长相等.

32. 作图—应用与设计作图

应用与设计作图主要把简单作图放入实际问题中.

首先要理解题意, 弄清问题中对所作图形的要求, 结合对应几何图形的性质和基本作图的

方法作图.

33. 命题与定理

- 1、判断一件事情的语句, 叫做命题. 许多命题都是由题设和结论两部分组成, 题设是已知事项, 结论是由已知事项推出的事项, 一个命题可以写成“如果…那么…”形式.
- 2、有些命题的正确性是用推理证实的, 这样的真命题叫做定理.
- 3、定理是真命题, 但真命题不一定是定理.
- 4、命题写成“如果…, 那么…”的形式, 这时, “如果”后面接的部分是题设, “那么”后面接的部分是结论.
- 5、命题的“真”“假”是就命题的内容而言. 任何一个命题非真即假. 要说明一个命题的正确性, 一般需要推理、论证, 而判断一个命题是假命题, 只需举出一个反例即可.

34. 中心对称图形

(1) 定义

把一个图形绕某一点旋转 180° , 如果旋转后的图形能够与原来的图形重合, 那么这个图形就叫做中心对称图形, 这个点叫做对称中心.

注意: 中心对称图形和中心对称不同, 中心对称是两个图形之间的关系, 而中心对称图形是指一个图形自身的特点, 这点应注意区分, 它们性质相同, 应用方法相同.

(2) 常见的中心对称图形

平行四边形、圆形、正方形、长方形等等.

35. 作图-旋转变换

(1) 旋转图形的作法:

根据旋转的性质可知, 对应角都相等都等于旋转角, 对应线段也相等, 由此可以通过作相等的角, 在角的边上截取相等的线段的方法, 找到对应点, 顺次连接得出旋转后的图形.

(2) 旋转作图有自己独特的特点, 决定图形位置的因素较多, 旋转角度、旋转方向、旋转中心, 任意不同, 位置就不同, 但得到的图形全等.

36. 相似三角形的判定与性质

(1) 相似三角形相似多边形的特殊情形, 它沿袭相似多边形的定义, 从对应边的比相等和对应角相等两方面下定义; 反过来, 两个三角形相似也有对应角相等, 对应边的比相等.

(2) 三角形相似的判定一直是中考考查的热点之一, 在判定两个三角形相似时, 应注意利用图形中已有的公共角、公共边等隐含条件, 以充分发挥基本图形的作用, 寻找相似三角形的一般方法是通过作平行线构造相似三角形; 或依据基本图形对图形进行分解、组合;

或作辅助线构造相似三角形, 判定三角形相似的方法有事可单独使用, 有时需要综合运用
无论是单独使用还是综合运用, 都要具备应有的条件方可.

37. 相似形综合题

相似形综合题.

38. 解直角三角形

(1) 解直角三角形的定义

在直角三角形中, 由已知元素求未知元素的过程就是解直角三角形.

(2) 解直角三角形要用到的关系

① 锐角直角的关系: $\angle A + \angle B = 90^\circ$;

② 三边之间的关系: $a^2 + b^2 = c^2$;

③ 边角之间的关系:

$\sin A = \angle A$ 的对边斜边 $= \frac{a}{c}$, $\cos A = \angle A$ 的邻边斜边 $= \frac{b}{c}$, $\tan A = \angle A$ 的对边 $\angle A$ 的邻边 $= \frac{a}{b}$.

(a , b , c 分别是 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的对边)

39. 解直角三角形的应用-方向角问题

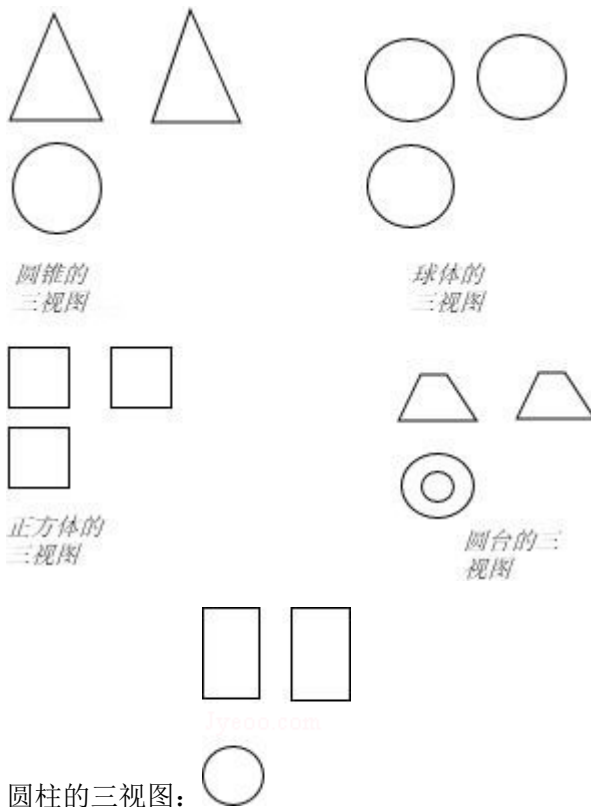
(1) 在辨别方向角问题中: 一般是以第一个方向为始边向另一个方向旋转相应度数.

(2) 在解决有关方向角的问题中, 一般要根据题意理清图形中各角的关系, 有时所给的方向角并不一定在直角三角形中, 需要用到两直线平行内错角相等或一个角的余角等知识转化为所需要的角.

40. 简单几何体的三视图

(1) 画物体的主视图的口诀为: 主、俯: 长对正; 主、左: 高平齐; 俯、左: 宽相等.

(2) 常见的几何体的三视图:



41. 由三视图判断几何体

(1) 由三视图想象几何体的形状, 首先, 应分别根据主视图、俯视图和左视图想象几何体的前面、上面和左侧面的形状, 然后综合起来考虑整体形状.

(2) 由物体的三视图想象几何体的形状是有一定难度的, 可以从以下途径进行分析:

- ① 根据主视图、俯视图和左视图想象几何体的前面、上面和左侧面的形状, 以及几何体的长、宽、高;
- ② 从实线和虚线想象几何体看得见部分和看不见部分的轮廓线;
- ③ 熟记一些简单的几何体的三视图对复杂几何体的想象会有帮助;
- ④ 利用由三视图画几何体与有几何体画三视图的互逆过程, 反复练习, 不断总结方法.

42. 用样本估计总体

用样本估计总体是统计的基本思想.

1、用样本的频率分布估计总体分布:

从一个总体得到一个包含大量数据的样本, 我们很难从一个个数字中直接看出样本所包含的信息. 这时, 我们用频率分布直方图来表示相应样本的频率分布, 从而去估计总体的分布情况.

2、用样本的数字特征估计总体的数字特征 (主要数据有众数、中位数、平均数、标准差与方

差)。

一般来说, 用样本去估计总体时, 样本越具有代表性、容量越大, 这时对总体的估计也就越精确。

43. 条形统计图

(1) 定义: 条形统计图是用线段长度表示数据, 根据数量的多少画成长短不同的矩形直条, 然后按顺序把这些直条排列起来。

(2) 特点: 从条形图可以很容易看出数据的大小, 便于比较。

(3) 制作条形图的一般步骤:

- ① 根据图纸的大小, 画出两条互相垂直的射线。
- ② 在水平射线上, 适当分配条形的位置, 确定直条的宽度和间隔。
- ③ 在与水平射线垂直的射线上, 根据数据大小的具体情况, 确定单位长度表示多少。
- ④ 按照数据大小, 画出长短不同的直条, 并注明数量。

44. 方差

(1) 方差: 一组数据中各数据与它们的平均数的差的平方的平均数, 叫做这组数据的方差。

(2) 用“先平均, 再求差, 然后平方, 最后再平均”得到的结果表示一组数据偏离平均值的情况, 这个结果叫方差, 通常用 s^2 来表示, 计算公式是:

$$s^2 = \frac{1}{n} [(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \cdots + (x_n - \bar{x})^2] \quad (\text{可简单记忆为“方差等于差方的平均数”})$$

(3) 方差是反映一组数据的波动大小的一个量。方差越大, 则平均值的离散程度越大, 稳定性也越小; 反之, 则它与其平均值的离散程度越小, 稳定性越好。

45. 概率公式

(1) 随机事件 A 的概率 $P(A) = \frac{\text{事件 } A \text{ 可能出现的结果数}}{\text{所有可能出现的结果数}}$ 。

(2) $P(\text{必然事件}) = 1$ 。

(3) $P(\text{不可能事件}) = 0$ 。