

2019 年河北省中考数学试卷

一、选择题 (本大题有 16 个小题, 共 42 分, 1-10 小题各 3 分, 11-16 小题各 2 分, 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的)

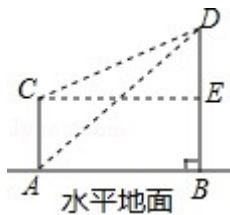
1. (3 分) (2019•河北) 下列图形为正多边形的是 ()



2. (3 分) (2019•河北) 规定: $(\rightarrow 2)$ 表示向右移动 2 记作 +2, 则 $(\leftarrow 3)$ 表示向左移动 3 记作 ()

- A. +3 B. -3 C. $-\frac{1}{3}$ D. $+\frac{1}{3}$

3. (3 分) (2019•河北) 如图, 从点 C 观测点 D 的仰角是 ()

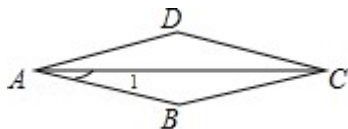


- A. $\angle DAB$ B. $\angle DCE$ C. $\angle DCA$ D. $\angle ADC$

4. (3 分) (2019•河北) 语句 “x 的 $\frac{1}{8}$ 与 x 的和不超过 5” 可以表示为 ()

- A. $\frac{x}{8} + x \leq 5$ B. $\frac{x}{8} + x \geq 5$ C. $\frac{8}{x+5} \leq 5$ D. $\frac{x}{8} + x = 5$

5. (3 分) (2019•河北) 如图, 菱形 ABCD 中, $\angle D = 150^\circ$, 则 $\angle 1 =$ ()



- A. 30° B. 25° C. 20° D. 15°

6. (3 分) (2019•河北) 小明总结了以下结论:

- ① $a(b+c) = ab+ac$;
② $a(b-c) = ab-ac$;

③ $(b - c) \div a = b \div a - c \div a$ ($a \neq 0$) ;

④ $a \div (b + c) = a \div b + a \div c$ ($a \neq 0$)

其中一定成立的个数是 ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

7. (3分) (2019•河北) 下面是投影屏上出示的抢答题, 需要回答横线上符号代表的内容

已知: 如图, $\angle BEC = \angle B + \angle C$.
 求证: $AB \parallel CD$.
 证明: 延长BE交 ※ 于点F,
 则 $\angle BEC = \text{◎} + \angle C$ (三角形的外角等于与它不相邻两个内角之和).
 又 $\angle BEC = \angle B + \angle C$, 得 $\angle B = \text{▲}$.
 故 $AB \parallel CD$ (@ 相等, 两直线平行).

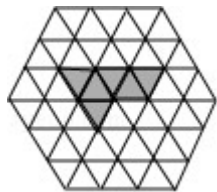
则回答正确的是 ()

- A. ◎代表 $\angle FEC$ B. @代表同位角
 C. ▲代表 $\angle EFC$ D. ※代表 AB

8. (3分) (2019•河北) 一次抽奖活动特等奖的中奖率为 $\frac{1}{50000}$, 把 $\frac{1}{50000}$ 用科学记数法表示为 ()

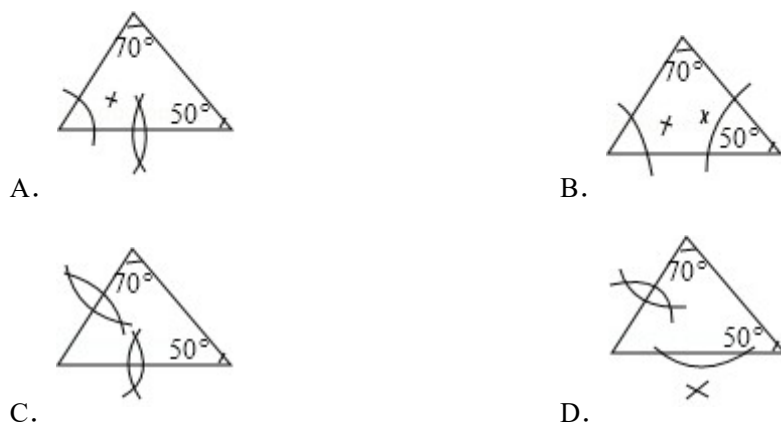
- A. 5×10^{-4} B. 5×10^{-5} C. 2×10^{-4} D. 2×10^{-5}

9. (3分) (2019•河北) 如图, 在小正三角形组成的网格中, 已有6个小正三角形涂黑, 还需涂黑 n 个小正三角形, 使它们与原来涂黑的小正三角形组成的新图案恰有三条对称轴, 则 n 的最小值为 ()



- A. 10 B. 6 C. 3 D. 2

10. (3分) (2019•河北) 根据圆规作图的痕迹, 可用直尺成功找到三角形外心的是 ()



11. (2分) (2019•河北) 某同学要统计本校图书馆最受学生欢迎的图书种类, 以下是排列的统计步骤:

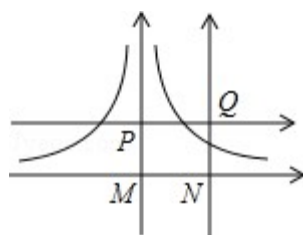
- ① 从扇形图中分析出最受学生欢迎的种类
- ② 去图书馆收集学生借阅图书的记录
- ③ 绘制扇形图来表示各个种类所占的百分比
- ④ 整理借阅图书记录并绘制频数分布表

正确统计步骤的顺序是 ()

- A. ②→③→①→④ B. ③→④→①→② C. ①→②→④→③ D. ②→④→③→①

①

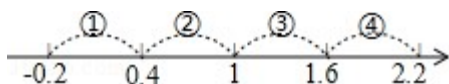
12. (2分) (2019•河北) 如图, 函数 $y = \begin{cases} \frac{1}{x} (x > 0), \\ -\frac{1}{x} (x < 0) \end{cases}$ 的图象所在坐标系的原点是 ()



- A. 点M B. 点N C. 点P D. 点Q

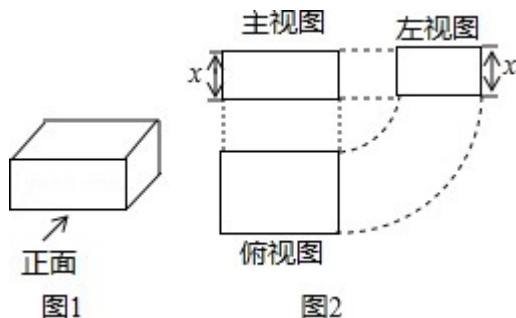
13. (2分) (2019•河北) 如图, 若 x 为正整数, 则表示 $\frac{(x+2)^2}{x^2+4x+4} - \frac{1}{x+1}$ 的值的点落在

()



- A. 段① B. 段② C. 段③ D. 段④

14. (2分) (2019•河北) 图2是图1中长方体的三视图, 若用 S 表示面积, $S_{\text{主}} = x^2 + 2x$, $S_{\text{左}} = x^2 + x$, 则 $S_{\text{俯}} =$ ()



- A. $x^2 + 3x + 2$ B. $x^2 + 2$ C. $x^2 + 2x + 1$ D. $2x^2 + 3x$
15. (2分) (2019•河北) 小刚在解关于 x 的方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$)时, 只抄对了 $a = 1$, $b = 4$, 解出其中一个根是 $x = -1$. 他核对时发现所抄的 c 比原方程的 c 值小2. 则原方程的根的情况是 ()
- A. 不存在实数根 B. 有两个不相等的实数根
C. 有一个根是 $x = -1$ D. 有两个相等的实数根

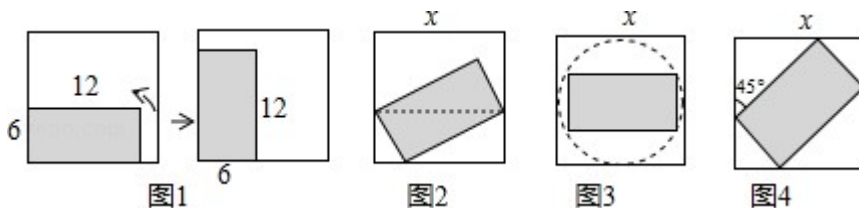
16. (2分) (2019•河北) 对于题目: “如图1, 平面上, 正方形内有一长为12、宽为6的矩形, 它可以在正方形的内部及边界通过移转(即平移或旋转)的方式, 自由地从横放移转到竖放, 求正方形边长的最小整数 n .” 甲、乙、丙作了自认为边长最小的正方形, 先求出该边长 x , 再取最小整数 n .

甲: 如图2, 思路是当 x 为矩形对角线长时就可移转过去; 结果取 $n = 13$.

乙: 如图3, 思路是当 x 为矩形外接圆直径长时就可移转过去; 结果取 $n = 14$.

丙: 如图4, 思路是当 x 为矩形的长与宽之和的 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 倍时就可移转过去; 结果取 $n = 13$.

下列正确的是 ()

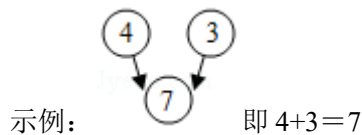


- A. 甲的思路错, 他的 n 值对
- B. 乙的思路和他的 n 值都对
- C. 甲和丙的 n 值都对
- D. 甲、乙的思路都错, 而丙的思路对

二、填空题 (本大题有 3 个小题, 共 11 分, 17 小题 3 分: 18~19 小题各有 2 个空, 每空 2 分, 把答案写在题中横线上)

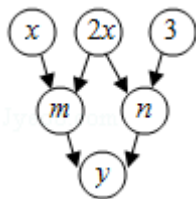
17. (3 分) (2019•河北) 若 $7^{-2} \times 7^{-1} \times 7^0 = 7^p$, 则 p 的值为_____.

18. (4 分) (2019•河北) 如图, 约定: 上方相邻两数之和等于这两数下方箭头共同指向的数.



则 (1) 用含 x 的式子表示 m = _____;

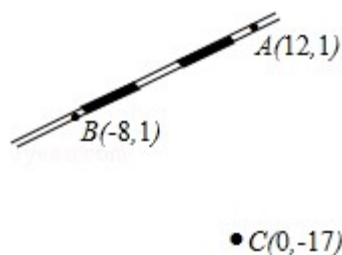
(2) 当 $y = -2$ 时, n 的值为_____.



19. (4 分) (2019•河北) 勘测队按实际需要构建了平面直角坐标系, 并标示了 A, B, C 三地的坐标, 数据如图 (单位: km). 笔直铁路经过 A, B 两地.

(1) A, B 间的距离为_____ km ;

(2) 计划修一条从 C 到铁路 AB 的最短公路 l , 并在 l 上建一个维修站 D , 使 D 到 A, C 的距离相等, 则 C, D 间的距离为_____ km .



三、解答题 (本大题有 7 个小题, 共 67 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

20. (8 分) (2019•河北) 有个填写运算符号的游戏: 在 “ $1 \square 2 \square 6 \square 9$ ” 中的每个 $\square$ 内,

填入+, -, ×, ÷中的某一个(可重复使用), 然后计算结果.

(1) 计算: $1+2-6-9$;

(2) 若 $1\div 2\times 6\Box 9=-6$, 请推算 $\Box$ 内的符号;

(3) 在“ $1\Box 2\Box 6-9$ ”的 $\Box$ 内填入符号后, 使计算所得数最小, 直接写出这个最小数.

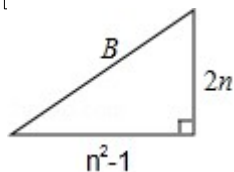
21. (9分) (2019•河北) 已知: 整式 $A=(n^2-1)^2+(2n)^2$, 整式 $B>0$.

尝试化简整式 A .

发现 $A=B^2$, 求整式 B .

联想 由上可知, $B^2=(n^2-1)^2+(2n)^2$, 当 $n>1$ 时, n^2-1 , $2n$, B 为直角三角形的三边长, 如图. 填写下表中 B 的值:

直角三角形三边	n^2-1	$2n$	B
勾股数组 I	/	8	—
勾股数组 II	35	/	—



22. (9分) (2019•河北) 某球室有三种品牌的 4 个乒乓球, 价格是 7, 8, 9 (单位:

元) 三种. 从中随机拿出一个球, 已知 $P(\text{一次拿到 8 元球})=\frac{1}{2}$.

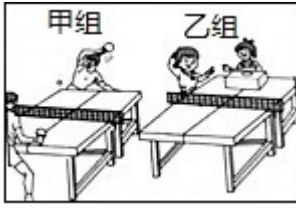
(1) 求这 4 个球价格的众数;

(2) 若甲组已拿走一个 7 元球训练, 乙组准备从剩余 3 个球中随机拿一个训练.

① 所剩的 3 个球价格的中位数与原来 4 个球价格的中位数是否相同? 并简要说明理由;

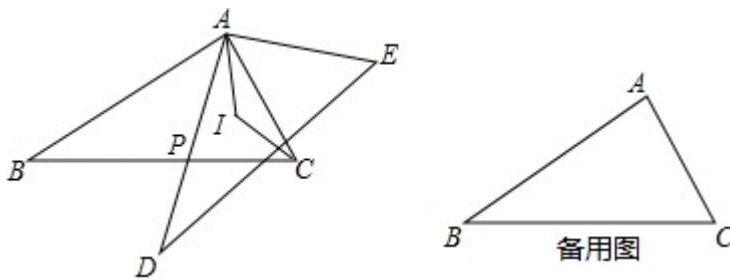
② 乙组先随机拿出一个球后放回, 之后又随机拿一个, 用列表法(如图)求乙组两次都拿到 8 元球的概率.

又拿			
先拿			

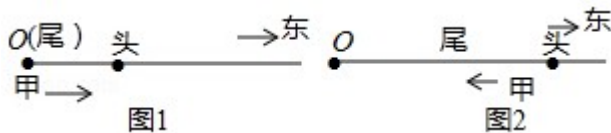


23. (9分) (2019•河北) 如图, $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 中, $AB=AD=6$, $BC=DE$, $\angle B=\angle D=30^\circ$, 边 AD 与边 BC 交于点 P (不与点 B, C 重合), 点 B, E 在 AD 异侧, I 为 $\triangle APC$ 的内心.

- (1) 求证: $\angle BAD=\angle CAE$;
- (2) 设 $AP=x$, 请用含 x 的式子表示 PD , 并求 PD 的最大值;
- (3) 当 $AB \perp AC$ 时, $\angle AIC$ 的取值范围为 $m^\circ < \angle AIC < n^\circ$, 分别直接写出 m, n 的值.



24. (10分) (2019•河北) 长为 $300m$ 的春游队伍, 以 $v(m/s)$ 的速度向东行进, 如图 1 和图 2, 当队伍排尾行进到位置 O 时, 在排尾处的甲有一物品要送到排头, 送到后立即返回排尾, 甲的往返速度均为 $2v(m/s)$, 当甲返回排尾后, 他及队伍均停止行进. 设排尾从位置 O 开始行进的时间为 $t(s)$, 排头与 O 的距离为 $S_{\text{头}}(m)$.



- (1) 当 $v=2$ 时, 解答:
 - ① 求 $S_{\text{头}}$ 与 t 的函数关系式 (不写 t 的取值范围);
 - ② 当甲赶到排头位置时, 求 $S_{\text{头}}$ 的值; 在甲从排头返回到排尾过程中, 设甲与位置 O 的距离为 $S_{\text{甲}}(m)$, 求 $S_{\text{甲}}$ 与 t 的函数关系式 (不写 t 的取值范围)

(2) 设甲这次往返队伍的总时间为 $T(s)$, 求 T 与 v 的函数关系式 (不写 v 的取值范围), 并写出队伍在此过程中行进的路程.

25. (10分) (2019•河北) 如图1和2, $\square ABCD$ 中, $AB=3$, $BC=15$, $\tan \angle DAB = \frac{4}{3}$.

点 P 为 AB 延长线上一点, 过点 A 作 $\odot O$ 切 CP 于点 P , 设 $BP=x$.

(1) 如图1, x 为何值时, 圆心 O 落在 AP 上? 若此时 $\odot O$ 交 AD 于点 E , 直接指出 PE 与 BC 的位置关系;

(2) 当 $x=4$ 时, 如图2, $\odot O$ 与 AC 交于点 Q , 求 $\angle CAP$ 的度数, 并通过计算比较弦 AP 与劣弧 $\widehat{PQ}$ 长度的大小;

(3) 当 $\odot O$ 与线段 AD 只有一个公共点时, 直接写出 x 的取值范围.

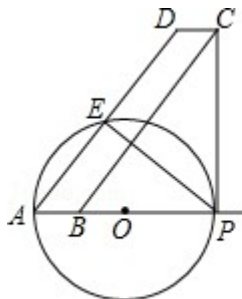


图1

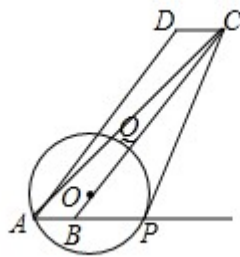
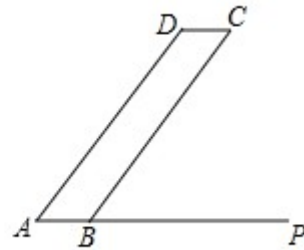


图2



备用图

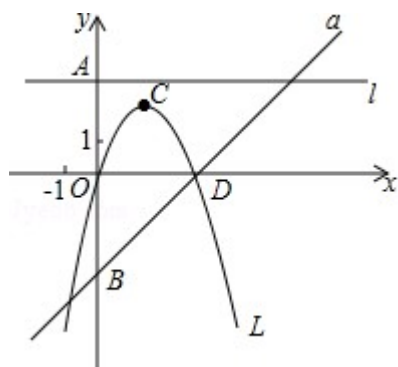
26. (12分) (2019•河北) 如图, 若 b 是正数, 直线 $l: y=b$ 与 y 轴交于点 A ; 直线 $a: y=x-b$ 与 y 轴交于点 B ; 抛物线 $L: y=-x^2+bx$ 的顶点为 C , 且 L 与 x 轴右交点为 D .

(1) 若 $AB=8$, 求 b 的值, 并求此时 L 的对称轴与 a 的交点坐标;

(2) 当点 C 在 l 下方时, 求点 C 与 l 距离的最大值;

(3) 设 $x_0 \neq 0$, 点 (x_0, y_1) , (x_0, y_2) , (x_0, y_3) 分别在 l , a 和 L 上, 且 y_3 是 y_1, y_2 的平均数, 求点 $(x_0, 0)$ 与点 D 间的距离;

(4) 在 L 和 a 所围成的封闭图形的边界上, 把横、纵坐标都是整数的点称为“美点”, 分别直接写出 $b=2019$ 和 $b=2019.5$ 时“美点”的个数.

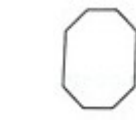


2019 年河北省中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题 (本大题有 16 个小题, 共 42 分, 1-10 小题各 3 分, 11-16 小题各 2 分, 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的)

1. (3 分) (2019•河北) 下列图形为正多边形的是 ()



【考点】L1: 多边形.

【专题】555: 多边形与平行四边形; 55B: 正多边形与圆.

【分析】根据正多边形的定义: 各个角都相等, 各条边都相等的多边形叫做正多边形可得答案.

【解答】解: 正五边形五个角相等, 五条边都相等,

故选: D.

【点评】此题主要考查了正多边形, 关键是掌握正多边形的定义.

2. (3 分) (2019•河北) 规定: ($\rightarrow 2$) 表示向右移动 2 记作 +2, 则 ($\leftarrow 3$) 表示向左移动 3 记作 ()

A. +3

B. -3

C. $-\frac{1}{3}$

D. $+\frac{1}{3}$

【考点】11: 正数和负数.

【专题】511: 实数.

【分析】在一对具有相反意义的量中, 先规定其中一个为正, 则另一个就用负表示.

“正”和“负”相对, 所以, 如果 ($\rightarrow 2$) 表示向右移动 2 记作 +2, 则 ($\leftarrow 3$) 表示向左移动 3 记作 -3.

【解答】解: “正”和“负”相对, 所以, 如果 ($\rightarrow 2$) 表示向右移动 2 记作 +2, 则

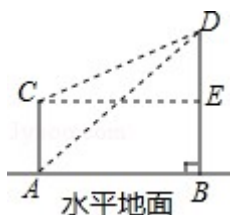
($\leftarrow 3$) 表示向左移动 3 记作 -3.

故选: B.

【点评】此题考查了正数和负数, 解题关键是理解“正”和“负”的相对性, 确定一对具

有相反意义的量.

3. (3分) (2019•河北) 如图, 从点 C 观测点 D 的仰角是 ()



- A. $\angle DAB$ B. $\angle DCE$ C. $\angle DCA$ D. $\angle ADC$

【考点】TA: 解直角三角形的应用 - 仰角俯角问题.

【专题】55E: 解直角三角形及其应用.

【分析】根据仰角的定义进行解答便可.

【解答】解: $\because$ 从点 C 观测点 D 的视线是 CD , 水平线是 CE ,

$\therefore$ 从点 C 观测点 D 的仰角是 $\angle DCE$,

故选: B.

【点评】本题主要考查了仰角的识别, 熟记仰角的定义是解题的关键. 仰角是向上看的视线与水平线的夹角; 俯角是向下看的视线与水平线的夹角.

4. (3分) (2019•河北) 语句 “ x 的 $\frac{1}{8}$ 与 x 的和不超过 5” 可以表示为 ()

- A. $\frac{x}{8} + x \leq 5$ B. $\frac{x}{8} + x \geq 5$ C. $\frac{8}{x+5} \leq 5$ D. $\frac{x}{8} + x = 5$

【考点】C8: 由实际问题抽象出一元一次不等式.

【专题】512: 整式.

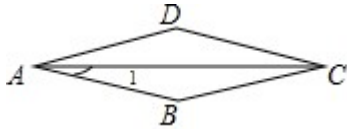
【分析】 x 的 $\frac{1}{8}$ 即 $\frac{1}{8}x$, 不超过 5 是小于或等于 5 的数, 按语言叙述列出式子即可.

【解答】解: “ x 的 $\frac{1}{8}$ 与 x 的和不超过 5” 用不等式表示为 $\frac{1}{8}x + x \leq 5$.

故选: A.

【点评】本题考查了由实际问题抽象出一元一次不等式, 读懂题意, 抓住关键词语, 弄清运算的先后顺序和不等关系, 才能把文字语言的不等关系转化为用数学符号表示的不等式.

5. (3分) (2019•河北) 如图, 菱形 $ABCD$ 中, $\angle D = 150^\circ$, 则 $\angle 1 =$ ()



- A. 30° B. 25° C. 20° D. 15°

【考点】L8: 菱形的性质.

【专题】556: 矩形 菱形 正方形.

【分析】由菱形的性质得出 $AB \parallel CD$, $\angle BAD = 2\angle 1$, 求出 $\angle BAD = 30^\circ$, 即可得出 $\angle 1 = 15^\circ$.

【解答】解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形, $\angle D = 150^\circ$,

$$\therefore AB \parallel CD, \angle BAD = 2\angle 1,$$

$$\therefore \angle BAD + \angle D = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle BAD = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 = 15^\circ;$$

故选: D.

【点评】此题考查了菱形的性质, 以及平行线的性质, 熟练掌握菱形的性质是解本题的关键.

6. (3分) (2019•河北) 小明总结了以下结论:

- ① $a(b+c) = ab+ac$;
- ② $a(b-c) = ab-ac$;
- ③ $(b-c) \div a = b \div a - c \div a (a \neq 0)$;
- ④ $a \div (b+c) = a \div b + a \div c (a \neq 0)$

其中一定成立的个数是 ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

【考点】4A: 单项式乘多项式.

【专题】512: 整式.

【分析】直接利用单项式乘以多项式以及多项式除以单项式运算法则计算得出答案.

【解答】解: ① $a(b+c) = ab+ac$, 正确;

② $a(b-c) = ab-ac$, 正确;

③ $(b-c) \div a = b \div a - c \div a (a \neq 0)$, 正确;

④ $a \div (b+c) = a \div b + a \div c (a \neq 0)$, 错误, 无法分解计算.

【考点】1J: 科学记数法—表示较小的数.

【专题】511: 实数.

【分析】绝对值小于 1 的正数也可以利用科学记数法表示, 一般形式为 $a \times 10^{-n}$, 与较大数的科学记数法不同的是其所使用的是负指数幂, 指数由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定.

【解答】解: $\frac{1}{50000} = 0.00002 = 2 \times 10^{-5}$.

故选: D.

【点评】本题考查用科学记数法表示较小的数, 一般形式为 $a \times 10^{-n}$, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定.

9. (3 分) (2019•河北) 如图, 在小正三角形组成的网格中, 已有 6 个小正三角形涂黑, 还需涂黑 n 个小正三角形, 使它们与原来涂黑的小正三角形组成的新图案恰有三条对称轴, 则 n 的最小值为 ()



- A. 10 B. 6 C. 3 D. 2

【考点】P8: 利用轴对称设计图案.

【专题】558: 平移、旋转与对称.

【分析】由等边三角形有三条对称轴可得答案.

【解答】解: 如图所示, n 的最小值为 3,

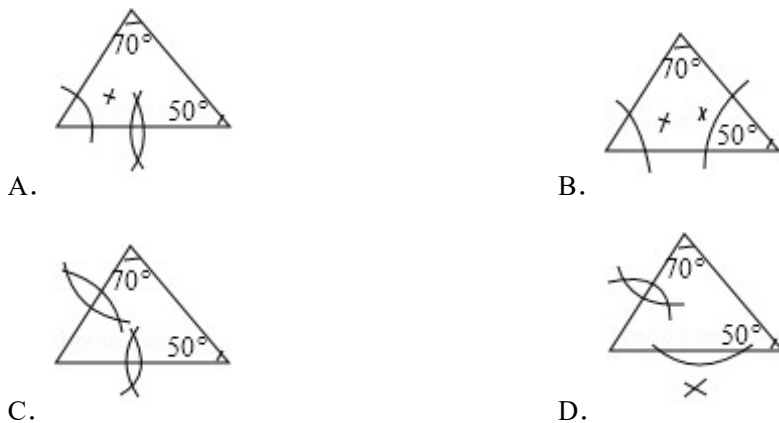


故选: C.

【点评】本题主要考查利用轴对称设计图案, 解题的关键是掌握常见图形的性质和轴对称图形的性质.

10. (3 分) (2019•河北) 根据圆规作图的痕迹, 可用直尺成功找到三角形外心的是 (

)



【考点】MA：三角形的外接圆与外心；N2：作图—基本作图．

【专题】13：作图题．

【分析】根据三角形外心的定义，三角形外心为三边的垂直平分线的交点，然后利用基本作图格选项进行判断．

【解答】解：三角形外心为三边的垂直平分线的交点，由基本作图得到 C 选项作了两边的垂直平分线，从而可用直尺成功找到三角形外心．

故选：C．

【点评】本题考查了作图 - 基本作图：熟练掌握基本作图（作一条线段等于已知线段；作一个角等于已知角；作已知线段的垂直平分线；作已知角的角平分线；过一点作已知直线的垂线）．也考查了三角形的外心．

11. （2 分）（2019•河北）某同学要统计本校图书馆最受学生欢迎的图书种类，以下是排列的统计步骤：

- ① 从扇形图中分析出最受学生欢迎的种类
- ② 去图书馆收集学生借阅图书的记录
- ③ 绘制扇形图来表示各个种类所占的百分比
- ④ 整理借阅图书记录并绘制频数分布表

正确统计步骤的顺序是（ ）

- A. ②→③→①→④ B. ③→④→①→② C. ①→②→④→③ D. ②→④→③→①

①

【考点】V1：调查收集数据的过程与方法；V7：频数（率）分布表；VB：扇形统计图．

【专题】54: 统计与概率.

【分析】根据题意和频数分布表、扇形统计图制作的步骤, 可以解答本题.

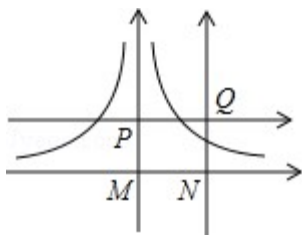
【解答】解: 由题意可得,

正确统计步骤的顺序是: ②去图书馆收集学生借阅图书的记录→④整理借阅图书记录并绘制频数分布表→③绘制扇形图来表示各个种类所占的百分比→①从扇形图中分析出最受学生欢迎的种类,

故选: D.

【点评】本题考查扇形统计图、频数分布表, 解答本题的关键是明确制作频数分布表和扇形统计图的制作步骤.

12. (2分) (2019•河北) 如图, 函数 $y = \begin{cases} \frac{1}{x} (x > 0), \\ -\frac{1}{x} (x < 0) \end{cases}$ 的图象所在坐标系的原点是 ()



A. 点 M

B. 点 N

C. 点 P

D. 点 Q

【考点】G2: 反比例函数的图象.

【专题】534: 反比例函数及其应用.

【分析】由函数解析式可知函数关于 y 轴对称, 即可求解;

【解答】解: 由已知可知函数 $y = \begin{cases} \frac{1}{x} (x > 0), \\ -\frac{1}{x} (x < 0) \end{cases}$ 关于 y 轴对称,

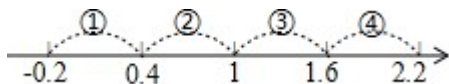
所以点 M 是原点;

故选: A.

【点评】本题考查反比例函数的图象及性质; 熟练掌握函数的解析式与函数图象的关系是解题的关键.

13. (2分) (2019•河北) 如图, 若 x 为正整数, 则表示 $\frac{(x+2)^2}{x^2+4x+4} - \frac{1}{x+1}$ 的值的点落在

()



- A. 段① B. 段② C. 段③ D. 段④

【考点】6B: 分式的加减法.

【专题】513: 分式; 66: 运算能力.

【分析】将所给分式的分母配方化简, 再利用分式加减法化简, 根据 x 为正整数, 从所给图中可得正确答案.

【解答】解: $\frac{(x+2)^2}{x^2+4x+4} - \frac{1}{x+1} = \frac{(x+2)^2}{(x+2)^2} - \frac{1}{x+1} = 1 - \frac{1}{x+1} = \frac{x}{x+1}$

又 $\because x$ 为正整数,

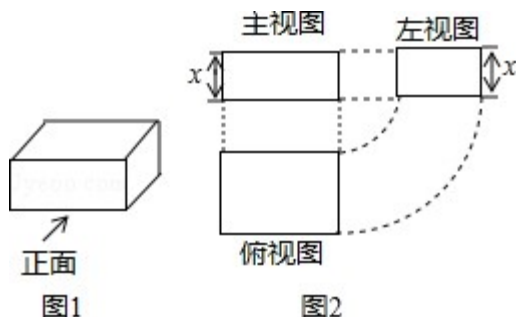
$$\therefore \frac{1}{2} \leq x < 1$$

故表示 $\frac{(x+2)^2}{x^2+4x+4} - \frac{1}{x+1}$ 的值的点落在②

故选: B.

【点评】本题考查了分式的化简及分式加减运算, 同时考查了分式值的估算, 总体难度中等.

14. (2分) (2019•河北) 图2是图1中长方体的三视图, 若用 S 表示面积, $S_{\text{主}} = x^2 + 2x$, $S_{\text{左}} = x^2 + x$, 则 $S_{\text{俯}} = ()$



- A. $x^2 + 3x + 2$ B. $x^2 + 2$ C. $x^2 + 2x + 1$ D. $2x^2 + 3x$

【考点】I4: 几何体的表面积; U3: 由三视图判断几何体.

【专题】55F: 投影与视图.

【分析】由主视图和左视图的宽为 x , 结合两者的面积得出俯视图的长和宽, 从而得出答案.

【解答】解: $\because S_{\text{主}} = x^2 + 2x = x(x+2)$, $S_{\text{左}} = x^2 + x = x(x+1)$,

$\therefore$ 俯视图的长为 $x+2$, 宽为 $x+1$,

则俯视图的面积 $S_{\text{俯}} = (x+2)(x+1) = x^2 + 3x + 2$,

故选: A.

【点评】本题主要考查由三视图判断几何体, 解题的关键是根据主视图、俯视图和左视图想象几何体的前面、上面和左侧面的形状, 以及几何体的长、宽、高.

15. (2分) (2019•河北) 小刚在解关于 x 的方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 时, 只抄对了 $a=1$, $b=4$, 解出其中一个根是 $x=-1$. 他核对时发现所抄的 c 比原方程的 c 值小 2. 则原方程的根的情况是 ()

- A. 不存在实数根
B. 有两个不相等的实数根
C. 有一个根是 $x=-1$
D. 有两个相等的实数根

【考点】A7: 解一元二次方程 - 公式法; AA: 根的判别式.

【专题】523: 一元二次方程及应用.

【分析】直接把已知数据代入进而得出 c 的值, 再解方程求出答案.

【解答】解: $\because$ 小刚在解关于 x 的方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 时, 只抄对了 $a=1$, $b=4$, 解出其中一个根是 $x=-1$,

$\therefore (-1)^2 - 4 + c = 0$,

解得: $c=3$,

故原方程中 $c=5$,

则 $b^2 - 4ac = 16 - 4 \times 1 \times 5 = -4 < 0$,

则原方程的根的情况是不存在实数根.

故选: A.

【点评】此题主要考查了根的判别式, 正确得出 c 的值是解题关键.

16. (2分) (2019•河北) 对于题目: “如图 1, 平面上, 正方形内有一长为 12、宽为 6 的矩形, 它可以在正方形的内部及边界通过移转 (即平移或旋转) 的方式, 自由地从横放移转到竖放, 求正方形边长的最小整数 n .” 甲、乙、丙作了自认为边长最小的正方形,

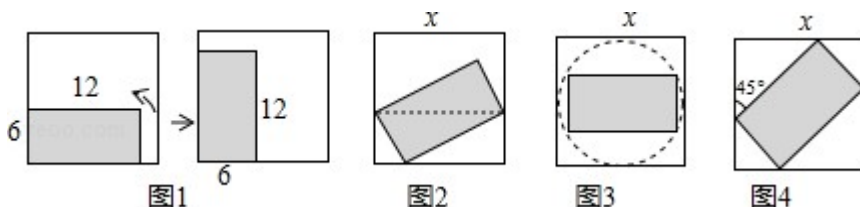
先求出该边长 x , 再取最小整数 n .

甲: 如图2, 思路是当 x 为矩形对角线长时就可移转过去; 结果取 $n=13$.

乙: 如图3, 思路是当 x 为矩形外接圆直径长时就可移转过去; 结果取 $n=14$.

丙: 如图4, 思路是当 x 为矩形的长与宽之和的 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 倍时就可移转过去; 结果取 $n=13$.

下列正确的是 ()



- A. 甲的思路错, 他的 n 值对
 B. 乙的思路和他的 n 值都对
 C. 甲和丙的 n 值都对
 D. 甲、乙的思路都错, 而丙的思路对

【考点】LB: 矩形的性质; LE: 正方形的性质; Q2: 平移的性质; R2: 旋转的性质.

【专题】556: 矩形 菱形 正方形.

【分析】平行四边形的性质矩形都具有; ②角: 矩形的四个角都是直角; ③边: 邻边垂直; ④对角线: 矩形的对角线相等; ⑤矩形是轴对称图形, 又是中心对称图形. 它有 2 条对称轴, 分别是每组对边中点连线所在的直线; 对称中心是两条对角线的交点.

【解答】解: 甲的思路正确, 长方形对角线最长, 只要对角线能通过就可以, 但是计算错误, 应为 $n=14$;

乙的思路与计算都正确;

丙的思路与计算都错误, 图示情况不是最长;

故选: B.

【点评】本题考查了矩形的性质与旋转的性质, 熟练运用矩形的性质是解题的关键.

二、填空题 (本大题有 3 个小题, 共 11 分, 17 小题 3 分: 18~19 小题各有 2 个空, 每空 2 分, 把答案写在题中横线上)

17. (3 分) (2019•河北) 若 $7^{-2} \times 7^{-1} \times 7^0 = 7^p$, 则 p 的值为 -3.

【考点】6E: 零指数幂; 6F: 负整数指数幂.

【专题】511: 实数.

【分析】直接利用同底数幂的乘法运算法则进而得出答案.

【解答】解: $\because 7^{-2} \times 7^{-1} \times 7^0 = 7^p$,

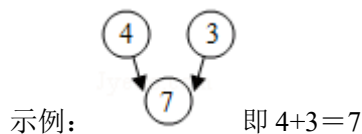
$$\therefore -2 - 1 + 0 = p,$$

解得: $p = -3$.

故答案为: -3 .

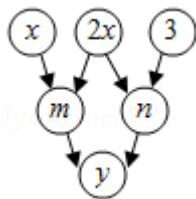
【点评】此题主要考查了同底数幂的乘法运算, 正确掌握相关运算法则是解题关键.

18. (4分) (2019•河北) 如图, 约定: 上方相邻两数之和等于这两数下方箭头共同指向的数.



则 (1) 用含 x 的式子表示 $m = \underline{3x}$;

(2) 当 $y = -2$ 时, n 的值为 1.



【考点】32: 列代数式; 33: 代数式求值.

【专题】512: 整式.

【分析】(1) 根据约定的方法即可求出 m ;

(2) 根据约定的方法即可求出 n .

【解答】解: (1) 根据约定的方法可得:

$$m = x + 2x = 3x;$$

故答案为: $3x$;

(2) 根据约定的方法即可求出 n

$$x + 2x + 2x + 3 = m + n = y.$$

当 $y = -2$ 时, $5x + 3 = -2$.

解得 $x = -1$.

$$\therefore n = 2x + 3 = -2 + 3 = 1.$$

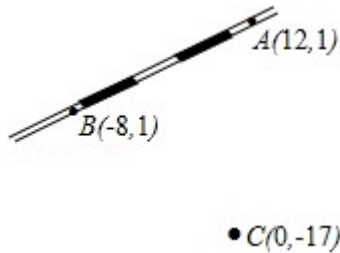
故答案为: 1.

【点评】本题考查了列代数式和代数式求值, 解题的关键是掌握列代数式的约定方法.

19. (4分) (2019•河北) 勘测队按实际需要构建了平面直角坐标系, 并标示了 A , B , C 三地的坐标, 数据如图 (单位: km). 笔直铁路经过 A , B 两地.

(1) A , B 间的距离为 20 km ;

(2) 计划修一条从 C 到铁路 AB 的最短公路 l , 并在 l 上建一个维修站 D , 使 D 到 A , C 的距离相等, 则 C , D 间的距离为 13 km .



【考点】KU: 勾股定理的应用.

【专题】55E: 解直角三角形及其应用; 64: 几何直观.

【分析】(1) 由垂线段最短以及根据两点的纵坐标相同即可求出 AB 的长度;

(2) 根据 A , B , C 三点的坐标可求出 CE 与 AE 的长度, 设 $CD=x$, 根据勾股定理即可求出 x 的值.

【解答】解: (1) 由 A , B 两点的纵坐标相同可知: $AB \parallel x$ 轴,

$$\therefore AB = 12 - (-8) = 20;$$

(2) 过点 C 作 $l \perp AB$ 于点 E , 连接 AC , 作 AC 的垂直平分线交直线 l 于点 D ,

$$\text{由 (1) 可知: } CE = 1 - (-17) = 18,$$

$$AE = 12,$$

$$\text{设 } CD = x,$$

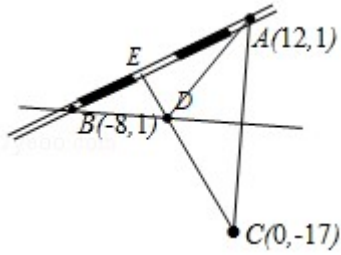
$$\therefore AD = CD = x,$$

$$\text{由勾股定理可知: } x^2 = (18 - x)^2 + 12^2,$$

$$\therefore \text{解得: } x = 13,$$

$$\therefore CD = 13,$$

故答案为: (1) 20; (2) 13;



【点评】 本题考查勾股定理, 解题的关键是根据 A 、 B 、 C 三点的坐标求出相关线段的长度, 本题属于中等题型.

三、解答题 (本大题有 7 个小题, 共 67 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

20. (8 分) (2019•河北) 有个填写运算符号的游戏: 在 “ $1 \square 2 \square 6 \square 9$ ” 中的每个 $\square$ 内, 填入 $+$, $-$, $\times$, $\div$ 中的某一个 (可重复使用), 然后计算结果.

(1) 计算: $1+2-6-9$;

(2) 若 $1 \div 2 \times 6 \square 9 = -6$, 请推算 $\square$ 内的符号;

(3) 在 “ $1 \square 2 \square 6 - 9$ ” 的 $\square$ 内填入符号后, 使计算所得数最小, 直接写出这个最小数.

【考点】 1G: 有理数的混合运算.

【专题】 11: 计算题.

【分析】 (1) 根据有理数的加减法可以解答本题;

(2) 根据题目中式子的结果, 可以得到 $\square$ 内的符号;

(3) 先写出结果, 然后说明理由即可.

【解答】 解: (1) $1+2-6-9$

$$= 3 - 6 - 9$$

$$= -3 - 9$$

$$= -12;$$

(2) $\because 1 \div 2 \times 6 \square 9 = -6$,

$$\therefore 1 \times \frac{1}{2} \times 6 \square 9 = -6,$$

$$\therefore 3 \square 9 = -6,$$

$\therefore \square$ 内的符号是 “ $-$ ”;

(3) 这个最小数是 -20 ,

理由: $\because$ 在 “ $1 \square 2 \square 6 - 9$ ” 的 $\square$ 内填入符号后, 使计算所得数最小,

$\therefore 1 \square 2 \square 6$ 的结果是负数即可,

$\therefore 1 \square 2 \square 6$ 的最小值是 $1 - 2 \times 6 = -11$,

$\therefore 1 \square 2 \square 6 - 9$ 的最小值是 $-11 - 9 = -20$,

$\therefore$ 这个最小数是 -20 .

【点评】 本题考查有理数的混合运算, 解答本题得关键是明确有理数混合运算的计算方法.

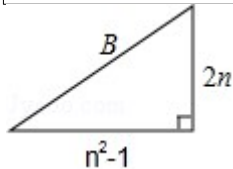
21. (9分) (2019•河北) 已知: 整式 $A = (n^2 - 1)^2 + (2n)^2$, 整式 $B > 0$.

尝试化简整式 A .

发现 $A = B^2$, 求整式 B .

联想 由上可知, $B^2 = (n^2 - 1)^2 + (2n)^2$, 当 $n > 1$ 时, $n^2 - 1$, $2n$, B 为直角三角形的三边长, 如图. 填写下表中 B 的值:

直角三角形三边	$n^2 - 1$	$2n$	B
勾股数组 I	/	8	<u>15</u>
勾股数组 II	35	/	<u>37</u>



【考点】 47: 幂的乘方与积的乘方; KT: 勾股数.

【专题】 512: 整式; 554: 等腰三角形与直角三角形.

【分析】 先根据整式的混合运算法则求出 A , 进而求出 B , 再把 n 的值代入即可解答.

【解答】 解: $A = (n^2 - 1)^2 + (2n)^2 = n^4 - 2n^2 + 1 + 4n^2 = n^4 + 2n^2 + 1 = (n^2 + 1)^2$,

$\therefore A = B^2$, $B > 0$,

$\therefore B = n^2 + 1$,

当 $2n = 8$ 时, $n = 4$, $\therefore n^2 + 1 = 4^2 + 1 = 15$;

当 $n^2 - 1 = 35$ 时, $n^2 + 1 = 37$.

故答案为: 15; 37

【点评】 本题考查了勾股数的定义, 及勾股定理的逆定理: 已知 $\triangle ABC$ 的三边满足 $a^2 + b^2 = c^2$, 则 $\triangle ABC$ 是直角三角形.

22. (9分) (2019•河北) 某球室有三种品牌的 4 个乒乓球, 价格是 7, 8, 9 (单位:

元) 三种. 从中随机拿出一个球, 已知 P (一次拿到 8 元球) $= \frac{1}{2}$.

(1) 求这 4 个球价格的众数;

(2) 若甲组已拿走一个 7 元球训练, 乙组准备从剩余 3 个球中随机拿一个训练.

① 所剩的 3 个球价格的中位数与原来 4 个球价格的中位数是否相同? 并简要说明理由;

② 乙组先随机拿出一个球后放回, 之后又随机拿一个, 用列表法 (如图) 求乙组两次都拿到 8 元球的概率.

又拿			
先拿			



【考点】 B7: 分式方程的应用; W4: 中位数; W5: 众数; X4: 概率公式; X6: 列表法与树状图法.

【专题】 542: 统计的应用; 543: 概率及其应用.

【分析】 (1) 由概率公式求出 8 元球的个数, 由众数的定义即可得出答案;

(2) ① 由中位数的定义即可得出答案;

② 用列表法得出所有结果, 乙组两次都拿到 8 元球的结果有 4 个, 由概率公式即可得出答案.

【解答】 解: (1) $\because P(\text{一次拿到 8 元球}) = \frac{1}{2},$

$\therefore 8 \text{ 元球的个数为 } 4 \times \frac{1}{2} = 2 \text{ (个)},$ 按照从小到大的顺序排列为 7, 8, 8, 9,

$\therefore$ 这 4 个球价格的众数为 8 元;

(2) ① 所剩的 3 个球价格的中位数与原来 4 个球价格的中位数相同; 理由如下:

原来 4 个球的价格按照从小到大的顺序排列为 7, 8, 8, 9,

$\therefore$ 原来 4 个球价格的中位数为 $\frac{8+8}{2} = 8 \text{ (元)},$

所剩的 3 个球价格为 8, 8, 9,

$\therefore$ 所剩的 3 个球价格的中位数为 8 元,

∴ 所剩的 3 个球价格的中位数与原来 4 个球价格的中位数相同;

② 列表如图所示: 共有 9 个等可能的结果, 乙组两次都拿到 8 元球的结果有 4 个,

∴ 乙组两次都拿到 8 元球的概率为 $\frac{4}{9}$.

又拿 先拿	8	8	9
8	8, 8	8, 8	8, 9
8	8, 8	8, 8	8, 9
9	9, 8	9, 8	9, 9

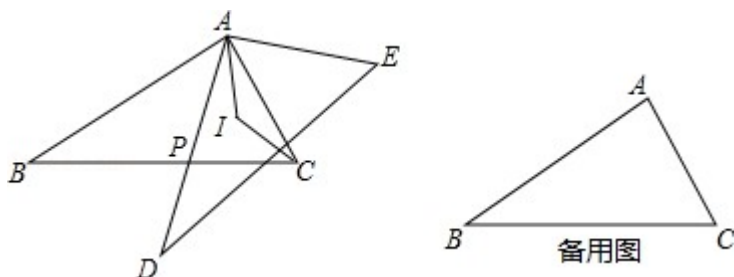
【点评】 本题考查了众数、中位数以及列表法求概率; 熟练掌握众数、中位数的定义, 列表得出所有结果是解题的关键.

23. (9 分) (2019•河北) 如图, $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 中, $AB=AD=6$, $BC=DE$, $\angle B=\angle D=30^\circ$, 边 AD 与边 BC 交于点 P (不与点 B , C 重合), 点 B , E 在 AD 异侧, I 为 $\triangle APC$ 的内心.

(1) 求证: $\angle BAD=\angle CAE$;

(2) 设 $AP=x$, 请用含 x 的式子表示 PD , 并求 PD 的最大值;

(3) 当 $AB \perp AC$ 时, $\angle AIC$ 的取值范围为 $m^\circ < \angle AIC < n^\circ$, 分别直接写出 m , n 的值.



【考点】 MR: 圆的综合题.

【专题】 15: 综合题; 25: 动点型.

【分析】 (1) 由条件易证 $\triangle ABC \cong \triangle ADE$, 得 $\angle BAC = \angle DAE$, $\therefore \angle BAD = \angle CAE$.

(2) $PD = AD - AP = 6 - x$, $\because$ 点 P 在线段 BC 上且不与 B 、 C 重合, $\therefore AP$ 的最小值即 $AP \perp BC$ 时 AP 的长度, 此时 PD 可得最大值.

(3) I 为 $\triangle APC$ 的内心, 即 I 为 $\triangle APC$ 角平分线的交点, 应用 “三角形内角和等于 180° ” 及角平分线定义即可表示出 $\angle AIC$, 从而得到 m, n 的值.

【解答】解: (1) 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 中, (如图1)

$$\begin{cases} AB=AD \\ \angle B=\angle D \\ BC=DE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle ADE \text{ (SAS)}$$

$$\therefore \angle BAC = \angle DAE$$

$$\text{即 } \angle BAD + \angle DAC = \angle DAC + \angle CAE$$

$$\therefore \angle BAD = \angle CAE.$$

$$(2) \because AD=6, AP=x,$$

$$\therefore PD=6-x$$

当 $AD \perp BC$ 时, $AP = \frac{1}{2}AB = 3$ 最小, 即 $PD = 6 - 3 = 3$ 为 PD 的最大值.

(3) 如图2, 设 $\angle BAP = \alpha$, 则 $\angle APC = \alpha + 30^\circ$,

$$\because AB \perp AC$$

$$\therefore \angle BAC = 90^\circ, \angle PCA = 60^\circ, \angle PAC = 90^\circ - \alpha,$$

$\because I$ 为 $\triangle APC$ 的内心

$$\therefore AI、CI \text{ 分别平分 } \angle PAC, \angle PCA,$$

$$\therefore \angle IAC = \frac{1}{2} \angle PAC, \angle ICA = \frac{1}{2} \angle PCA$$

$$\therefore \angle AIC = 180^\circ - (\angle IAC + \angle ICA)$$

$$= 180^\circ - \frac{1}{2} (\angle PAC + \angle PCA)$$

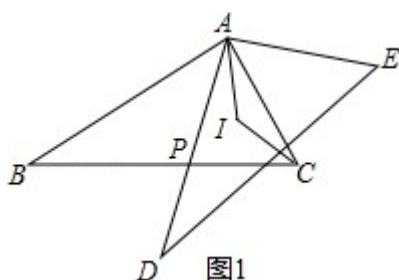
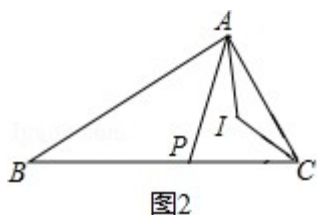
$$= 180^\circ - \frac{1}{2} (90^\circ - \alpha + 60^\circ)$$

$$= \frac{1}{2} \alpha + 105^\circ$$

$$\because 0 < \alpha < 90^\circ,$$

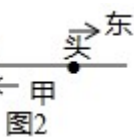
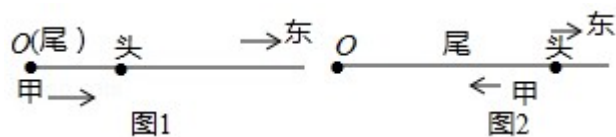
$$\therefore 105^\circ < \frac{1}{2}\alpha + 105^\circ < 150^\circ, \text{ 即 } 105^\circ < \angle AIC < 150^\circ,$$

$$\therefore m = 105, n = 150.$$



【点评】本题是一道几何综合题，考查了点到直线的距离垂线段最短， 30° 的角所对的直角边等于斜边的一半，全等三角形的判定和性质，三角形内心概念及角平分线定义等，解题关键是将 PD 最大值转化为 PA 的最小值。

24. (10分) (2019•河北) 长为 $300m$ 的春游队伍，以 v (m/s) 的速度向东行进，如图 1 和图 2，当队伍排尾行进到位置 O 时，在排尾处的甲有一物品要送到排头，送到后立即返回排尾，甲的往返速度均为 $2v$ (m/s)，当甲返回排尾后，他及队伍均停止行进。设排尾从位置 O 开始行进的时间为 t (s)，排头与 O 的距离为 $S_{\text{头}}$ (m)。



(1) 当 $v=2$ 时，解答：

- ① 求 $S_{\text{头}}$ 与 t 的函数关系式 (不写 t 的取值范围)；
- ② 当甲赶到排头位置时，求 $S_{\text{头}}$ 的值；在甲从排头返回到排尾过程中，设甲与位置 O 的距离为 $S_{\text{甲}}$ (m)，求 $S_{\text{甲}}$ 与 t 的函数关系式 (不写 t 的取值范围)

(2) 设甲这次往返队伍的总时间为 T (s)，求 T 与 v 的函数关系式 (不写 v 的取值范围)，并写出队伍在此过程中行进的路程。

【考点】GA：反比例函数的应用。

【专题】33: 函数思想; 37: 数学建模思想; 534: 反比例函数及其应用.

【分析】(1) ①排头与 O 的距离为 $S_{\text{头}}(m)$. 等于排头行走的路程+队伍的长 300, 而排头行进的时间也是 $t(s)$, 速度是 $2m/s$, 可以求出 $S_{\text{头}}$ 与 t 的函数关系式;

②甲赶到排头位置的时间可以根据追及问题的数量关系得出, 代入求 S 即可; 在甲从排头返回到排尾过程中, 设甲与位置 O 的距离为 $S_{\text{甲}}(m)$ 是在 S 的基础上减少甲返回的路程, 而甲返回的时间(总时间 t 减去甲从排尾赶到排头的的时间), 于是可以求 $S_{\text{甲}}$ 与 t 的函数关系式;

(2) 甲这次往返队伍的总时间为 $T(s)$, 是甲从排尾追到排头用的时间与从排头返回排尾用时的和, 可以根据追及问题和相遇问题的数量关系得出结果; 在甲这次往返队伍的过程中队伍行进的路程=队伍速度 $\times$ 返回时间.

【解答】解: (1) ①排尾从位置 O 开始行进的时间为 $t(s)$, 则排头也离开原排头 $t(s)$,

$$\therefore S_{\text{头}} = 2t + 300$$

②甲从排尾赶到排头的的时间为 $300 \div (2v - v) = 300 \div v = 300 \div 2 = 150 s$, 此时 $S_{\text{头}} = 2t + 300 = 600 m$

甲返回时间为: $(t - 150) s$

$$\therefore S_{\text{甲}} = S_{\text{头}} - S_{\text{甲回}} = 2 \times 150 + 300 - 4(t - 150) = -4t + 1200;$$

因此, $S_{\text{头}}$ 与 t 的函数关系式为 $S_{\text{头}} = 2t + 300$, 当甲赶到排头位置时, 求 S 的值为 $600m$,

在甲从排头返回到排尾过程中, $S_{\text{甲}}$ 与 t 的函数关系式为 $S_{\text{甲}} = -4t + 1200$.

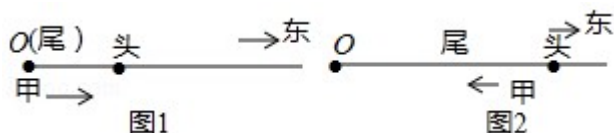
$$(2) T = t_{\text{追及}} + t_{\text{返回}} = \frac{300}{2v-v} + \frac{300}{2v+v} = \frac{400}{v},$$

在甲这次往返队伍的过程中队伍行进的路程为: $v \times (T - 150) = v \times (\frac{400}{v} - 150) =$

$400 - 150v$;

因此 T 与 v 的函数关系式为: $T = \frac{400}{v}$, 此时队伍在此过程中行进的路程为 $(400 -$

$150v) m$.



【点评】考查行程问题中相遇、追及问题的数量关系的理解和应用，同时函数思想方法的应用，切实理解变量之间的变化关系，由于时间有重合的部分，容易出现错误。

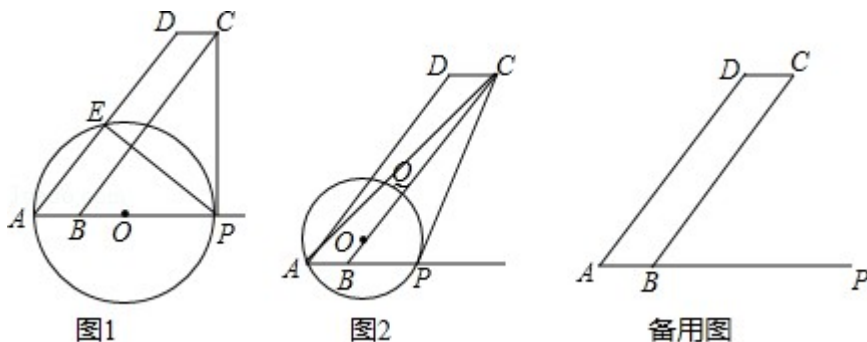
25. (10分) (2019•河北) 如图1和2, $\square ABCD$ 中, $AB=3$, $BC=15$, $\tan \angle DAB = \frac{4}{3}$.

点 P 为 AB 延长线上一点, 过点 A 作 $\odot O$ 切 CP 于点 P , 设 $BP=x$.

(1) 如图1, x 为何值时, 圆心 O 落在 AP 上? 若此时 $\odot O$ 交 AD 于点 E , 直接指出 PE 与 BC 的位置关系;

(2) 当 $x=4$ 时, 如图2, $\odot O$ 与 AC 交于点 Q , 求 $\angle CAP$ 的度数, 并通过计算比较弦 AP 与劣弧 $\widehat{PQ}$ 长度的大小;

(3) 当 $\odot O$ 与线段 AD 只有一个公共点时, 直接写出 x 的取值范围.



【考点】MR: 圆的综合题.

【专题】152: 几何综合题; 48: 构造法.

【分析】(1) 由三角函数定义知: $\text{Rt}\triangle PBC$ 中, $\frac{CP}{BP} = \tan \angle PBC = \tan \angle DAB = \frac{4}{3}$, 设 $CP=4k$, $BP=3k$, 由勾股定理可求得 BC , 根据“直径所对的圆周角是直角”可得 $PE \perp AD$, 由此可得 $PE \perp BC$;

(2) 作 $CG \perp AB$, 运用勾股定理和三角函数可求 CG 和 AG , 再应用三角函数求 $\angle CAP$, 应用弧长公式求劣弧 $\widehat{PQ}$ 长度, 再比较它与 AP 长度的大小;

(3) 当 $\odot O$ 与线段 AD 只有一个公共点时, $\odot O$ 与 AD 相切于点 A , 或 $\odot O$ 与线段 DA 的延长线相交于另一点, 此时, BP 只有最小值, 即 $x \geq 18$.

【解答】解：（1）如图1， AP 经过圆心 O ， $\because CP$ 与 $\odot O$ 相切于 P ，

$$\therefore \angle APC = 90^\circ,$$

$$\because \square ABCD,$$

$$\therefore AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle PBC = \angle DAB$$

$$\therefore \frac{CP}{BP} = \tan \angle PBC = \tan \angle DAB = \frac{4}{3}, \text{ 设 } CP = 4k, BP = 3k, \text{ 由 } CP^2 + BP^2 = BC^2,$$

$$\text{得 } (4k)^2 + (3k)^2 = 15^2, \text{ 解得 } k_1 = -3 \text{ (舍去)}, k_2 = 3,$$

$$\therefore x = BP = 3 \times 3 = 9,$$

故当 $x = 9$ 时，圆心 O 落在 AP 上；

$\because AP$ 是 $\odot O$ 的直径，

$$\therefore \angle AEP = 90^\circ,$$

$$\therefore PE \perp AD,$$

$$\because \square ABCD,$$

$$\therefore BC \parallel AD$$

$$\therefore PE \perp BC$$

（2）如图2，过点 C 作 $CG \perp AP$ 于 G ，

$$\because \square ABCD,$$

$$\therefore BC \parallel AD,$$

$$\therefore \angle CBG = \angle DAB$$

$$\therefore \frac{CG}{BG} = \tan \angle CBG = \tan \angle DAB = \frac{4}{3},$$

$$\text{设 } CG = 4m, BG = 3m, \text{ 由勾股定理得: } (4m)^2 + (3m)^2 = 15^2, \text{ 解得 } m = 3,$$

$$\therefore CG = 4 \times 3 = 12, BG = 3 \times 3 = 9, PG = BG - BP = 9 - 4 = 5, AP = AB + BP = 3 + 4 = 7,$$

$$\therefore AG = AB + BG = 3 + 9 = 12$$

$$\therefore \tan \angle CAP = \frac{CG}{AG} = \frac{12}{12} = 1,$$

$$\therefore \angle CAP = 45^\circ;$$

连接 OP , OQ ，过点 O 作 $OH \perp AP$ 于 H ，则 $\angle POQ = 2\angle CAP = 2 \times 45^\circ = 90^\circ$, $PH = \frac{1}{2}AP$

$$=\frac{7}{2},$$

$$\text{在 Rt}\triangle CPG \text{ 中, } CP=\sqrt{PG^2+CG^2}=\sqrt{5^2+12^2}=13,$$

$\because CP$ 是 $\odot O$ 的切线,

$$\therefore \angle OPC = \angle OHP = 90^\circ, \quad \angle OPH + \angle CPG = 90^\circ, \quad \angle PCG + \angle CPG = 90^\circ$$

$$\therefore \angle OPH = \angle PCG$$

$$\therefore \triangle OPH \sim \triangle PCG$$

$$\therefore \frac{PH}{OP} = \frac{CG}{CP}, \quad \text{即 } PH \times CP = CG \times OP, \quad \frac{7}{2} \times 13 = 12OP,$$

$$\therefore OP = \frac{91}{24}$$

$$\therefore \text{劣弧 } \widehat{PQ} \text{ 长度} = \frac{90\pi \times \frac{91}{24}}{180} = \frac{91}{48}\pi,$$

$$\therefore \frac{91}{48}\pi < 2\pi < 7$$

$\therefore$ 弦 AP 的长度 $>$ 劣弧 $\widehat{PQ}$ 长度.

(3) 如图 3, $\odot O$ 与线段 AD 只有一个公共点, 即圆心 O 位于直线 AB 下方, 且 $\angle OAD \geq 90^\circ$,

当 $\angle OAD = 90^\circ$, $\angle CPM = \angle DAB$ 时, 此时 BP 取得最小值, 过点 C 作 $CM \perp AB$ 于 M ,

$$\because \angle DAB = \angle CBP,$$

$$\therefore \angle CPM = \angle CBP$$

$$\therefore CB = CP,$$

$$\because CM \perp AB$$

$$\therefore BP = 2BM = 2 \times 9 = 18,$$

$$\therefore x \geq 18$$

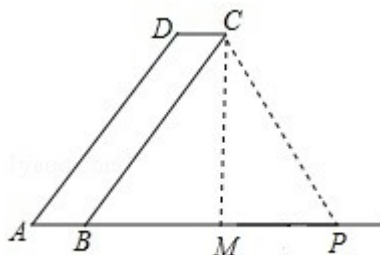


图3

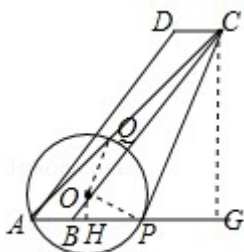


图2

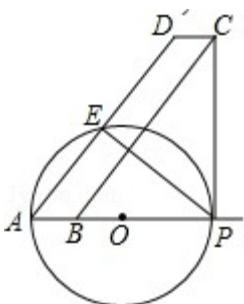


图1

【点评】本题是一道几何综合题，考查了圆的切线性质，相似三角形性质，三角函数解直角三角形，勾股定理，弧长计算等；综合性较强，学生解题时要灵活运用所学数学知识解决问题。

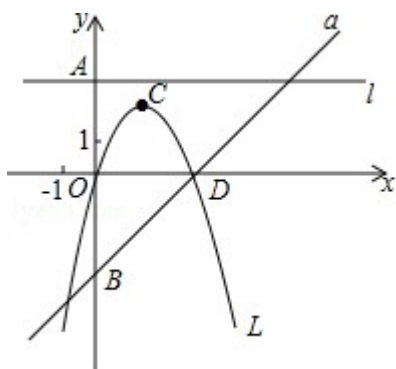
26. (12分) (2019•河北) 如图，若 b 是正数，直线 $l: y=b$ 与 y 轴交于点 A ；直线 $a: y=x-b$ 与 y 轴交于点 B ；抛物线 $L: y=-x^2+bx$ 的顶点为 C ，且 L 与 x 轴右交点为 D 。

(1) 若 $AB=8$ ，求 b 的值，并求此时 L 的对称轴与 a 的交点坐标；

(2) 当点 C 在 l 下方时，求点 C 与 l 距离的最大值；

(3) 设 $x_0 \neq 0$ ，点 (x_0, y_1) ， (x_0, y_2) ， (x_0, y_3) 分别在 l ， a 和 L 上，且 y_3 是 y_1, y_2 的平均数，求点 $(x_0, 0)$ 与点 D 间的距离；

(4) 在 L 和 a 所围成的封闭图形的边界上，把横、纵坐标都是整数的点称为“美点”，分别直接写出 $b=2019$ 和 $b=2019.5$ 时“美点”的个数。



【考点】HF：二次函数综合题.

【专题】536：二次函数的应用.

【分析】(1) 当 $x=0$ 时, $y=x-b=-b$, 所以 $B(0, -b)$, 而 $AB=8$, 而 $A(0, b)$, 则 $b-(-b)=8$, $b=4$. 所以 $L: y=-x^2+4x$, 对称轴 $x=2$, 当 $x=2$ 时 $y=x-4=-2$, 于是 L 的对称轴与 a 的交点为 $(2, -2)$;

(2) $y=-(x-\frac{b}{2})^2+\frac{b^2}{4}$, 顶点 $C(\frac{b}{2}, \frac{b^2}{4})$ 因为点 C 在 l 下方, 则 C 与 l 的距离 $b-\frac{b^2}{4}=-\frac{1}{4}(b-2)^2+1\leq 1$, 所以点 C 与 l 距离的最大值为 1;

(3) 由题意得 $y_3=\frac{y_1+y_2}{2}$, 即 $y_1+y_2=2y_3$, 得 $b+x_0-b=2(-x_0^2+bx_0)$ 解得 $x_0=0$ 或 $x_0=b-\frac{1}{2}$. 但 $x_0\neq 0$, 取 $x_0=b-\frac{1}{2}$, 对于 L , 当 $y=0$ 时, $0=-x^2+bx$, 即 $0=-x(x-b)$, 解得 $x_1=0$, $x_2=b$, 右交点 $D(b, 0)$. 因此点 $(x_0, 0)$ 与点 D 间的距离 $b-(b-\frac{1}{2})=\frac{1}{2}$

$$(b-\frac{1}{2})=\frac{1}{2}$$

(4) ①当 $b=2019$ 时, 抛物线解析式 $L: y=-x^2+2019x$ 直线解析式 $a: y=x-2019$, “美点”总计 4040 个点,

②当 $b=2019.5$ 时, 抛物线解析式 $L: y=-x^2+2019.5x$, 直线解析式 $a: y=x-2019.5$, “美点”共有 1010 个.

【解答】解: (1) 当 $x=0$ 时, $y=x-b=-b$,

$\therefore B(0, -b)$,

$\because AB=8$, 而 $A(0, b)$,

$$\therefore b - (-b) = 8,$$

$$\therefore b=4.$$

$$\therefore L: y = -x^2 + 4x,$$

$\therefore L$ 的对称轴 $x=2$,

$$\text{当 } x=2 \text{ 时, } y=x-4=-2,$$

$\therefore L$ 的对称轴与 a 的交点为 $(2, -2)$;

$$(2) y = -\left(x - \frac{b}{2}\right)^2 + \frac{b^2}{4},$$

$$\therefore L \text{ 的顶点 } C\left(\frac{b}{2}, \frac{b^2}{4}\right)$$

$\because$ 点 C 在 l 下方,

$$\therefore C \text{ 与 } l \text{ 的距离 } b - \frac{b^2}{4} = -\frac{1}{4}(b-2)^2 + 1 \leq 1,$$

$\therefore$ 点 C 与 l 距离的最大值为 1;

$$(3) \text{ 由题意得 } y_3 = \frac{y_1 + y_2}{2}, \text{ 即 } y_1 + y_2 = 2y_3,$$

$$\text{得 } b + x_0 - b = 2(-x_0^2 + bx_0)$$

$$\text{解得 } x_0 = 0 \text{ 或 } x_0 = b - \frac{1}{2}. \text{ 但 } x_0 \neq 0, \text{ 取 } x_0 = b - \frac{1}{2},$$

$$\text{对于 } L, \text{ 当 } y=0 \text{ 时, } 0 = -x^2 + bx, \text{ 即 } 0 = -x(x-b),$$

$$\text{解得 } x_1 = 0, x_2 = b,$$

$$\because b > 0,$$

$$\therefore \text{右交点 } D(b, 0).$$

$$\therefore \text{点 } (x_0, 0) \text{ 与点 } D \text{ 间的距离 } b - \left(b - \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}$$

$$(4) \text{ ①当 } b=2019 \text{ 时, 抛物线解析式 } L: y = -x^2 + 2019x$$

$$\text{直线解析式 } a: y = x - 2019$$

$$\text{联立上述两个解析式可得: } x_1 = -1, x_2 = 2019,$$

$\therefore$ 可知每一个整数 x 的值 都对应的一个整数 y 值, 且 -1 和 2019 之间 (包括 -1 和 2019) 共有 2021 个整数;

∴ 另外要知道所围成的封闭图形边界分两部分: 线段和抛物线,

∴ 线段和抛物线上各有 2021 个整数点

∴ 总计 4042 个点,

∴ 这两段图象交点有 2 个点重复重复,

∴ “美点” 的个数: $4042 - 2 = 4040$ (个);

② 当 $b = 2019.5$ 时,

抛物线解析式 $L: y = -x^2 + 2019.5x$,

直线解析式 $a: y = x - 2019.5$,

联立上述两个解析式可得: $x_1 = -1, x_2 = 2019.5$,

∴ 当 x 取整数时, 在一次函数 $y = x - 2019.5$ 上, y 取不到整数值, 因此在该图象上 “美点” 为 0,

在二次函数 $y = x + 2019.5x$ 图象上, 当 x 为偶数时, 函数值 y 可取整数,

可知 -1 到 2019.5 之间有 1009 个偶数, 并且在 -1 和 2019.5 之间还有整数 0, 验证后可知 0 也符合

条件, 因此 “美点” 共有 1010 个.

故 $b = 2019$ 时 “美点” 的个数为 4040 个, $b = 2019.5$ 时 “美点” 的个数为 1010 个.

【点评】 本题考查了二次函数, 熟练运用二次函数的性质以及待定系数法求函数解析式是解题的关键.

考点卡片

1. 正数和负数

- 1、在以前学过的 0 以外的数叫做正数, 在正数前面加负号 “-”, 叫做负数, 一个数前面的 “+” “-” 号叫做它的符号.
- 2、0 既不是正数也不是负数. 0 是正负数的分界点, 正数是大于 0 的数, 负数是小于 0 的数.
- 3、用正负数表示两种具有相反意义的量. 具有相反意义的量都是互相依存的两个量, 它包含两个要素, 一是它们的意义相反, 二是它们都是数量.

2. 有理数的混合运算

(1) 有理数混合运算顺序: 先算乘方, 再算乘除, 最后算加减; 同级运算, 应按从左到右的顺序进行计算; 如果有括号, 要先做括号内的运算.

(2) 进行有理数的混合运算时, 注意各个运算律的运用, 使运算过程得到简化.

【规律方法】有理数混合运算的四种运算技巧

1. 转化法: 一是将除法转化为乘法, 二是将乘方转化为乘法, 三是在乘除混合运算中, 通常将小数转化为分数进行约分计算.
2. 凑整法: 在加减混合运算中, 通常将和为零的两个数, 分母相同的两个数, 和为整数的两个数, 乘积为整数的两个数分别结合为一组求解.
3. 分拆法: 先将带分数分拆成一个整数与一个真分数的和的形式, 然后进行计算.
4. 巧用运算律: 在计算中巧妙运用加法运算律或乘法运算律往往使计算更简便.

3. 科学记数法—表示较小的数

用科学记数法表示较小的数, 一般形式为 $a \times 10^{-n}$, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定.

【规律方法】用科学记数法表示有理数 x 的规律

x 的取值范围	表示方法	a 的取值	n 的取值
$ x \geq 10$	$a \times 10^n$	$1 \leq a $	整数的位数 - 1
$ x < 1$	$a \times 10^{-n}$	< 10	第一位非零数字前所有 0 的个数 (含小数点前的 0)

4. 列代数式

(1) 定义: 把问题中与数量有关的词语, 用含有数字、字母和运算符号的式子表示出来,

就是列代数式.

(2) 列代数式五点注意: ①仔细辨别词义. 列代数式时, 要先认真审题, 抓住关键词语, 仔细辨析词义. 如“除”与“除以”, “平方的差(或平方差)”与“差的平方”的词义区分. ②分清数量关系. 要正确列代数式, 只有分清数量之间的关系. ③注意运算顺序. 列代数式时, 一般应在语言叙述的数量关系中, 先读的先写, 不同级运算的语言, 且又要体现出先低级运算, 要把代数式中代表低级运算的这部分括起来. ④规范书写格式. 列代数式时要按要求规范地书写. 像数字与字母、字母与字母相乘可省略乘号不写, 数与数相乘必须写乘号; 除法可写成分数形式, 带分数与字母相乘需把带分数化为假分数, 书写单位名称什么时不加括号, 什么时要加括号. 注意代数式括号的适当运用. ⑤正确进行代换. 列代数式时, 有时需将题中的字母代入公式, 这就要求正确进行代换.

【规律方法】列代数式应该注意的四个问题

1. 在同一个式子或具体问题中, 每一个字母只能代表一个量.
2. 要注意书写的规范性. 用字母表示数以后, 在含有字母与数字的乘法中, 通常将“ $\times$ ”简写作“ $\cdot$ ”或者省略不写.
3. 在数和表示数的字母乘积中, 一般把数写在字母的前面, 这个数若是带分数要把它化成假分数.
4. 含有字母的除法, 一般不用“ $\div$ ”(除号), 而是写成分数的形式.

5. 代数式求值

(1) 代数式的值: 用数值代替代数式里的字母, 计算后所得的结果叫做代数式的值.

(2) 代数式的求值: 求代数式的值可以直接代入、计算. 如果给出的代数式可以化简, 要先化简再求值.

题型简单总结以下三种:

- ① 已知条件不化简, 所给代数式化简;
- ② 已知条件化简, 所给代数式不化简;
- ③ 已知条件和所给代数式都要化简.

6. 幂的乘方与积的乘方

(1) 幂的乘方法则: 底数不变, 指数相乘.

$$(a^m)^n = a^{mn} \quad (m, n \text{ 是正整数})$$

注意: ①幂的乘方的底数指的是幂的底数; ②性质中“指数相乘”指的是幂的指数与乘方

的指数相乘, 这里注意与同底数幂的乘法中“指数相加”的区别.

(2) 积的乘方法则: 把每一个因式分别乘方, 再把所得的幂相乘.

$$(ab)^n = a^n b^n \quad (n \text{ 是正整数})$$

注意: ①因式是三个或三个以上积的乘方, 法则仍适用; ②运用时数字因数的乘方应根据乘方的意义, 计算出最后的结果.

7. 单项式乘多项式

(1) 单项式与多项式相乘的运算法则: 单项式与多项式相乘, 就是用单项式去乘多项式的每一项, 再把所得的积相加.

(2) 单项式与多项式相乘时, 应注意以下几个问题:

①单项式与多项式相乘实质上是转化为单项式乘以单项式; ②用单项式去乘多项式中的每一项时, 不能漏乘; ③注意确定积的符号.

8. 分式的加减法

(1) 同分母分式加减法法则: 同分母的分式相加减, 分母不变, 把分子相加减.

(2) 异分母分式加减法法则: 把分母不相同的几个分式化成分母相同的分式, 叫做通分, 经过通分, 异分母分式的加减就转化为同分母分式的加减.

说明:

①分式的通分必须注意整个分子和整个分母, 分母是多项式时, 必须先分解因式, 分子是多项式时, 要把分母所乘的相同式子与这个多项式相乘, 而不能只同其中某一项相乘.

②通分是和约分是相反的一种变换. 约分是把分子和分母的所有公因式约去, 将分式化为较简单的形式; 通分是分别把每一个分式的分子分母同乘以相同的因式, 使几个较简单的分式变成分母相同的较复杂的形式. 约分是对一个分式而言的; 通分则是对两个或两个以上的分式来说的.

9. 零指数幂

$$\text{零指数幂: } a^0 = 1 \quad (a \neq 0)$$

$$\text{由 } a^m \div a^m = 1, a^m \div a^m = a^{m-m} = a^0 \text{ 可推出 } a^0 = 1 \quad (a \neq 0)$$

注意: $0^0 \neq 1$.

10. 负整数指数幂

$$\text{负整数指数幂: } a^{-p} = \frac{1}{a^p} \quad (a \neq 0, p \text{ 为正整数})$$

注意: ① $a \neq 0$;

②计算负整数指数幂时, 一定要根据负整数指数幂的意义计算, 避免出现 $(-3)^{-2} =$

$(-3) \times (-2)$ 的错误.

③ 当底数是分数时, 只要把分子、分母颠倒, 负指数就可变为正指数.

④ 在混合运算中, 始终要注意运算的顺序.

11. 解一元二次方程-公式法

(1) 把 $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ ($b^2 - 4ac \geq 0$) 叫做一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 的求根公式.

(2) 用求根公式解一元二次方程的方法是公式法.

(3) 用公式法解一元二次方程的一般步骤为:

① 把方程化成一般形式, 进而确定 a, b, c 的值 (注意符号);

② 求出 $b^2 - 4ac$ 的值 (若 $b^2 - 4ac < 0$, 方程无实数根);

③ 在 $b^2 - 4ac \geq 0$ 的前提下, 把 a, b, c 的值代入公式进行计算求出方程的根.

注意: 用公式法解一元二次方程的前提条件有两个: ① $a \neq 0$; ② $b^2 - 4ac \geq 0$.

12. 根的判别式

利用一元二次方程根的判别式 ($\Delta = b^2 - 4ac$) 判断方程的根的情况.

一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 的根与 $\Delta = b^2 - 4ac$ 有如下关系:

① 当 $\Delta > 0$ 时, 方程有两个不相等的两个实数根;

② 当 $\Delta = 0$ 时, 方程有两个相等的两个实数根;

③ 当 $\Delta < 0$ 时, 方程无实数根.

上面的结论反过来也成立.

13. 分式方程的应用

1、列分式方程解应用题的一般步骤: 设、列、解、验、答.

必须严格按照这 5 步进行做题, 规范解题步骤, 另外还要注意完整性: 如设和答叙述要完整, 要写出单位等.

2、要掌握常见问题中的基本关系, 如行程问题: 速度 = 路程 / 时间; 工作量问题: 工作效率 = 工作量 / 工作时间
等等.

列分式方程解应用题一定要审清题意, 找相等关系是着眼点, 要学会分析题意, 提高理解能力.

14. 由实际问题抽象出一元一次不等式

用不等式表示不等关系时, 要抓住题目中的关键词, 如 “大于 (小于)、不超过 (不低

于)、是正数(负数)”“至少”、“最多”等等, 正确选择不等号.

因此建立不等式要善于从“关键词”中挖掘其内涵, 不同的词里蕴含这不同的不等关系.

15. 反比例函数的图象

用描点法画反比例函数的图象, 步骤: 列表 - - - 描点 - - - 连线.

(1) 列表取值时, $x \neq 0$, 因为 $x=0$ 函数无意义, 为了使描出的点具有代表性, 可以以“0”为中心, 向两边对称式取值, 即正、负数各一半, 且互为相反数, 这样也便于求 y 值.

(2) 由于函数图象的特征还不清楚, 所以要尽量多取一些数值, 多描一些点, 这样便于连线, 使画出的图象更精确.

(3) 连线时要用平滑的曲线按照自变量从小到大的顺序连接, 切忌画成折线.

(4) 由于 $x \neq 0$, $k \neq 0$, 所以 $y \neq 0$, 函数图象永远不会与 x 轴、 y 轴相交, 只是无限靠近两坐标轴.

16. 反比例函数的应用

(1) 利用反比例函数解决实际问题

① 能把实际的问题转化为数学问题, 建立反比例函数的数学模型. ② 注意在自变量和函数值的取值上的实际意义. ③ 问题中出现的不等关系转化成相等的关系来解, 然后在作答中说明.

(2) 跨学科的反比例函数应用题

要熟练掌握物理或化学学科中的一些具有反比例函数关系的公式. 同时体会数学中的转化思想.

(3) 反比例函数中的图表信息题

正确的认识图象, 找到关键的点, 运用好数形结合的思想.

17. 二次函数综合题

(1) 二次函数图象与其他函数图象相结合问题

解决此类问题时, 先根据给定的函数或函数图象判断出系数的符号, 然后判断新的函数关系式中系数的符号, 再根据系数与图象的位置关系判断出图象特征, 则符合所有特征的图象即为正确选项.

(2) 二次函数与方程、几何知识的综合应用

将函数知识与方程、几何知识有机地结合在一起. 这类试题一般难度较大. 解这类问题关键是善于将函数问题转化为方程问题, 善于利用几何图形的有关性质、定理和二次函数的知识, 并注意挖掘题目中的一些隐含条件.

(3) 二次函数在实际生活中的应用题

从实际问题中分析变量之间的关系, 建立二次函数模型. 关键在于观察、分析、创建, 建立直角坐标系下的二次函数图象, 然后数形结合解决问题, 需要注意的是自变量及函数的取值范围要使实际问题有意义.

18. 几何体的表面积

(1) 几何体的表面积 = 侧面积 + 底面积 (上、下底的面积和)

(2) 常见的几种几何体的表面积的计算公式

① 圆柱体表面积: $2\pi R^2 + 2\pi Rh$ (R 为圆柱体上下底圆半径, h 为圆柱体高)

② 圆锥体表面积: $\pi r^2 + n\pi (h^2 + r^2) / 360$ (r 为圆锥体底圆半径, h 为其高, n 为圆锥侧面展开图中扇形的圆心角)

③ 长方体表面积: $2(ab + ah + bh)$ (a 为长方体的长, b 为长方体的宽, h 为长方体的高)

④ 正方体表面积: $6a^2$ (a 为正方体棱长)

19. 平行线的判定

(1) 定理 1: 两条直线被第三条所截, 如果同位角相等, 那么这两条直线平行. 简单说成: 同位角相等, 两直线平行.

(2) 定理 2: 两条直线被第三条所截, 如果内错角相等, 那么这两条直线平行. 简单说成: 内错角相等, 两直线平行.

(3) 定理 3: 两条直线被第三条所截, 如果同旁内角互补, 那么这两条直线平行. 简单说成: 同旁内角互补, 两直线平行.

(4) 定理 4: 两条直线都和第三条直线平行, 那么这两条直线平行.

(5) 定理 5: 在同一平面内, 如果两条直线同时垂直于同一条直线, 那么这两条直线平行.

20. 勾股数

勾股数: 满足 $a^2 + b^2 = c^2$ 的三个正整数, 称为勾股数.

说明:

① 三个数必须是正整数, 例如: 2.5、6、6.5 满足 $a^2 + b^2 = c^2$, 但是它们不是正整数, 所以它们不是勾股数.

② 一组勾股数扩大相同的整数倍得到三个数仍是一组勾股数.

③ 记住常用的勾股数再做题可以提高速度. 如: 3, 4, 5; 6, 8, 10; 5, 12, 13; ...

21. 勾股定理的应用

(1) 在不规则的几何图形中, 通常添加辅助线得到直角三角形.

(2) 在应用勾股定理解决实际问题时勾股定理与方程的结合是解决实际问题常用的方法, 关键是从题中抽象出勾股定理这一数学模型, 画出准确的示意图. 领会数形结合的思想的应用.

(3) 常见的类型: ①勾股定理在几何中的应用: 利用勾股定理求几何图形的面积和有关线段的长度.

②由勾股定理演变的结论: 分别以一个直角三角形的三边为边长向外作正多边形, 以斜边为边长的多边形的面积等于以直角边为边长的多边形的面积和.

③勾股定理在实际问题中的应用: 运用勾股定理的数学模型解决现实世界的实际问题.

④勾股定理在数轴上表示无理数的应用: 利用勾股定理把一个无理数表示成直角边是两个正整数的直角三角形的斜边.

22. 多边形

(1) 多边形的概念: 在平面内, 由一些线段首尾顺次相接组成的图形叫做多边形.

(2) 多边形的对角线: 连接多边形不相邻的两个顶点的线段, 叫做多边形的对角线.

(3) 正多边形的概念: 各个角都相等, 各条边都相等的多边形叫做正多边形.

(4) 多边形可分为凸多边形和凹多边形, 辨别凸多边形可用两种方法: ①画多边形任何一边所在的直线整个多边形都在此直线的同一侧. ②每个内角的度数均小于 180° , 通常所说的多边形指凸多边形.

(5) 重心的定义: 平面图形中, 多边形的重心是当支撑或悬挂时图形能在水平面处于平稳状态, 此时的支撑点或者悬挂点叫做平衡点, 或重心.

常见图形的重心 (1) 线段: 中点 (2) 平行四边形: 对角线的交点 (3) 三角形: 三边中线的交点 (4) 任意多边形.

23. 菱形的性质

(1) 菱形的定义: 有一组邻边相等的平行四边形叫做菱形.

(2) 菱形的性质

①菱形具有平行四边形的一切性质;

②菱形的四条边都相等;

③菱形的两条对角线互相垂直, 并且每一条对角线平分一组对角;

④菱形是轴对称图形, 它有 2 条对称轴, 分别是两条对角线所在直线.

(3) 菱形的面积计算

①利用平行四边形的面积公式.

② 菱形面积 $= \frac{1}{2}ab$. (a 、 b 是两条对角线的长度)

24. 矩形的性质

(1) 矩形的定义: 有一个角是直角的平行四边形是矩形.

(2) 矩形的性质

- ① 平行四边形的性质矩形都具有;
 - ② 角: 矩形的四个角都是直角;
 - ③ 边: 邻边垂直;
 - ④ 对角线: 矩形的对角线相等;
 - ⑤ 矩形是轴对称图形, 又是中心对称图形. 它有 2 条对称轴, 分别是每组对边中点连线所在的直线; 对称中心是两条对角线的交点.
- (3) 由矩形的性质, 可以得到直角三角形的一个重要性质, 直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半.

25. 正方形的性质

(1) 正方形的定义: 有一组邻边相等并且有一个角是直角的平行四边形叫做正方形.

(2) 正方形的性质

- ① 正方形的四条边都相等, 四个角都是直角;
- ② 正方形的两条对角线相等, 互相垂直平分, 并且每条对角线平分一组对角;
- ③ 正方形具有四边形、平行四边形、矩形、菱形的一切性质.
- ④ 两条对角线将正方形分成四个全等的等腰直角三角形, 同时, 正方形又是轴对称图形, 有四条对称轴.

26. 三角形的外接圆与外心

(1) 外接圆: 经过三角形的三个顶点的圆, 叫做三角形的外接圆.

(2) 外心: 三角形外接圆的圆心是三角形三条边垂直平分线的交点, 叫做三角形的外心.

(3) 概念说明:

- ① “接” 是说明三角形的顶点在圆上, 或者经过三角形的三个顶点.
- ② 锐角三角形的外心在三角形的内部; 直角三角形的外心为直角三角形斜边的中点; 钝角三角形的外心在三角形的外部.
- ③ 找一个三角形的外心, 就是找一个三角形的三条边的垂直平分线的交点, 三角形的外接圆只有一个, 而一个圆的内接三角形却有无数个.

27. 圆的综合题

圆的综合题.

28. 作图—基本作图

基本作图有:

(1) 作一条线段等于已知线段.

(2) 作一个角等于已知角. ____ (3) 作已知线段的垂直平分线. ____ (4) 作已知角的角

平分线. ____ (5) 过一点作已知直线的垂线.

29. 利用轴对称设计图案

利用轴对称设计图案关键是要熟悉轴对称的性质, 利用轴对称的作图方法来作图, 通过变换对称轴来得到不同的图案.

30. 平移的性质

(1) 平移的条件

平移的方向、平移的距离

(2) 平移的性质

① 把一个图形整体沿某一直线方向移动, 会得到一个新的图形, 新图形与原图形的形状和大小完全相同. ____ ② 新图形中的每一点, 都是由原图形中的某一点移动后得到的, 这两个点是对应点. 连接各组对应点的线段平行且相等.

31. 旋转的性质

(1) 旋转的性质:

____ ① 对应点到旋转中心的距离相等. ____ ② 对应点与旋转中心所连线段的夹角等于旋转角. ____ ③ 旋转前、后的图形全等. ____ (2) 旋转三要素: ① 旋转中心; ② 旋转方向; ③ 旋转角度. ____ 注意: 三要素中只要任意改变一个, 图形就会不一样.

32. 解直角三角形的应用-仰角俯角问题

(1) 概念: 仰角是向上看的视线与水平线的夹角; 俯角是向下看的视线与水平线的夹角.

(2) 解决此类问题要了解角之间的关系, 找到与已知和未知相关联的直角三角形, 当图形中没有直角三角形时, 要通过作高或垂线构造直角三角形, 另当问题以一个实际问题的形式给出时, 要善于读懂题意, 把实际问题划归为直角三角形中边角关系问题加以解决.

33. 由三视图判断几何体

(1) 由三视图想象几何体的形状, 首先, 应分别根据主视图、俯视图和左视图想象几何体

的前面、上面和左侧面的形状, 然后综合起来考虑整体形状.

(2) 由物体的三视图想象几何体的形状是有一定难度的, 可以从以下途径进行分析:

- ① 根据主视图、俯视图和左视图想象几何体的前面、上面和左侧面的形状, 以及几何体的长、宽、高;
- ② 从实线和虚线想象几何体看得见部分和看不见部分的轮廓线;
- ③ 熟记一些简单的几何体的三视图对复杂几何体的想象会有帮助;
- ④ 利用由三视图画几何体与有几何体画三视图的互逆过程, 反复练习, 不断总结方法.

34. 调查收集数据的过程与方法

(1) 在统计调查中, 我们利用调查问卷收集数据, 利用表格整理数据, 利用统计图描述数据, 通过分析表和图来了解情况.

(2) 统计图通常有条形统计图, 扇形统计图, 折线统计图.

(3) 设计调查问卷分以下三步: ①确定调查目的; ②选择调查对象; ③设计调查问题.

(4) 统计调查的一般过程:

- ① 问卷调查法 - - - - 收集数据;
- ② 列统计表 - - - - 整理数据;
- ③ 画统计图 - - - - 描述数据.

35. 频数(率)分布表

1、在统计数据时, 经常把数据按照不同的范围分成几个组, 分成的组的个数称为组数, 每一组两个端点的差称为组距, 称这样画出的统计图表为频数分布表.

2、列频率分布表的步骤:

- (1) 计算极差, 即计算最大值与最小值的差.
- (2) 决定组距与组数(组数与样本容量有关, 一般来说样本容量越大, 分组就越多, 样本容量不超过 100 时, 按数据的多少, 常分成 5~12 组).
- (3) 将数据分组.
- (4) 列频率分布表.

36. 扇形统计图

(1) 扇形统计图是用整个圆表示总数用圆内各个扇形的大小表示各部分数量占总数的百分数. 通过扇形统计图可以很清楚地表示出各部分数量同总数之间的关系. 用整个圆的面积表示总数(单位 1), 用圆的扇形面积表示各部分占总数的百分数.

(2) 扇形图的特点: 从扇形图上可以清楚地看出各部分数量和总数量之间的关系.

(3) 制作扇形图的步骤

- ① 根据有关数据先算出各部分在总体中所占的百分数, 再算出各部分圆心角的度数, 公式是各部分扇形圆心角的度数 = 部分占总体的百分比 $\times 360^\circ$. ____ ② 按比例取适当半径画一个圆; 按扇形圆心角的度数用量角器在圆内量出各个扇形的圆心角的度数;
- ④ 在各扇形内写上相应的名称及百分数, 并用不同的标记把各扇形区分开来.

37. 中位数

(1) 中位数:

将一组数据按照从小到大 (或从大到小) 的顺序排列, 如果数据的个数是奇数, 则处于中间位置的数就是这组数据的中位数.

如果这组数据的个数是偶数, 则中间两个数据的平均数就是这组数据的中位数.

(2) 中位数代表了这组数据值大小的“中点”, 不易受极端值影响, 但不能充分利用所有数据的信息.

(3) 中位数仅与数据的排列位置有关, 某些数据的移动对中位数没有影响, 中位数可能出现在所给数据中也可能不在所给的数据中出现, 当一组数据中的个别数据变动较大时, 可用中位数描述其趋势.

38. 众数

(1) 一组数据中出现次数最多的数据叫做众数.

(2) 求一组数据的众数的方法: 找出频数最多的那个数据, 若几个数据频数都是最多且相同, 此时众数就是这多个数据.

(3) 众数不易受数据中极端值的影响. 众数也是数据的一种代表数, 反映了一组数据的集中程度, 众数可作为描述一组数据集中趋势的量. .

39. 概率公式

(1) 随机事件 A 的概率 $P(A)$ = 事件 A 可能出现的结果数 / 所有可能出现的结果数.

(2) $P(\text{必然事件}) = 1$.

(3) $P(\text{不可能事件}) = 0$.

40. 列表法与树状图法

(1) 当试验中存在两个元素且出现的所有可能的结果较多时, 我们常用列表的方式, 列出所有可能的结果, 再求出概率.

(2) 列表的目的在于不重不漏地列举出所有可能的结果求出 n , 再从中选出符合事件 A 或 B 的结果数目 m , 求出概率.

(3) 列举法 (树形图法) 求概率的关键在于列举出所有可能的结果, 列表法是一种, 但当
一个事件涉及三个或更多元素时, 为不重不漏地列出所有可能的结果, 通常采用树形图.

(4) 树形图列举法一般是选择一个元素再和其他元素分别组合, 依次列出, 象树的枝丫形
式, 最末端的枝丫个数就是总的可能的结果 n .

(5) 当有两个元素时, 可用树形图列举, 也可以列表列举.