

德州市二〇一八年初中学业水平考试

数学学试题

第 I 卷 (共 60 分)

一、选择题: 本大题共 10 个小题, 每小题 3 分, 共 30 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. 3 的相反数是 ()

- A. 3 B. $\frac{1}{3}$ C. -3 D. $-\frac{1}{3}$

2. 下列图形中, 既是轴对称又是中心对称图形的是 ()



3. 一年之中地球与太阳之间的距离随时间而变化, 1 个天文单位是地球与太阳之间的平均距离, 即 1, 496 亿 km . 用科学记数法表示 1, 496 亿是

- A. 1.496×10^7 B. 14.96×10^7 C. 0.1496×10^8 D. 1.496×10^8

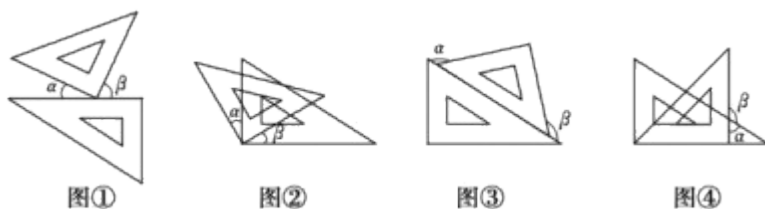
4. 下列运算正确的是

- A. $a^3 \cdot a^2 = a^6$ B. $(-a^2)^3 = a^6$ C. $a^7 \div a^5 = a^2$ D. $-2mn - mn = -mn$

5. 已知一组数据: 6, 2, 8, x , 7, 它们的平均数是 6. 则这组数据的中位数是 ()

- A. 7 B. 6 C. 5 D. 4

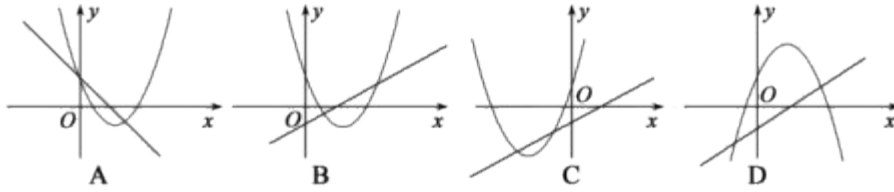
6. 如图, 将一副三角尺按不同的位置摆放, 下列摆放方式中 $\angle \alpha$ 与 $\angle \beta$ 互余的是 ()



- A. 图① B. 图② C. 图③ D. 图④

7. 如图, 函数 $y = ax^2 - 2x + 1$ 和 $y = ax - a$ (a 是常数, 且 $a \neq 0$) 在同一平面直角坐标系的

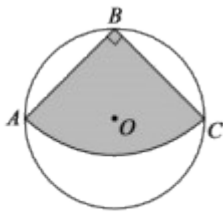
象可能是



8. 分式方程 $\frac{x}{x-1} - 1 = \frac{3}{(x-1)(x+2)}$ 的解为 ()

- A. $x=1$ B. $x=2$ C. $x=-1$ D. 无解

9. 如图, 从一块直径为 $2m$ 的圆形铁皮上剪出一个圆心角为 90° 的扇形. 则此扇形的面积为 ()



第9题图

- A. $\frac{\pi}{2}m^2$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}\pi m^2$ C. πm^2 D. $2\pi m^2$

10. 给出下列函数: ① $y = -3x + 2$; ② $y = 2x^2$; ③ $y = 2x^2$; ④ $y = 3x$. 上述函数中符合条件

“当 $x > 1$ 时, 函数值 y 随自变量 x 增大而增大” 的是 ()

- A. ①③ B. ③④ C. ②④ D. ②③

11. 我国南宋数学家杨辉所著的《详解九章算术》一书中, 用下图的三角形解释二项式

$(a+b)^n$ 的展开式的各项系数, 此三角形称为“杨辉三角”。

$$\begin{array}{l}
 (a+b)^0 \dots \dots \dots 1 \\
 (a+b)^1 \dots \dots \dots 1 \quad 1 \\
 (a+b)^2 \dots \dots 1 \quad 2 \quad 1 \\
 (a+b)^3 \dots \dots 1 \quad 3 \quad 3 \quad 1 \\
 (a+b)^4 \dots \dots 1 \quad 4 \quad 6 \quad 4 \quad 1 \\
 (a+b)^5 \dots 1 \quad 5 \quad 10 \quad 10 \quad 5 \quad 1
 \end{array}$$

根据“杨辉三角”请计算 $(a+b)^n$ 的展开式中从左起第四项的系数为

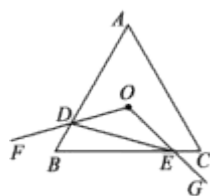
- A. 84 B. 56 C. 35 D. 28

12. 如图, 等边三角形 ABC 的边长为 4, 点 O 是 $\triangle ABC$ 的中心,

$\angle FOG = 120^\circ$. 绕点 O 旋转 $\angle FOG$, 分别交线段 AB 、 BC 于 D 、 E 两点, 连接 DE , 给

出下列四个结论: ① $OD = OE$; ② $S_{\triangle ODE} = S_{\triangle BDE}$; ③ 四边形 $ODBE$ 的面积始终等于 $\frac{4}{3}\sqrt{3}$

; ④ $\triangle BDE$ 周长的最小值为 6, 上述结论中正确的个数是 ()



第 12 题图

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

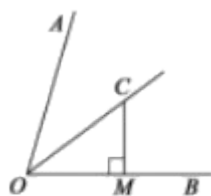
第 II 卷 (共 90 分)

二、填空题 (每题 4 分, 满分 24 分, 将答案填在答题纸上)

13. 计算: $|-2+3| =$ _____.

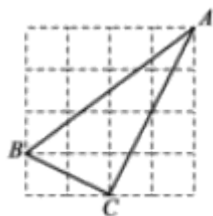
14. 若 $x_1 + x_2$ 是一元二次方程 $x^2 + x - 2 = 0$ 的两个实数根, 则 $x_1 + x_2 + x_1 x_2 =$ _____.

15. 如图, OC 为 $\angle AOB$ 的平分线. $CM \perp OB$, $OC = 5$, $OM = 4$. 则点 C 到射线 OA 的距离为_____.



第 15 题图

16. 如图. 在 4×4 的正方形方格图形中, 小正方形的顶点称为格点. $\triangle ABC$ 的顶点都在格点上, 则 $\angle BAC$ 的正弦值是_____.

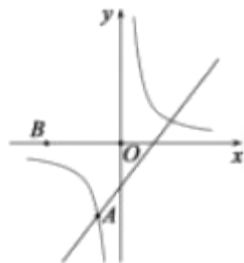


第16题图

17. 对于实数 a, b , 定义运算 “ $\blacklozenge$ ”: $a \blacklozenge b = \begin{cases} \sqrt{a^2 + b^2}, & a \geq b \\ ab, & a < b \end{cases}$ 例如 $4 \blacklozenge 3$, 因为 $4 > 3$, 所以

$4 \blacklozenge 3 = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$. 若 x, y 满足方程组 $\begin{cases} 4x - y = 8 \\ x + 2y = 29 \end{cases}$, 则 $x \blacklozenge y =$ _____.

18. 如图, 反比例函数 $y = \frac{3}{x}$ 与一次函数 $y = x - 2$ 在第三象限交于点 A . 点 B 的坐标为 $(-3, 0)$, 点 P 是 y 轴左侧的一点. 若以 A, O, B, P 为顶点的四边形为平行四边形. 则点 P 的坐标为 _____.



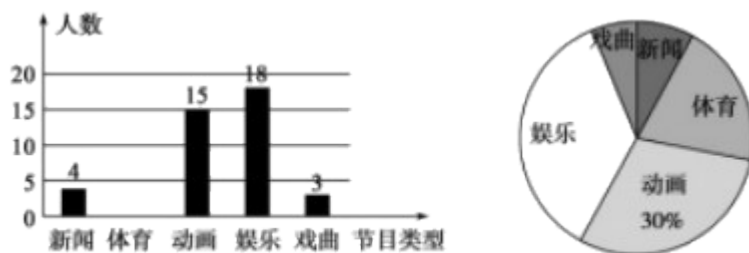
第18题图

三、解答题 (本大题共7小题, 共78分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.)

19. 先化简, 再求值: $\frac{x-3}{x^2-1} \div \frac{x-3}{x^2+2x+1} - \left(\frac{1}{x-1} + 1 \right)$, 其中 x 是不等式组 $\begin{cases} 5x-3 > 3(x+1) \\ \frac{1}{2}x-1 < 9-\frac{3}{2}x \end{cases}$

的整数解.

20. 某学校为了解全校学生对电视节目的喜爱情况(新闻、体育、动画、娱乐、戏曲), 从全校学生中随机抽取部分学生进行问卷调查, 并把调查结果绘制成两幅不完整的统计图.



第20题图

请根据以上信息, 解答下列问题:

(1) 这次被调查的学生共有多少人?

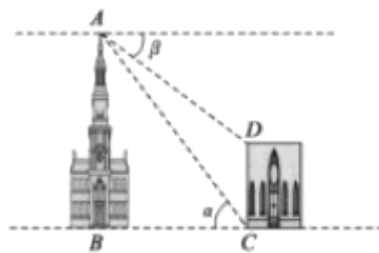
(2) 请将条形统计图补充完整;

(3) 若该校约有 1500 名学生, 估计全校学生中喜欢娱乐节目的有多少人?

(4) 该校广播站需要广播员, 现决定从喜欢新闻节目的甲、乙、丙、丁四名同学中选取 2 名, 求恰好选中甲、乙两位同学的概率(用树状图或列表法解答)

21. 如图, 两座建筑物的水平距离 BC 为 $60m$. 从 C 点测得 A 点的仰角 α 为 53° , 从 A 点测得 D 点的俯角 β 为 37° , 求两座建筑物的高度(参考数据:

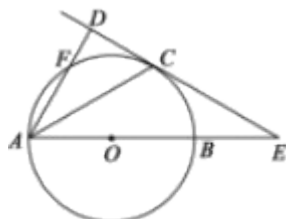
$\sin 37^\circ \approx \frac{3}{5}, \cos 37^\circ \approx \frac{4}{5}, \tan 37^\circ \approx \frac{3}{4}, \sin 53^\circ \approx \frac{4}{5}, \cos 53^\circ \approx \frac{3}{5}, \tan 53^\circ \approx \frac{4}{3}$)



第21题图

22. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 直线 CD 与 $\odot O$ 相切于点 C , 且与 AB 的延长线交于点 E . 点

C 是 $\triangle BFE$ 的中点.



第22题图

(1) 求证: $AD \perp CD$

(2) 若 $\angle CAD = 30^\circ$, $\odot O$ 的半径为 3, 一只蚂蚁从点 B 出发, 沿着 $BE - EC - CB$ 爬回至

点 B , 求蚂蚁爬过的路程 ($\pi \approx 3.14, \sqrt{3} \approx 1.73$) 结果保留一位小数.

23. 为积极响应新旧动能转换, 提高公司经济效益, 某科技公司近期研发出一种新型高科技设备, 每台设备成本价为 30 万元, 经过市场调研发现, 每台售价为 40 万元时, 年销售量为 600 台; 每台售价为 45 万元时, 年销售量为 550 台. 假定该设备的年销售量 y (单位: 台) 和销售单价 x (单位: 万元) 成一次函数关系.

(1) 求年销售量 y 与销售单价 x 的函数关系式;

(2) 根据相关规定, 此设备的销售单价不得高于 70 万元, 如果该公司想获得 10000 万元的年利润, 则该设备的销售单价应是多少万元?

24. 再读教材:

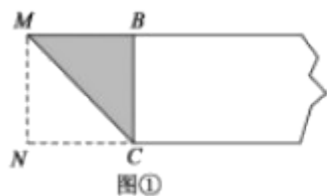
宽与长的比是 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ (约为 0.618) 的矩形叫做黄金矩形, 黄金矩形给我们以协调, 匀称的美感.

世界各国许多著名的建筑, 为取得最佳的视觉效果, 都采用了黄金矩形的设计, 下面我们

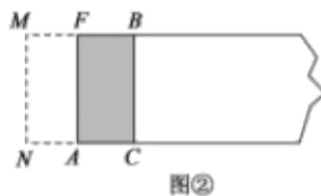
用宽为 2 的矩形纸片折叠黄金矩形. (提示: $MN = 2$)

第一步, 在矩形纸片一端, 利用图①的方法折出一个正方形, 然后把纸片展平.

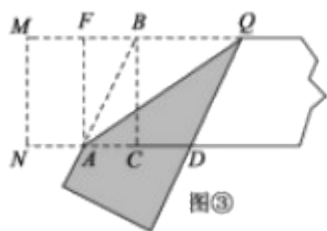
第二步, 如图②, 把这个正方形折成两个相等的矩形, 再把纸片展平.



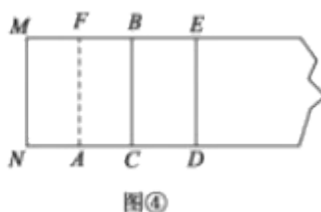
图①



图②



图③



图④

第三步, 折出内侧矩形的对角线 AB , 并把 AB 折到图③中所示的 AD 处,

第四步, 展平纸片, 按照所得的点 D 折出 DE , 使 $DE \perp ND$, 则图④中就会出现黄金矩形, 问题解决:

(1) 图③中 $AB =$ _____ (保留根号);

(2) 如图③, 判断四边形 $BADQ$ 的形状, 并说明理由;

(3) 请写出图④中所有的黄金矩形, 并选择其中一个说明理由.

实际操作:

(4) 结合图④. 请在矩形 $BCDE$ 中添加一条线段, 设计一个新的黄金矩形, 用字母表示出来, 并写出它的长和宽.

25. 如图 1, 在平面直角坐标系中, 直线 $y = x - 1$ 与抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 交于 A 、 B 两点,

其中 $A(m, 0)$, $B(4, n)$. 该抛物线与 y 轴交于点 C , 与 x 轴交于另一点 D .

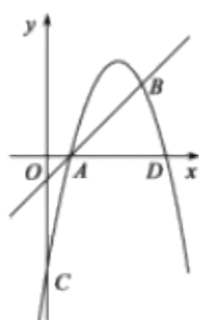


图1

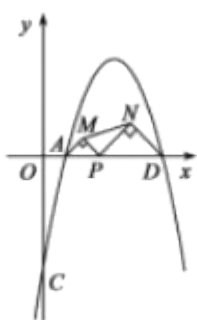


图2

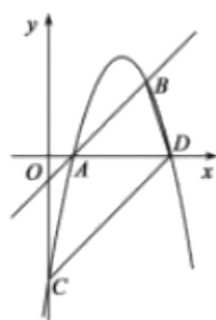


图3

第 25 题图

(1) 求 m 、 n 的值及该抛物线的解析式;

(2) 如图 2. 若点 P 为线段 AD 上的一动点 (不与 A 、 D 重合). 分别以 AP 、 DP 为斜边, 在直线 AD 的同侧作等腰直角 $\triangle APM$ 和等腰直角 $\triangle DPN$, 连接 MN , 试确定 $\triangle MPN$ 面积最大时 P 点的坐标.

(3) 如图 3. 连接 BD 、 CD , 在线段 CD 上是否存在点 Q , 使得以 A 、 D 、 Q 为顶点的三角形

与 $\triangle ABD$ 相似, 若存在, 请直接写出点 Q 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

德州市二〇一八年初中学业水平考试
数学试题答案

一、选择题

1-5: CBDCA 6-10: ABDAB 11、12: BC

二、填空题

13. 1 14. -3 15. 3 16. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ 17. 60

18. $(-4, -3), (-2, 3)$

三、解答题

19. 解: 原式 $= \frac{x-3}{(x-1)(x+1)} - \frac{(x-1)^2}{x-3} - \left(\frac{1}{x-1} + \frac{x-1}{x-1} \right) - \frac{x+1}{x-1} - \frac{x}{x-1} = \frac{1}{x-1}.$

解不等式组:
$$\begin{cases} 5x-3 > 3(x+1) & \text{①} \\ \frac{1}{2}x-1 < 9-\frac{3}{2}x & \text{②} \end{cases}.$$

解不等式①得: $x > 3.$

解不等式②得: $x < 5.$

$\therefore$ 不等式组的解集是: $3 < x < 5.$

x 是整数

$\therefore x = 4$

将 $x = 4$ 代入得:

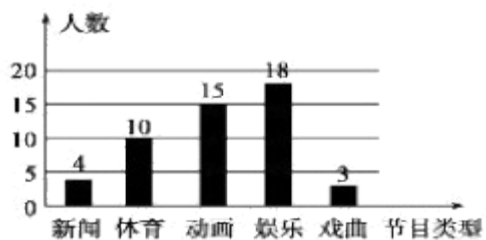
原式 $= \frac{1}{4-1} = \frac{1}{3}.$

20. 解: (1) 从喜欢动画节目人数可得. $15 \div 30\% = 50$ (人),

答: 这次被调查的学生有 50 人

(2) $50 - 4 - 15 - 18 - 3 = 10$ (人).

补全条形统计图如图所示.



(3) $1500 \times \frac{18}{50} = 540$ (人).

答: 全校喜欢娱乐节目的学生约有 540 人.

(4) 列表如下:

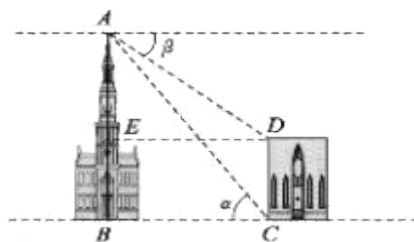
	甲	乙	丙	丁
甲		甲乙	甲丙	甲丁
乙	乙甲		乙丙	乙丁
丙	丙甲	丙乙		丙丁
丁	丁甲	丁乙	丁丙	

由上表可知共有 12 种结果, 恰好选中甲、乙两人的有 2 种情况, 所以 P (选中甲、乙两

人) $= \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$.

答: 恰好选中甲、乙两人的概率为 $\frac{1}{6}$.

21. 解: 过点 D 作 $DE \perp AB$ 交 AB 于点 E , 则 $DE = BC = 60m$.



$\because \alpha = 53^\circ, \tan 53^\circ \approx \frac{4}{3}$.

$$\therefore \angle ADC = \angle OCE = 90^\circ$$

$$\therefore AD \perp CD$$

$$(2) \text{ 解: } \therefore \angle CAD = 30^\circ$$

$$\therefore \angle CAB - \angle ACO = 30^\circ$$

$$\therefore \angle COE - \angle CAB + \angle ACO = 60^\circ$$

$\therefore$ 直线 CD 是 $\odot O$ 的切线

$$\therefore OC \perp CD$$

$$\therefore \angle OCE = 90^\circ$$

$$\therefore \angle E = 180^\circ - 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

$$\therefore OC = 3$$

$$\therefore OE - 2OC = 6$$

$$\therefore BE = OE = OB = 3$$

在 $Rt\triangle OCE$ 中, 由勾股定理得:

$$CE = \sqrt{OE^2 - OC^2} = \sqrt{6^2 - 3^2} = 3\sqrt{3}$$

$$\widehat{BC} \text{ 的长 } l = \frac{60\pi \times 3}{180} = \pi$$

$$\therefore \text{蚂蚁爬过的路程} = 3 + 3\sqrt{3} + \pi \approx 11.3$$

23. 解: (1) $\therefore$ 此设备的年销售量 y (单位: 台) 和销售单价 x (单位: 万元) 成一次函数关系.

$\therefore$ 可设 $y = kx + b (k \neq 0)$, 将数据代入可得:

$$\begin{cases} 40k + b = 600 \\ 45k + b = 550 \end{cases} \quad \text{解得: } \begin{cases} k = -10 \\ b = 1000 \end{cases}$$

$$\therefore \text{一次函数关系式是 } y = -10x - 1000$$

(2) 此设备的销售单价是 x 万元, 成本价是 30 万元

∴ 该设备的单件利润为 $(x - 30)$ 万元

由题意得: $(x - 30)(-10x + 1000) = 10000$

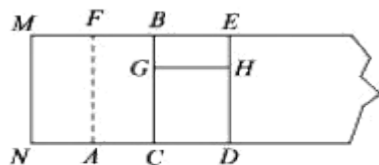
解得: $x_1 = 80, x_2 = 50$

∵ 销售单价不得高于 70 万元, 即 $x \leq 70$

∴ $x_1 = 80$ 不合题意, 故舍去. ∴ $x = 50$

答: 该公司若想获得 10000 万元的年利润, 此设备的销售单价应是 50 万元

24. 解: (1) $\sqrt{5}$



图①

(2) 四边形 $BADQ$ 是菱形.

理由如下:

四边形 $ACBF$ 是矩形

∴ $BQ \parallel AD$

∴ $\angle BQA = \angle QAD$

由折叠得: $\angle BAQ = \angle QD$, $AB = AD$

∴ $\angle BQA = \angle BAQ$

∴ $BQ = AB$

∴ $BQ = AD$

∴ $BQ \parallel AD$

所以 $y = -x^2 + 6x = 5$

(2) 如图 2, $\because \triangle APM$ 和 $\triangle DPN$ 为等直角三角形

$$\therefore \angle APM = \angle DPN = 45^\circ$$

$$\therefore \angle MPN = 90^\circ$$

$\therefore \triangle MPN$ 为直角三角形

令 $-x^2 + 6x - 5 = 0$, 解得: $x_1 = 1, x_2 = 5$

$$\therefore D(5, 0), AD = 4$$

设 $AP = m$, 则 $DP = 4 - m$

$$PM = \frac{\sqrt{2}}{2}m, \quad PN = \frac{\sqrt{2}}{2}(4 - m)$$

$$\therefore S_{\triangle MPN} = \frac{1}{2}PM \cdot PN = \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2}m \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}(4 - m)$$

$$= -\frac{1}{4}m^2 - m$$

$$= -\frac{1}{4}(m - 2)^2 + 1$$

$\therefore$ 当 $m = 2$, 即 $AP = 2$ 时, $S_{\triangle MPN}$ 最大, 此时 $OP = 3$, 所以 $P(3, 0)$

(3) 存在点 Q 坐标为 $(2, -3)$ 或 $\left(\frac{7}{3}, -\frac{8}{3}\right)$.