2016 年福建省福州市中考数学试卷

（满分 150 分，考试时间 120 分钟）

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 3 分，满分 36 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.）

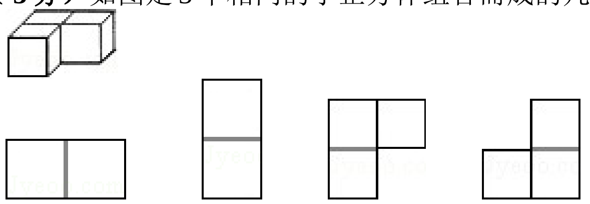
1. **（3 分）**下列实数中的无理数是（ ）

A．0.7　　B．$\frac{1}{2}$　　C．π　　D．－8

【答案】C

【详细解答】解：∵无理数是无限不循环小数，而 0.7 为有限小数，$\frac{1}{2}$ 为分数，－8 为整数，都属于有理数，π 为无限不循环小数，∴π 为无理数，故选择 C .

2. **（3 分）**如图是 3 个相同的小正方体组合而成的几何体，它的俯视图是（ ）



A　　　　B　　　　C　　　　D

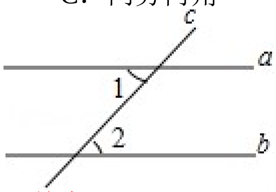
【答案】C

【详细解答】解：俯视图是从物体的上面向下面投射所得的视图，从上往下看，正方形个数从左到右依次为 2，1，故选择 C .

3. **（3 分）**如图，直线 a，b 被直线 c 所截，∠1 和∠2 的位置关系是（ ）

A．同位角　　　　B．内错角

C．同旁内角　　　D．对顶角



【答案】B

【详细解答】解：直线 a，b 被直线 c 所截，∠1 与∠2 是内错角，**故选择** B .

4. **（3 分）**下列算式中，结果等于 a^6 的是（ ）

A．a^4+a^2　B．$a^2+a^2+a^2$　C．$a^4\cdot a^2$　D．$a^2\cdot a^2\cdot a^2$

【答案】D

【详细解答】解：∵$a^4+a^2\neq a^6$，∴选项 A 的结果不等于 a^6；

∵$a^2+a^2+a^2=3a^2$，∴选项 B 的结果不等于 a^6；

∵$a^2\cdot a^3=a^5$，∴选项 C 的结果不等于 a^6；

∵$a^2\cdot a^2\cdot a^2=a^6$，∴选项 D 的结果等于 a^6．故选择 D.

5. **（3 分）**不等式组 $\begin{cases} x+1>0 \\ x-3>0 \end{cases}$ 的解集是（ ）

A．$x>-1$　B．$x>3$　C．$-1<x<3$　D．$x<3$

【答案】B

【详细解答】解： $\begin{cases} x+1>0 & ① \\ x-3>0 & ② \end{cases}$

解不等式①，得 x＞－1，
解不等式②，得 x＞3，
由①②可得，x＞3，
故原不等式组的解集是 x＞3.
故选择 B.

6.（**3 分**）下列说法中，正确的是（ ）
A．不可能事件发生的概率为 0
B．随机事件发生的概率为 $\frac{1}{2}$
C．概率很小的事件不可能发生
D．投掷一枚质地均匀的硬币 100 次，正面朝上的次数一定为 50 次

【答案】A

【详细解答】解： A. 不可能事件发生的概率为 0，所以 A 选项正确；
B. 随机事件发生的概率在 0 与 1 之间，所以 B 选项错误；
C. 概率很小的事件不是不可能发生，而是发生的机会较小，所以 C 选项错误；
D. 投掷一枚质地均匀的硬币 100 次，正面朝上的次数可能为 50 次，所以 D 选项错误，故选择 A.

7.（**3 分**）*A*，*B* 是数轴上两点，线段 *AB* 上的点表示的数中，有互为相反数的是（ ）

【答案】B

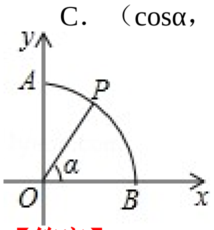
【详细解答】解： 表示互为相反数的点，必须要满足在数轴原点 0 的左右两侧，从四个答案观察发现，只有 B 选项的线段 *AB* 符合，其余答案线段上的点都在原点 0 的同侧，故选择 B
.

8.（**3 分**）平面直角坐标系中，已知▱*ABCD* 的三个顶点坐标分别是 *A*（m，n），*B*(2，−1)，*C*（−m，−n），则点 *D* 的坐标是（ ）
A．（−2，l） B．（−2，−l） C．（−1，−2） D．（−1，2）

【答案】A

【详细解答】解： ∵*A*（m，n），*C*（－m，－n），∴点 *A* 和点 *C* 关于原点对称，∵四边形 *ABCD* 是平行四边形，∴*D* 和 *B* 关于原点对称，∵*B*（2，－1），∴点 *D* 的坐标是（－2，1），故选择 *A*.

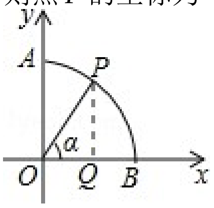
9.（**3 分**）如图，以 *O* 为圆心，半径为 1 的弧交坐标轴于 *A*，*B* 两点，*P* 是 Com bin 上一点（不与 *A*，*B* 重合），连接 *OP*，设∠*POB*＝α，则点 *P* 的坐标是（ ）
A．（sinα，sinα） B．（cosα，cosα）
C．（cosα，sinα） D．（sinα，cosα）



【答案】C

【详细解答】解： 过 *P* 作 *PQ*⊥*OB*，交 *OB* 于点 *Q*，

在 $Rt\triangle OPQ$ 中，$OP=1$，$\angle POQ=\alpha$，∴$PQ=\sin\alpha$，$OQ=\cos\alpha$，
则点 P 的坐标为（$\cos\alpha$，$\sin\alpha$），故选择 C .



10.（3 分）下表是某校合唱团成员的年龄分布

年龄/岁	13	14	15	16
频数	5	15	x	10－x

对于不同的 x，下列关于年龄的统计量不会发生改变的是（ ）

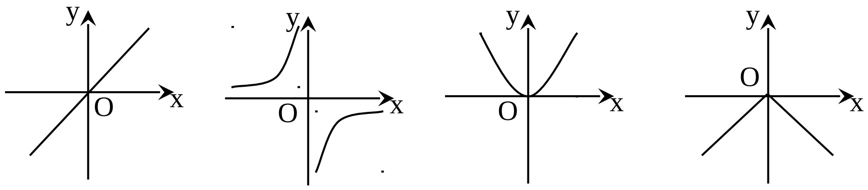
A．平均数，中位数　　B．众数，中位数

C．平均数，方差　　D．中位数，方差

【答案】B

【详细解答】解：由表可知，年龄为 15 岁与年龄为 16 岁的频数和为 x+10﹣x=10，
则总人数为：5+15+10=30，故该组数据的众数为 14 岁，中位数为 14 岁，
即对于不同的 x，关于年龄的统计量不会发生改变的是众数和中位数，故选择 B .

11.（3 分）已知点 A（－l，m），B(l，m），C(2，m＋l）在同一个函数图象上，这个函数图象可以是（ ）



A　B .　C　D

【答案】C

【详细解答】解：∵点 A（﹣1，m），B（1，m），∴A 与 B 关于 y 轴对称，故 A，B 错误；
∵B（1，m），C（2，m+1），∴当 $x>0$ 时，y 随 x 的增大而增大，故 D 错误，故答案为 C .

12.（3 分）下列选项中，能使关于 x 的一元二次方程 $ax^2-4x+c=0$ 一定有实数根的是（ ）

A．a＞0　B．a＝0　C．c＞0　D．c＝0

【答案】D

【详细解答】解：∵一元二次方程有实数根，
∴$\triangle=(-4)^2-4ac=16-4ac\geq0$，且 $a\neq0$，∴$ac\leq4$，且 $a\neq0$；
A.若 a＞0，当 a=1、c=5 时，ac=5＞4，此选项错误；
B.a=0 不符合一元二次方程的定义，此选项错误；
C.若 c＞0，当 a=1、c=5 时，ac=5＞4，此选项错误；
D.若 c=0，则 ac=0≤4，此选项正确，故答案为 D .

二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分.）

13.（4 分）分解因式：$x^2-4=$________.

【答案】（x+2）（x﹣2）

【详细解答】解：$x^2-4=$（x+2）（x﹣2），故答案为（x+2）（x﹣2）.

14.（4 分）若二次根式 $\sqrt{x-1}$ 在实数范围内有意义，则 x 的取值范围是________.

【答案】x≥﹣1

【详细解答】解：若二次根式$\sqrt{x-1}$在实数范围内有意义，则 x+1≥0，解得 x≥－1，故答案为 x≥－1．

15.（**4 分**）已知四个点的坐标分别是（－1，1），（2，2），（$\frac{2}{3}$，$\frac{3}{2}$），（－5，－$\frac{1}{5}$），从中随机选取一个点，在反比例函数 y＝$\frac{1}{x}$图象上的概率是_____．

【答案】$\frac{1}{2}$

【详细解答】解：∵－1×1=－1，2×2=4，$\frac{2}{3}\times\frac{3}{2}$=1，（－5）×（－$\frac{1}{5}$）=1，

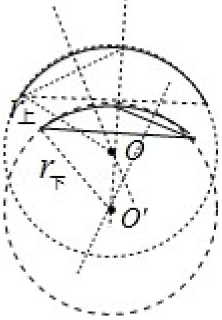
∴2 个点的坐标在反比例函数 y＝$\frac{1}{x}$图象上，

∴在反比例函数 y＝$\frac{1}{x}$图象上的概率是 2÷4=$\frac{1}{2}$，故答案为$\frac{1}{2}$．

16.（**4 分**）如图所示的两段弧中，位于上方的弧半径为 $r_{上}$，下方的弧半径为 $r_{下}$，则 $r_{上}$ ___ $r_{下}$．（填“＞”“＝”“＜”）

【答案】＜

【详细解答】解：如图，$r_{上}$＜$r_{下}$，故答案为＜．



17.（**4 分**）若 x＋y＝10，xy＝1，则 x^3y+xy^3的值是_____．

【答案】98

【详细解答】解：x^3y+xy^3=xy（x^2+y^2）=xy[（x+y）^{2}－2xy]=1×（10^2－2×1）=98，故答案为 98．

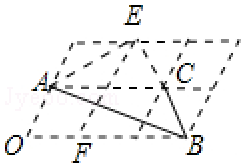
18.（**4 分**）如图，6 个形状、大小完全相同的菱形组成网格，菱形的顶点称为格点．已知菱形的一个角（∠*O*）为 60°，*A*，*B*，*C* 都在格点上，则 tan∠*ABC* 的值是_____．

【答案】$\frac{\sqrt{3}}{2}$

【详细解答】解： 如图，连接 EA，EC，设菱形的边长为 a，由题意得

$\angle AEF=30°$，$\angle BEF=60°$，$AE=\sqrt{3}$ a，$EB=2a$，∴$\angle AEB=90°$，∴$\tan\angle ABC=\frac{AE}{BE}=\frac{\sqrt{3}a}{2a}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

，故答案为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$.



.

三、**解答题**（本大题共 9 小题，满分 90 分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤）

19.（**7 分**）计算：$|-1|-\sqrt[3]{8}+(-2016)^0$.

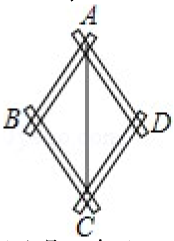
解： 原式$=1-2+1=0$.

20.（**7 分**）化简：$a-b-\frac{(a+b)^2}{a+b}$

解： 原式$=a-b-(a+b)=a-b-a-b=-2b$.

21.（**8 分**）一个平分角的仪器如图所示，其中 $AB=AD$，$BC=DC$，

求证：$\angle BAC=\angle DAC$.



证明：在△ABC 与△ADC 中

$$\begin{cases} AB=AD \\ BC=DC \\ AC=AC \end{cases}$$

∴△ABC≌△$ADC(SSS)$，

∴$\angle BAC=\angle DAC$.

22.（**8 分**）列方程（组）解应用题：

某班去看演出，甲种票每张 24 元，乙种票每张 18 元．如果 35 名学生购票恰好用去 750 元，甲乙两种票各买了多少张？

解： 设甲种票买了 x 张，则乙种票买了（35-x）张.由题意，得

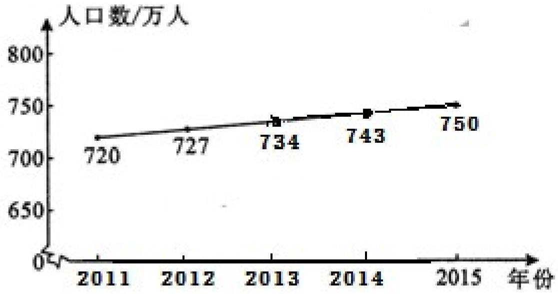
$24x+18(35-x)=750$

解得 $x=20$

∴$35-x=15$

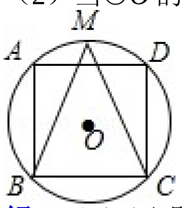
答：甲种票买了 20 张，则乙种票买了 15 张.

23.（**10 分**）福州市 2011～2015 年常住人口数统计如图所示.



根据图中提供的信息，回答下列问题：
（1）福州市常住人口数，2015 年比 2014 年增加了______万人；
（2）与上一年相比，福州市常住人口数增加最多的年份是_____；
（3）预测 2016 年福州市常住人口数大约为多少万人？请用所学的统计知识说明理由.
解：（1）福州市常住人口数，2015 年比 2014 年增加了 750－743=7（万人）；
（2）由图可知 2012 年增加：727-720=7（万人）
2013 年增加：734-727=7（万人）
2014 年增加：743-734=9（万人）
2015 年增加：750-743=7（万人）
故与上一年相比，福州市常住人口数增加最多的年份是 2014 年；
（3）预测 2016 年福州市常住人口数大约为 757 万人.理由如下:
从统计图可以看出，福州市常住人口每年增加的数量的众数为 7 万人，因此预测 2016 年福州市常住人口数大约为 757 万人.（答案不唯一，言之有理即可得分）

24.（12 分）如图，正方形 $ABCD$ 内接于⊙O，M 为 $\overset{\frown}{AD}$ 中点，连接 BM，CM.
（1）求证：$BM=CM$；
（2）当⊙O 的半径为 2 时，求 $\overset{\frown}{BM}$ 的长.



解：（1）证明：∵四边形 $ABCD$ 是正方形，

$\therefore AB=CD$，

$\therefore \overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{CD}$，

∵M 为 $\overset{\frown}{AD}$ 中点，

$\therefore \overset{\frown}{AM}=\overset{\frown}{DM}$，

$\therefore \overset{\frown}{BM}=\overset{\frown}{CM}$，

$\therefore BM=CM$.

（2）解：连接 OM, OB, OC.

$\because \overset{\frown}{BM}=\overset{\frown}{CM}$，

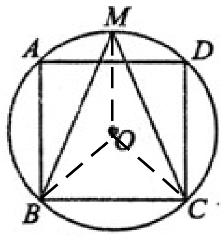
$\therefore \angle BOM=\angle COM$,

∵正方形 $ABCD$ 内接于⊙O，

$$\therefore \angle BOC=\frac{360^\circ}{4}=90^\circ.$$

$$\therefore \angle BOM=135^\circ.$$

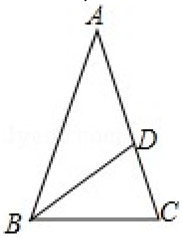
由弧长公式，得 $\overset{\frown}{BM}$ 的长 $l=\dfrac{135\times 2\times \pi}{180}=\dfrac{3}{2}\pi$



25.（**12 分**）如图，在△*ABC* 中，*AB*＝*AC*＝1，$BC=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$，在 *AC* 边上截取 *AD*＝*BC*，连接 *BD*.

（1）通过计算，判断 AD^2 与 $AC\cdot CD$ 的大小关系；

（2）求∠*ABD* 的度数.



解：（1）$\because AD=BC=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$，

$\therefore AD^2=(\frac{\sqrt{5}-1}{2})^2=\frac{3-\sqrt{5}}{2}$.

$\because AC=1$，

$\therefore CD=1-\frac{\sqrt{5}-1}{2}=\frac{3-\sqrt{5}}{2}$，

$\therefore AD^2=AC\cdot CD$.

（2）$\because AD^2=AC\cdot CD$，

$\therefore BC^2=AC\cdot CD$，即 $\frac{BC}{AC}=\frac{CD}{BC}$.

又 $\angle C=\angle C$，

$\therefore \triangle ABC\backsim\triangle BDC$.

$\therefore \frac{AB}{BD}=\frac{AC}{BC}$.

又 $AB=AC$，

$\therefore BD=BC=AD$.

$\therefore \angle A=\angle ABD$，$\angle ABC=\angle C=\angle BDC$.

设 $\angle A=\angle ABD=x$，则 $\angle BDC=\angle A+\angle ABD=2x$，

$\therefore \angle ABC=\angle C=\angle BDC=2x$，

$\therefore \angle A+\angle ABC+\angle C=x+2x+2x=180^\circ$.

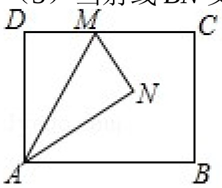
解得 $x=36^\circ$，

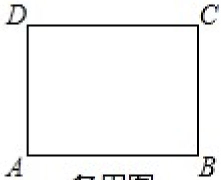
$\therefore \angle ABD=36^\circ$.

26.（**13 分**）如图，矩形 *ABCD* 中，*AB*＝4，*AD*＝3，*M* 是边 *CD* 上一点，将△*ADM* 沿直线 *AM* 对折，得到△*ANM*.

（1）当 *AN* 平分∠*MAB* 时，求 *DM* 的长；

（2）连接 BN，当 $DM=1$ 时，求△ABN 的面积；
（3）当射线 BN 交线段 CD 于点 F 时，求 DF 的最大值.





备用图

解：（1）由折叠可知△ANM≌△ADM，

$\therefore \angle MAN=\angle DAM$

$\because AN$ 平分 $\angle MAB$

$\therefore \angle MAN=\angle NAB$

$\therefore \angle DAM=\angle MAN=\angle NAB$

∵四边形 $ABCD$ 是矩形

$\therefore \angle DAB=90^\circ$

$\therefore \angle DAM=30^\circ$

$$\therefore DM=AD\cdot\tan\angle DAM=3\times\frac{\sqrt{3}}{3}=\sqrt{3}$$

（2）如图 1，延长 MN 交 AB 延长线于点 Q.

∵四边形 $ABCD$ 是矩形，

$\therefore AB\parallel DC$,

$\therefore \angle DMA=\angle MAQ$

有折叠可知△AMN≌△ADM，

$\therefore \angle DMA=\angle AMQ, AN=AD=3, MN=MD=1.$

$\therefore \angle MAQ=\angle AMQ,$

$\therefore MQ=AQ$

设 $NQ=x$，则 $AQ=MQ=1+x$

在 $Rt\Delta ANQ$ 中，$AQ^2=AN^2+NQ^2$

$\therefore (x+1)^2=3^2+x^2.$

解得 $x=4$

$\therefore NQ=4, AQ=5.$

$\because AB=4, AQ=5.$

$$\therefore S_{\Delta NAB}=\frac{4}{5}S_{\Delta NAQ}=\frac{4}{5}\times\frac{1}{2}AN\cdot NQ=\frac{24}{5}$$

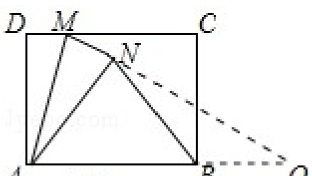


图1

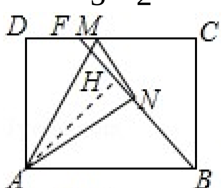


图2

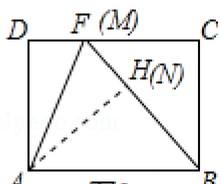


图3

（3）如图 2，过点 A 作 $AH\perp BF$ 于点 H，则△ABH∽△BFC,

$$\therefore \frac{BH}{AH}=\frac{CF}{BC}$$

$\because AH\le AN=3, AB=4,$

∴当点 N,H 重合（即 $AH=AN$）时，DF 最大.

(AH 最大，BH 最小，CF 最小，DF 最大)

此时点 M，F 重合，B，N，M 三点共线，△ABH≌△BFC(如图 3)

$$\therefore CF=BH=\sqrt{AB^2-AH^2}=\sqrt{4^2-3^2}=\sqrt{7}$$

∴DF 的最大值为 $4-\sqrt{7}$.

27.（13 分）已知，抛物线 y＝ax²＋bx＋c（a≠0）经过原点，顶点为 A（h，k）（h≠0）.
（1）当 h＝1，k＝2 时，求抛物线的解析式；
（2）若抛物线 y＝tx²（t≠0）也经过 A 点，求 a 与 t 之间的关系式；
（3）当点 A 在抛物线 y＝x²－x 上，且－2≤h＜1 时，求 a 的取值范围.

解：根据题意，设抛物线的解析式为 $y=a(x-h)^2+k(a\neq 0)$

（1）∵ $h=1, k=2,$

∴ $y=a(x-1)^2+2$

∵抛物线经过原点，

∴ $a+2=0$

解得 $a=-2.$

∴ $y=-2(x-1)^2+2,$ 即 $y=-2x^2+4x.$

（2）∵抛物线 $y=tx^2(t\neq 0)$ 经过点 $A(h,k)$，

∴ $k=th^2$

∴ $y=a(x-h)^2+th^2$

∵抛物线经过原点，

∴ $ah^2+th^2=0.$

∵ $h\neq 0,$

∴ $a=-t.$

（3）∵点 $A(h,k)$ 在抛物线 $y=x^2-x$ 上，

∴ $k=h^2-h$.

∴ $y=a(x-h)^2+h^2-h$

∵抛物线经过原点，

∴ $ah^2+h^2-h=0$

∵ $h\neq 0,$

∴ $a=\frac{1}{h}-1.$

分两类讨论：

① 当-2≤h≤0 时，由反比例函数性质可知 $\frac{1}{h}\leq -\frac{1}{2},$

∴ $a\leq -\frac{3}{2}$；

② 当 0＜h＜1 时，由反比例函数性质可知 $\frac{1}{h}>1,$

∴ $a>0.$

综上所述，a 的取值范围是 $a\leq -\frac{3}{2}$ 或 $a>0.$