

2019年贵州省安顺市中考数学试卷

一、选择题 (本大题 10 个小题, 每小题 3 分, 共 30 分)

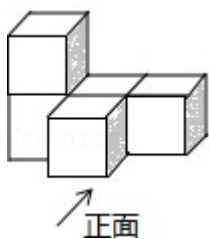
1. (3分) (2019•安顺) 2019 的相反数是 ()

- A. -2019 B. 2019 C. $-\frac{1}{2019}$ D. $\frac{1}{2019}$

2. (3分) (2019•安顺) 中国陆地面积约为 $9600000km^2$, 将数字 9600000 用科学记数法表示为 ()

- A. 96×10^5 B. 9.6×10^6 C. 9.6×10^7 D. 0.96×10^8

3. (3分) (2019•安顺) 如图, 该立体图形的俯视图是 ()



- A. B. C. D.

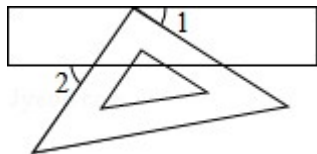
4. (3分) (2019•安顺) 下列运算中, 计算正确的是 ()

- A. $(a^2b)^3 = a^5b^3$ B. $(3a^2)^3 = 27a^6$
C. $a^6 \div a^2 = a^3$ D. $(a+b)^2 = a^2 + b^2$

5. (3分) (2019•安顺) 在平面直角坐标系中, 点 $P(-3, m^2+1)$ 关于原点对称点在 ()

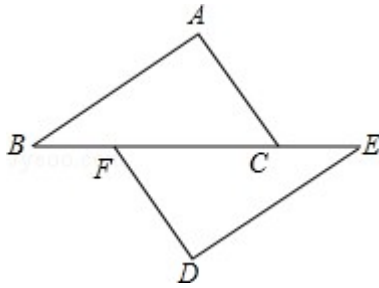
- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

6. (3分) (2019•安顺) 如图, 三角板的直角顶点落在矩形纸片的一边上. 若 $\angle 1 = 35^\circ$, 则 $\angle 2$ 的度数是 ()



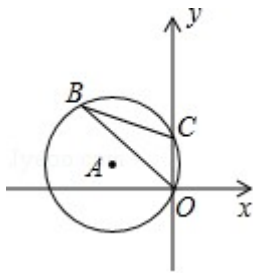
- A. 35° B. 45° C. 55° D. 65°

7. (3分) (2019•安顺) 如图, 点 B, F, C, E 在一条直线上, $AB \parallel ED$, $AC \parallel FD$, 那么添加下列一个条件后, 仍无法判定 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ 的是 ()



- A. $\angle A = \angle D$ B. $AC = DF$ C. $AB = ED$ D. $BF = EC$

8. (3分) (2019•安顺) 如图, 半径为3的 $\odot A$ 经过原点 O 和点 $C(0, 2)$, B 是 y 轴左侧 $\odot A$ 优弧上一点, 则 $\tan \angle OBC$ 为 ()

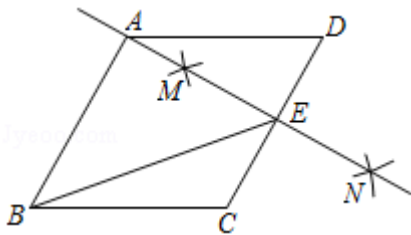


- A. $\frac{1}{3}$ B. $2\sqrt{2}$ C. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{4}$

9. (3分) (2019•安顺) 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, 按以下步骤作图:

- ① 分别以点 C 和点 D 为圆心, 大于 $\frac{1}{2}CD$ 的长为半径作弧, 两弧相交于 M 、 N 两点;
- ② 作直线 MN , 且 MN 恰好经过点 A , 与 CD 交于点 E , 连接 BE .

则下列说法错误的是 ()

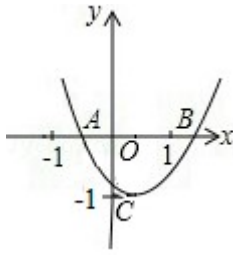


- A. $\angle ABC = 60^\circ$ B. $S_{\triangle ABE} = 2S_{\triangle ADE}$
- C. 若 $AB = 4$, 则 $BE = 4\sqrt{7}$ D. $\sin \angle CBE = \frac{\sqrt{21}}{14}$

10. (3分) (2019•安顺) 如图, 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象与 x 轴分别交于 A 、 B 两点, 与 y 轴交于 C 点, $OA = OC$. 则由抛物线的特征写出如下结论:

- ① $abc > 0$; ② $4ac - b^2 > 0$; ③ $a - b + c > 0$; ④ $ac + b + 1 = 0$.

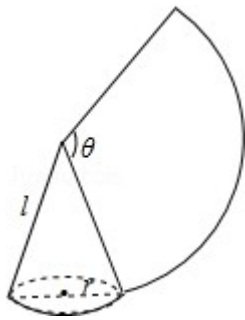
其中正确的个数是 ()



- A. 4 个 B. 3 个 C. 2 个 D. 1 个

二、填空题 (本大题共 8 个小题, 每小题 4 分, 共 32 分)

11. (4 分) (2019•安顺) 函数 $y = \sqrt{x-2}$ 的自变量 x 的取值范围是_____.
12. (4 分) (2019•安顺) 若实数 a 、 b 满足 $|a+1| + \sqrt{b-2} = 0$, 则 $a+b =$ _____.
13. (4 分) (2019•安顺) 如图, 沿一条母线将圆锥侧面剪开并展平, 得到一个扇形, 若圆锥的底面圆的半径 $r=2$, 扇形的圆心角 $\theta=120^\circ$, 则该圆锥母线 l 的长为_____.

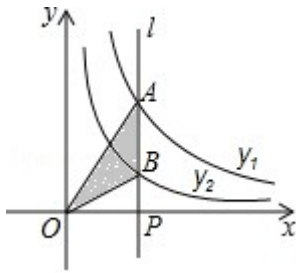


14. (4 分) (2019•安顺) 某生态示范园计划种植一批蜂糖李, 原计划总产量达 36 万千克, 为了满足市场需求, 现决定改良蜂糖李品种, 改良后平均每亩产量是原计划的 1.5 倍, 总产量比原计划增加了 9 万千克, 种植亩数减少了 20 亩, 则原计划和改良后平均每亩产量各多少万千克? 设原计划平均亩产量为 x 万千克, 则改良后平均每亩产量为 $1.5x$ 万千克, 根据题意列方程为_____.

15. (4 分) (2019•安顺) 如图, 直线 $l \perp x$ 轴于点 P , 且与反比例函数 $y_1 = \frac{k_1}{x}$ ($x > 0$)

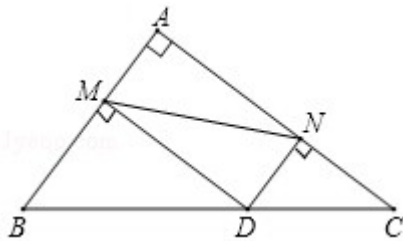
及 $y_2 = \frac{k_2}{x}$ ($x > 0$) 的图象分别交于 A 、 B 两点, 连接 OA 、 OB , 已知 $\triangle OAB$ 的面积为 4,

则 $k_1 - k_2 =$ _____.



16. (4分) (2019•安顺) 已知一组数据 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ 的方差为 2, 则另一组数据 $3x_1, 3x_2, 3x_3, \dots, 3x_n$ 的方差为_____.

17. (4分) (2019•安顺) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle BAC=90^\circ$, 且 $BA=3, AC=4$, 点 D 是斜边 BC 上的一个动点, 过点 D 分别作 $DM \perp AB$ 于点 M , $DN \perp AC$ 于点 N , 连接 MN , 则线段 MN 的最小值为_____.



18. (4分) (2019•安顺) 如图, 将从 1 开始的自然数按下规律排列, 例如位于第 3 行、第 4 行的数是 12, 则位于第 45 行、第 7 列的数是_____.

1	2	5	10	...
4	3	6	11	...
9	8	7	12	...
16	15	14	13	...
...	...	...	...	...

三、解答题 (本大题共 8 个小题, 满分 88 分, 解答应写出必要的文字说明或演算步骤)

19. (8分) (2019•安顺) 计算: $(-2)^{-1} - \sqrt{9} + \cos 60^\circ + (\sqrt{2019} - \sqrt{2018})^0 + 8^{2019} \times (-0.125)^{2019}$.

20. (10分) (2019•安顺) 先化简 $(1 + \frac{2}{x-3}) \div \frac{x^2-1}{x^2-6x+9}$, 再从不等式组 $\begin{cases} -2x < 4 \\ 3x < 2x+4 \end{cases}$ 的

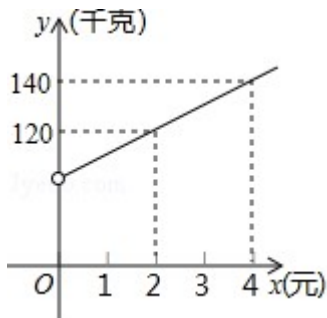
整数解中选一个合适的 x 的值代入求值.

21. (10分) (2019•安顺) 安顺市某商贸公司以每千克 40 元的价格购进一种干果, 计划以每千克 60 元的价格销售, 为了让顾客得到更大的实惠, 现决定降价销售, 已知这种干果销售量 y (千元) 与每千元降价 x (元) ($0 < x < 20$) 之间满足一次函数关系, 其图

象如图所示:

(1) 求 y 与 x 之间的函数关系式;

(2) 商贸公司要想获利 2090 元, 则这种干果每千克应降价多少元?



22. (10分) (2019•安顺) 阅读以下材料:

对数的创始人是苏格兰数学家纳皮尔 (J. Napier, 1550 - 1617 年), 纳皮尔发明对数是在指数书写方式之前, 直到 18 世纪瑞士数学家欧拉 (Euler, 1707 - 1783 年) 才发现指数与对数之间的联系.

对数的定义: 一般地, 若 $a^x = N$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$), 那么 x 叫做以 a 为底 N 的对数, 记作 $x = \log_a N$, 比如指数式 $2^4 = 16$ 可以转化为对数式 $4 = \log_2 16$, 对数式 $2 = \log_5 25$, 可以转化为指数式 $5^2 = 25$.

我们根据对数的定义可得到对数的一个性质:

$\log_a (M \cdot N) = \log_a M + \log_a N$ ($a > 0$, $a \neq 1$, $M > 0$, $N > 0$), 理由如下:

设 $\log_a M = m$, $\log_a N = n$, 则 $M = a^m$, $N = a^n$,

$\therefore M \cdot N = a^m \cdot a^n = a^{m+n}$, 由对数的定义得 $m+n = \log_a (M \cdot N)$

又 $\because m+n = \log_a M + \log_a N$

$\therefore \log_a (M \cdot N) = \log_a M + \log_a N$

根据阅读材料, 解决以下问题:

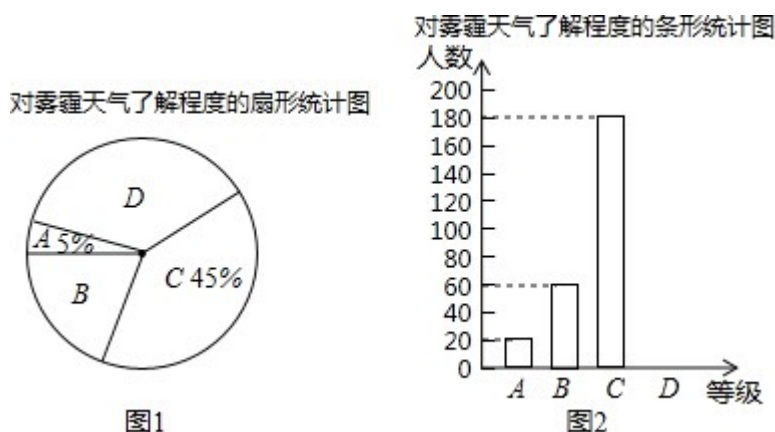
(1) 将指数式 $3^4 = 81$ 转化为对数式_____;

(2) 求证: $\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$ ($a > 0$, $a \neq 1$, $M > 0$, $N > 0$)

(3) 拓展运用: 计算 $\log_6 9 + \log_6 8 - \log_6 2 =$ _____.

23. (12分) (2019•安顺) 近年来, 在习近平总书记“既要金山银山, 又要绿水青山”思想的指导下, 我国持续的大面积雾霾天气得到了较大改善. 为了调查学生对雾霾天气知识的了解程度, 某校在学生中做了一次抽样调查, 调查结果共分为四个等级: A. 非

常了解; B . 比较了解; C . 基本了解; D . 不了解. 根据调查统计结果, 绘制了如图所示的不完整的三种统计图表.



对雾霾天气了解程度的统计表

对雾霾天气了解程度	百分比
A . 非常了解	5%
B . 比较了解	15%
C . 基本了解	45%
D . 不了解	n

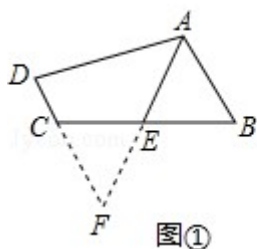
请结合统计图表, 回答下列问题:

- (1) 本次参与调查的学生共有_____, $n =$ _____;
- (2) 扇形统计图中 D 部分扇形所对应的圆心角是_____度;
- (3) 请补全条形统计图;
- (4) 根据调查结果, 学校准备开展关于雾霾的知识竞赛, 某班要从“非常了解”程度的小明和小刚中选一人参加, 现设计了如下游戏来确定, 具体规则是: 把四个完全相同的乒乓球分别标上数字 1, 2, 3, 4, 然后放到一个不透明的袋中充分摇匀, 一个人先从袋中随机摸出一个球, 另一人再从剩下的三个球中随机摸出一个球. 若摸出的两个球上的数字和为奇数, 则小明去, 否则小刚去. 请用树状图或列表法说明这个游戏规则是否公平.

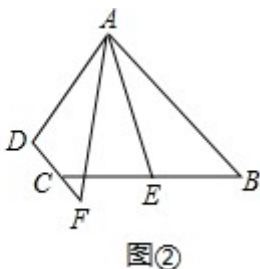
24. (12分) (2019•安顺) (1) 如图①, 在四边形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, 点 E 是 BC 的中点, 若 AE 是 $\angle BAD$ 的平分线, 试判断 AB , AD , DC 之间的等量关系.
- 解决此问题可以用如下方法: 延长 AE 交 DC 的延长线于点 F , 易证 $\triangle AEB \cong \triangle FEC$ 得到 $AB = FC$, 从而把 AB , AD , DC 转化在一个三角形中即可判断.

AB , AD , DC 之间的等量关系_____;

(2) 问题探究: 如图②, 在四边形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, AF 与 DC 的延长线交于点 F , 点 E 是 BC 的中点, 若 AE 是 $\angle BAF$ 的平分线, 试探究 AB , AF , CF 之间的等量关系, 并证明你的结论.



图①



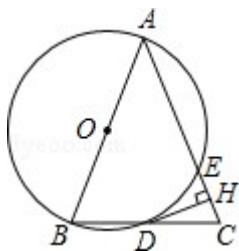
图②

25. (12分) (2019•安顺) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, 以 AB 为直径的 $\odot O$ 与边 BC , AC 分别交于 D , E 两点, 过点 D 作 $DH \perp AC$ 于点 H .

(1) 判断 DH 与 $\odot O$ 的位置关系, 并说明理由;

(2) 求证: H 为 CE 的中点;

(3) 若 $BC=10$, $\cos C = \frac{\sqrt{5}}{5}$, 求 AE 的长.

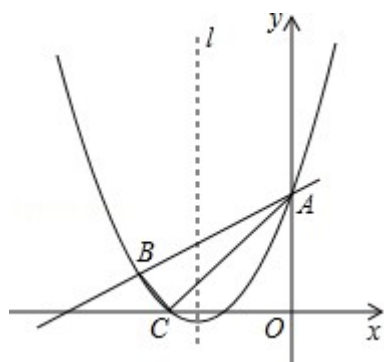


26. (14分) (2019•安顺) 如图, 抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2 + bx + c$ 与直线 $y = \frac{1}{2}x + 3$ 分别相交于 A , B 两点, 且此抛物线与 x 轴的一个交点为 C , 连接 AC , BC . 已知 $A(0, 3)$, $C(-3, 0)$.

(1) 求抛物线的解析式;

(2) 在抛物线对称轴 l 上找一点 M , 使 $|MB - MC|$ 的值最大, 并求出这个最大值;

(3) 点 P 为 y 轴右侧抛物线上一动点, 连接 PA , 过点 P 作 $PQ \perp PA$ 交 y 轴于点 Q , 问: 是否存在点 P 使得以 A , P , Q 为顶点的三角形与 $\triangle ABC$ 相似? 若存在, 请求出所有符合条件的点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



2019年贵州省安顺市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题(本大题10个小题, 每小题3分, 共30分)

1. (3分) (2019•安顺) 2019的相反数是()

- A. -2019 B. 2019 C. $-\frac{1}{2019}$ D. $\frac{1}{2019}$

【考点】14: 相反数.

【专题】511: 实数.

【分析】根据只有符号不同的两个数互为相反数, 可得答案

【解答】解: 2019的相反数是-2019,

故选: A.

【点评】主要考查相反数的概念及性质. 相反数的定义: 只有符号不同的两个数互为相反数, 0的相反数是0.

2. (3分) (2019•安顺) 中国陆地面积约为 $9600000km^2$, 将数字9600000用科学记数法表示为()

- A. 96×10^5 B. 9.6×10^6 C. 9.6×10^7 D. 0.96×10^8

【考点】11: 科学记数法—表示较大的数.

【专题】511: 实数.

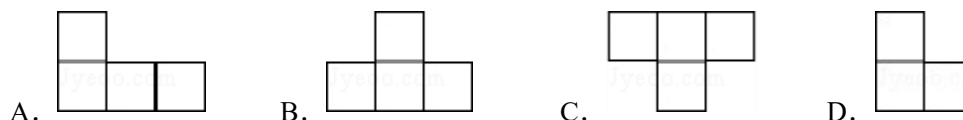
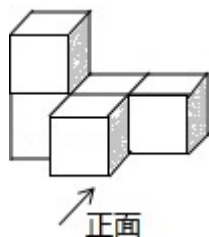
【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 >1 时, n 是正数; 当原数的绝对值 <1 时, n 是负数.

【解答】解: 将960 0000用科学记数法表示为 9.6×10^6 .

故选: B.

【点评】此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数, 表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

3. (3分) (2019•安顺) 如图, 该立体图形的俯视图是()



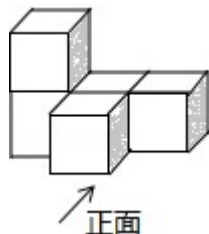
【考点】U2: 简单组合体的三视图.

【专题】28: 操作型.

【分析】根据几何体的三视图, 即可解答.

【解答】解: 如图所示的立体图形的俯视图是 C.

故选: C.



【点评】本题考查了三视图的知识, 掌握所看的位置, 注意所有的看到的棱都应表现在视图中.

4. (3 分) (2019•安顺) 下列运算中, 计算正确的是 ()

- A. $(a^2b)^3 = a^5b^3$ B. $(3a^2)^3 = 27a^6$
C. $a^6 \div a^2 = a^3$ D. $(a+b)^2 = a^2 + b^2$

【考点】47: 幂的乘方与积的乘方; 48: 同底数幂的除法; 4C: 完全平方公式.

【专题】512: 整式.

【分析】分别根据积的乘方、同底数幂的除法以及完全平方公式化简即可判断.

【解答】解: A. $(a^2b)^3 = a^6b^3$, 故选项 A 不合题意;

B. $(3a^2)^3 = 27a^6$, 故选项 B 符合题意;

C. $a^6 \div a^2 = a^4$, 故选项 C 不合题意;

D. $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, 故选项 D 不合题意.

故选: B.

【点评】本题主要考查了幂的运算法则, 熟练掌握法则是解答本题的关键.

5. (3 分) (2019•安顺) 在平面直角坐标系中, 点 $P(-3, m^2+1)$ 关于原点对称点在 ()

A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

【考点】R6: 关于原点对称的点的坐标.

【专题】531: 平面直角坐标系.

【分析】依据 $m^2+1>0$, 即可得出点 $P(-3, m^2+1)$ 在第二象限, 再根据两个点关于原点对称时, 它们的坐标符号相反, 即可得出结论.

【解答】解: $\because m^2+1>0$,

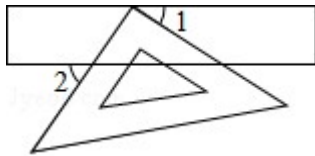
$\therefore$ 点 $P(-3, m^2+1)$ 在第二象限,

$\therefore$ 点 $P(-3, m^2+1)$ 关于原点对称点在第四象限,

故选: D.

【点评】本题主要考查了关于原点对称的两个点的坐标特征, 关于原点对称的两个点的横、纵坐标均互为相反数.

6. (3 分) (2019•安顺) 如图, 三角板的直角顶点落在矩形纸片的一边上. 若 $\angle 1 = 35^\circ$, 则 $\angle 2$ 的度数是 ()



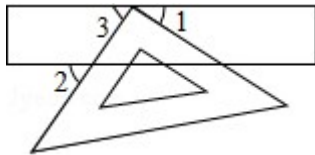
A. 35° B. 45° C. 55° D. 65°

【考点】JA: 平行线的性质.

【专题】551: 线段、角、相交线与平行线.

【分析】求出 $\angle 3$ 即可解决问题;

【解答】解:



$\because \angle 1 + \angle 3 = 90^\circ$, $\angle 1 = 35^\circ$,

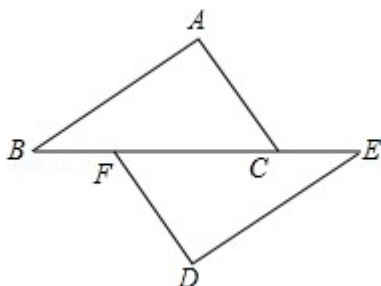
$\therefore \angle 3 = 55^\circ$,

$\therefore \angle 2 = \angle 3 = 55^\circ$,

故选: C.

【点评】此题考查了平行线的性质. 两直线平行, 同位角相等的应用是解此题的关键.

7. (3 分) (2019•安顺) 如图, 点 B, F, C, E 在一条直线上, $AB \parallel ED$, $AC \parallel FD$, 那么添加下列一个条件后, 仍无法判定 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ 的是 ()



- A. $\angle A = \angle D$ B. $AC = DF$ C. $AB = ED$ D. $BF = EC$

【考点】KB: 全等三角形的判定.

【专题】553: 图形的全等.

【分析】分别判断选项所添加的条件, 根据三角形的判定定理: SSS、SAS、AAS 进行判断即可.

【解答】解: 选项 A、添加 $\angle A = \angle D$ 不能判定 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$, 故本选项正确;

选项 B、添加 $AC = DF$ 可用 AAS 进行判定, 故本选项错误;

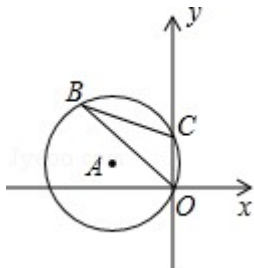
选项 C、添加 $AB = DE$ 可用 AAS 进行判定, 故本选项错误;

选项 D、添加 $BF = EC$ 可得出 $BC = EF$, 然后可用 ASA 进行判定, 故本选项错误.

故选: A.

【点评】本题主要考查对全等三角形的判定, 平行线的性质等知识点的理解和掌握, 熟练地运用全等三角形的判定定理进行证明是解此题的关键, 是一个开放型的题目, 比较典型.

8. (3 分) (2019•安顺) 如图, 半径为 3 的 $\odot A$ 经过原点 O 和点 $C(0, 2)$, B 是 y 轴左侧 $\odot A$ 优弧上一点, 则 $\tan \angle OBC$ 为 ()



- A. $\frac{1}{3}$ B. $2\sqrt{2}$ C. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{4}$

【考点】D5: 坐标与图形性质; M5: 圆周角定理; T7: 解直角三角形.

【专题】559: 圆的有关概念及性质; 55E: 解直角三角形及其应用.

【分析】作直径 CD , 根据勾股定理求出 OD , 根据正切的定义求出 $\tan \angle CDO$, 根据圆周角定理得到 $\angle OBC = \angle CDO$, 等量代换即可.

【解答】解: 作直径 CD ,

在 $\text{Rt}\triangle OCD$ 中, $CD=6$, $OC=2$,

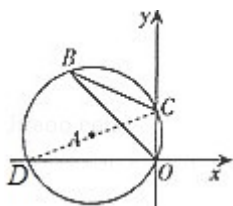
$$\text{则 } OD = \sqrt{CD^2 - OC^2} = 4\sqrt{2},$$

$$\tan \angle CDO = \frac{OC}{OD} = \frac{\sqrt{2}}{4},$$

由圆周角定理得, $\angle OBC = \angle CDO$,

$$\text{则 } \tan \angle OBC = \frac{\sqrt{2}}{4},$$

故选: D.



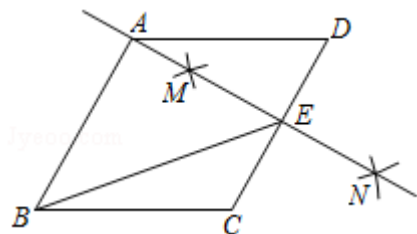
【点评】本题考查的是圆周角定理、锐角三角函数的定义, 掌握在同圆或等圆中, 同弧或等弧所对的圆周角相等, 都等于这条弧所对的圆心角的一半、熟记锐角三角函数的定义是解题的关键.

9. (3分) (2019•安顺) 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, 按以下步骤作图:

① 分别以点 C 和点 D 为圆心, 大于 $\frac{1}{2}CD$ 的长为半径作弧, 两弧相交于 M 、 N 两点;

② 作直线 MN , 且 MN 恰好经过点 A , 与 CD 交于点 E , 连接 BE .

则下列说法错误的是 ()



A. $\angle ABC = 60^\circ$

B. $S_{\triangle ABE} = 2S_{\triangle ADE}$

C. 若 $AB=4$, 则 $BE=4\sqrt{7}$

D. $\sin \angle CBE = \frac{\sqrt{21}}{14}$

【考点】K3: 三角形的面积; KG: 线段垂直平分线的性质; KM: 等边三角形的判定与性质; L8: 菱形的性质; N2: 作图—基本作图; T7: 解直角三角形.

【专题】13: 作图题.

【分析】利用基本作图得到 AE 垂直平分 CD , 再根据菱形的性质得到 $AD=CD=2DE$, $AB \parallel DE$, 利用三角函数求出 $\angle D=60^\circ$, 则可对 A 选项进行判断; 利用三角形面积公式可对 B 选项进行判断; 当 $AB=4$, 则 $DE=2$, 先计算出 $AE=2\sqrt{3}$, 再利用勾股定理计算出 $BE=2\sqrt{7}$, 则可对 C 选项进行判断; 作 $EH \perp BC$ 交 BC 的延长线于 H , 如图, 设 $AB=4a$, 则 $CE=2a$, $BC=4a$, $BE=2\sqrt{7}a$, 先计算出 $CH=a$, $EH=\sqrt{3}a$, 则可根据正弦的定义对 D 选项进行判断.

【解答】解: 由作法得 AE 垂直平分 CD , 即 $CE=DE$, $AE \perp CD$,

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 为菱形,

$\therefore AD=CD=2DE$, $AB \parallel DE$,

在 $\text{Rt}\triangle ADE$ 中, $\cos D = \frac{DE}{AD} = \frac{1}{2}$,

$\therefore \angle D=60^\circ$,

$\therefore \angle ABC=60^\circ$, 所以 A 选项的结论正确;

$$\because S_{\triangle ABE} = \frac{1}{2} AB \cdot AE, S_{\triangle ADE} = \frac{1}{2} DE \cdot AE,$$

而 $AB=2DE$,

$\therefore S_{\triangle ABE} = 2S_{\triangle ADE}$, 所以 B 选项的结论正确;

若 $AB=4$, 则 $DE=2$,

$$\therefore AE=2\sqrt{3},$$

在 $\text{Rt}\triangle ABE$ 中, $BE = \sqrt{4^2 + (2\sqrt{3})^2} = 2\sqrt{7}$, 所以 C 选项的结论错误;

作 $EH \perp BC$ 交 BC 的延长线于 H , 如图,

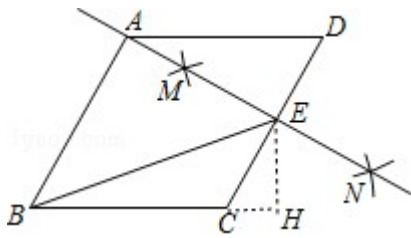
设 $AB=4a$, 则 $CE=2a$, $BC=4a$, $BE=2\sqrt{7}a$,

在 $\triangle CHE$ 中, $\angle ECH = \angle D = 60^\circ$,

$$\therefore CH=a, EH=\sqrt{3}a,$$

$$\therefore \sin \angle CBE = \frac{EH}{BE} = \frac{\sqrt{3}a}{2\sqrt{7}a} = \frac{\sqrt{21}}{14}, \text{ 所以 D 选项的结论正确.}$$

故选: C.

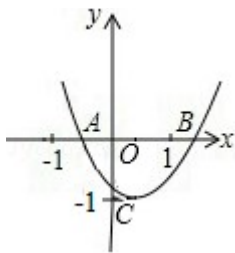


【点评】本题考查了作图 - 基本作图: 熟练掌握基本作图 (作一条线段等于已知线段; 作一个角等于已知角; 作已知线段的垂直平分线; 作已知角的角平分线; 过一点作已知直线的垂线). 也考查了菱形的性质和解直角三角形.

10. (3分) (2019•安顺) 如图, 已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象与 x 轴分别交于 A 、 B 两点, 与 y 轴交于 C 点, $OA=OC$. 则由抛物线的特征写出如下结论:

① $abc>0$; ② $4ac-b^2>0$; ③ $a-b+c>0$; ④ $ac+b+1=0$.

其中正确的个数是 ()



A. 4个 B. 3个 C. 2个 D. 1个

【考点】H4: 二次函数图象与系数的关系; H5: 二次函数图象上点的坐标特征; HA: 抛物线与 x 轴的交点.

【专题】535: 二次函数图象及其性质.

【分析】此题可根据二次函数的性质, 结合其图象可知: $a>0$, $-1<c<0$, $b<0$, 再对各结论进行判断.

【解答】解: ①观察图象可知, 开口向上 $a>0$, 对称轴在右侧 $b<0$, 与 y 轴交于负半轴 $c<0$,

$\therefore abc>0$, 故正确;

② $\because$ 抛物线与 x 轴有两个交点,

$\therefore b^2-4ac>0$, 即 $4ac-b^2<0$, 故错误;

③ 当 $x=-1$ 时 $y=a-b+c$, 由图象知 $(-1, a-b+c)$ 在第二象限,

$\therefore a-b+c>0$, 故正确

④ 设 $C(0, c)$, 则 $OC=|c|$,

$\because OA=OC=|c|$, $\therefore A(c, 0)$ 代入抛物线得 $ac^2+bc+c=0$, 又 $c \neq 0$,

$\therefore ac+b+1=0$, 故正确;

故正确的结论有①③④三个,

故选: B.

【点评】 本题考查了二次函数图象与系数的关系: 对于二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$), 二次项系数 a 决定抛物线的开口方向和大小: 一次项系数 b 和二次项系数 a 共同决定对称轴的位置: 常数项 c 决定抛物线与 y 轴交点: 抛物线与 y 轴交于 $(0, c)$; 抛物线与 x 轴交点个数由 Δ 决定, 熟练掌握二次函数的性质是关键.

二、填空题 (本大题共 8 个小题, 每小题 4 分, 共 32 分)

11. (4 分) (2019•安顺) 函数 $y=\sqrt{x-2}$ 的自变量 x 的取值范围是 $x \geq 2$.

【考点】 E4: 函数自变量的取值范围.

【分析】 根据被开方数大于等于 0 列式计算即可得解.

【解答】 解: 根据题意得, $x-2 \geq 0$,

解得 $x \geq 2$.

故答案为: $x \geq 2$.

【点评】 本题考查了函数自变量的范围, 一般从三个方面考虑:

- (1) 当函数表达式是整式时, 自变量可取全体实数;
- (2) 当函数表达式是分式时, 考虑分式的分母不能为 0;
- (3) 当函数表达式是二次根式时, 被开方数非负数.

12. (4 分) (2019•安顺) 若实数 a, b 满足 $|a+1|+\sqrt{b-2}=0$, 则 $a+b=$ 1.

【考点】 16: 非负数的性质: 绝对值; 23: 非负数的性质: 算术平方根.

【专题】 511: 实数.

【分析】 先根据非负数的性质求出 a, b 的值, 再求出 $a+b$ 的值即可.

【解答】 解: $\because |a+1|+\sqrt{b-2}=0$,

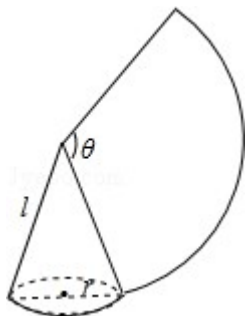
$$\therefore \begin{cases} a+1=0 \\ b-2=0 \end{cases},$$

解得 $a=-1, b=2$,

$\therefore a+b=-1+2=1$.

【点评】 本题考查的是非负数的性质, 熟知几个非负数的和为 0 时, 其中每一项必为 0 是解答此题的关键.

13. (4 分) (2019•安顺) 如图, 沿一条母线将圆锥侧面剪开并展平, 得到一个扇形, 若圆锥的底面圆的半径 $r=2$, 扇形的圆心角 $\theta=120^\circ$, 则该圆锥母线 l 的长为 6.



【考点】MP: 圆锥的计算.

【专题】55C: 与圆有关的计算.

【分析】利用圆锥的侧面展开图为一扇形, 这个扇形的弧长等于圆锥底面的周长, 扇形的

半径等于圆锥的母线长和弧长公式得到 $2\pi \times 2 = \frac{120 \cdot \pi \cdot l}{180}$, 然后解关于 l 的方程即可.

【解答】解: 根据题意得 $2\pi \times 2 = \frac{120 \cdot \pi \cdot l}{180}$,

解得 $l=6$,

即该圆锥母线 l 的长为 6.

故答案为 6.

【点评】本题考查了圆锥的计算: 圆锥的侧面展开图为一扇形, 这个扇形的弧长等于圆锥底面的周长, 扇形的半径等于圆锥的母线长.

14. (4 分) (2019•安顺) 某生态示范园计划种植一批蜂糖李, 原计划总产量达 36 万千克, 为了满足市场需求, 现决定改良蜂糖李品种, 改良后平均每亩产量是原计划的 1.5 倍, 总产量比原计划增加了 9 万千克, 种植亩数减少了 20 亩, 则原计划和改良后平均每亩产量各多少万千克? 设原计划平均亩产量为 x 万千克, 则改良后平均每亩产量为

1.5x 万千克, 根据题意列方程为 $\frac{36}{x} - \frac{36+9}{1.5x} = 20$.

【考点】B6: 由实际问题抽象出分式方程.

【专题】34: 方程思想; 522: 分式方程及应用.

【分析】设原计划平均亩产量为 x 万千克, 则改良后平均每亩产量为 1.5x 万千克, 根据种植亩数 = 总产量 ÷ 平均亩产量结合改良后的种植面积比原计划少 20 亩, 即可得出关于 x

的分式方程, 此题得解.

【解答】解: 设原计划平均亩产量为 x 万千克, 则改良后平均每亩产量为 $1.5x$ 万千克,

依题意, 得: $\frac{36}{x} - \frac{36+9}{1.5x} = 20$.

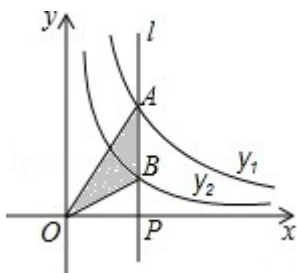
故答案为: $\frac{36}{x} - \frac{36+9}{1.5x} = 20$.

【点评】本题考查了由实际问题抽象出分式方程, 找准等量关系, 正确列出分式方程是解题的关键.

15. (4分) (2019•安顺) 如图, 直线 $l \perp x$ 轴于点 P , 且与反比例函数 $y_1 = \frac{k_1}{x}$ ($x > 0$)

及 $y_2 = \frac{k_2}{x}$ ($x > 0$) 的图象分别交于 A 、 B 两点, 连接 OA 、 OB , 已知 $\triangle OAB$ 的面积为4,

则 $k_1 - k_2 = \underline{8}$.



【考点】G4: 反比例函数的性质; G5: 反比例函数系数 k 的几何意义; G6: 反比例函数图象上点的坐标特征.

【专题】534: 反比例函数及其应用.

【分析】根据反比例函数 k 的几何意义可知: $\triangle AOP$ 的面积为 $\frac{1}{2}k_1$, $\triangle BOP$ 的面积为 $\frac{1}{2}$

k_2 , 由题意可知 $\triangle AOB$ 的面积为 $\frac{1}{2}k_1 - \frac{1}{2}k_2$.

【解答】解: 根据反比例函数 k 的几何意义可知: $\triangle AOP$ 的面积为 $\frac{1}{2}k_1$, $\triangle BOP$ 的面积为

$\frac{1}{2}k_2$,

$\therefore \triangle AOB$ 的面积为 $\frac{1}{2}k_1 - \frac{1}{2}k_2$,

$$\therefore \frac{1}{2}k_1 - \frac{1}{2}k_2 = 4,$$

$$\therefore k_1 - k_2 = 8,$$

故答案为 8.

【点评】 本题考查反比例函数 k 的几何意义, 解题的关键是正确理解 k 的几何意义, 本题属于中等题型,

16. (4分) (2019•安顺) 已知一组数据 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ 的方差为 2, 则另一组数据 $3x_1, 3x_2, 3x_3, \dots, 3x_n$ 的方差为 18.

【考点】 W7: 方差.

【专题】 542: 统计的应用.

【分析】 如果一组数据 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 的方差是 s^2 , 那么数据 $kx_1, kx_2, \dots, kx_n$ 的方差是 k^2s^2 ($k \neq 0$), 依此规律即可得出答案.

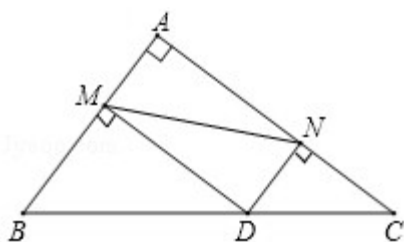
【解答】 解: $\because$ 一组数据 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ 的方差为 2,

$\therefore$ 另一组数据 $3x_1, 3x_2, 3x_3, \dots, 3x_n$ 的方差为 $3^2 \times 2 = 18$.

故答案为 18.

【点评】 本题考查了方差的定义. 当数据都加上一个数时, 平均数也加上这个数, 方差不变, 即数据的波动情况不变; 当数据都乘以一个数时, 平均数也乘以这个数 (不为 0), 方差变为这个数的平方倍.

17. (4分) (2019•安顺) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, 且 $BA = 3$, $AC = 4$, 点 D 是斜边 BC 上的一个动点, 过点 D 分别作 $DM \perp AB$ 于点 M , $DN \perp AC$ 于点 N , 连接 MN , 则线段 MN 的最小值为 $\frac{12}{5}$.



【考点】 J4: 垂线段最短; LD: 矩形的判定与性质.

【专题】 554: 等腰三角形与直角三角形; 556: 矩形 菱形 正方形.

【分析】 由勾股定理求出 BC 的长, 再证明四边形 $DMAN$ 是矩形, 可得 $MN = AD$, 根据垂线段最短和三角形面积即可解决问题.

【解答】解：∵ $\angle BAC = 90^\circ$ ，且 $BA = 3$ ， $AC = 4$ ，

$$\therefore BC = \sqrt{BA^2 + AC^2} = 5,$$

∵ $DM \perp AB$ ， $DN \perp AC$ ，

$$\therefore \angle DMA = \angle DNA = \angle BAC = 90^\circ,$$

∴ 四边形 $DMAN$ 是矩形，

$$\therefore MN = AD,$$

∴ 当 $AD \perp BC$ 时， AD 的值最小，

$$\text{此时，}\triangle ABC \text{ 的面积} = \frac{1}{2}AB \times AC = \frac{1}{2}BC \times AD,$$

$$\therefore AD = \frac{AB \times AC}{BC} = \frac{12}{5},$$

$$\therefore MN \text{ 的最小值为 } \frac{12}{5};$$

故答案为： $\frac{12}{5}$.

【点评】本题考查了矩形的判定和性质、勾股定理、三角形面积、垂线段最短等知识，解题的关键是熟练掌握基本知识，属于中考常考题型.

18. (4分) (2019•安顺) 如图，将从1开始的自然数按下规律排列，例如位于第3行、第4行的数是12，则位于第45行、第7列的数是 2019 .

1	2	5	10	...
4	3	6	11	...
9	8	7	12	...
16	15	14	13	...
...	...	...	...	...

【考点】37：规律型：数字的变化类.

【专题】2A：规律型.

【分析】观察图表可知：第 n 行第一个数是 n^2 ，可得第45行第一个数是2025，推出第45行、第7列的数是 $2025 - 6 = 2019$

【解答】解：观察图表可知：第 n 行第一个数是 n^2 ，

∴ 第45行第一个数是2025，

∴ 第45行、第7列的数是 $2025 - 6 = 2019$ ，

故答案为2019

【点评】本题考查规律型 - 数字问题, 解题的关键是学会观察, 探究规律, 利用规律解决问题.

三、解答题 (本大题共 8 个小题, 满分 88 分, 解答应写出必要的文字说明或演算步骤)

19. (8 分) (2019•安顺) 计算: $(-2)^{-1} - \sqrt{9} + \cos 60^\circ + (\sqrt{2019} - \sqrt{2018})^0 + 8^{2019} \times (-0.125)^{2019}$.

【考点】2C: 实数的运算; 6E: 零指数幂; 6F: 负整数指数幂; T5: 特殊角的三角函数值.

【专题】511: 实数.

【分析】分别根据负指数幂的性质、二次根式的性质、零指数幂以及积是乘方化简即可解答.

【解答】解: 原式 $= -\frac{1}{2} - 3 + \frac{1}{2} + 1 + (-0.125 \times 8)^{2019} = -\frac{1}{2} - 3 + \frac{1}{2} - 1 = -3$.

【点评】此题主要考查了实数运算, 正确化简各数是解题关键.

20. (10 分) (2019•安顺) 先化简 $(1 + \frac{2}{x-3}) \div \frac{x^2-1}{x^2-6x+9}$, 再从不等式组 $\begin{cases} -2x < 4 \\ 3x < 2x+4 \end{cases}$ 的

整数解中选一个合适的 x 的值代入求值.

【考点】6D: 分式的化简求值; CC: 一元一次不等式组的整数解.

【专题】513: 分式.

【分析】首先进行分式的加减运算, 进而利用分式的混合运算法则进而化简, 再解不等式组, 得出 x 的值, 把已知数据代入即可.

【解答】解: 原式 $= \frac{x-3+2}{x-3} \times \frac{(x-3)^2}{(x+1)(x-1)}$

$$= \frac{x-3}{x+1},$$

解不等式组 $\begin{cases} -2x < 4 & ① \\ 3x < 2x+4 & ② \end{cases}$ 得 $-2 < x < 4$,

∴ 其整数解为 $-1, 0, 1, 2, 3$,

∵ 要使原分式有意义,

∴ x 可取 $0, 2$.

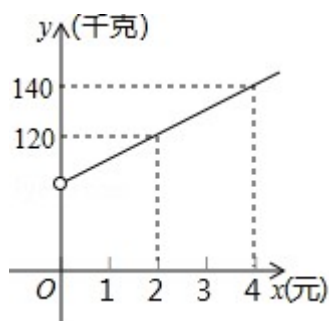
∴ 当 $x=0$ 时, 原式 $= -3$,

(或当 $x=2$ 时, 原式 $= -\frac{1}{3}$).

【点评】 此题主要考查了分式的化简求值, 正确掌握分式的混合运算法则是解题关键.

21. (10分) (2019•安顺) 安顺市某商贸公司以每千克 40 元的价格购进一种干果, 计划以每千克 60 元的价格销售, 为了让顾客得到更大的实惠, 现决定降价销售, 已知这种干果销售量 y (千元) 与每千元降价 x (元) ($0 < x < 20$) 之间满足一次函数关系, 其图象如图所示:

- (1) 求 y 与 x 之间的函数关系式;
 (2) 商贸公司要想获利 2090 元, 则这种干果每千克应降价多少元?



【考点】 AD: 一元二次方程的应用; FH: 一次函数的应用.

【专题】 523: 一元二次方程及应用; 533: 一次函数及其应用.

【分析】 (1) 设一次函数解析式为: $y=kx+b$ 由题意得出: 当 $x=2$, $y=120$; 当 $x=4$, $y=140$; 得出方程组, 解方程组解可;

(2) 由题意得出方程 $(60 - 40 - x)(10x + 100) = 2090$, 解方程即可.

【解答】 解: (1) 设一次函数解析式为: $y=kx+b$

当 $x=2$, $y=120$; 当 $x=4$, $y=140$;

$$\therefore \begin{cases} 2k+b=120 \\ 4k+b=140 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} k=10 \\ b=100 \end{cases},$$

$\therefore y$ 与 x 之间的函数关系式为 $y=10x+100$;

(2) 由题意得:

$$(60 - 40 - x)(10x + 100) = 2090,$$

整理得: $x^2 - 10x + 9 = 0$,

解得: $x_1=1$, $x_2=9$,

∴ 让顾客得到更大的实惠,

∴ $x=9$,

答: 商贸公司要想获利 2090 元, 则这种干果每千克应降价 9 元.

【点评】 本题考查了一元二次方程的应用、一次函数的应用; 由题意列出方程组或方程是解题的关键.

22. (10 分) (2019•安顺) 阅读以下材料:

对数的创始人是苏格兰数学家纳皮尔 (J. Napier, 1550 - 1617 年), 纳皮尔发明对数是在指数书写方式之前, 直到 18 世纪瑞士数学家欧拉 (Euler, 1707 - 1783 年) 才发现指数与对数之间的联系.

对数的定义: 一般地, 若 $a^x=N$ ($a>0$ 且 $a\neq 1$), 那么 x 叫做以 a 为底 N 的对数, 记作 $x=\log_a N$, 比如指数式 $2^4=16$ 可以转化为对数式 $4=\log_2 16$, 对数式 $2=\log_5 25$, 可以转化为指数式 $5^2=25$.

我们根据对数的定义可得到对数的一个性质:

$\log_a (M \cdot N) = \log_a M + \log_a N$ ($a>0$, $a\neq 1$, $M>0$, $N>0$), 理由如下:

设 $\log_a M=m$, $\log_a N=n$, 则 $M=a^m$, $N=a^n$,

∴ $M \cdot N = a^m \cdot a^n = a^{m+n}$, 由对数的定义得 $m+n=\log_a (M \cdot N)$

又 ∵ $m+n=\log_a M + \log_a N$

∴ $\log_a (M \cdot N) = \log_a M + \log_a N$

根据阅读材料, 解决以下问题:

(1) 将指数式 $3^4=81$ 转化为对数式 $4=\log_3 81$;

(2) 求证: $\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$ ($a>0$, $a\neq 1$, $M>0$, $N>0$)

(3) 拓展运用: 计算 $\log_6 9 + \log_6 8 - \log_6 2 =$ 2.

【考点】 10: 数学常识; 46: 同底数幂的乘法; 48: 同底数幂的除法.

【专题】 512: 整式.

【分析】 (1) 根据题意可以把指数式 $3^4=81$ 写成对数式;

(2) 先设 $\log_a M=m$, $\log_a N=n$, 根据对数的定义可表示为指数式为: $M=a^m$, $N=a^n$,

计算 $\frac{M}{N}$ 的结果, 同理由所给材料的证明过程可得结论;

(3) 根据公式: $\log_a (M \cdot N) = \log_a M + \log_a N$ 和 $\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$ 的逆用, 将所求式

子表示为: $\log_3(2 \times 6 \div 4)$, 计算可得结论.

【解答】解: (1) $4 = \log_3 81$ (或 $\log_3 81 = 4$),

故答案为: $4 = \log_3 81$;

(2) 证明: 设 $\log_a M = m$, $\log_a N = n$, 则 $M = a^m$, $N = a^n$,

$$\therefore \frac{M}{N} = \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}, \text{ 由对数的定义得 } m - n = \log_a \frac{M}{N},$$

又 $\because m - n = \log_a M - \log_a N$,

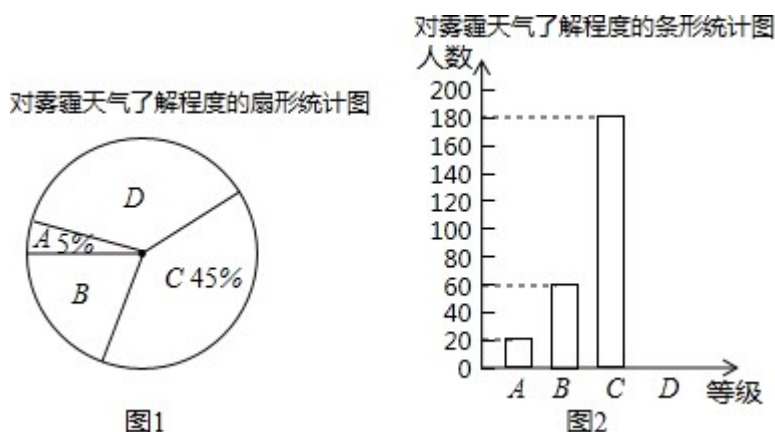
$$\therefore \log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N;$$

(3) $\log_6 9 + \log_6 8 - \log_6 2 = \log_6 (9 \times 8 \div 2) = \log_6 36 = 2$.

故答案为: 2.

【点评】本题考查整式的混合运算、对数与指数之间的关系与相互转化的关系, 解题的关键是明确新定义, 明白指数与对数之间的关系与相互转化关系.

23. (12分) (2019•安顺) 近年来, 在习近平总书记“既要金山银山, 又要绿水青山”思想的指导下, 我国持续的大面积雾霾天气得到了较大改善. 为了调查学生对雾霾天气知识的了解程度, 某校在学生中做了一次抽样调查, 调查结果共分为四个等级: A. 非常了解; B. 比较了解; C. 基本了解; D. 不了解. 根据调查统计结果, 绘制了如图所示的不完整的三种统计图表.



对雾霾天气了解程度的统计表

对雾霾天气了解程度	百分比
-----------	-----

度	
A. 非常了解	5%
B. 比较了解	15%
C. 基本了解	45%
D. 不了解	n

请结合统计图表, 回答下列问题:

- (1) 本次参与调查的学生共有 400, $n =$ 35%;
- (2) 扇形统计图中 D 部分扇形所对应的圆心角是 126 度;
- (3) 请补全条形统计图;
- (4) 根据调查结果, 学校准备开展关于雾霾的知识竞赛, 某班要从“非常了解”程度的小明和小刚中选一人参加, 现设计了如下游戏来确定, 具体规则是: 把四个完全相同的乒乓球分别标上数字 1, 2, 3, 4, 然后放到一个不透明的袋中充分摇匀, 一个人先从袋中随机摸出一个球, 另一人再从剩下的三个球中随机摸出一个球. 若摸出的两个球上的数字和为奇数, 则小明去, 否则小刚去. 请用树状图或列表法说明这个游戏规则是否公平.

【考点】VA: 统计表; VB: 扇形统计图; VC: 条形统计图; X6: 列表法与树状图法; X7: 游戏公平性.

【专题】543: 概率及其应用.

【分析】(1) 用 C 等级的人数除以它所占的百分比得到调查的总人数, 然后用 1 减去其它等级的百分比得到 n 的值;

(2) 用 360° 乘以 D 等级所占的百分比得到扇形统计图中 D 部分扇形所对应的圆心角;

(3) 先计算出 D 等级的人数, 然后补全条形统计图;

(4) 先画树状图展示所有 12 种等可能的结果, 找出和为奇数的结果有 8 种, 再计算出小明去和小刚去的概率. 然后比较两概率的大小可判断这个游戏规则是否公平.

【解答】解: (1) $180 \div 45\% = 400$,

所以本次参与调查的学生共有 400 人,

$$n = 1 - 5\% - 15\% - 45\% = 35\%;$$

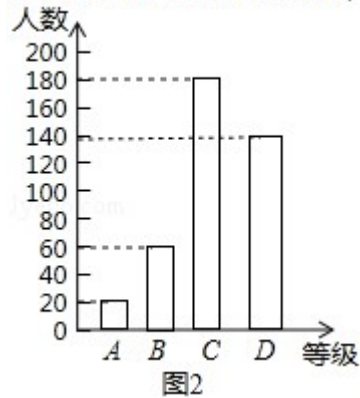
(2) 扇形统计图中 D 部分扇形所对应的圆心角 $= 360^\circ \times 35\% = 126^\circ$,

故答案为 400; 35%; 126;

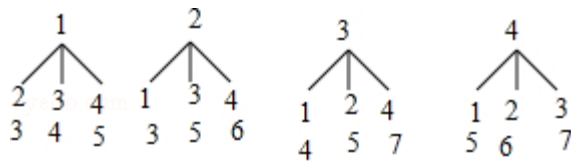
(3) D 等级的人数为 $400 \times 35\% = 140$ (人),

补全条形统计图为:

对雾霾天气了解程度的条形统计图



(4) 画树状图为:



共有 12 种等可能的结果, 其中和为奇数的结果有 8 种,

$$\therefore P(\text{小明去}) = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

$$P(\text{小刚去}) = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

$$\therefore \frac{2}{3} \neq \frac{1}{3}$$

$\therefore$ 这个游戏规则不公平.

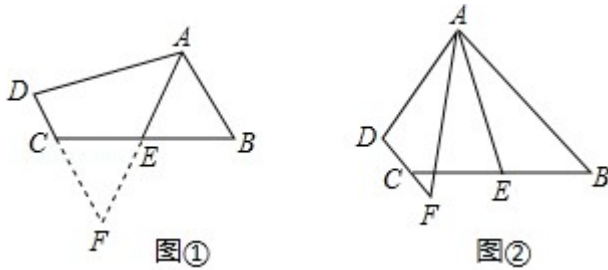
【点评】 本题考查了游戏的公平性: 判断游戏公平性需要先计算每个事件的概率, 然后比较概率的大小, 概率相等就公平, 否则就不公平. 也考查了统计图.

24. (12 分) (2019·安顺) (1) 如图①, 在四边形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, 点 E 是 BC 的中点, 若 AE 是 $\angle BAD$ 的平分线, 试判断 AB , AD , DC 之间的等量关系.

解决此问题可以用如下方法: 延长 AE 交 DC 的延长线于点 F , 易证 $\triangle AEB \cong \triangle FEC$ 得到 $AB = FC$, 从而把 AB , AD , DC 转化在一个三角形中即可判断.

AB , AD , DC 之间的等量关系 $AD = AB + DC$;

(2) 问题探究: 如图②, 在四边形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, AF 与 DC 的延长线交于点 F , 点 E 是 BC 的中点, 若 AE 是 $\angle BAF$ 的平分线, 试探究 AB , AF , CF 之间的等量关系, 并证明你的结论.



【考点】KD: 全等三角形的判定与性质.

【专题】553: 图形的全等.

【分析】(1) 由 “AAS” 可证 $\triangle CEF \cong \triangle BEA$, 可得 $AB = CF$, 即可得结论;

(2) 延长 AE 交 DF 的延长线于点 G , 由 “AAS” 可证 $\triangle AEB \cong \triangle GEC$, 可得 $AB = CG$,

即可得结论;

【解答】解: (1) $AD = AB + DC$

理由如下: $\because AE$ 是 $\angle BAD$ 的平分线

$$\therefore \angle DAE = \angle BAE$$

$$\because AB \parallel CD$$

$$\therefore \angle F = \angle BAE$$

$$\therefore \angle DAF = \angle F$$

$$\therefore AD = DF,$$

$\because$ 点 E 是 BC 的中点

$$\therefore CE = BE, \text{ 且 } \angle F = \angle BAE, \angle AEB = \angle CEF$$

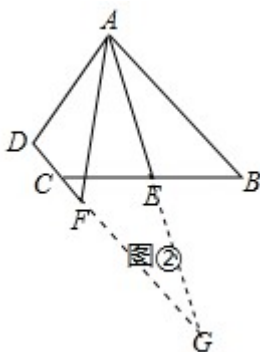
$$\therefore \triangle CEF \cong \triangle BEA \text{ (AAS)}$$

$$\therefore AB = CF$$

$$\therefore AD = CD + CF = CD + AB$$

$$(2) AB = AF + CF$$

理由如下: 如图②, 延长 AE 交 DF 的延长线于点 G



$\because E$ 是 BC 的中点,
 $\therefore CE=BE$,
 $\because AB \parallel DC$,
 $\therefore \angle BAE = \angle G$. 且 $BE=CE$, $\angle AEB = \angle GEC$
 $\therefore \triangle AEB \cong \triangle GEC$ (AAS)
 $\therefore AB=GC$
 $\because AE$ 是 $\angle BAF$ 的平分线
 $\therefore \angle BAG = \angle FAG$,
 $\because \angle BAG = \angle G$,
 $\therefore \angle FAG = \angle G$,
 $\therefore FA=FG$,
 $\therefore CG=CF+FG$,
 $\therefore AB=AF+CF$

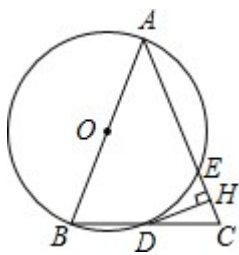
【点评】 本题考查了全等三角形的判定和性质, 平行线的性质, 角平分线的性质, 添加恰当辅助线构造全等三角形是本题的关键.

25. (12分) (2019•安顺) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, 以 AB 为直径的 $\odot O$ 与边 BC , AC 分别交于 D , E 两点, 过点 D 作 $DH \perp AC$ 于点 H .

(1) 判断 DH 与 $\odot O$ 的位置关系, 并说明理由;

(2) 求证: H 为 CE 的中点;

(3) 若 $BC=10$, $\cos C = \frac{\sqrt{5}}{5}$, 求 AE 的长.



【考点】 MR: 圆的综合题.

【专题】 15: 综合题.

【分析】 (1) 连结 OD 、 AD , 如图, 先利用圆周角定理得到 $\angle ADB=90^\circ$, 则根据等腰三角形的性质得 $BD=CD$, 再证明 OD 为 $\triangle ABC$ 的中位线得到 $OD \parallel AC$, 加上 $DH \perp AC$, 所以 $OD \perp DH$, 然后根据切线的判定定理可判断 DH 为 $\odot O$ 的切线;

(2) 连结 DE , 如图, 有圆内接四边形的性质得 $\angle DEC = \angle B$, 再证明 $\angle DEC = \angle C$, 然后根据等腰三角形的性质得到 $CH = EH$;

(3) 利用余弦的定义, 在 $\text{Rt}\triangle ADC$ 中可计算出 $AC = 5\sqrt{5}$, 在 $\text{Rt}\triangle CDH$ 中可计算出 $CH = \sqrt{5}$, 则 $CE = 2CH = 2\sqrt{5}$, 然后计算 $AC - CE$ 即可得到 AE 的长.

【解答】(1) 解: DH 与 $\odot O$ 相切. 理由如下:

连结 OD 、 AD , 如图,

$\because AB$ 为直径,

$\therefore \angle ADB = 90^\circ$, 即 $AD \perp BC$,

$\because AB = AC$,

$\therefore BD = CD$,

而 $AO = BO$,

$\therefore OD$ 为 $\triangle ABC$ 的中位线,

$\therefore OD \parallel AC$,

$\because DH \perp AC$,

$\therefore OD \perp DH$,

$\therefore DH$ 为 $\odot O$ 的切线;

(2) 证明: 连结 DE , 如图,

$\because$ 四边形 $ABDE$ 为 $\odot O$ 的内接四边形,

$\therefore \angle DEC = \angle B$,

$\because AB = AC$,

$\therefore \angle B = \angle C$,

$\therefore \angle DEC = \angle C$,

$\because DH \perp CE$,

$\therefore CH = EH$, 即 H 为 CE 的中点;

(3) 解: 在 $\text{Rt}\triangle ADC$ 中, $CD = \frac{1}{2}BC = 5$,

$$\because \cos C = \frac{CD}{AC} = \frac{\sqrt{5}}{5},$$

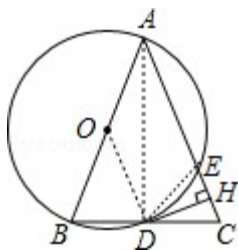
$$\therefore AC = 5\sqrt{5},$$

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle CDH \text{ 中, } \because \cos C = \frac{CH}{CD} = \frac{\sqrt{5}}{5},$$

$$\therefore CH = \sqrt{5},$$

$$\therefore CE = 2CH = 2\sqrt{5},$$

$$\therefore AE = AC - CE = 5\sqrt{5} - 2\sqrt{5} = 3\sqrt{5}.$$



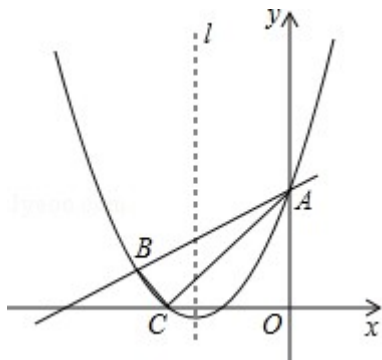
【点评】 本题考查了圆的综合题：熟练掌握圆周角定理、切线的判定定理和等腰三角形的判定与性质；会利用三角函数的定义解直角三角形.

26. (14分) (2019•安顺) 如图, 抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2 + bx + c$ 与直线 $y = \frac{1}{2}x + 3$ 分别相交于 A, B 两点, 且此抛物线与 x 轴的一个交点为 C , 连接 AC, BC . 已知 $A(0, 3), C(-3, 0)$.

(1) 求抛物线的解析式;

(2) 在抛物线对称轴 l 上找一点 M , 使 $|MB - MC|$ 的值最大, 并求出这个最大值;

(3) 点 P 为 y 轴右侧抛物线上一动点, 连接 PA , 过点 P 作 $PQ \perp PA$ 交 y 轴于点 Q , 问: 是否存在点 P 使得以 A, P, Q 为顶点的三角形与 $\triangle ABC$ 相似? 若存在, 请求出所有符合条件的点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



【考点】 HF: 二次函数综合题.

【专题】 16: 压轴题; 31: 数形结合; 32: 分类讨论; 55D: 图形的相似.

【分析】 (1) ①将 $A(0, 3), C(-3, 0)$ 代入 $y = \frac{1}{2}x^2 + bx + c$, 即可求解;

(2) 分当点 B, C, M 三点不共线时、当点 B, C, M 三点共线时, 两种情况分别求解即可;

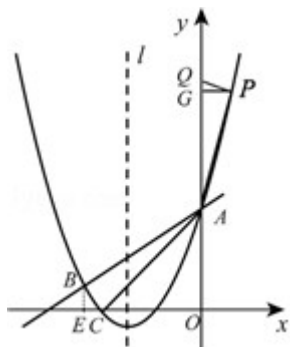
(3) 分当 $\frac{PG}{AG} = \frac{BC}{AC} = \frac{1}{3}$ 时、当 $\frac{PG}{AG} = \frac{AC}{BC} = 3$ 时两种情况，分别求解即可。

【解答】解：（1）①将 $A(0, 3)$ ， $C(-3, 0)$ 代入 $y = \frac{1}{2}x^2 + bx + c$ 得：

$$\begin{cases} c=3 \\ \frac{9}{2}-3b+c=0 \end{cases}, \text{解得: } \begin{cases} b=\frac{5}{2}, \\ c=3 \end{cases}$$

$$\therefore \text{抛物线的解析式是 } y = \frac{1}{2}x^2 + \frac{5}{2}x + 3;$$

(2) 将直线 $y = \frac{1}{2}x + 3$ 表达式与二次函数表达式联立并解得: $x = 0$ 或 -4 ,


$$\therefore A = (0, 3), \therefore B = (-4, 1)$$

① 当点 B 、 C 、 M 三点不共线时,

$$|MB - MC| < BC$$

② 当点 B 、 C 、 M 三点共线时,

$$|MB - MC| = BC$$

∴当点、C、M三点共线时， $|MB - MC|$ 取最大值，即为BC的长，

过点 B 作 x 轴于点 E , 在 $\text{Rt}\triangle BEC$ 中, 由勾股定理得 $BC = \sqrt{BE^2 + CE^2} = \sqrt{2}$,

$$\therefore |MB - MC| \text{取最大值为} \sqrt{2};$$

(3) 存在点 P 使得以 A 、 P 、 Q 为顶点的三角形与 $\triangle ABC$ 相似.

设点 P 坐标为 $(x, \frac{1}{2}x^2 + \frac{5}{2}x + 3)$ ($x > 0$)

在 $\text{Rt}\triangle BEC$ 中, $\because BE=CE=1$, $\therefore \angle BCE=45^\circ$,

在 $\text{Rt}\triangle ACO$ 中, $\because AO=CO=3, \therefore \angle ACO=45^\circ,$

$$\therefore \angle ACB = 180^\circ - 45^\circ - 45^\circ = 90^\circ, AC = 3\sqrt{2},$$

过点 P 作 $PQ \perp PA$ 于点 P , 则 $\angle APQ = 90^\circ$,

过点 P 作 $PQ \perp y$ 轴于点 G , $\therefore \angle PQA = \angle APQ = 90^\circ$

$$\angle PAG = \angle QAP, \therefore \triangle PGA \sim \triangle QPA$$

$$\therefore \angle PGA = \angle ACB = 90^\circ$$

$$\therefore \textcircled{1} \text{ 当 } \frac{PG}{AG} = \frac{BC}{AC} = \frac{1}{3} \text{ 时,}$$

$$\triangle PAG \sim \triangle BAC,$$

$$\therefore \frac{\frac{x}{\frac{1}{2}x^2 + \frac{5}{2}x + 3 - 3}}{x} = \frac{1}{3},$$

解得 $x_1 = 1, x_2 = 0$, (舍去)

$$\therefore \text{点 } P \text{ 的纵坐标为 } \frac{1}{2} \times 1^2 + \frac{5}{2} \times 1 + 3 = 6,$$

$\therefore$ 点 P 为 $(1, 6)$;

$$\textcircled{2} \text{ 当 } \frac{PG}{AG} = \frac{AC}{BC} = 3 \text{ 时,}$$

$$\triangle PAG \sim \triangle ABC,$$

$$\therefore \frac{\frac{x}{\frac{1}{2}x^2 + \frac{5}{2}x + 3 - 3}}{x} = 3,$$

$$\text{解得 } x_1 = -\frac{13}{3} \text{ (舍去), } x_2 = 0 \text{ (舍去),}$$

$\therefore$ 此时无符合条件的点 P

综上所述, 存在点 $P(1, 6)$.

【点评】 本题考查的是二次函数综合运用, 涉及到一次函数、三角形相似、勾股定理运用等知识点, 其中 (2)、(3), 要注意分类求解, 避免遗漏.

考点卡片

1. 相反数

(1) 相反数的概念: 只有符号不同的两个数叫做互为相反数.

(2) 相反数的意义: 掌握相反数是成对出现的, 不能单独存在, 从数轴上看, 除 0 外, 互为相反数的两个数, 它们分别在原点两旁且到原点距离相等.

(3) 多重符号的化简: 与 “+” 个数无关, 有奇数个 “-” 号结果为负, 有偶数个 “-” 号, 结果为正.

(4) 规律方法总结: 求一个数的相反数的方法就是在这个数的前边添加 “-”, 如 a 的相反数是 $-a$, $m+n$ 的相反数是 $-(m+n)$, 这时 $m+n$ 是一个整体, 在整体前面添负号时, 要用小括号.

2. 非负数的性质: 绝对值

在实数范围内, 任意一个数的绝对值都是非负数, 当几个数或式的绝对值相加和为 0 时, 则其中的每一项都必须等于 0.

根据上述的性质可列出方程求出未知数的值.

3. 科学记数法—表示较大的数

(1) 科学记数法: 把一个大于 10 的数记成 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 a 是整数数位只有一位的数, n 是正整数, 这种记数法叫做科学记数法. 【科学记数法形式: $a \times 10^n$, 其中 $1 \leq a < 10$, n 为正整数.】

(2) 规律方法总结:

① 科学记数法中 a 的要求和 10 的指数 n 的表示规律为关键, 由于 10 的指数比原来的整数位数少 1; 按此规律, 先数一下原数的整数位数, 即可求出 10 的指数 n .

② 记数法要求是大于 10 的数可用科学记数法表示, 实质上绝对值大于 10 的负数同样可用此法表示, 只是前面多一个负号.

4. 数学常识

数学常识

此类问题要结合实际问题来解决, 生活中的一些数学常识要了解. 比如给出一个物体的高度要会选择它合适的单位长度等等.

平时要注意多观察, 留意身边的小知识.

5. 非负数的性质: 算术平方根

(1) 非负数的性质: 算术平方根具有非负性.

(2) 利用算术平方根的非负性求值的问题, 主要是根据被开方数是非负数, 开方的结果也是非负数列出不等式求解. 非负数之和等于 0 时, 各项都等于 0 利用此性质列方程解决求值问题.

6. 实数的运算

(1) 实数的运算和在有理数范围内一样, 值得一提的是, 实数既可以进行加、减、乘、除、乘方运算, 又可以进行开方运算, 其中正实数可以开平方.

(2) 在进行实数运算时, 和有理数运算一样, 要从高级到低级, 即先算乘方、开方, 再算乘除, 最后算加减, 有括号的要先算括号里面的, 同级运算要按照从左到右的顺序进行. 另外, 有理数的运算律在实数范围内仍然适用.

【规律方法】实数运算的“三个关键”

1. 运算法则: 乘方和开方运算、幂的运算、指数 (特别是负整数指数, 0 指数) 运算、根式运算、特殊三角函数值的计算以及绝对值的化简等.

2. 运算顺序: 先乘方, 再乘除, 后加减, 有括号的先算括号里面的, 在同一级运算中要从左到右依次运算, 无论何种运算, 都要注意先定符号后运算.

3. 运算律的使用: 使用运算律可以简化运算, 提高运算速度和准确度.

7. 规律型: 数字的变化类

探究题是近几年中考命题的亮点, 尤其是与数列有关的命题更是层出不穷, 形式多样, 它要求在已有知识的基础上去探究, 观察思考发现规律.

(1) 探寻数列规律: 认真观察、仔细思考, 善用联想是解决这类问题的方法.

(2) 利用方程解决问题. 当问题中有多个未知数时, 可先设出其中一个为 x , 再利用它们之间的关系, 设出其他未知数, 然后列方程.

8. 同底数幂的乘法

(1) 同底数幂的乘法法则: 同底数幂相乘, 底数不变, 指数相加.

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n} \quad (m, n \text{ 是正整数})$$

(2) 推广: $a^m \cdot a^n \cdot a^p = a^{m+n+p}$ (m, n, p 都是正整数)

在应用同底数幂的乘法法则时, 应注意: ①底数必须相同, 如 2^3 与 2^5 , $(a^2b^2)^3$ 与 $(a^2b^2)^4$, $(x-y)^2$ 与 $(x-y)^3$ 等; ② a 可以是单项式, 也可以是多项式; ③按照运算性质, 只有相乘时才是底数不变, 指数相加.

(3) 概括整合: 同底数幂的乘法, 是学习整式乘除运算的基础, 是学好整式运算的关键. 在运用时要抓住“同底数”这一关键点, 同时注意, 有的底数可能并不相同, 这时可以适当变形为同底数幂.

9. 幂的乘方与积的乘方

(1) 幂的乘方法则: 底数不变, 指数相乘.

$$(a^m)^n = a^{mn} \quad (m, n \text{ 是正整数})$$

注意: ①幂的乘方的底数指的是幂的底数; ②性质中“指数相乘”指的是幂的指数与乘方的指数相乘, 这里注意与同底数幂的乘法中“指数相加”的区别.

(2) 积的乘方法则: 把每一个因式分别乘方, 再把所得的幂相乘.

$$(ab)^n = a^n b^n \quad (n \text{ 是正整数})$$

注意: ①因式是三个或三个以上积的乘方, 法则仍适用; ②运用时数字因数的乘方应根据乘方的意义, 计算出最后的结果.

10. 同底数幂的除法

同底数幂的除法法则: 底数不变, 指数相减.

$$a^m \div a^n = a^{m-n} \quad (a \neq 0, m, n \text{ 是正整数, } m > n)$$

①底数 $a \neq 0$, 因为 0 不能做除数;

②单独的一个字母, 其指数是 1, 而不是 0;

③应用同底数幂除法的法则时, 底数 a 可是单项式, 也可以是多项式, 但必须明确底数是什么, 指数是什么.

11. 完全平方公式

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2.$$

可巧记为: “首平方, 末平方, 首末两倍中间放”.

(2) 完全平方公式有以下几个特征: ①左边是两个数的和的平方; ②右边是一个三项式, 其中首末两项分别是两项的平方, 都为正, 中间一项是两项积的 2 倍; 其符号与左边的运算符号相同.

(3) 应用完全平方公式时, 要注意: ①公式中的 a, b 可是单项式, 也可以是多项式; ②对形如两数和 (或差) 的平方的计算, 都可以用这个公式; ③对于三项的可以把其中的两项看做一项后, 也可以用完全平方公式.

12. 分式的化简求值

先把分式化简后, 再把分式中未知数对应的值代入求出分式的值.

在化简的过程中要注意运算顺序和分式的化简. 化简的最后结果分子、分母要进行约分, 注意运算的结果要化成最简分式或整式.

【规律方法】分式化简求值时需注意的问题

1. 化简求值, 一般是先化简为最简分式或整式, 再代入求值. 化简时不能跨度太大, 而缺少必要的步骤, 代入求值的模式一般为“当...时, 原式=...”.
2. 代入求值时, 有直接代入法, 整体代入法等常用方法. 解题时可根据题目的具体条件选择合适的方法. 当未知数的值没有明确给出时, 所选取的未知数的值必须使原式中的各分式都有意义, 且除数不能为 0.

13. 零指数幂

零指数幂: $a^0=1$ ($a \neq 0$)

由 $a^m \div a^m = 1$, $a^m \div a^m = a^{m-m} = a^0$ 可推出 $a^0=1$ ($a \neq 0$)

注意: $0^0 \neq 1$.

14. 负整数指数幂

负整数指数幂: $a^{-p}=1a^p$ ($a \neq 0$, p 为正整数)

注意: ① $a \neq 0$;

- ② 计算负整数指数幂时, 一定要根据负整数指数幂的意义计算, 避免出现 $(-3)^{-2} = (-3) \times (-2)$ 的错误.
- ③ 当底数是分数时, 只要把分子、分母颠倒, 负指数就可变为正指数.
- ④ 在混合运算中, 始终要注意运算的顺序.

15. 一元二次方程的应用

1、列方程解决实际问题的一般步骤是: 审清题意设未知数, 列出方程, 解所列方程求所列方程的解, 检验和作答.

2、列一元二次方程解应用中常见问题:

(1) 数字问题: 个位数为 a , 十位数是 b , 则这个两位数表示为 $10b+a$.

(2) 增长率问题: 增长率 = 增长数量/原数量 $\times 100\%$. 如: 若原数是 a , 每次增长的百分率为 x , 则第一次增长后为 $a(1+x)$; 第二次增长后为 $a(1+x)^2$, 即 原数 $\times (1 + \text{增长百分率})^2 = \text{后来数}$.

(3) 形积问题: ①利用勾股定理列一元二次方程, 求三角形、矩形的边长. ②利用三角形、矩形、菱形、梯形和圆的面积, 以及柱体体积公式建立等量关系列一元二次方程. ③利用相似三角形的对应比例关系, 列比例式, 通过两内项之积等于两外项之积, 得到一元二次方

程.

(4) 运动点问题: 物体运动将会沿着一条路线或形成一条痕迹, 运行的路线与其他条件会构成直角三角形, 可运用直角三角形的性质列方程求解.

【规律方法】列一元二次方程解应用题的“六字诀”

1. 审: 理解题意, 明确未知量、已知量以及它们之间的数量关系.
2. 设: 根据题意, 可以直接设未知数, 也可以间接设未知数.
3. 列: 根据题中的等量关系, 用含所设未知数的代数式表示其他未知量, 从而列出方程.
4. 解: 准确求出方程的解.
5. 验: 检验所求出的根是否符合所列方程和实际问题.
6. 答: 写出答案.

16. 由实际问题抽象出分式方程

由实际问题抽象出分式方程的关键是分析题意找出相等关系.

(1) 在确定相等关系时, 一是要理解一些常用的数量关系和一些基本做法, 如行程问题中的相遇问题和追击问题, 最重要的是相遇的时间相等、追击的时间相等.

(2) 列分式方程解应用题要多思、细想、深思, 寻求多种解法思路.

17. 一元一次不等式组的整数解

(1) 利用数轴确定不等式组的解 (整数解).

解决此类问题的关键在于正确解得不等式组或不等式的解集, 然后再根据题目中对于解集的限制得到下一步所需要的条件, 再根据得到的条件进而求得不等式组的整数解.

(2) 已知解集 (整数解) 求字母的取值.

一般思路为: 先把题目中除未知数外的字母当做常数看待解不等式组或方程组等, 然后再根据题目中对结果的限制的条件得到有关字母的代数式, 最后解代数式即可得到答案.

18. 坐标与图形性质

1、点到坐标轴的距离与这个点的坐标是有区别的, 表现在两个方面: ①到 x 轴的距离与纵坐标有关, 到 y 轴的距离与横坐标有关; ②距离都是非负数, 而坐标可以是负数, 在由距离求坐标时, 需要加上恰当的符号.

2、有图形中一些点的坐标求面积时, 过已知点向坐标轴作垂线, 然后求出相关的线段长, 是解决这类问题的基本方法和规律.

3、若坐标系内的四边形是非规则四边形, 通常用平行于坐标轴的辅助线用“割、补”法去解决问题.

19. 函数自变量的取值范围

自变量的取值范围必须使含有自变量的表达式都有意义.

- ① 当表达式的分母不含有自变量时, 自变量取全体实数. 例如 $y=2x+13$ 中的 x .
- ② 当表达式的分母中含有自变量时, 自变量取值要使分母不为零. 例如 $y=x+2x-1$.
- ③ 当函数的表达式是偶次根式时, 自变量的取值范围必须使被开方数不小于零.
- ④ 对于实际问题中的函数关系式, 自变量的取值除必须使表达式有意义外, 还要保证实际问题有意义.

20. 一次函数的应用

1、分段函数问题

分段函数是在不同区间有不同对应方式的函数, 要特别注意自变量取值范围的划分, 既要科学合理, 又要符合实际.

2、函数的多变量问题

解决含有多变量问题时, 可以分析这些变量的关系, 选取其中一个变量作为自变量, 然后根据问题的条件寻求可以反映实际问题的函数.

3、概括整合

- (1) 简单的一次函数问题: ①建立函数模型的方法; ②分段函数思想的应用.
- (2) 理清题意是采用分段函数解决问题的关键.

21. 反比例函数的性质

反比例函数的性质

- (1) 反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象是双曲线;
- (2) 当 $k > 0$, 双曲线的两支分别位于第一、第三象限, 在每一象限内 y 随 x 的增大而减小;
- (3) 当 $k < 0$, 双曲线的两支分别位于第二、第四象限, 在每一象限内 y 随 x 的增大而增大.

注意: 反比例函数的图象与坐标轴没有交点.

22. 反比例函数系数 k 的几何意义

比例系数 k 的几何意义

在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 图象中任取一点, 过这一点向 x 轴和 y 轴分别作垂线, 与坐标轴围成的矩形的面积是定值 $|k|$.

在反比例函数的图象上任意一点向坐标轴作垂线, 这一点和垂足以及坐标原点所构成的三

角形的面积是 $\frac{1}{2}|k|$, 且保持不变.

23. 反比例函数图象上点的坐标特征

反比例函数 $y=k/x$ (k 为常数, $k \neq 0$) 的图象是双曲线,

- ① 图象上的点 (x, y) 的横纵坐标的积是定值 k , 即 $xy=k$;
- ② 双曲线是关于原点对称的, 两个分支上的点也是关于原点对称;
- ③ 在 $y=k/x$ 图象中任取一点, 过这一个点向 x 轴和 y 轴分别作垂线, 与坐标轴围成的矩形的面积是定值 $|k|$.

24. 二次函数图象与系数的关系

二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$)

- ① 二次项系数 a 决定抛物线的开口方向和大小.

当 $a > 0$ 时, 抛物线向上开口; 当 $a < 0$ 时, 抛物线向下开口; $|a|$ 还可以决定开口大小, $|a|$ 越大开口就越小.

- ② 一次项系数 b 和二次项系数 a 共同决定对称轴的位置.

当 a 与 b 同号时 (即 $ab > 0$), 对称轴在 y 轴左; 当 a 与 b 异号时 (即 $ab < 0$), 对称轴在 y 轴右. (简称: 左同右异)

- ③. 常数项 c 决定抛物线与 y 轴交点. 抛物线与 y 轴交于 $(0, c)$.

- ④ 抛物线与 x 轴交点个数.

$\Delta = b^2 - 4ac > 0$ 时, 抛物线与 x 轴有 2 个交点; $\Delta = b^2 - 4ac = 0$ 时, 抛物线与 x 轴有 1 个交点; $\Delta = b^2 - 4ac < 0$ 时, 抛物线与 x 轴没有交点.

25. 二次函数图象上点的坐标特征

二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的图象是抛物线, 顶点坐标是 $(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a})$.

- ① 抛物线是关于对称轴 $x = -\frac{b}{2a}$ 成轴对称, 所以抛物线上的点关于对称轴对称, 且都满足

函数函数关系式. 顶点是抛物线的最高点或最低点.

- ② 抛物线与 y 轴交点的纵坐标是函数解析中的 c 值.

- ③ 抛物线与 x 轴的两个交点关于对称轴对称, 设两个交点分别是 $(x_1, 0)$, $(x_2, 0)$,

则其对称轴为 $x = \frac{x_1+x_2}{2}$.

26. 抛物线与 x 轴的交点

求二次函数 $y=ax^2+bx+c$ (a, b, c 是常数, $a \neq 0$) 与 x 轴的交点坐标, 令 $y=0$, 即 $ax^2+bx+c=0$, 解关于 x 的一元二次方程即可求得交点横坐标.

(1) 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ (a, b, c 是常数, $a \neq 0$) 的交点与一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 根之间的关系.

$\Delta=b^2-4ac$ 决定抛物线与 x 轴的交点个数.

$\Delta=b^2-4ac>0$ 时, 抛物线与 x 轴有 2 个交点;

$\Delta=b^2-4ac=0$ 时, 抛物线与 x 轴有 1 个交点;

$\Delta=b^2-4ac<0$ 时, 抛物线与 x 轴没有交点.

(2) 二次函数的交点式: $y=a(x-x_1)(x-x_2)$ (a, b, c 是常数, $a \neq 0$), 可直接得到抛物线与 x 轴的交点坐标 $(x_1, 0)$, $(x_2, 0)$.

27. 二次函数综合题

(1) 二次函数图象与其他函数图象相结合问题

解决此类问题时, 先根据给定的函数或函数图象判断出系数的符号, 然后判断新的函数关系式中系数的符号, 再根据系数与图象的位置关系判断出图象特征, 则符合所有特征的图象即为正确选项.

(2) 二次函数与方程、几何知识的综合应用

将函数知识与方程、几何知识有机地结合在一起. 这类试题一般难度较大. 解这类问题关键是善于将函数问题转化为方程问题, 善于利用几何图形的有关性质、定理和二次函数的知识, 并注意挖掘题目中的一些隐含条件.

(3) 二次函数在实际生活中的应用题

从实际问题中分析变量之间的关系, 建立二次函数模型. 关键在于观察、分析、创建, 建立直角坐标系下的二次函数图象, 然后数形结合解决问题, 需要注意的是自变量及函数的取值范围要使实际问题有意义.

28. 垂线段最短

(1) 垂线段: 从直线外一点引一条直线的垂线, 这点和垂足之间的线段叫做垂线段.

(2) 垂线段的性质: 垂线段最短.

正确理解此性质, 垂线段最短, 指的是从直线外一点到这条直线所作的垂线段最短. 它是相对于这点与直线上其他各点的连线而言.

(3) 实际问题中涉及线路最短问题时, 其理论依据应从“两点之间, 线段最短”和“垂线段最短”这两个中去选择.

29. 平行线的性质

1、平行线性质的定理

定理 1: 两条平行线被第三条直线所截, 同位角相等. 简单说成: 两直线平行, 同位角相等.

定理 2: 两条平行线被地三条直线所截, 同旁内角互补. . 简单说成: 两直线平行, 同旁内角互补.

定理 3: 两条平行线被第三条直线所截, 内错角相等. 简单说成: 两直线平行, 内错角相等.

2、两条平行线之间的距离处处相等.

30. 三角形的面积

(1) 三角形的面积等于底边长与高线乘积的一半, 即 $S_{\triangle} = \frac{1}{2} \times \text{底} \times \text{高}$.

(2) 三角形的中线将三角形分成面积相等的两部分.

31. 全等三角形的判定

(1) 判定定理 1: SSS - - 三条边分别对应相等的两个三角形全等.

(2) 判定定理 2: SAS - - 两边及其夹角分别对应相等的两个三角形全等.

(3) 判定定理 3: ASA - - 两角及其夹边分别对应相等的两个三角形全等.

(4) 判定定理 4: AAS - - 两角及其中一个角的对边对应相等的两个三角形全等.

(5) 判定定理 5: HL - - 斜边与直角边对应相等的两个直角三角形全等.

方法指引: 全等三角形的 5 种判定方法中, 选用哪一种方法, 取决于题目中的已知条件, 若已知两边对应相等, 则找它们的夹角或第三边; 若已知两角对应相等, 则必须再找一组对边对应相等, 且要是两角的夹边, 若已知一边一角, 则找另一组角, 或找这个角的另一组对应邻边.

32. 全等三角形的判定与性质

(1) 全等三角形的判定是结合全等三角形的性质证明线段和角相等的重要工具. 在判定三角形全等时, 关键是选择恰当的判定条件.

(2) 在应用全等三角形的判定时, 要注意三角形间的公共边和公共角, 必要时添加适当辅助线构造三角形.

33. 线段垂直平分线的性质

(1) 定义: 经过某一条线段的中点, 并且垂直于这条线段的直线, 叫做这条线段的垂直平分线 (中垂线) 垂直平分线, 简称 “中垂线” .

(2) 性质: ①垂直平分线垂直且平分其所在线段. ____ ②垂直平分线上任意一点, 到线段两端点的距离相等. ____ ③三角形三条边的垂直平分线相交于一点, 该点叫外

心, 并且这一点到三个顶点的距离相等.

34. 等边三角形的判定与性质

(1) 等边三角形是一个非常特殊的几何图形, 它的角的特殊性给有关角的计算奠定了基础, 它的边角性质为证明线段、角相等提供了便利条件. 同是等边三角形又是特殊的等腰三角形, 同样具备三线合一的性质, 解题时要善于挖掘图形中的隐含条件广泛应用.

(2) 等边三角形的特性如: 三边相等、有三条对称轴、一边上的高可以把等边三角形分成含有 30° 角的直角三角形、连接三边中点可以把等边三角形分成四个全等的小等边三角形等.

(3) 等边三角形判定最复杂, 在应用时要抓住已知条件的特点, 选取恰当的判定方法, 一般地, 若从一般三角形出发可以通过三条边相等判定、通过三个角相等判定; 若从等腰三角形出发, 则想法获取一个 60° 的角判定.

35. 菱形的性质

(1) 菱形的定义: 有一组邻边相等的平行四边形叫做菱形.

(2) 菱形的性质

- ① 菱形具有平行四边形的一切性质;
- ② 菱形的四条边都相等;
- ③ 菱形的两条对角线互相垂直, 并且每一条对角线平分一组对角;
- ④ 菱形是轴对称图形, 它有 2 条对称轴, 分别是两条对角线所在直线.

(3) 菱形的面积计算

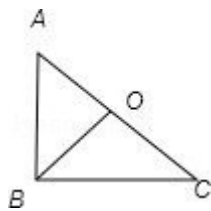
- ① 利用平行四边形的面积公式.
- ② 菱形面积 $= \frac{1}{2}ab$. (a 、 b 是两条对角线的长度)

36. 矩形的判定与性质

(1) 关于矩形, 应从平行四边形的内角的变化上认识其特殊性: 一个内角是直角的平行四边形, 进一步研究其特有的性质: 是轴对称图形、内角都是直角、对角线相等. 同时平行四边形的性质矩形也都具有.

在处理许多几何问题中, 若能灵活运用矩形的这些性质, 则可以简捷地解决与角、线段等有关的问题.

(2) 下面的结论对于证题也是有用的: ① $\triangle OAB$ 、 $\triangle OBC$ 都是等腰三角形; ② $\angle OAB = \angle OBA$, $\angle OCB = \angle OBC$; ③ 点 O 到三个顶点的距离都相等.



37. 圆周角定理

(1) 圆周角的定义: 顶点在圆上, 并且两边都与圆相交的角叫做圆周角.

注意: 圆周角必须满足两个条件: ① 顶点在圆上. ② 角的两条边都与圆相交, 二者缺一不可.

(2) 圆周角定理: 在同圆或等圆中, 同弧或等弧所对的圆周角相等, 都等于这条弧所对的圆心角的一半.

推论: 半圆 (或直径) 所对的圆周角是直角, 90° 的圆周角所对的弦是直径.

(3) 在解圆的有关问题时, 常常需要添加辅助线, 构成直径所对的圆周角, 这种基本技能技巧一定要掌握.

(4) 注意: ① 圆周角和圆心角的转化可通过作圆的半径构造等腰三角形. 利用等腰三角形的顶点和底角的关系进行转化. ② 圆周角和圆周角的转化可利用其 “桥梁” - - - 圆心角转化. ③ 定理成立的条件是 “同一条弧所对的” 两种角, 在运用定理时不要忽略了这个条件, 把不同弧所对的圆周角与圆心角错当成同一条弧所对的圆周角和圆心角.

38. 圆锥的计算

(1) 连接圆锥顶点和底面圆周上任意一点的线段叫做圆锥的母线. 连接顶点与底面圆心的线段叫圆锥的高.

(2) 圆锥的侧面展开图为一扇形, 这个扇形的弧长等于圆锥底面的周长, 扇形的半径等于圆锥的母线长.

(3) 圆锥的侧面积: $S_{\text{侧}} = \frac{1}{2} \cdot 2\pi r \cdot l = \pi r l$.

(4) 圆锥的全面积: $S_{\text{全}} = S_{\text{底}} + S_{\text{侧}} = \pi r^2 + \pi r l$

(5) 圆锥的体积 $= \frac{1}{3} \times \text{底面积} \times \text{高}$

注意: ① 圆锥的母线与展开后所得扇形的半径相等.

② 圆锥的底面周长与展开后所得扇形的弧长相等.

39. 圆的综合题

圆的综合题.

40. 作图—基本作图

基本作图有:

- (1) 作一条线段等于已知线段.
- (2) 作一个角等于已知角. ____ (3) 作已知线段的垂直平分线. ____ (4) 作已知角的角平分线. ____ (5) 过一点作已知直线的垂线.

41. 关于原点对称的点的坐标

关于原点对称的点的坐标特点

(1) 两个点关于原点对称时, 它们的坐标符号相反, 即点 $P(x, y)$ 关于原点 O 的对称点是 $P'(-x, -y)$.

(2) 关于原点对称的点或图形属于中心对称, 它是中心对称在平面直角坐标系中的应用, 它具有中心对称的所有性质. 但它主要是用坐标变化确定图形.

注意: 运用时要熟练掌握, 可以不用图画和结合坐标系, 只根据符号变化直接写出对应点的坐标.

42. 特殊角的三角函数值

(1) 特指 30° 、 45° 、 60° 角的各种三角函数值.

$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}; \quad \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}; \quad \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3};$$

$$\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}; \quad \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}; \quad \tan 45^\circ = 1;$$

$$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}; \quad \cos 60^\circ = \frac{1}{2}; \quad \tan 60^\circ = \sqrt{3};$$

(2) 应用中要熟记特殊角的三角函数值, 一是按值的变化规律去记, 正弦逐渐增大, 余弦逐渐减小, 正切逐渐增大; 二是按特殊直角三角形中各边特殊值规律去记.

(3) 特殊角的三角函数值应用广泛, 一是它可以当作数进行运算, 二是具有三角函数的特点, 在解直角三角形中应用较多.

43. 解直角三角形

(1) 解直角三角形的定义

在直角三角形中, 由已知元素求未知元素的过程就是解直角三角形.

(2) 解直角三角形要用到的关系

① 锐角直角的关系: $\angle A + \angle B = 90^\circ$;

② 三边之间的关系: $a^2 + b^2 = c^2$;

③ 边角之间的关系:

$\sin A = \angle A$ 的对边斜边 $= ac$, $\cos A = \angle A$ 的邻边斜边 $= bc$, $\tan A = \angle A$ 的对边 $\angle A$ 的邻边 $= ab$.

(a, b, c 分别是 $\angle A, \angle B, \angle C$ 的对边)

44. 简单组合体的三视图

(1) 画简单组合体的三视图要循序渐进, 通过仔细观察和想象, 再画它的三视图.

(2) 视图中每一个闭合的线框都表示物体上的一个平面, 而相连的两个闭合线框常不在一个平面上.

(3) 画物体的三视图的口诀为:

主、俯: 长对正;

主、左: 高平齐;

俯、左: 宽相等.

45. 统计表

统计表可以将大量数据的分类结果清晰, 一目了然地表达出来.

统计调查所得的原始资料, 经过整理, 得到说明社会现象及其发展过程的数据, 把这些数据按一定的顺序排列在表格中, 就形成“统计表”. 统计表是表现数字资料整理结果的最常用的一种表格. 统计表是由纵横交叉线条所绘制的表格来表现统计资料的一种形式.

46. 扇形统计图

(1) 扇形统计图是用整个圆表示总数用圆内各个扇形的大小表示各部分数量占总数的百分数. 通过扇形统计图可以很清楚地表示出各部分数量同总数之间的关系. 用整个圆的面积表示总数 (单位 1), 用圆的扇形面积表示各部分占总数的百分数.

(2) 扇形图的特点: 从扇形图上可以清楚地看出各部分数量和总数量之间的关系.

(3) 制作扇形图的步骤

① 根据有关数据先算出各部分在总体中所占的百分数, 再算出各部分圆心角的度数, 公式是各部分扇形圆心角的度数 $=$ 部分占总体的百分比 $\times 360^\circ$. ____ ② 按比例取适当半径画一个圆;

按扇形圆心角的度数用量角器在圆内量出各个扇形的圆心角的度数;

④ 在各扇形内写上相应的名称及百分数, 并用不同的标记把各扇形区分开来.

47. 条形统计图

(1) 定义: 条形统计图是用线段长度表示数据, 根据数量的多少画成长短不同的矩形直条, 然后按顺序把这些直条排列起来.

(2) 特点: 从条形图可以很容易看出数据的大小, 便于比较.

(3) 制作条形图的一般步骤:

- ① 根据图纸的大小, 画出两条互相垂直的射线.
- ② 在水平射线上, 适当分配条形的位置, 确定直条的宽度和间隔.
- ③ 在与水平射线垂直的射线上, 根据数据大小的具体情况, 确定单位长度表示多少.
- ④ 按照数据大小, 画出长短不同的直条, 并注明数量.

48. 方差

(1) 方差: 一组数据中各数据与它们的平均数的差的平方的平均数, 叫做这组数据的方差.

(2) 用“先平均, 再求差, 然后平方, 最后再平均”得到的结果表示一组数据偏离平均值的情况, 这个结果叫方差, 通常用 s^2 来表示, 计算公式是:

$$s^2 = \frac{1}{n} [(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \cdots + (x_n - \bar{x})^2] \quad (\text{可简单记忆为“方差等于差方的平均数”})$$

(3) 方差是反映一组数据的波动大小的一个量. 方差越大, 则平均值的离散程度越大, 稳定性也越小; 反之, 则它与其平均值的离散程度越小, 稳定性越好.

49. 列表法与树状图法

(1) 当试验中存在两个元素且出现的所有可能的结果较多时, 我们常用列表的方式, 列出所有可能的结果, 再求出概率.

(2) 列表的目的在于不重不漏地列举出所有可能的结果求出 n , 再从中选出符合事件 A 或 B 的结果数目 m , 求出概率.

(3) 列举法 (树形图法) 求概率的关键在于列举出所有可能的结果, 列表法是一种, 但当一事件涉及三个或更多元素时, 为不重不漏地列出所有可能的结果, 通常采用树形图.

(4) 树形图列举法一般是选择一个元素再和其他元素分别组合, 依次列出, 象树的枝丫形式, 最末端的枝丫个数就是总的可能的结果 n .

(5) 当有两个元素时, 可用树形图列举, 也可以列表列举.

50. 游戏公平性

(1) 判断游戏公平性需要先计算每个事件的概率, 然后比较概率的大小, 概率相等就公平, 否则就不公平.

(2) 概率 = 所求情况数总情况数.