

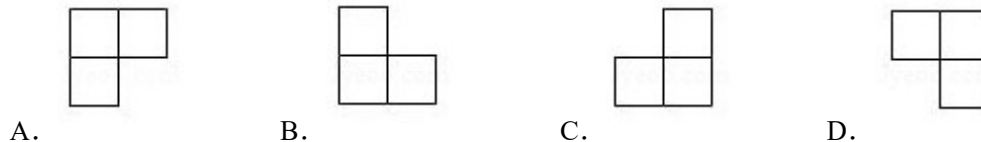
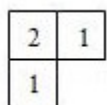
2019年广西贵港市中考数学试卷

一、选择题(本大题共12小题, 每小题3分, 共36分) 每小题都给出标号为A、B、C、D的四个选项, 其中只有一个是正确的, 请考生用2B铅笔在答题卡上将选定的答案标号涂黑.

1. (3分) (2019•贵港) 计算 $(-1)^3$ 的结果是()

- A. -1 B. 1 C. -3 D. 3

2. (3分) (2019•贵港) 某几何体的俯视图如图所示, 图中数字表示该位置上的小正方体的个数, 则这个几何体的主视图是()



3. (3分) (2019•贵港) 若一组数据为: 10, 11, 9, 8, 10, 9, 11, 9, 则这组数据的众数和中位数分别是()

- A. 9, 9 B. 10, 9 C. 9, 9.5 D. 11, 10

4. (3分) (2019•贵港) 若分式 $\frac{x^2-1}{x+1}$ 的值等于0, 则 x 的值为()

- A. ± 1 B. 0 C. -1 D. 1

5. (3分) (2019•贵港) 下列运算正确的是()

- A. $a^3 + (-a)^3 = -a^6$ B. $(a+b)^2 = a^2 + b^2$ C. $2a^2 \square a = 2a^3$ D. $(ab^2)^3 = a^3b^5$

6. (3分) (2019•贵港) 若点 $P(m-1, 5)$ 与点 $Q(3, 2-n)$ 关于原点成中心对称, 则 $m+n$ 的值是()

- A. 1 B. 3 C. 5 D. 7

7. (3分) (2019•贵港) 若 α, β 是关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2x + m = 0$ 的两实根, 且

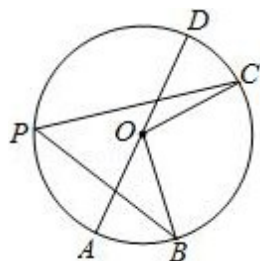
$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = -\frac{2}{3}$, 则 m 等于()

- A. -2 B. -3 C. 2 D. 3

8. (3分) (2019•贵港) 下列命题中假命题是()

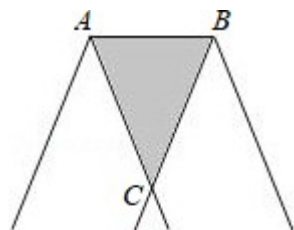
- A. 对顶角相等
B. 直线 $y = x - 5$ 不经过第二象限
C. 五边形的内角和为 540°
D. 因式分解 $x^3 + x^2 + x = x(x^2 + x)$

9. (3分) (2019•贵港) 如图, AD 是 $\odot O$ 的直径, $\widehat{AB} = \widehat{CD}$, 若 $\angle AOB = 40^\circ$, 则圆周角 $\angle BPC$ 的度数是()



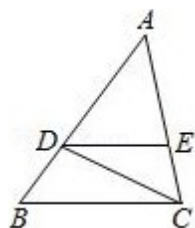
- A. 40°
B. 50°
C. 60°
D. 70°

10. (3分) (2019•贵港) 将一条宽度为 2cm 的彩带按如图所示的方法折叠, 折痕为 AB , 重叠部分为 $\triangle ABC$ (图中阴影部分), 若 $\angle ACB = 45^\circ$, 则重叠部分的面积为()



- A. $2\sqrt{2}\text{cm}^2$
B. $2\sqrt{3}\text{cm}^2$
C. 4cm^2
D. $4\sqrt{2}\text{cm}^2$

11. (3分) (2019•贵港) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D , E 分别在 AB , AC 边上, $DE \parallel BC$, $\angle ACD = \angle B$, 若 $AD = 2BD$, $BC = 6$, 则线段 CD 的长为()

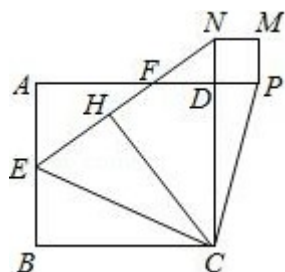


- A. $2\sqrt{3}$
B. $3\sqrt{2}$
C. $2\sqrt{6}$
D. 5

12. (3分) (2019•贵港) 如图, E 是正方形 $ABCD$ 的边 AB 的中点, 点 H 与 B 关于 CE

对称, EH 的延长线与 AD 交于点 F , 与 CD 的延长线交于点 N , 点 P 在 AD 的延长线上,

作正方形 $DPMN$, 连接 CP , 记正方形 $ABCD$, $DPMN$ 的面积分别为 S_1 , S_2 , 则下列结论错误的是()



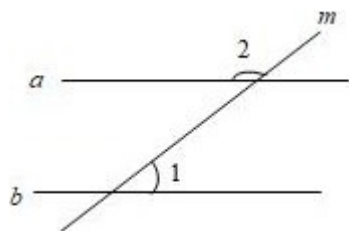
- A. $S_1 + S_2 = CP^2$ B. $4F = 2FD$ C. $CD = 4PD$ D. $\cos \angle HCD = \frac{3}{5}$

二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

13. (3 分) (2019•贵港) 有理数 9 的相反数是_____.

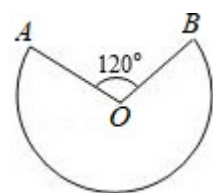
14. (3 分) (2019•贵港) 将实数 3.18×10^{-5} 用小数表示为_____.

15. (3 分) (2019•贵港) 如图, 直线 $a \parallel b$, 直线 m 与 a , b 均相交, 若 $\angle 1 = 38^\circ$, 则 $\angle 2 =$ _____.



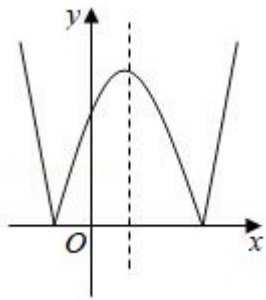
16. (3 分) (2019•贵港) 若随机掷一枚均匀的骰子, 骰子的 6 个面上分别刻有 1, 2, 3, 4, 5, 6 点, 则点数不小于 3 的概率是_____.

17. (3 分) (2019•贵港) 如图, 在扇形 OAB 中, 半径 OA 与 OB 的夹角为 120° , 点 A 与点 B 的距离为 $2\sqrt{3}$, 若扇形 OAB 恰好是一个圆锥的侧面展开图, 则该圆锥的底面半径为_____.



18. (3 分) (2019•贵港) 我们定义一种新函数: 形如 $y=|ax^2+bx+c|$ ($a \neq 0, b^2-4a > 0$)

的函数叫做“鹊桥”函数. 小丽同学画出了“鹊桥”函数 $y=|x^2-2x-3|$ 的图象 (如图所示), 并写出下列五个结论: ①图象与坐标轴的交点为 $(-1,0)$, $(3,0)$ 和 $(0,3)$; ②图象具有对称性, 对称轴是直线 $x=1$; ③当 $-1 < x < 1$ 或 $x > 3$ 时, 函数值 y 随 x 值的增大而增大; ④当 $x=-1$ 或 $x=3$ 时, 函数的最小值是 0; ⑤当 $x=1$ 时, 函数的最大值是 4. 其中正确结论的个数是_____.



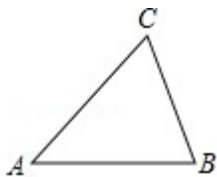
三、解答题 (本大题共 8 小题, 满分 66 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.)

19. (10 分) (2019•贵港) (1) 计算: $\sqrt{4} - (\sqrt{3}-3)^0 + (\frac{1}{2})^{-2} - 4\sin 30^\circ$;

(2) 解不等式组: $\begin{cases} 6x-2 > 2(x-4) \\ \frac{2}{3} - \frac{3-x}{2} \leq \frac{x}{3} \end{cases}$, 并在数轴上表示该不等式组的解集.

20. (5 分) (2019•贵港) 尺规作图 (只保留作图痕迹, 不要求写出作法):

如图, 已知 $\triangle ABC$, 请根据“SAS”基本事实作出 $\triangle DEF$, 使 $\triangle DEF \cong \triangle ABC$.



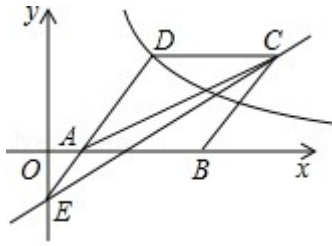
21. (6 分) (2019•贵港) 如图, 菱形 $ABCD$ 的边 AB 在 x 轴上, 点 A 的坐标为 $(1,0)$, 点

$D(4,4)$ 在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($x > 0$) 的图象上, 直线 $y=\frac{2}{3}x+b$ 经过点 C , 与 y 轴交于点 E ,

连接 AC , AE .

(1) 求 k , b 的值;

(2) 求 $\triangle ACE$ 的面积.



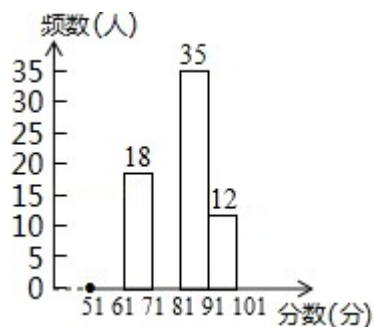
22. (8分) (2019•贵港) 为了增强学生的安全意识, 某校组织了一次全校 2500 名学生都参加的“安全知识”考试. 阅卷后, 学校团委随机抽取了 100 份考卷进行分析统计, 发现考试成绩(x 分)的最低分为 51 分, 最高分为满分 100 分, 并绘制了如下尚不完整的统计图表. 请根据图表提供的信息, 解答下列问题:

分数段 (分)	频数 (人)	频率
51,, $x < 61$	a	0.1
61,, $x < 71$	18	0.18
71,, $x < 81$	b	n
81,, $x < 91$	35	0.35
91,, $x < 101$	12	0.12
合计	100	1

(1) 填空: $a = \underline{\hspace{1cm}}$, $b = \underline{\hspace{1cm}}$, $n = \underline{\hspace{1cm}}$;

(2) 将频数分布直方图补充完整;

(3) 该校对考试成绩为 91, x , 100 的学生进行奖励, 按成绩从高分到低分设一、二、三等奖, 并且一、二、三等奖的人数比例为 1:3:6, 请你估算全校获得二等奖的学生人数.



23. (8分) (2019•贵港) 为了满足师生的阅读需求, 某校图书馆的藏书从 2016 年底到 2018 年底两年内由 5 万册增加到 7.2 万册.

(1) 求这两年藏书的年均增长率;

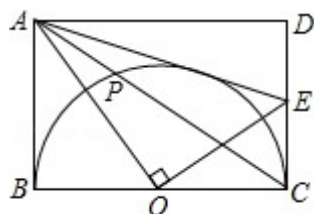
(2) 经统计知：中外古典名著的册数在 2016 年底仅占当时藏书总量的 5.6%，在这两年新增加的图书中，中外古典名著所占的百分率恰好等于这两年藏书的年均增长率，那么到

2018 年底中外古典名著的册数占藏书总量的百分之几?

24. (8 分) (2019•贵港) 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, 以 BC 边为直径作半圆 O , $OE \perp OA$ 交 CD 边于点 E , 对角线 AC 与半圆 O 的另一个交点为 P , 连接 AE .

(1) 求证: AE 是半圆 O 的切线;

(2) 若 $PA=2$, $PC=4$, 求 AE 的长.

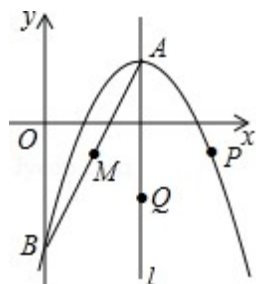


25. (11 分) (2019•贵港) 如图, 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 的顶点为 $A(4,3)$, 与 y 轴相交于点 $B(0,-5)$, 对称轴为直线 l , 点 M 是线段 AB 的中点.

(1) 求抛物线的表达式;

(2) 写出点 M 的坐标并求直线 AB 的表达式;

(3) 设动点 P , Q 分别在抛物线和对称轴 l 上, 当以 A , P , Q , M 为顶点的四边形是平行四边形时, 求 P , Q 两点的坐标.



26. (10 分) (2019•贵港) 已知: $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形, $\angle BAC = 90^\circ$, 将 $\triangle ABC$ 绕点 C 顺时针方向旋转得到 $\triangle A'B'C$, 记旋转角为 α , 当 $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ 时, 作 $A'D \perp AC$, 垂足为 D , $A'D$ 与 $B'C$ 交于点 E .

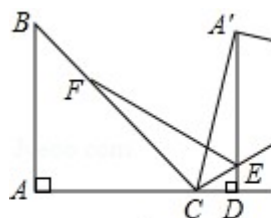


图1

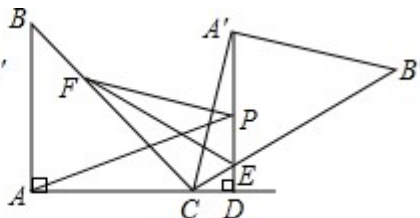


图2

(1) 如图 1, 当 $\angle CA'D = 15^\circ$ 时, 作 $\angle A'EC$ 的平分线 EF 交 BC 于点 F .

① 写出旋转角 α 的度数;

② 求证: $EA' + EC = EF$;

(2) 如图 2, 在 (1) 的条件下, 设 P 是直线 $A'D$ 上的一个动点, 连接 PA , PF , 若

$AB = \sqrt{2}$, 求线段 $PA + PF$ 的最小值. (结果保留根号)

2019 年广西贵港市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题 (本大题共 12 小题, 每小题 3 分, 共 36 分) 每小题都给出标号为 A、B、C、D 的四个选项, 其中只有一个是正确的, 请考生用 2B 铅笔在答题卡上将选定的答案标号涂黑.

1. (3 分) 计算 $(-1)^3$ 的结果是 ()

A. -1

B. 1

C. -3

D. 3

【考点】1E: 有理数的乘方

【分析】本题考查有理数的乘方运算.

【解答】解: $(-1)^3$ 表示 3 个 (-1) 的乘积,

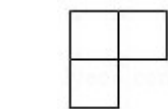
所以 $(-1)^3 = -1$.

故选: A.

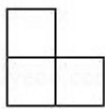
【点评】乘方是乘法的特例, 乘方的运算可以利用乘法的运算来进行.

负数的奇数次幂是负数, 负数的偶数次幂是正数; -1 的奇数次幂是 -1 , -1 的偶数次幂是 1 .

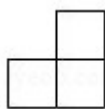
2. (3 分) 某几何体的俯视图如图所示, 图中数字表示该位置上的小正方体的个数, 则这个几何体的主视图是 ()



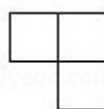
A.



B.



C.



D.

【考点】U2: 简单组合体的三视图; U3: 由三视图判断几何体

【专题】55F: 投影与视图

【分析】先细心观察原立体图形中正方体的位置关系, 从正面看去, 一共两列, 左边有 2 竖列, 右边是 1 竖列, 结合四个选项选出答案.

【解答】解：从正面看去，一共两列，左边有 2 竖列，右边是 1 竖列．

故选：B．

【点评】本题考查了由三视图判断几何体，解题的关键是具有几何体的三视图及空间想象能力．

3. (3 分) 若一组数据为：10, 11, 9, 8, 10, 9, 11, 9, 则这组数据的众数和中位数分别是()

- A. 9, 9 B. 10, 9 C. 9, 9.5 D. 11, 10

【考点】W4：中位数；W5：众数

【专题】542：统计的应用

【分析】根据众数和中位数的概念求解可得．

【解答】解：将数据重新排列为 8, 9, 9, 9, 10, 10, 11, 11,

∴ 这组数据的众数为 9, 中位数为 $\frac{9+10}{2} = 9.5$,

故选：C．

【点评】本题为统计题，考查众数与中位数的意义．中位数是将一组数据从小到大（或从大到小）重新排列后，最中间的那个数（最中间两个数的平均数），叫做这组数据的中位数．如果中位数的概念掌握得不好，不把数据按要求重新排列，就会出错．

4. (3 分) 若分式 $\frac{x^2-1}{x+1}$ 的值等于 0, 则 x 的值为()

- A. ± 1 B. 0 C. -1 D. 1

【考点】63：分式的值为零的条件

【专题】513：分式

【分析】化简分式 $\frac{x^2-1}{x+1} = \frac{(x+1)(x-1)}{x+1} = x-1 = 0$ 即可求解；

【解答】解： $\frac{x^2-1}{x+1} = \frac{(x+1)(x-1)}{x+1} = x-1 = 0$,

∴ $x = 1$;

故选：D．

【点评】本题考查解分式方程；熟练掌握因式分解的方法，分式方程的解法是解题的关键．

5. (3 分) 下列运算正确的是()

- A. $a^3 + (-a)^3 = -a^6$ B. $(a+b)^2 = a^2 + b^2$ C. $2a^2 \square a = 2a^3$ D. $(ab^2)^3 = a^3b^5$

【考点】4C：完全平方公式；47：幂的乘方与积的乘方；35：合并同类项；49：单项式乘单项式

【专题】512：整式

【分析】利用完全平方公式，合并同类项法则，幂的乘方与积的乘方法则运算即可；

【解答】解： $a^3 + (-a^3) = 0$ ， A 错误；

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ， B 错误；

$(ab^2)^3 = a^3b^6$ ， D 错误；

故选： C 。

【点评】本题考查整式的运算；熟练掌握完全平方公式，合并同类项法则，幂的乘方与积的乘方法则是解题的关键。

6. (3分) 若点 $P(m-1, 5)$ 与点 $Q(3, 2-n)$ 关于原点成中心对称，则 $m+n$ 的值是()

- A. 1 B. 3 C. 5 D. 7

【考点】R6：关于原点对称的点的坐标

【专题】558：平移、旋转与对称

【分析】根据关于原点对称的点的横坐标互为相反数，纵坐标互为相反数，可得答案。

【解答】解： $\because$ 点 $P(m-1, 5)$ 与点 $Q(3, 2-n)$ 关于原点对称，

$\therefore m-1 = -3$ ， $2-n = -5$ ，

解得： $m = -2$ ， $n = 7$ ，

则 $m+n = -2+7 = 5$ 。

故选： C 。

【点评】本题考查了关于原点对称的点的坐标，关于原点对称的点的横坐标互为相反数，纵坐标互为相反数。

7. (3分) 若 α ， β 是关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2x + m = 0$ 的两实根，且 $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = -\frac{2}{3}$ ，

则 m 等于()

- A. -2 B. -3 C. 2 D. 3

【考点】AB：根与系数的关系

【专题】523：一元二次方程及应用

【分析】利用一元二次方程根与系数的关系得到 $\alpha + \beta = 2$ ， $\alpha\beta = m$ ，再化简 $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta}$ ，

代入即可求解;

【解答】解: α, β 是关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2x + m = 0$ 的两实根,

$$\therefore \alpha + \beta = 2, \quad \alpha\beta = m,$$

$$\therefore \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{2}{m} = -\frac{2}{3},$$

$$\therefore m = -3;$$

故选: B .

【点评】本题考查一元二次方程; 熟练掌握一元二次方程根与系数的关系是解题的关键.

8. (3分) 下列命题中假命题是()

A. 对顶角相等

B. 直线 $y = x - 5$ 不经过第二象限

C. 五边形的内角和为 540°

D. 因式分解 $x^3 + x^2 + x = x(x^2 + x)$

【考点】 O1: 命题与定理

【专题】 555: 多边形与平行四边形; 44: 因式分解; 532: 函数及其图象; 551: 线段、角、相交线与平行线

【分析】由对顶角相等得出 A 是真命题; 由直线 $y = x - 5$ 的图象得出 B 是真命题; 由五边形的内角和为 540° 得出 C 是真命题; 由因式分解的定义得出 D 是假命题; 即可得出答案.

【解答】解: A . 对顶角相等; 真命题;

B . 直线 $y = x - 5$ 不经过第二象限; 真命题;

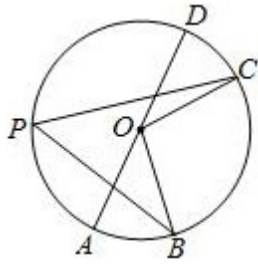
C . 五边形的内角和为 540° ; 真命题;

D . 因式分解 $x^3 + x^2 + x = x(x^2 + x)$; 假命题;

故选: D .

【点评】本题考查了命题与定理、真命题和假命题的定义: 正确的命题是真命题, 错误的命题是假命题; 属于基础题.

9. (3分) 如图, AD 是 $\odot O$ 的直径, $\widehat{AB} = \widehat{CD}$, 若 $\angle AOB = 40^\circ$, 则圆周角 $\angle BPC$ 的度数是()



- A. 40° B. 50° C. 60° D. 70°

【考点】M5：圆周角定理；M4：圆心角、弧、弦的关系

【专题】559：圆的有关概念及性质

【分析】根据圆周角定理即可求出答案.

【解答】解：∵ $\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{CD}$ ， $\angle AOB = 40^\circ$ ，

$$\therefore \angle COD = \angle AOB = 40^\circ,$$

$$\therefore \angle AOB + \angle BOC + \angle COD = 180^\circ,$$

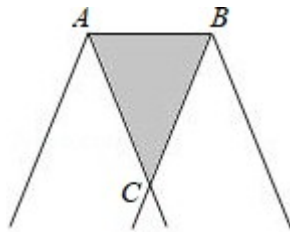
$$\therefore \angle BOC = 140^\circ,$$

$$\therefore \angle BPC = \frac{1}{2} \angle BOC = 70^\circ,$$

故选：D.

【点评】本题考查了圆周角定理，熟练掌握圆周角定理是解题的关键.

10. (3分) 将一条宽度为 2cm 的彩带按如图所示的方法折叠，折痕为 AB ，重叠部分为 $\triangle ABC$ (图中阴影部分)，若 $\angle ACB = 45^\circ$ ，则重叠部分的面积为()



- A. $2\sqrt{2}\text{cm}^2$ B. $2\sqrt{3}\text{cm}^2$ C. 4cm^2 D. $4\sqrt{2}\text{cm}^2$

【考点】PB：翻折变换（折叠问题）

【专题】558：平移、旋转与对称

【分析】过 B 作 $BD \perp AC$ 于 D ，则 $\angle BDC = 90^\circ$ ，依据勾股定理即可得出 BC 的长，进而得到重叠部分的面积.

【解答】解：如图，过 B 作 $BD \perp AC$ 于 D ，则 $\angle BDC = 90^\circ$ ，

$$\therefore \angle ACB = 45^\circ,$$

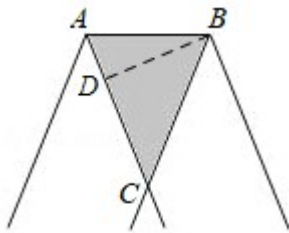
$$\therefore \angle CBD = 45^\circ,$$

$$\therefore BD = CD = 2\text{cm},$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle ABC \text{ 中, } BC = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}(\text{cm}),$$

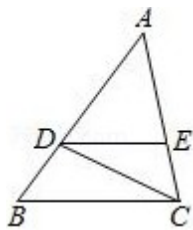
$$\therefore \text{重叠部分的面积为 } \frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times 2 = 2\sqrt{2}(\text{cm}),$$

故选: A.



【点评】本题主要考查了折叠问题, 折叠是一种对称变换, 它属于轴对称, 折叠前后图形的形状和大小不变, 位置变化, 对应边和对应角相等.

11. (3 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D, E 分别在 AB, AC 边上, $DE \parallel BC$, $\angle ACD = \angle B$, 若 $AD = 2BD$, $BC = 6$, 则线段 CD 的长为()



A. $2\sqrt{3}$

B. $3\sqrt{2}$

C. $2\sqrt{6}$

D. 5

【考点】S9: 相似三角形的判定与性质

【专题】55D: 图形的相似

【分析】设 $AD = 2x$, $BD = x$, 所以 $AB = 3x$, 易证 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$, 利用相似三角形的性质

可求出 DE 的长度, 以及 $\frac{AE}{AC} = \frac{2}{3}$, 再证明 $\triangle ADE \sim \triangle ACD$, 利用相似三角形的性质即可求

出得出 $\frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AD} = \frac{DE}{CD}$, 从而可求出 CD 的长度.

【解答】解: 设 $AD = 2x$, $BD = x$,

$$\therefore AB = 3x,$$

$$\therefore DE \parallel BC,$$

$$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ABC,$$

$$\therefore \frac{DE}{BC} = \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC},$$

$$\therefore \frac{DE}{6} = \frac{2x}{3x},$$

$$\therefore DE = 4, \quad \frac{AE}{AC} = \frac{2}{3},$$

$$\therefore \angle ACD = \angle B,$$

$$\angle ADE = \angle B,$$

$$\therefore \angle ADE = \angle ACD,$$

$$\therefore \angle A = \angle A,$$

$$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ACD,$$

$$\therefore \frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AD} = \frac{DE}{CD},$$

$$\text{设 } AE = 2y, \quad AC = 3y,$$

$$\therefore \frac{AD}{3y} = \frac{2y}{AD},$$

$$\therefore AD = \sqrt{6}y,$$

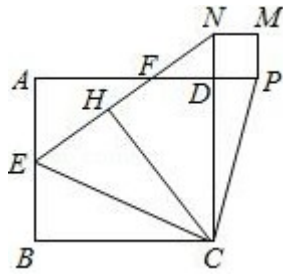
$$\therefore \frac{2y}{\sqrt{6}y} = \frac{4}{CD},$$

$$\therefore CD = 2\sqrt{6},$$

故选: C.

【点评】 本题考查相似三角形, 解题的关键是熟练运用相似三角形的性质与判定, 本题属于中等题型.

12. (3 分) 如图, E 是正方形 $ABCD$ 的边 AB 的中点, 点 H 与 B 关于 CE 对称, EH 的延长线与 AD 交于点 F , 与 CD 的延长线交于点 N , 点 P 在 AD 的延长线上, 作正方形 $DPMN$, 连接 CP , 记正方形 $ABCD$, $DPMN$ 的面积分别为 S_1 , S_2 , 则下列结论错误的是 ()



- A. $S_1 + S_2 = CP^2$ B. $4F = 2FD$ C. $CD = 4PD$ D. $\cos \angle HCD = \frac{3}{5}$

【考点】LE：正方形的性质；KD：全等三角形的判定与性质；P2：轴对称的性质；T7：解直角三角形

【专题】556：矩形 菱形 正方形

【分析】根据勾股定理可判断 A；连接 CF，作 $FG \perp EC$ ，易证得 $\triangle FGC$ 是等腰直角三角形，设 $EG = x$ ，则 $FG = 2x$ ，

利用三角形相似的性质以及勾股定理得到 $CG = 2x$ ， $CF = 2\sqrt{2}x$ ， $EC = 3x$ ， $BC = \frac{6\sqrt{5}}{5}x$ ，

$FD = \frac{2\sqrt{5}}{5}x$ ，即可证得 $3FD = AD$ ，可判断 B；根据平行线分线段成比例定理可判断 C；

求得 $\cos \angle HCD$ 可判断 D。

【解答】解：∵ 正方形 ABCD，DPMN 的面积分别为 S_1 ， S_2 ，

$$\therefore S_1 = CD^2, S_2 = PD^2,$$

在 $\text{Rt}\triangle PCD$ 中， $PC^2 = CD^2 + PD^2$ ，

$\therefore S_1 + S_2 = CP^2$ ，故 A 结论正确；

连接 CF，

∵ 点 H 与 B 关于 CE 对称，

$\therefore CH = CB$ ， $\angle BCE = \angle ECH$ ，

在 $\triangle BCE$ 和 $\triangle HCE$ 中，

$$\begin{cases} CH = CB \\ \angle ECH = \angle BCE \\ CE = CE \end{cases}$$

$\therefore \triangle BCE \cong \triangle HCE (SAS)$ ，

$$\therefore BE = EH, \angle EHC = \angle B = 90^\circ, \angle BEC = \angle HEC,$$

$$\therefore CH = CD,$$

在 Rt△FCH 和 Rt△FCD 中

$$\begin{cases} CH = CD \\ CF = CF \end{cases}$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle FCH \cong \text{Rt}\triangle FCD (\text{HL}),$$

$$\therefore \angle FCH = \angle FCD, FH = FD,$$

$$\therefore \angle ECH + \angle ECH = \frac{1}{2} \angle BCD = 45^\circ, \text{ 即 } \angle ECF = 45^\circ,$$

作 $FG \perp EC$ 于 G ,

$\therefore \triangle CFG$ 是等腰直角三角形,

$$\therefore FG = CG,$$

$$\because \angle BEC = \angle HEC, \angle B = \angle FGE = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle FEG \sim \triangle CEB,$$

$$\therefore \frac{EG}{FG} = \frac{EB}{BC} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore FG = 2EG,$$

设 $EG = x$, 则 $FG = 2x$,

$$\therefore CG = 2x, CF = 2\sqrt{2}x,$$

$$\therefore EC = 3x,$$

$$\because EB^2 + BC^2 = EC^2,$$

$$\therefore \frac{5}{4} BC^2 = 9x^2,$$

$$\therefore BC^2 = \frac{36}{5} x^2,$$

$$\therefore BC = \frac{6\sqrt{5}}{5} x,$$

$$\text{在 Rt}\triangle FDC \text{ 中, } FD = \sqrt{CF^2 - CD^2} = \sqrt{(2\sqrt{2}x)^2 - \frac{36}{5}x^2} = \frac{2\sqrt{5}}{5}x,$$

$$\therefore 3FD = AD,$$

$\therefore AF = 2FD$, 故 B 结论正确;

$$\therefore AB \parallel CN,$$

键.

二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

13. (3 分) 有理数 9 的相反数是 -9.

【考点】14: 相反数

【专题】511: 实数

【分析】根据相反数的求法即可得解;

【解答】解: 9 的相反数是 -9;

故答案为 -9;

【点评】本题考查相反数; 熟练掌握相反数的意义与求法是解题的关键.

14. (3 分) 将实数 3.18×10^{-5} 用小数表示为 0.0000318.

【考点】1K: 科学记数法 - 原数; 1J: 科学记数法 - 表示较小的数

【专题】511: 实数

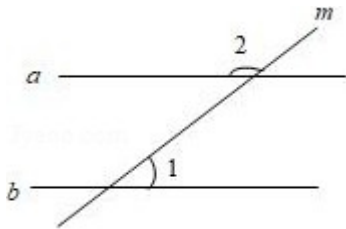
【分析】根据科学记数法的表示方法 $a \times 10^n$ ($1 \leq a < 10$) 即可求解;

【解答】解: $3.18 \times 10^{-5} = 0.0000318$;

故答案为 0.0000318;

【点评】本题考查科学记数法; 熟练掌握科学记数法的表示方法是解题的关键.

15. (3 分) 如图, 直线 $a \parallel b$, 直线 m 与 a, b 均相交, 若 $\angle 1 = 38^\circ$, 则 $\angle 2 = \underline{142^\circ}$.



【考点】JA: 平行线的性质

【专题】551: 线段、角、相交线与平行线

【分析】如图, 利用平行线的性质得到 $\angle 2 = \angle 3$, 利用互补求出 $\angle 3$, 从而得到 $\angle 2$ 的度数.

【解答】解: 如图,

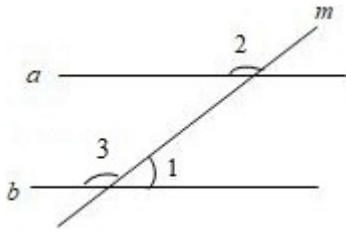
$$\because a \parallel b,$$

$$\therefore \angle 2 = \angle 3,$$

$$\because \angle 1 + \angle 3 = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 = 180^\circ - 38^\circ = 142^\circ.$$

故答案为 142° .



【点评】本题考查了平行线的性质：两直线平行，同位角相等；两直线平行，同旁内角互补；两直线平行，内错角相等.

16. (3 分) 若随机掷一枚均匀的骰子，骰子的 6 个面上分别刻有 1, 2, 3, 4, 5, 6 点，

则点数不小于 3 的概率是 $\frac{2}{3}$.

【考点】X4：概率公式

【专题】543：概率及其应用

【分析】骰子六个面出现的机会相同，求出骰子向上的一面点数不小于 3 的情况有几种，直接应用求概率的公式求解即可.

【解答】解：随机掷一枚均匀的骰子有 6 种等可能结果，其中点数不小于 3 的有 4 种结果，

所以点数不小于 3 的概率为 $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$,

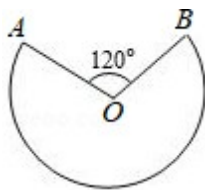
故答案为： $\frac{2}{3}$.

【点评】此题考查概率的求法：如果一个事件有 n 种可能，而且这些事件的可能性相同，其

中事件 A 出现 m 种结果，那么事件 A 的概率 $P(A) = \frac{m}{n}$.

17. (3 分) 如图，在扇形 OAB 中，半径 OA 与 OB 的夹角为 120° ，点 A 与点 B 的距离为

$2\sqrt{3}$ ，若扇形 OAB 恰好是一个圆锥的侧面展开图，则该圆锥的底面半径为 $\frac{2}{3}$.



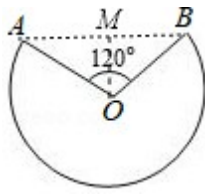
【考点】MP：圆锥的计算

【专题】55C：与圆有关的计算

【分析】利用弧长 = 圆锥的周长这一等量关系可求解.

第 19 页 (共 49 页)

【解答】解：连接 AB ，过 O 作 $OM \perp AB$ 于 M ，



$$\because \angle AOB = 120^\circ, \quad OA = OB,$$

$$\therefore \angle BAO = 30^\circ, \quad AM = \sqrt{3},$$

$$\therefore OA = 2,$$

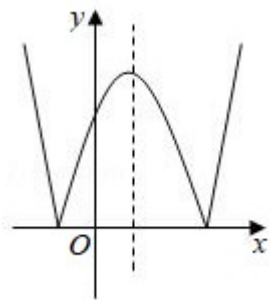
$$\therefore \frac{120\pi \times 2}{180} = 2\pi r,$$

$$\therefore r = \frac{2}{3}$$

故答案是： $\frac{2}{3}$

【点评】本题运用了弧长公式和圆的周长公式，建立准确的等量关系是解题的关键。

18. (3分) 我们定义一种新函数：形如 $y = |ax^2 + bx + c|$ ($a \neq 0, b^2 - 4a > 0$) 的函数叫做“鹊桥”函数。小丽同学画出了“鹊桥”函数 $y = |x^2 - 2x - 3|$ 的图象 (如图所示)，并写出下列五个结论：①图象与坐标轴的交点为 $(-1, 0)$ ， $(3, 0)$ 和 $(0, 3)$ ；②图象具有对称性，对称轴是直线 $x = 1$ ；③当 $-1 < x < 1$ 或 $x > 3$ 时，函数值 y 随 x 值的增大而增大；④当 $x = -1$ 或 $x = 3$ 时，函数的最小值是 0；⑤当 $x = 1$ 时，函数的最大值是 4。其中正确结论的个数是 4。



【考点】H3：二次函数的性质；H7：二次函数的最值；H6：二次函数图象与几何变换；

HA：抛物线与 x 轴的交点

【专题】558：平移、旋转与对称；68：模型思想；535：二次函数图象及其性质

【分析】由 $(-1,0)$, $(3,0)$ 和 $(0,3)$ 坐标都满足函数 $y=|x^2-2x-3|$, $\therefore$ ①是正确的; 从图象可以看出图象具有对称性, 对称轴可用对称轴公式求得是直线 $x=1$, ②也是正确的; 根据函数的图象和性质, 发现当 $-1 \leq x \leq 1$ 或 $x \geq 3$ 时, 函数值 y 随 x 值的增大而增大, 因此③也是正确的; 函数图象的最低点就是与 x 轴的两个交点, 根据 $y=0$, 求出相应的 x 的值为 $x=-1$ 或 $x=3$, 因此④也是正确的; 从图象上看, 当 $x < -1$ 或 $x > 3$, 函数值要大于当 $x=1$ 时的 $y=|x^2-2x-3|=4$, 因此⑤是不正确的; 逐个判断之后, 可得出答案.

【解答】解: ① $\because (-1,0)$, $(3,0)$ 和 $(0,3)$ 坐标都满足函数 $y=|x^2-2x-3|$, $\therefore$ ①是正确的;

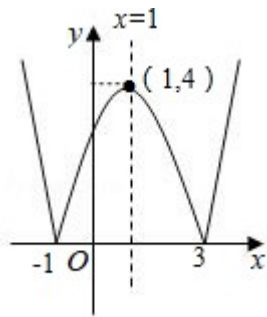
② 从图象可知图象具有对称性, 对称轴可用对称轴公式求得是直线 $x=1$, 因此②也是正确的;

③ 根据函数的图象和性质, 发现当 $-1 \leq x \leq 1$ 或 $x \geq 3$ 时, 函数值 y 随 x 值的增大而增大, 因此③也是正确的;

④ 函数图象的最低点就是与 x 轴的两个交点, 根据 $y=0$, 求出相应的 x 的值为 $x=-1$ 或 $x=3$, 因此④也是正确的;

⑤ 从图象上看, 当 $x < -1$ 或 $x > 3$, 函数值要大于当 $x=1$ 时的 $y=|x^2-2x-3|=4$, 因此⑤是不正确的;

故答案是: 4



【点评】理解“鹊桥”函数 $y=|ax^2+bx+c|$ 的意义, 掌握“鹊桥”函数与 $y=ax^2+bx+c$ 与二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 之间的关系; 两个函数性质之间的联系和区别是解决问题的关键

二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 与 x 轴的交点、对称性、对称轴及最值的求法以及增减性应熟练掌握.

三、解答题 (本大题共 8 小题, 满分 66 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.)

19. (10 分) (1) 计算: $\sqrt{4} - (\sqrt{3} - 3)^0 + (\frac{1}{2})^{-2} - 4\sin 30^\circ$;

(2) 解不等式组: $\begin{cases} 6x - 2 > 2(x - 4) \\ \frac{2}{3} - \frac{3-x}{2} \geq \frac{x}{3} \end{cases}$, 并在数轴上表示该不等式组的解集.

【考点】6E: 零指数幂; 2C: 实数的运算; CB: 解一元一次不等式组; 6F: 负整数指数幂; C4: 在数轴上表示不等式的解集; T5: 特殊角的三角函数值

【专题】524: 一元一次不等式 (组) 及应用

【分析】(1) 先计算算术平方根、零指数幂、负整数指数幂、代入三角函数值, 再计算乘法, 最后计算加减可得;

(2) 分别求出每一个不等式的解集, 根据口诀: 同大取大、同小取小、大小小大中间找、大大小小无解了确定不等式组的解集.

【解答】解: (1) 原式 $= 2 - 1 + 4 - 4 \times \frac{1}{2}$

$$= 2 - 1 + 4 - 2$$

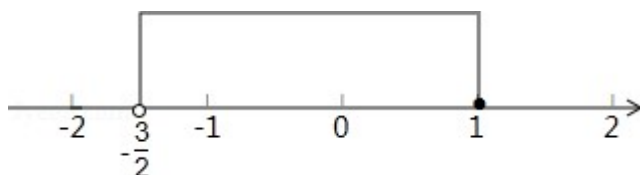
$$= 3;$$

(2) 解不等式 $6x - 2 > 2(x - 4)$, 得: $x > -\frac{3}{2}$,

解不等式 $\frac{2}{3} - \frac{3-x}{2} \geq \frac{x}{3}$, 得: $x \leq 1$,

则不等式组的解集为 $-\frac{3}{2} < x \leq 1$,

将不等式组的解集表示在数轴上如下:

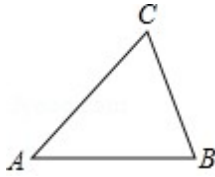


【点评】本题考查的是解一元一次不等式组, 正确求出每一个不等式解集是基础, 熟知“同

大取大; 同小取小; 大小小大中间找; 大大小小找不到”的原则是解答此题的关键.

20. (5 分) 尺规作图 (只保留作图痕迹, 不要求写出作法):

如图, 已知 $\triangle ABC$, 请根据 “SAS” 基本事实作出 $\triangle DEF$, 使 $\triangle DEF \cong \triangle ABC$.

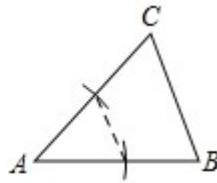
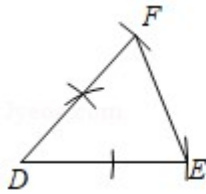


【考点】KB: 全等三角形的判定; N3: 作图 - 复杂作图

【专题】13: 作图题

【分析】先作一个 $\angle D = \angle A$, 然后在 $\angle D$ 的两边分别截取 $ED = BA$, $DF = AC$, 连接 EF 即可得到 $\triangle DEF$;

【解答】解: 如图,



$\triangle DEF$ 即为所求.

【点评】本题考查了作图 - 复杂作图: 复杂作图是在五种基本作图的基础上进行作图, 一般是结合了几何图形的性质和基本作图方法. 解决此类题目的关键是熟悉基本几何图形的性质, 结合几何图形的基本性质把复杂作图拆解成基本作图, 逐步操作. 也考查了全等三角形的判定.

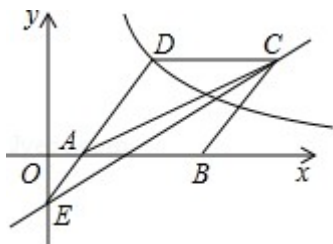
21. (6 分) 如图, 菱形 $ABCD$ 的边 AB 在 x 轴上, 点 A 的坐标为 $(1,0)$, 点 $D(4,4)$ 在反比

例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图象上, 直线 $y = \frac{2}{3}x + b$ 经过点 C , 与 y 轴交于点 E , 连接 AC ,

AE .

(1) 求 k , b 的值;

(2) 求 $\triangle ACE$ 的面积.



【考点】 $L8$ ：菱形的性质； $G6$ ：反比例函数图象上点的坐标特征； $G4$ ：反比例函数的性质； $F8$ ：一次函数图象上点的坐标特征； $G5$ ：反比例函数系数 k 的几何意义； FA ：待定系数法求一次函数解析式

【专题】534: 反比例函数及其应用; 533: 一次函数及其应用; 556: 矩形 菱形 正方形

【分析】(1) 由菱形的性质可知 $B(6,0)$, $C(9,4)$, 点 $D(4,4)$ 代入反比例函数 $y = \frac{k}{x}$, 求出

k ；将点 $C(9,4)$ 代入 $y=\frac{2}{3}x+b$ ，求出 b ；

(2) 求出直线 $y = \frac{2}{3}x - 2$ 与 x 轴和 y 轴的交点, 即可求 $\triangle AEC$ 的面积;

【解答】解：（1）由已知可得 $AD=5$ ，

∴ 菱形 $ABCD$,

$$\therefore B(6,0) , \quad C(9,4) ,$$

$\therefore$ 点 $D(4,4)$ 在反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图象上,

$$\therefore k = 16 ,$$

将点 $C(9,4)$ 代入 $y=\frac{2}{3}x+b$,

$$\therefore b = -2 ;$$

(2) $E(0, -2)$,

直线 $y = \frac{2}{3}x - 2$ 与 x 轴交点为 $(3, 0)$,

$$\therefore S_{\Delta AEC} = \frac{1}{2} \times 2 \times (2 + 4) = 6 ;$$

【点评】本题考查反比例函数、一次函数的图象及性质，菱形的性质；能够将借助菱形的边长和菱形边的平行求点的坐标是解题的关键.

22. (8分) 为了增强学生的安全意识, 某校组织了一次全校 2500 名学生都参加的“安全知识”考试. 阅卷后, 学校团委随机抽取了 100 份考卷进行分析统计, 发现考试成绩(x

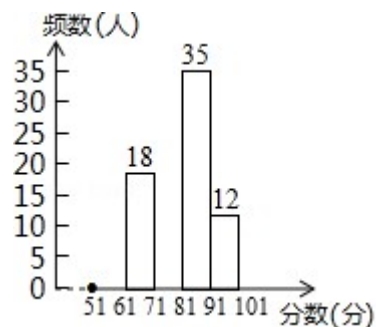
分) 的最低分为 51 分, 最高分为满分 100 分, 并绘制了如下尚不完整的统计图表. 请根据图表提供的信息, 解答下列问题:

分数段 (分)	频数 (人)	频率
51, $x < 61$	a	0.1
61, $x < 71$	18	0.18
71, $x < 81$	b	n
81, $x < 91$	35	0.35
91, $x < 101$	12	0.12
合计	100	1

(1) 填空: $a = \underline{10}$, $b = \underline{\quad}$, $n = \underline{\quad}$;

(2) 将频数分布直方图补充完整;

(3) 该校对考试成绩为 91, x , 100 的学生进行奖励, 按成绩从高分到低分设一、二、三等奖, 并且一、二、三等奖的人数比例为 1:3:6, 请你估算全校获得二等奖的学生人数.



【考点】 V5: 用样本估计总体; VB: 扇形统计图; V7: 频数 (率) 分布表; V8: 频数 (率) 分布直方图

【专题】 542: 统计的应用

【分析】 (1) 利用 $\times$ 这组的频率即可得到结论;

(2) 根据 (1) 求出的数据补全频数分布直方图即可;

(3) 利用全校 2500 名学生数 $\times$ 考试成绩为 91, x , 100 考卷占抽取了的考卷数 $\times$ 获得二等奖学生人数占获奖学生数即可得到结论.

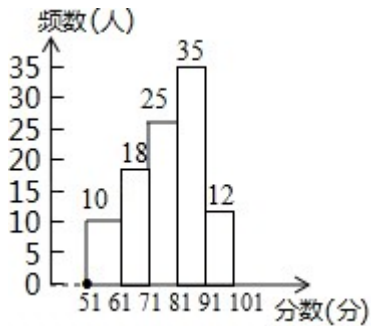
【解答】 解: (1) $a = 100 \times 0.1 = 10$, $b = 100 - 10 - 18 - 35 - 12 = 25$, $n = \frac{25}{100} = 0.25$;

故答案为: 10, 25, 0.25;

(2) 补全频数分布直方图如图所示;

(3) $2500 \times \frac{12}{100} \times \frac{3}{10} = 90$ (人),

答: 全校获得二等奖的学生人数 90 人.



【点评】 本题考查的是频数分布直方图, 读懂统计图, 从统计图中得到必要的信息是解决问题的关键. 直方图能清楚地表示出每个项目的数据, 也考查了利用样本估计总体的思想.

23. (8 分) 为了满足师生的阅读需求, 某校图书馆的藏书从 2016 年底到 2018 年底两年内由 5 万册增加到 7.2 万册.

(1) 求这两年藏书的年均增长率;

(2) 经统计知: 中外古典名著的册数在 2016 年底仅占当时藏书总量的 5.6%, 在这两年新增加的图书中, 中外古典名著所占的百分率恰好等于这两年藏书的年均增长率, 那么到 2018 年底中外古典名著的册数占藏书总量的百分之几?

【考点】 AD: 一元二次方程的应用

【专题】 523: 一元二次方程及应用

【分析】 (1) 根据题意可以列出相应的一元二次方程, 从而可以得到这两年藏书的年均增长率;

(2) 根据题意可以求出这两年新增加的中外古典名著, 从而可以求得 2018 年底中外古典名著的册数占藏书总量的百分之几.

【解答】 解: (1) 设这两年藏书的年均增长率是 x ,

$$5(1+x)^2 = 7.2,$$

解得, $x_1 = 0.2$, $x_2 = -2.2$ (舍去),

答: 这两年藏书的年均增长率是 20%;

(2) 在这两年新增加的图书中, 中外古典名著有 $(7.2 - 5) \times 20\% = 0.44$ (万册),

到 2018 年底中外古典名著的册数占藏书总量的百分比是: $\frac{5 \times 5.6\% + 0.44}{7.2} \times 100\% = 10\%$,

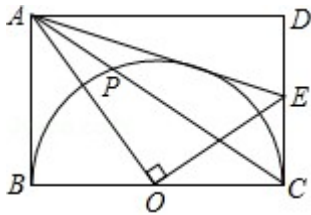
答: 到 2018 年底中外古典名著的册数占藏书总量的 10%.

【点评】本题考查一元二次方程的应用，解答本题的关键是明确题意，列出相应的方程，利用方程的知识解答，这是一道典型的增长率问题。

24. (8分) 如图，在矩形 $ABCD$ 中，以 BC 边为直径作半圆 O ， $OE \perp OA$ 交 CD 边于点 E ，对角线 AC 与半圆 O 的另一个交点为 P ，连接 AE 。

(1) 求证： AE 是半圆 O 的切线；

(2) 若 $PA=2$ ， $PC=4$ ，求 AE 的长。



【考点】 ME ：切线的判定与性质； LB ：矩形的性质

【专题】55A：与圆有关的位置关系

【分析】(1) 根据已知条件推出 $\triangle ABO \sim \triangle OCE$ ，根据相似三角形的性质得到 $\angle BAO = \angle OAE$ ，过 O 作 $OF \perp AE$ 于 F ，根据全等三角形的性质得到 $OF = OB$ ，于是得到 AE 是半圆 O 的切线；

(2) 根据切割线定理得到 $AF = \sqrt{2(2+4)} = 2\sqrt{3}$ ，求得 $AB = AF = 2\sqrt{3}$ ，根据勾股定理得

到 $BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = 2\sqrt{6}$ ， $AO = \sqrt{AB^2 + OB^2} = 3$ ，根据相似三角形的性质即可得到结论。

【解答】(1) 证明： $\because$ 在矩形 $ABCD$ 中， $\angle ABO = \angle OCE = 90^\circ$ ，

$\because OE \perp OA$ ，

$\therefore \angle AOE = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle BAO + \angle AOB = \angle AOB + \angle COE = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle BAO = \angle COE$ ，

$\therefore \triangle ABO \sim \triangle OCE$ ，

$\therefore \frac{AB}{OC} = \frac{AO}{OE}$ ，

$\because OB = OC$ ，

$\therefore \frac{AB}{OB} = \frac{AO}{OE}$ ，

$\therefore \angle ABO = \angle AOE = 90^\circ$ ，

$$\therefore \triangle ABO \sim \triangle AOE,$$

$$\therefore \angle BAO = \angle OAE,$$

过 O 作 $OF \perp AE$ 于 F ,

$$\therefore \angle ABO = \angle AFO = 90^\circ,$$

$$\text{在 } \triangle ABO \text{ 与 } \triangle AFO \text{ 中, } \begin{cases} \angle BAO = \angle FAO \\ \angle ABO = \angle AFO, \\ AO = AO \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABO \cong \triangle AFO (AAS),$$

$$\therefore OF = OB,$$

$\therefore AE$ 是半圆 O 的切线;

(2) 解: $\because AF$ 是 $\odot O$ 的切线, AC 是 $\odot O$ 的割线,

$$\therefore AF^2 = AP \cdot AC,$$

$$\therefore AF = \sqrt{2(2+4)} = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore AB = AF = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore AC = 6,$$

$$\therefore BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = 2\sqrt{6},$$

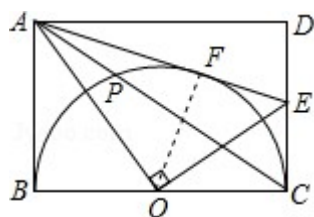
$$\therefore AO = \sqrt{AB^2 + OB^2} = 3,$$

$$\therefore \triangle ABO \sim \triangle AOE,$$

$$\therefore \frac{AO}{AE} = \frac{AB}{AO},$$

$$\therefore \frac{3}{AE} = \frac{2\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore AE = \frac{3\sqrt{3}}{2}.$$



【点评】本题考查了切线的判定和性质, 矩形的性质, 相似三角形的判定和性质, 全等三角

形的判定和性质, 正确的作出辅助线是解题的关键.

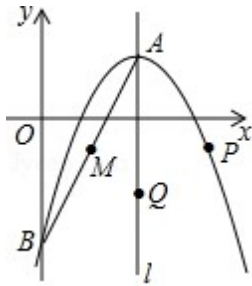
25. (11分) 如图, 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 的顶点为 $A(4, 3)$, 与 y 轴相交于点 $B(0, -5)$,

对称轴为直线 l , 点 M 是线段 AB 的中点.

(1) 求抛物线的表达式;

(2) 写出点 M 的坐标并求直线 AB 的表达式;

(3) 设动点 P , Q 分别在抛物线和对称轴 l 上, 当以 A , P , Q , M 为顶点的四边形是平行四边形时, 求 P , Q 两点的坐标.



【考点】HF：二次函数综合题

【专题】32：分类讨论；16：压轴题；69：应用意识；33：函数思想；31：数形结合

【分析】(1) 函数表达式为: $y = a(x-4)^2 + 3$, 将点 B 坐标代入上式, 即可求解;

(2) $A(4, 3)$ 、 $B(0, -5)$, 则点 $M(2, -1)$, 设直线 AB 的表达式为: $y = kx - 5$, 将点 A 坐标代入上式, 即可求解;

(3) 分当 AM 是平行四边形的一条边、 AM 是平行四边形的对角线两种情况, 分别求解即可.

【解答】解: (1) 函数表达式为: $y = a(x-4)^2 + 3$,

将点 B 坐标代入上式并解得: $a = -\frac{1}{2}$,

故抛物线的表达式为: $y = -\frac{1}{2}x^2 + 4x - 5$;

(2) $A(4, 3)$ 、 $B(0, -5)$, 则点 $M(2, -1)$,

设直线 AB 的表达式为: $y = kx - 5$,

将点 A 坐标代入上式得: $3 = 4k - 5$, 解得: $k = 2$,

故直线 AB 的表达式为: $y = 2x - 5$;

(3) 设点 $Q(4, s)$ 、点 $P(m, -\frac{1}{2}m^2 + 4m - 5)$,

① 当 AM 是平行四边形的一条边时,

点 A 向左平移 2 个单位、向下平移 4 个单位得到 M ,

同样点 $P(m, -\frac{1}{2}m^2 + 4m - 5)$ 向左平移 2 个单位、向下平移 4 个单位得到 $Q(4, s)$,

即: $m - 2 = 4$, $-\frac{1}{2}m^2 + 4m - 5 - 4 = s$,

解得: $m = 6$, $s = -3$,

故点 P 、 Q 的坐标分别为 $(6, 1)$ 、 $(4, -3)$;

② 当 AM 是平行四边形的对角线时,

由中点定理得: $4 + 2 = m + 4$, $3 - 1 = -\frac{1}{2}m^2 + 4m - 5 + s$,

解得: $m = 2$, $s = 1$,

故点 P 、 Q 的坐标分别为 $(2, 1)$ 、 $(4, 1)$;

故点 P 、 Q 的坐标分别为 $(6, 1)$ 或 $(2, 1)$ 、 $(4, -3)$ 或 $(4, 1)$.

【点评】 本题考查的是二次函数综合运用, 涉及到一次函数、平行四边形性质、图象的面积计算等, 其中 (3), 要主要分类求解, 避免遗漏.

26. (10 分) 已知: $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形, $\angle BAC = 90^\circ$, 将 $\triangle ABC$ 绕点 C 顺时针方向旋转得到 $\triangle A'B'C$, 记旋转角为 α , 当 $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ 时, 作 $A'D \perp AC$, 垂足为 D , $A'D$ 与 $B'C$ 交于点 E .

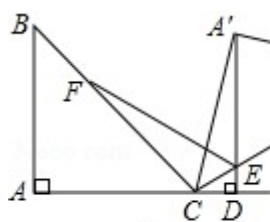


图1

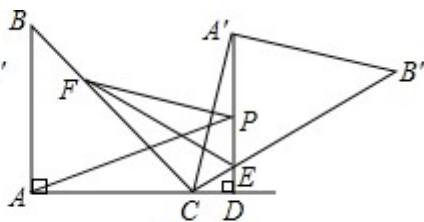


图2

(1) 如图 1, 当 $\angle CA'D = 15^\circ$ 时, 作 $\angle A'EC$ 的平分线 EF 交 BC 于点 F .

① 写出旋转角 α 的度数;

② 求证: $EA' + EC = EF$;

(2) 如图 2, 在 (1) 的条件下, 设 P 是直线 $A'D$ 上的一个动点, 连接 PA , PF , 若

$AB = \sqrt{2}$, 求线段 $PA + PF$ 的最小值. (结果保留根号)

【考点】RB：几何变换综合题

【专题】152：几何综合题

【分析】(1) ①解直角三角形求出 $\angle A'CD$ 即可解决问题.

②连接 $A'F$ ，设 EF 交 CA' 于点 O ．在 EF 时截取 $EM = EC$ ，连接 CM ．首先证明 $\triangle CFA'$ 是等边三角形，再证明 $\triangle FCM \cong \triangle A'CE(SAS)$ ，即可解决问题.

(2) 如图2中，连接 $A'F$ ， PB' ， AB' ，作 $B'M \perp AC$ 交 AC 的延长线于 M ．证明 $\triangle A'EF \cong \triangle A'EB'$ ，推出 $EF = EB'$ ，推出 B' ， F 关于 $A'E$ 对称，推出 $PF = PB'$ ，推出 $PA + PF = PA + PB' \leq AB'$ ，求出 AB' 即可解决问题.

【解答】(1) ①解：旋转角为 105° ．

理由：如图1中，

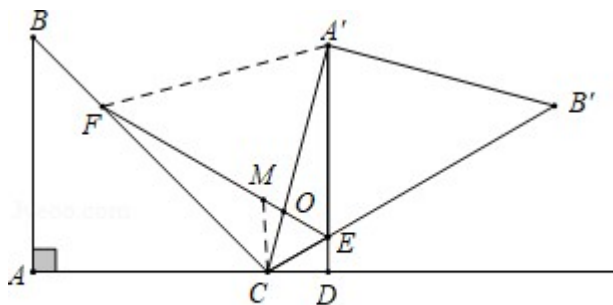


图1

$\because A'D \perp AC$ ，

$\therefore \angle A'DC = 90^\circ$ ，

$\because \angle CA'D = 15^\circ$ ，

$\therefore \angle A'CD = 75^\circ$ ，

$\therefore \angle ACA' = 105^\circ$ ，

$\therefore$ 旋转角为 105° ．

②证明：连接 $A'F$ ，设 EF 交 CA' 于点 O ．在 EF 时截取 $EM = EC$ ，连接 CM ．

$\because \angle CED = \angle A'CE + \angle CA'E = 45^\circ + 15^\circ = 60^\circ$ ，

$\therefore \angle CEA' = 120^\circ$ ，

$\because FE$ 平分 $\angle CEA'$ ，

$\therefore \angle CEF = \angle FEA' = 60^\circ$ ，

$\because \angle FCO = 180^\circ - 45^\circ - 75^\circ = 60^\circ$ ，

$\therefore \angle FCO = \angle A'EO$ ， $\therefore \angle FOC = \angle A'OE$ ，

$\therefore \triangle FOC \sim \triangle A'OE$,
 $\therefore \frac{OF}{A'O} = \frac{OC}{OE}$,
 $\therefore \frac{OF}{OC} = \frac{A'O}{OE}$,
 $\therefore \angle COE = \angle FOA'$,
 $\therefore \triangle COE \sim \triangle FOA'$,
 $\therefore \angle FA'O = \angle OEC = 60^\circ$,
 $\therefore \triangle A'OF$ 是等边三角形 ,
 $\therefore CF = CA' = A'F$,
 $\therefore EM = EC$, $\angle CEM = 60^\circ$,
 $\therefore \triangle CEM$ 是等边三角形 ,
 $\angle ECM = 60^\circ$, $CM = CE$,
 $\therefore \angle FCA' = \angle MCE = 60^\circ$,
 $\therefore \angle FCM = \angle A'CE$,
 $\therefore \triangle FCM \cong \triangle A'CE (SAS)$,
 $\therefore FM = A'E$,
 $\therefore CE + A'E = EM + FM = EF$.

(2) 解: 如图2中, 连接 $A'F$, PB' , AB' , 作 $B'M \perp AC$ 交 AC 的延长线于 M .

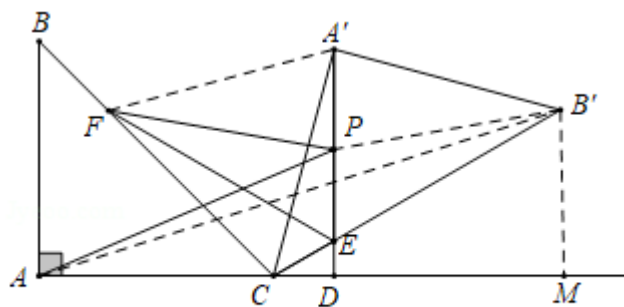


图2

由②可知, $\angle EA'F = \angle EA'B' = 75^\circ$, $A'E = A'E$, $A'F = A'B'$,
 $\therefore \triangle A'EF \cong \triangle A'EB'$,
 $\therefore EF = EB'$,
 $\therefore B'$, F 关于 $A'E$ 对称 ,
 $\therefore PF = PB'$,

$$\therefore PA + PF = PA + PB' = AB',$$

在 $Rt \triangle CB'M$ 中, $CB' = BC = \sqrt{2}AB = 2$, $\angle MCB' = 30^\circ$,

$$\therefore B'M = \frac{1}{2}CB' = 1, \quad CM = \sqrt{3},$$

$$\therefore AB' = \sqrt{AM^2 + B'M^2} = \sqrt{(\sqrt{2} + \sqrt{3})^2 + 1^2} = \sqrt{6 + 2\sqrt{6}}.$$

$$\therefore PA + PF \text{ 的最小值为 } \sqrt{6 + 2\sqrt{6}}.$$

【点评】 本题属于四边形综合题, 考查了旋转变换, 全等三角形的判定和性质, 相似三角形的判定和性质, 三角形的三边关系等知识, 解题的关键是学会添加常用辅助线, 构造全等三角形解决问题, 学会用转化的思想思考问题, 属于中考压轴题.

考点卡片

1. 相反数

(1) 相反数的概念: 只有符号不同的两个数叫做互为相反数.

(2) 相反数的意义: 掌握相反数是成对出现的, 不能单独存在, 从数轴上看, 除 0 外, 互为相反数的两个数, 它们分别在原点两旁且到原点距离相等.

(3) 多重符号的化简: 与 “+” 个数无关, 有奇数个 “-” 号结果为负, 有偶数个 “-” 号, 结果为正.

(4) 规律方法总结: 求一个数的相反数的方法就是在这个数的前边添加 “-”, 如 a 的相反数是 $-a$, $m+n$ 的相反数是 $-(m+n)$, 这时 $m+n$ 是一个整体, 在整体前面添负号时, 要用小括号.

2. 有理数的乘方

(1) 有理数乘方的定义: 求 n 个相同因数积的运算, 叫做乘方.

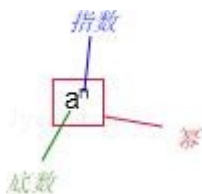
乘方的结果叫做幂, 在 a^n 中, a 叫做底数, n 叫做指数. a^n 读作 a 的 n 次方. (将 a^n 看作是 a 的 n 次方的结果时, 也可以读作 a 的 n 次幂.)

(2) 乘方的法则: 正数的任何次幂都是正数; 负数的奇次幂是负数, 负数的偶次幂是正数; 0 的任何正整数次幂都是 0.

(3) 方法指引:

① 有理数的乘方运算与有理数的加减乘除运算一样, 首先要确定幂的符号, 然后再计算幂的绝对值;

② 由于乘方运算比乘除运算又高一级, 所以有加减乘除和乘方运算, 应先算乘方, 再做乘除, 最后做加减.



3. 科学记数法—表示较小的数

用科学记数法表示较小的数, 一般形式为 $a \times 10^{-n}$, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定.

【规律方法】用科学记数法表示有理数 x 的规律

x 的取值范围	表示方法	a 的取值	n 的取值
$ x \geq 10$	$a \times 10^n$	$1 \leq a $	整数的位数 - 1
$ x < 1$	$a \times 10^{-n}$	< 10	第一位非零数字前所有 0 的个数 (含小数点前的 0)

4. 科学记数法—原数

(1) 科学记数法 $a \times 10^n$ 表示的数, “还原”成通常表示的数, 就是把 a 的小数点向右移动 n 位所得到的数. 若科学记数法表示较小的数 $a \times 10^{-n}$, 还原为原来的数, 需要把 a 的小数点向左移动 n 位得到原数.

(2) 把一个数表示成科学记数法的形式及把科学记数法还原是两个互逆的过程, 这也可以作为检查用科学记数法表示一个数是否正确的方法.

5. 实数的运算

(1) 实数的运算和在有理数范围内一样, 值得一提的是, 实数既可以进行加、减、乘、除、乘方运算, 又可以进行开方运算, 其中正实数可以开平方.

(2) 在进行实数运算时, 和有理数运算一样, 要从高级到低级, 即先算乘方、开方, 再算乘除, 最后算加减, 有括号的要先算括号里面的, 同级运算要按照从左到右的顺序进行. 另外, 有理数的运算律在实数范围内仍然适用.

【规律方法】实数运算的“三个关键”

1. 运算法则: 乘方和开方运算、幂的运算、指数 (特别是负整数指数, 0 指数) 运算、根式运算、特殊三角函数值的计算以及绝对值的化简等.
2. 运算顺序: 先乘方, 再乘除, 后加减, 有括号的先算括号里面的, 在同一级运算中要从左到右依次运算, 无论何种运算, 都要注意先定符号后运算.
3. 运算律的使用: 使用运算律可以简化运算, 提高运算速度和准确度.

6. 合并同类项

(1) 定义: 把多项式中同类项合成一项, 叫做合并同类项.

(2) 合并同类项的法则: 把同类项的系数相加, 所得结果作为系数, 字母和字母的指数不变.

(3) 合并同类项时要注意以下三点:

- ① 要掌握同类项的概念, 会辨别同类项, 并准确地掌握判断同类项的两条标准: 带有相同系数的代数项; 字母和字母指数;
- ② 明确合并同类项的含义是把多项式中的同类项合并成一项, 经过合并同类项, 式的项数

会减少, 达到化简多项式的目的;

③ “合并”是指同类项的系数的相加, 并把得到的结果作为新的系数, 要保持同类项的字母和字母的指数不变.

7. 幂的乘方与积的乘方

(1) 幂的乘方法则: 底数不变, 指数相乘.

$$(a^m)^n = a^{mn} \quad (m, n \text{ 是正整数})$$

注意: ①幂的乘方的底数指的是幂的底数; ②性质中“指数相乘”指的是幂的指数与乘方的指数相乘, 这里注意与同底数幂的乘法中“指数相加”的区别.

(2) 积的乘方法则: 把每一个因式分别乘方, 再把所得的幂相乘.

$$(ab)^n = a^n b^n \quad (n \text{ 是正整数})$$

注意: ①因式是三个或三个以上积的乘方, 法则仍适用; ②运用时数字因数的乘方应根据乘方的意义, 计算出最后的结果.

8. 单项式乘单项式

运算性质: 单项式与单项式相乘, 把他们的系数, 相同字母分别相乘, 对于只在一个单项式里含有的字母, 则连同它的指数作为积的一个因式.

注意: ①在计算时, 应先进行符号运算, 积的系数等于各因式系数的积; ②注意按顺序运算; ③不要丢掉只在一个单项式里含有的字母因式; ④此性质对于多个单项式相乘仍然成立.

9. 完全平方公式

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2.$$

可巧记为: “首平方, 末平方, 首末两倍中间放”.

(2) 完全平方公式有以下几个特征: ①左边是两个数的和的平方; ②右边是一个三项式, 其中首末两项分别是两项的平方, 都为正, 中间一项是两项积的 2 倍; 其符号与左边的运算符号相同.

(3) 应用完全平方公式时, 要注意: ①公式中的 a, b 可是单项式, 也可以是多项式; ②对形如两数和 (或差) 的平方的计算, 都可以用这个公式; ③对于三项的可以把其中的两项看做一项后, 也可以用完全平方公式.

10. 分式的值为零的条件

分式值为零的条件是分子等于零且分母不等于零.

注意: “分母不为零”这个条件不能少.

11. 零指数幂

零指数幂: $a^0=1$ ($a \neq 0$)

由 $a^m \div a^m = 1$, $a^m \div a^m = a^{m-m} = a^0$ 可推出 $a^0=1$ ($a \neq 0$)

注意: $0^0 \neq 1$.

12. 负整数指数幂

负整数指数幂: $a^{-p} = \frac{1}{a^p}$ ($a \neq 0$, p 为正整数)

注意: ① $a \neq 0$;

② 计算负整数指数幂时, 一定要根据负整数指数幂的意义计算, 避免出现 $(-3)^{-2} = (-3) \times (-2)$ 的错误.

③ 当底数是分数时, 只要把分子、分母颠倒, 负指数就可变为正指数.

④ 在混合运算中, 始终要注意运算的顺序.

13. 根与系数的关系

(1) 若二次项系数为 1, 常用以下关系: x_1, x_2 是方程 $x^2+px+q=0$ 的两根时, $x_1+x_2 = -p$, $x_1x_2=q$, 反过来可得 $p = -(x_1+x_2)$, $q = x_1x_2$, 前者是已知系数确定根的相关问题, 后者是已知两根确定方程中未知系数.

(2) 若二次项系数不为 1, 则常用以下关系: x_1, x_2 是一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 的两根时, x_1+x_2, x_1x_2 , 反过来也成立, 即 $(x_1+x_2), x_1x_2$.

(3) 常用根与系数的关系解决以下问题:

① 不解方程, 判断两个数是不是一元二次方程的两个根. ② 已知方程及方程的一个根, 求另一个根及未知数. ③ 不解方程求关于根的式子的值, 如求, $x_1^2+x_2^2$ 等等. ④ 判断两根的符号. ⑤ 求作新方程. ⑥ 由给出的两根满足的条件, 确定字母的取值. 这类问题比较综合, 解题时除了利用根与系数的关系, 同时还要考虑 $a \neq 0$, $\Delta \geq 0$ 这两个前提条件.

14. 一元二次方程的应用

1、列方程解决实际问题的一般步骤是: 审清题意设未知数, 列出方程, 解所列方程求所列方程的解, 检验和作答.

2、列一元二次方程解应用题中常见问题:

(1) 数字问题: 个位数为 a , 十位数是 b , 则这个两位数表示为 $10b+a$.

(2) 增长率问题: 增长率 = 增长数量/原数量 $\times 100\%$. 如: 若原数是 a , 每次增长的百分率为 x , 则第一次增长后为 $a(1+x)$; 第二次增长后为 $a(1+x)^2$, 即 原数 $\times (1+\text{增长百分率})^2 = \text{后来数}$.

(3) 形积问题: ①利用勾股定理列一元二次方程, 求三角形、矩形的边长. ②利用三角形、矩形、菱形、梯形和圆的面积, 以及柱体体积公式建立等量关系列一元二次方程. ③利用相似三角形的对应比例关系, 列比例式, 通过两内项之积等于两外项之积, 得到一元二次方程.

(4) 运动点问题: 物体运动将会沿着一条路线或形成一条痕迹, 运行的路线与其他条件会构成直角三角形, 可运用直角三角形的性质列方程求解.

【规律方法】列一元二次方程解应用题的“六字诀”

1. 审: 理解题意, 明确未知量、已知量以及它们之间的数量关系.
2. 设: 根据题意, 可以直接设未知数, 也可以间接设未知数.
3. 列: 根据题中的等量关系, 用含所设未知数的代数式表示其他未知量, 从而列出方程.
4. 解: 准确求出方程的解.
5. 验: 检验所求出的根是否符合所列方程和实际问题.
6. 答: 写出答案.

15. 在数轴上表示不等式的解集

用数轴表示不等式的解集时, 要注意“两定”:

一是定界点, 一般在数轴上只标出原点和界点即可. 定边界点时要注意, 点是实心还是空心, 若边界点含于解集为实心点, 不含于解集即为空心点;
二是定方向, 定方向的原则是: “小于向左, 大于向右”.

【规律方法】不等式解集的验证方法

某不等式求得的解集为 $x > a$, 其验证方法可以先将 a 代入原不等式, 则两边相等, 其次在 $x > a$ 的范围内取一个数代入原不等式, 则原不等式成立.

16. 解一元一次不等式组

(1) 一元一次不等式组的解集: 几个一元一次不等式的解集的公共部分, 叫做由它们所组成的不等式组的解集.

(2) 解不等式组: 求不等式组的解集的过程叫解不等式组.

(3) 一元一次不等式组的解法: 解一元一次不等式组时, 一般先求出其中各不等式的解集, 再求出这些解集的公共部分, 利用数轴可以直观地表示不等式组的解集.

方法与步骤: ①求不等式组中每个不等式的解集; ②利用数轴求公共部分.

解集的规律: 同大取大; 同小取小; 大小小大中间找; 大大小小找不到.

17. 一次函数图象上点的坐标特征

一次函数 $y = kx + b$, ($k \neq 0$, 且 k, b 为常数) 的图象是一条直线. 它与 x 轴的交点坐标是

$(, 0)$; 与 y 轴的交点坐标是 $(0, b)$.

直线上任意一点的坐标都满足函数关系式 $y=kx+b$.

18. 待定系数法求一次函数解析式

待定系数法求一次函数解析式一般步骤是:

- (1) 先设出函数的一般形式, 如求一次函数的解析式时, 先设 $y=kx+b$;
- (2) 将自变量 x 的值及与它对应的函数值 y 的值代入所设的解析式, 得到关于待定系数的方程或方程组;
- (3) 解方程或方程组, 求出待定系数的值, 进而写出函数解析式.

注意: 求正比例函数, 只要一对 x, y 的值就可以, 因为它只有一个待定系数; 而求一次函数 $y=kx+b$, 则需要两组 x, y 的值.

19. 反比例函数的性质

反比例函数的性质

- (1) 反比例函数 $y(k \neq 0)$ 的图象是双曲线;
- (2) 当 $k > 0$, 双曲线的两支分别位于第一、第三象限, 在每一象限内 y 随 x 的增大而减小;
- (3) 当 $k < 0$, 双曲线的两支分别位于第二、第四象限, 在每一象限内 y 随 x 的增大而增大.

注意: 反比例函数的图象与坐标轴没有交点.

20. 反比例函数系数 k 的几何意义

比例系数 k 的几何意义

在反比例函数 y 图象中任取一点, 过这一个点向 x 轴和 y 轴分别作垂线, 与坐标轴围成的矩形的面积是定值 $|k|$.

在反比例函数的图象上任意一点向坐标轴作垂线, 这一点和垂足以及坐标原点所构成的三角形的面积是 $|k|$, 且保持不变.

21. 反比例函数图象上点的坐标特征

反比例函数 $y=k/x$ (k 为常数, $k \neq 0$) 的图象是双曲线,

- ① 图象上的点 (x, y) 的横纵坐标的积是定值 k , 即 $xy=k$;
- ② 双曲线是关于原点对称的, 两个分支上的点也是关于原点对称;
- ③ 在 $y=k/x$ 图象中任取一点, 过这一个点向 x 轴和 y 轴分别作垂线, 与坐标轴围成的矩形的面积是定值 $|k|$.

22. 二次函数的性质

二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的顶点坐标是 $(,)$, 对称轴直线 x , 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的图象具有如下性质:

① 当 $a > 0$ 时, 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的开口向上, x 时, y 随 x 的增大而减小; x 时, y 随 x 的增大而增大; x 时, y 取得最小值, 即顶点是抛物线的最低点.

② 当 $a < 0$ 时, 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的开口向下, x 时, y 随 x 的增大而增大; x 时, y 随 x 的增大而减小; x 时, y 取得最大值, 即顶点是抛物线的最高点.

③ 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图象可由抛物线 $y = ax^2$ 的图象向右或向左平移 $|\frac{b}{2a}|$ 个单位, 再向上或向下平移 $|\frac{4ac - b^2}{4a}|$ 个单位得到的.

23. 二次函数图象与几何变换

由于抛物线平移后的形状不变, 故 a 不变, 所以求平移后的抛物线解析式通常可利用两种方法: 一是求出原抛物线上任意两点平移后的坐标, 利用待定系数法求出解析式; 二是只考虑平移后的顶点坐标, 即可求出解析式.

24. 二次函数的最值

(1) 当 $a > 0$ 时, 抛物线在对称轴左侧, y 随 x 的增大而减少; 在对称轴右侧, y 随 x 的增大而增大, 因为图象有最低点, 所以函数有最小值, 当 x 时, y .

(2) 当 $a < 0$ 时, 抛物线在对称轴左侧, y 随 x 的增大而增大; 在对称轴右侧, y 随 x 的增大而减少, 因为图象有最高点, 所以函数有最大值, 当 x 时, y .

(3) 确定一个二次函数的最值, 首先看自变量的取值范围, 当自变量取全体实数时, 其最值为抛物线顶点坐标的纵坐标; 当自变量取某个范围时, 要分别求出顶点和函数端点处的函数值, 比较这些函数值, 从而获得最值.

25. 抛物线与 x 轴的交点

求二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ (a, b, c 是常数, $a \neq 0$) 与 x 轴的交点坐标, 令 $y = 0$, 即 $ax^2 + bx + c = 0$, 解关于 x 的一元二次方程即可求得交点横坐标.

(1) 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ (a, b, c 是常数, $a \neq 0$) 的交点与一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 根之间的关系.

$\Delta = b^2 - 4ac$ 决定抛物线与 x 轴的交点个数.

$\Delta = b^2 - 4ac > 0$ 时, 抛物线与 x 轴有 2 个交点;

$\Delta = b^2 - 4ac = 0$ 时, 抛物线与 x 轴有 1 个交点;

$\Delta = b^2 - 4ac < 0$ 时, 抛物线与 x 轴没有交点.

(2) 二次函数的交点式: $y = a(x - x_1)(x - x_2)$ (a, b, c 是常数, $a \neq 0$), 可直接得到抛物线与 x 轴的交点坐标 $(x_1, 0)$, $(x_2, 0)$.

26. 二次函数综合题

(1) 二次函数图象与其他函数图象相结合问题

解决此类问题时, 先根据给定的函数或函数图象判断出系数的符号, 然后判断新的函数关系式中系数的符号, 再根据系数与图象的位置关系判断出图象特征, 则符合所有特征的图象即为正确选项.

(2) 二次函数与方程、几何知识的综合应用

将函数知识与方程、几何知识有机地结合在一起. 这类试题一般难度较大. 解这类问题关键是善于将函数问题转化为方程问题, 善于利用几何图形的有关性质、定理和二次函数的知识, 并注意挖掘题目中的一些隐含条件.

(3) 二次函数在实际生活中的应用题

从实际问题中分析变量之间的关系, 建立二次函数模型. 关键在于观察、分析、创建, 建立直角坐标系下的二次函数图象, 然后数形结合解决问题, 需要我们注意的是自变量及函数的取值范围要使实际问题有意义.

27. 平行线的性质

1、平行线性质的定理

定理 1: 两条平行线被第三条直线所截, 同位角相等. 简单说成: 两直线平行, 同位角相等.

定理 2: 两条平行线被地三条直线所截, 同旁内角互补. . 简单说成: 两直线平行, 同旁内角互补.

定理 3: 两条平行线被第三条直线所截, 内错角相等. 简单说成: 两直线平行, 内错角相等.

2、两条平行线之间的距离处处相等.

28. 全等三角形的判定

(1) 判定定理 1: SSS - - 三条边分别对应相等的两个三角形全等.

(2) 判定定理 2: SAS - - 两边及其夹角分别对应相等的两个三角形全等.

(3) 判定定理 3: ASA - - 两角及其夹边分别对应相等的两个三角形全等.

(4) 判定定理 4: AAS - - 两角及其中一个角的对边对应相等的两个三角形全等.

(5) 判定定理 5: HL - - 斜边与直角边对应相等的两个直角三角形全等.

方法指引: 全等三角形的 5 种判定方法中, 选用哪一种方法, 取决于题目中的已知条件, 若已知两边对应相等, 则找它们的夹角或第三边; 若已知两角对应相等, 则必须再找一组对边对应相等, 且要是两角的夹边, 若已知一边一角, 则找另一组角, 或找这个角的另一

组对应邻边.

29. 全等三角形的判定与性质

(1) 全等三角形的判定是结合全等三角形的性质证明线段和角相等的重要工具. 在判定三角形全等时, 关键是选择恰当的判定条件.

(2) 在应用全等三角形的判定时, 要注意三角形间的公共边和公共角, 必要时添加适当辅助线构造三角形.

30. 菱形的性质

(1) 菱形的定义: 有一组邻边相等的平行四边形叫做菱形.

(2) 菱形的性质

- ① 菱形具有平行四边形的一切性质;
- ② 菱形的四条边都相等;
- ③ 菱形的两条对角线互相垂直, 并且每一条对角线平分一组对角;
- ④ 菱形是轴对称图形, 它有 2 条对称轴, 分别是两条对角线所在直线.

(3) 菱形的面积计算

- ① 利用平行四边形的面积公式.
- ② 菱形面积 ab . (a 、 b 是两条对角线的长度)

31. 矩形的性质

(1) 矩形的定义: 有一个角是直角的平行四边形是矩形.

(2) 矩形的性质

- ① 平行四边形的性质矩形都具有;
- ② 角: 矩形的四个角都是直角;
- ③ 边: 邻边垂直;
- ④ 对角线: 矩形的对角线相等;
- ⑤ 矩形是轴对称图形, 又是中心对称图形. 它有 2 条对称轴, 分别是每组对边中点连线所在的直线; 对称中心是两条对角线的交点.

(3) 由矩形的性质, 可以得到直角三角形的一个重要性质, 直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半.

32. 正方形的性质

(1) 正方形的定义: 有一组邻边相等并且有一个角是直角的平行四边形叫做正方形.

(2) 正方形的性质

- ① 正方形的四条边都相等, 四个角都是直角;

- ② 正方形的两条对角线相等, 互相垂直平分, 并且每条对角线平分一组对角;
- ③ 正方形具有四边形、平行四边形、矩形、菱形的一切性质.
- ④ 两条对角线将正方形分成四个全等的等腰直角三角形, 同时, 正方形又是轴对称图形, 有四条对称轴.

33. 圆心角、弧、弦的关系

(1) 定理: 在同圆和等圆中, 相等的圆心角所对的弧相等, 所对的弦也相等.

(2) 推论: 在同圆或等圆中, 如果两个圆心角、两条弧、两条弦中有一组量相等, 那么它们所对应的其余各组量都分别相等.

说明: 同一条弦对应两条弧, 其中一条是优弧, 一条是劣弧, 而在本定理和推论中的“弧”是指同为优弧或劣弧.

(3) 正确理解和使用圆心角、弧、弦三者的关系

三者关系可理解为: 在同圆或等圆中, ①圆心角相等, ②所对的弧相等, ③所对的弦相等, 三项“知一推二”, 一项相等, 其余二项皆相等. 这源于圆的旋转不变性, 即: 圆绕其圆心旋转任意角度, 所得图形与原图形完全重合.

(4) 在具体应用上述定理解决问题时, 可根据需要, 选择其有关部分.

34. 圆周角定理

(1) 圆周角的定义: 顶点在圆上, 并且两边都与圆相交的角叫做圆周角.

注意: 圆周角必须满足两个条件: ①顶点在圆上. ②角的两条边都与圆相交, 二者缺一不可.

(2) 圆周角定理: 在同圆或等圆中, 同弧或等弧所对的圆周角相等, 都等于这条弧所对的圆心角的一半.

推论: 半圆 (或直径) 所对的圆周角是直角, 90° 的圆周角所对的弦是直径.

(3) 在解圆的有关问题时, 常常需要添加辅助线, 构成直径所对的圆周角, 这种基本技能技巧一定要掌握.

(4) 注意: ①圆周角和圆心角的转化可通过作圆的半径构造等腰三角形. 利用等腰三角形的顶点和底角的关系进行转化. ②圆周角和圆周角的转化可利用其“桥梁”——圆心角转化. ③定理成立的条件是“同一条弧所对的”两种角, 在运用定理时不要忽略了这个条件, 把不同弧所对的圆周角与圆心角错当成同一条弧所对的圆周角和圆心角.

35. 切线的判定与性质

(1) 切线的性质

① 圆的切线垂直于经过切点的半径.

② 经过圆心且垂直于切线的直线必经过切点.

③ 经过切点且垂直于切线的直线必经过圆心.

(2) 切线的判定定理: 经过半径的外端且垂直于这条半径的直线是圆的切线.

(3) 常见的辅助线的:

① 判定切线时 “连圆心和直线与圆的公共点” 或 “过圆心作这条直线的垂线”;

② 有切线时, 常常 “遇到切点连圆心得半径”.

36. 圆锥的计算

(1) 连接圆锥顶点和底面圆周上任意一点的线段叫做圆锥的母线. 连接顶点与底面圆心的线段叫圆锥的高.

(2) 圆锥的侧面展开图为一扇形, 这个扇形的弧长等于圆锥底面的周长, 扇形的半径等于圆锥的母线长.

(3) 圆锥的侧面积: $S_{\text{侧}} \cdot 2\pi r \cdot l = \pi r l$.

(4) 圆锥的全面积: $S_{\text{全}} = S_{\text{底}} + S_{\text{侧}} = \pi r^2 + \pi r l$

(5) 圆锥的体积底面积 $\times$ 高

注意: ①圆锥的母线与展开后所得扇形的半径相等.

②圆锥的底面周长与展开后所得扇形的弧长相等.

37. 作图—复杂作图

复杂作图是在五种基本作图的基础上进行作图, 一般是结合了几何图形的性质和基本作图方法.

解决此类题目的关键是熟悉基本几何图形的性质, 结合几何图形的基本性质把复杂作图拆解成基本作图, 逐步操作.

38. 命题与定理

1、判断一件事情的语句, 叫做命题. 许多命题都是由题设和结论两部分组成, 题设是已知事项, 结论是由已知事项推出的事项, 一个命题可以写成 “如果…那么…” 形式.

2、有些命题的正确性是用推理证实的, 这样的真命题叫做定理.

3、定理是真命题, 但真命题不一定是定理.

4、命题写成 “如果…, 那么…” 的形式, 这时, “如果” 后面接的部分是题设, “那么” 后面解的部分是结论.

5、命题的 “真” “假” 是就命题的内容而言. 任何一个命题非真即假. 要说明一个命题的正确性, 一般需要推理、论证, 而判断一个命题是假命题, 只需举出一个反例即可.

39. 轴对称的性质

(1) 如果两个图形关于某直线对称, 那么对称轴是任何一对对应点所连线段的垂直平分线. 由轴对称的性质得到一下结论:

- ① 如果两个图形的对应点的连线被同一条直线垂直平分, 那么这两个图形关于这条直线对称;
- ② 如果两个图形成轴对称, 我们只要找到一对对应点, 作出连接它们的线段的垂直平分线, 就可以得到这两个图形的对称轴.

(2) 轴对称图形的对称轴也是任何一对对应点所连线段的垂直平分线.

40. 翻折变换 (折叠问题)

1、翻折变换 (折叠问题) 实质上就是轴对称变换.

2、折叠的性质: 折叠是一种对称变换, 它属于轴对称, 折叠前后图形的形状和大小不变, 位置变化, 对应边和对应角相等.

3、在解决实际问题时, 对于折叠较为复杂的问题可以实际操作图形的折叠, 这样便于找到图形间的关系.

首先清楚折叠和轴对称能够提供给我们隐含的并且可利用的条件. 解题时, 我们常常设要求的线段长为 x , 然后根据折叠和轴对称的性质用含 x 的代数式表示其他线段的长度, 选择适当的直角三角形, 运用勾股定理列出方程求出答案. 我们运用方程解决时, 应认真审题设出正确的未知数.

41. 关于原点对称的点的坐标

关于原点对称的点的坐标特点

(1) 两个点关于原点对称时, 它们的坐标符号相反, 即点 $P(x, y)$ 关于原点 O 的对称点是 $P'(-x, -y)$.

(2) 关于原点对称的点或图形属于中心对称, 它是中心对称在平面直角坐标系中的应用, 它具有中心对称的所有性质. 但它主要是用坐标变化确定图形.

注意: 运用时要熟练掌握, 可以不用图画和结合坐标系, 只根据符号变化直接写出对应点的坐标.

42. 几何变换综合题

几何变换综合题.

43. 相似三角形的判定与性质

(1) 相似三角形相似多边形的特殊情形, 它沿袭相似多边形的定义, 从对应边的比相等和

对应角相等两方面下定义; 反过来, 两个三角形相似也有对应角相等, 对应边的比相等.

(2) 三角形相似的判定一直是中考考查的热点之一, 在判定两个三角形相似时, 应注意利用图形中已有的公共角、公共边等隐含条件, 以充分发挥基本图形的作用, 寻找相似三角形的一般方法是通过作平行线构造相似三角形; 或依据基本图形对图形进行分解、组合; 或作辅助线构造相似三角形, 判定三角形相似的方法有事可单独使用, 有时需要综合运用. 无论是单独使用还是综合运用, 都要具备应有的条件方可.

44. 特殊角的三角函数值

(1) 特指 30° 、 45° 、 60° 角的各种三角函数值.

$\sin 30^\circ$; $\cos 30^\circ$; $\tan 30^\circ$;

$\sin 45^\circ$; $\cos 45^\circ$; $\tan 45^\circ = 1$;

$\sin 60^\circ$; $\cos 60^\circ$; $\tan 60^\circ$;

(2) 应用中要熟记特殊角的三角函数值, 一是按值的变化规律去记, 正弦逐渐增大, 余弦逐渐减小, 正切逐渐增大; 二是按特殊直角三角形中各边特殊值规律去记.

(3) 特殊角的三角函数值应用广泛, 一是它可以当作数进行运算, 二是具有三角函数的特点, 在解直角三角形中应用较多.

45. 解直角三角形

(1) 解直角三角形的定义

在直角三角形中, 由已知元素求未知元素的过程就是解直角三角形.

(2) 解直角三角形要用到的关系

① 锐角直角的关系: $\angle A + \angle B = 90^\circ$;

② 三边之间的关系: $a^2 + b^2 = c^2$;

③ 边角之间的关系:

$\sin A = \angle A$ 的对边斜边 $= \frac{a}{c}$, $\cos A = \angle A$ 的邻边斜边 $= \frac{b}{c}$, $\tan A = \angle A$ 的对边 $\angle A$ 的邻边 $= \frac{a}{b}$.

(a , b , c 分别是 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的对边)

46. 简单组合体的三视图

(1) 画简单组合体的三视图要循序渐进, 通过仔细观察和想象, 再画它的三视图.

(2) 视图中每一个闭合的线框都表示物体上的一个平面, 而相连的两个闭合线框常不在一个平面上.

(3) 画物体的三视图的口诀为:

主、俯：长对正；

主、左：高平齐；

俯、左：宽相等。

47. 由三视图判断几何体

(1) 由三视图想象几何体的形状，首先，应分别根据主视图、俯视图和左视图想象几何体的前面、上面和左侧面的形状，然后综合起来考虑整体形状。

(2) 由物体的三视图想象几何体的形状是有一定难度的，可以从以下途径进行分析：

- ① 根据主视图、俯视图和左视图想象几何体的前面、上面和左侧面的形状，以及几何体的长、宽、高；
- ② 从实线和虚线想象几何体看得见部分和看不见部分的轮廓线；
- ③ 熟记一些简单的几何体的三视图对复杂几何体的想象会有帮助；
- ④ 利用由三视图画几何体与有几何体画三视图的互逆过程，反复练习，不断总结方法。

48. 用样本估计总体

用样本估计总体是统计的基本思想。

1、用样本的频率分布估计总体分布：

从一个总体得到一个包含大量数据的样本，我们很难从一个个数字中直接看出样本所包含的信息。这时，我们用频率分布直方图来表示相应样本的频率分布，从而去估计总体的分布情况。

2、用样本的数字特征估计总体的数字特征（主要数据有众数、中位数、平均数、标准差与方差）。

一般来说，用样本去估计总体时，样本越具有代表性、容量越大，这时对总体的估计也就越精确。

49. 频数（率）分布表

1、在统计数据时，经常把数据按照不同的范围分成几个组，分成的组的个数称为组数，每一组两个端点的差称为组距，称这样画出的统计图表为频数分布表。

2、列频率分布表的步骤：

- (1) 计算极差，即计算最大值与最小值的差。
- (2) 决定组距与组数（组数与样本容量有关，一般来说样本容量越大，分组就越多，样本容量不超过 100 时，按数据的多少，常分成 5~12 组）。
- (3) 将数据分组。
- (4) 列频率分布表。

50. 频数(率)分布直方图

画频率分布直方图的步骤:

(1) 计算极差, 即计算最大值与最小值的差. (2) 决定组距与组数 (组数与样本容量有关, 一般来说样本容量越大, 分组就越多, 样本容量不超过 100 时, 按数据的多少, 常分成 5~12 组). (3) 确定分点, 将数据分组. (4) 列频率分布表. (5) 绘制频率分布直方图.

注: ①频率分布表列出的是在各个不同区间内取值的频率, 频率分布直方图是用小长方形面积的大小来表示在各个区间内取值的频率. 直角坐标系中的纵轴表示频率与组距的比值, 即小长方形面积 = 组距 × 频数组距 = 频率. ②各组频率的和等于 1, 即所有长方形面积的和等于 1. ③频率分布表在数量表示上比较确切, 但不够直观、形象, 不利于分析数据分布的总体态势. ④从频率分布直方图可以清楚地看出数据分布的总体态势, 但是从直方图本身得不出原始的数据内容.

51. 扇形统计图

(1) 扇形统计图是用整个圆表示总数用圆内各个扇形的大小表示各部分数量占总数的百分数. 通过扇形统计图可以很清楚地表示出各部分数量同总数之间的关系. 用整个圆的面积表示总数 (单位 1), 用圆的扇形面积表示各部分占总数的百分数.

(2) 扇形图的特点: 从扇形图上可以清楚地看出各部分数量和总数量之间的关系.

(3) 制作扇形图的步骤

① 根据有关数据先算出各部分在总体中所占的百分数, 再算出各部分圆心角的度数, 公式是各部分扇形圆心角的度数 = 部分占总体的百分比 × 360°. ② 按比例取适当半径画一个圆; 按扇形圆心角的度数用量角器在圆内量出各个扇形的圆心角的度数; ④ 在各扇形内写上相应的名称及百分数, 并用不同的标记把各扇形区分开来.

52. 中位数

(1) 中位数:

将一组数据按照从小到大 (或从大到小) 的顺序排列, 如果数据的个数是奇数, 则处于中间位置的数就是这组数据的中位数.

如果这组数据的个数是偶数, 则中间两个数据的平均数就是这组数据的中位数.

(2) 中位数代表了这组数据值大小的“中点”, 不易受极端值影响, 但不能充分利用所有数据的信息.

(3) 中位数仅与数据的排列位置有关, 某些数据的移动对中位数没有影响, 中位数可能出

现在所给数据中也可能不在所给的数据中出现, 当一组数据中的个别数据变动较大时, 可用中位数描述其趋势.

53. 众数

(1) 一组数据中出现次数最多的数据叫做众数.

(2) 求一组数据的众数的方法: 找出频数最多的那个数据, 若几个数据频数都是最多且相同, 此时众数就是这多个数据.

(3) 众数不易受数据中极端值的影响. 众数也是数据的一种代表数, 反映了一组数据的集中程度, 众数可作为描述一组数据集中趋势的量. .

54. 概率公式

(1) 随机事件 A 的概率 $P(A) = \frac{\text{事件 } A \text{ 可能出现的结果数}}{\text{所有可能出现的结果数}}$.

(2) $P(\text{必然事件}) = 1$.

(3) $P(\text{不可能事件}) = 0$.