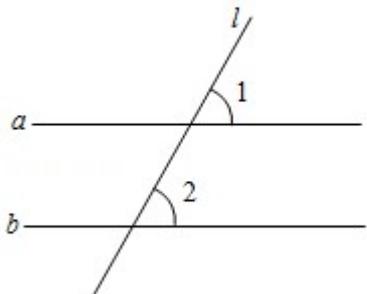


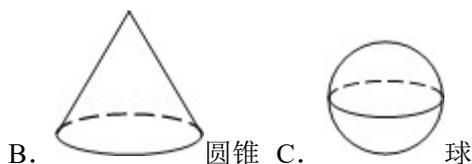
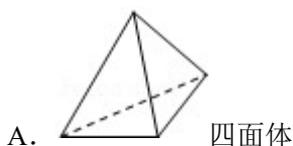
2019 年广西百色市中考数学试卷

一、选择照 (本大题共 12 小题, 每小题 3 分, 共 6 分, 在每小题给出的四个选项中只有一项是符合要求的)

1. (3 分) (2019•百色) 三角形的内角和等于()
 A. 90° B. 180° C. 270° D. 360°
2. (3 分) (2019•百色) 如图, 已知 $a \parallel b$, $\angle 1 = 58^\circ$, 则 $\angle 2$ 的大小是()

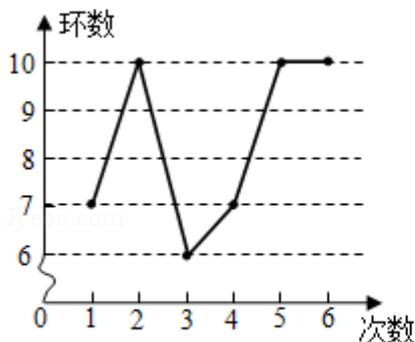


- A. 122° B. 85° C. 58° D. 32
3. (3 分) (2019•百色) 一组数据 2, 6, 4, 10, 8, 12 的中位数是()
 A. 6 B. 7 C. 8 D. 9
4. (3 分) (2019•百色) 方程 $\frac{1}{x+1} = 1$ 的解是()
 A. 无解 B. $x = -1$ C. $x = 0$ D. $x = 1$
5. (3 分) (2019•百色) 下列几何体中, 俯视图不是圆的是()

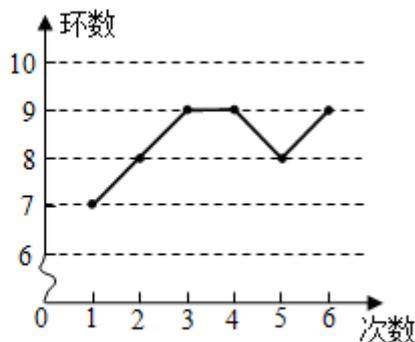


6. (3 分) (2019•百色) 一周时间有 604800 秒, 604800 用科学记数法表示为()
 A. 6048×10^2 B. 6.048×10^5 C. 6.048×10^6 D. 0.6048×10^6
7. (3 分) (2019•百色) 下列图形, 既是轴对称图形又是中心对称图形的是()

- A. 正三角形
B. 正五边形
C. 等腰直角三角形
D. 矩形
8. (3分) (2019•百色) 不等式组 $\begin{cases} 12-2x < 20 \\ 3x-6 \geq 0 \end{cases}$ 的解集是()
- A. $-4 < x \leq 6$ B. $x \leq -4$ 或 $x > 2$ C. $-4 < x \leq 2$ D. $2 \leq x < 4$
9. (3分) (2019•百色) 抛物线 $y = x^2 + 6x + 7$ 可由抛物线 $y = x^2$ 如何平移得到的()
- A. 先向左平移 3 个单位, 再向下平移 2 个单位
B. 先向左平移 6 个单位, 再向上平移 7 个单位
C. 先向上平移 2 个单位, 再向左平移 3 个单位
D. 先向右平移 3 个单位, 再向上平移 2 个单位
10. (3分) (2019•百色) 小韦和小黄进行射击比赛, 各射击 6 次, 根据成绩绘制的两幅折线统计图如下, 以下判断正确的是()

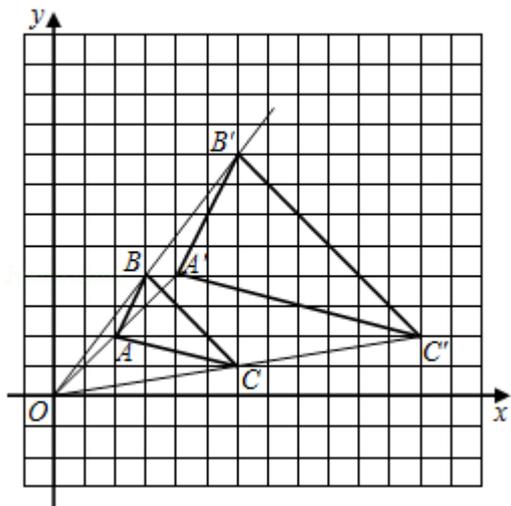


小韦的成绩

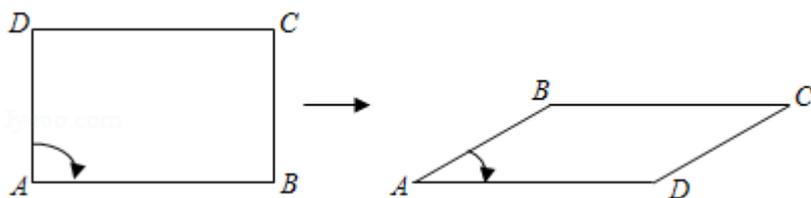


小黄的成绩

- A. 小黄的成绩比小韦的成绩更稳定
B. 两人成绩的众数相同
C. 小韦的成绩比小黄的成绩更稳定
D. 两人的平均成绩不相同
11. (3分) (2019•百色) 下列四个命题:
- ①两直线平行, 内错角相等; ②对顶角相等; ③等腰三角形的两个底角相等; ④菱形的对角线互相垂直
- 其中逆命题是真命题的是()
- A. ①②③④ B. ①③④ C. ①③ D. ①
12. (3分) (2019•百色) 阅读理解:



18. (3分) (2019•百色) 四边形具有不稳定性. 如图, 矩形 $ABCD$ 按箭头方向变形成平行四边形 $A'B'C'D'$, 当变形后图形面积是原图形面积的一半时, 则 $\angle A' = \underline{\hspace{2cm}}$.



三、解答题 (本大题共 8 小题, 共 66 分, 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

19. (6分) (2019•百色) 计算: $(-1)^3 + \sqrt{9} - (\pi - 112)^0 - 2\sqrt{3} \tan 60^\circ$

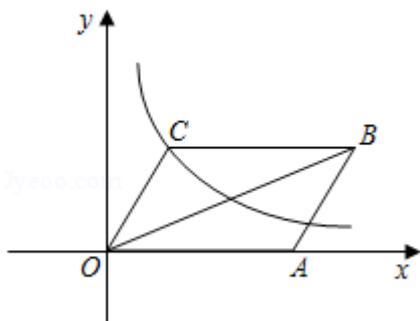
20. (6分) (2019•百色) 求式子 $\frac{3}{m-3} \div \frac{4}{m^2-9}$ 的值, 其中 $m = -2019$.

21. (6分) (2019•百色) 如图, 已知平行四边形 $OABC$ 中, 点 O 为坐标原点, 点 $A(3,0)$,

$C(1,2)$, 函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的图象经过点 C .

(1) 求 k 的值及直线 OB 的函数表达式;

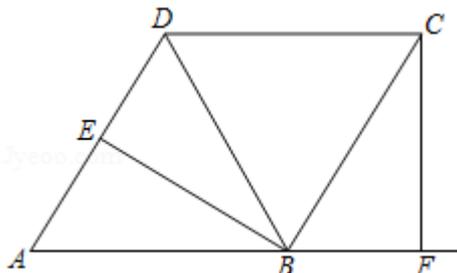
(2) 求四边形 $OABC$ 的周长.



22. (8分) (2019•百色) 如图, 菱形 $ABCD$ 中, 作 $BE \perp AD$ 、 $CF \perp AB$, 分别交 AD 、 AB 的延长线于点 E 、 F .

(1) 求证: $AE = BF$;

(2) 若点 E 恰好是 AD 的中点, $AB = 2$, 求 BD 的值.



23. (8分) (2019•百色) 九年级 (1) 班全班 50 名同学组成五个不同的兴趣爱好小组, 每人都参加且只能参加一个小组, 统计 (不完全) 人数如下表:

编号	一	二	三	四	五
人数	a	15	20	10	b

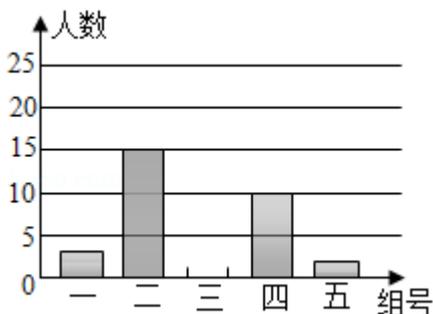
已知前面两个小组的人数之比是 1:5.

解答下列问题:

(1) $a + b = \underline{\hspace{2cm}}$.

(2) 补全条形统计图:

(3) 若从第一组和第五组中任选两名同学, 求这两名同学是同一组的概率. (用树状图或列表把所有可能都列出来)



24. (10分) (2019•百色) 一艘轮船在相距 90 千米的甲、乙两地之间匀速航行, 从甲地到乙地顺流航行用 6 小时, 逆流航行比顺流航行多用 4 小时.

(1) 求该轮船在静水中的速度和水流速度;

(2) 若在甲、乙两地之间建立丙码头, 使该轮船从甲地到丙地和从乙地到丙地所用的航行时间相同, 问甲、丙两地相距多少千米?

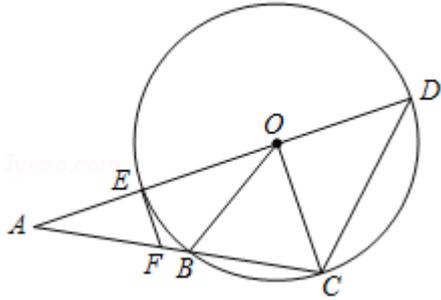
25. (10分) (2019•百色) 如图, 已知 AC 、 AD 是 $\odot O$ 的两条割线, AC 与 $\odot O$ 交于 B 、

C 两点, AD 过圆心 O 且与 $\odot O$ 交于 E 、 D 两点, OB 平分 $\angle AOC$.

(1) 求证: $\triangle ACD \sim \triangle ABO$;

(2) 过点 E 的切线交 AC 于 F , 若 $EF \parallel OC$, $OC = 3$, 求 EF 的值. [提示:

$$(\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} - 1) = 1]$$



26. (12分) (2019·百色) 已知抛物线 $y = mx^2$ 和直线 $y = -x + b$ 都经过点 $M(-2, 4)$, 点

O 为坐标原点, 点 P 为抛物线上的动点, 直线 $y = -x + b$ 与 x 轴、 y 轴分别交于 A 、 B 两点.

(1) 求 m 、 b 的值;

(2) 当 $\triangle PAM$ 是以 AM 为底边的等腰三角形时, 求点 P 的坐标;

(3) 满足 (2) 的条件时, 求 $\sin \angle BOP$ 的值.

2019 年广西百色市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择照 (本大题共 12 小题, 每小题 3 分, 共 6 分, 在每小题给出的四个选项中只有一项是符合要求的)

1. (3 分) 三角形的内角和等于 ()

- A. 90° B. 180° C. 270° D. 360°

【考点】 K7: 三角形内角和定理

【专题】 552: 三角形

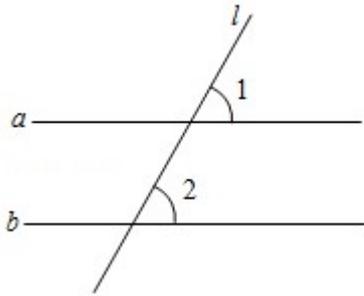
【分析】 根据三角形的内角和定理进行解答便可.

【解答】 解: 因为三角形的内角和等于 180 度,

故选: B.

【点评】 本题主要考查了三角形的内角和定理, 熟记“三角形的内角和等于 180 度”是解题的关键.

2. (3 分) 如图, 已知 $a \parallel b$, $\angle 1 = 58^\circ$, 则 $\angle 2$ 的大小是 ()



- A. 122° B. 85° C. 58° D. 32

【考点】 JA: 平行线的性质

【专题】 551: 线段、角、相交线与平行线

【分析】 根据平行线的性质进行解答便可.

【解答】 解: $\because a \parallel b$,

$$\therefore \angle 1 = \angle 2,$$

$$\therefore \angle 1 = 58^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 = 58^\circ,$$

故选: C.

【点评】 本题主要考查了平行线的性质：两直线平行，同位角相等，是一个基础题，关键是熟记定理。

3. (3分) 一组数据 2, 6, 4, 10, 8, 12 的中位数是()

- A. 6 B. 7 C. 8 D. 9

【考点】 W4：中位数

【专题】 542：统计的应用

【分析】 将数据重新排列，再根据中位数的概念求解可得。

【解答】 解：将数据重新排列为 2、4、6、8、10、12，

所以这组数据的中位数为 $\frac{6+8}{2} = 7$ ，

故选：B。

【点评】 本题主要考查中位数，解题的关键是掌握将一组数据按照从小到大（或从大到小）的顺序排列，如果数据的个数是奇数，则处于中间位置的数就是这组数据的中位数。如果这组数据的个数是偶数，则中间两个数据的平均数就是这组数据的中位数。

4. (3分) 方程 $\frac{1}{x+1} = 1$ 的解是()

- A. 无解 B. $x = -1$ C. $x = 0$ D. $x = 1$

【考点】 B3：解分式方程；B2：分式方程的解

【专题】 522：分式方程及应用

【分析】 移项可得 $\frac{1}{x+1} - 1 = \frac{-x}{x+1} = 0$ ，可得 $x = 0$ ；

【解答】 解： $\frac{1}{x+1} = 1$ ，

\therefore 移项可得 $\frac{1}{x+1} - 1 = \frac{-x}{x+1} = 0$ ，

$\therefore x = 0$ ，

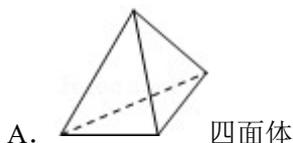
经检验 $x = 0$ 是方程的根，

\therefore 方程的根是 $x = 0$ ；

故选：C。

【点评】 本题考查分式方程的解法；掌握分式方程的求解方法，验根是关键。

5. (3分) 下列几何体中，俯视图不是圆的是()



【考点】U1：简单几何体的三视图

【专题】55F：投影与视图

【分析】分别找出从图形的上面看所得到的图形即可.

【解答】解： A 、俯视图是三角形，故此选项正确；

B 、俯视图是圆，故此选项错误；

C 、俯视图是圆，故此选项错误；

D 、俯视图是圆，故此选项错误；

故选： A .

【点评】此题主要考查了简单几何体的三视图，关键是掌握俯视图是从几何体的上面看所得到的图形.

6. (3分) 一周时间有 604800 秒，604800 用科学记数法表示为()

- A. 6048×10^2 B. 6.048×10^5 C. 6.048×10^6 D. 0.6048×10^6

【考点】1I：科学记数法—表示较大的数

【专题】511：实数

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数.

【解答】解：数字 604800 用科学记数法表示为 6.048×10^5 .

故选： B .

【点评】此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

7. (3分) 下列图形，既是轴对称图形又是中心对称图形的是()

- A. 正三角形
B. 正五边形
C. 等腰直角三角形
D. 矩形

【考点】P3: 轴对称图形; R5: 中心对称图形

【专题】558: 平移、旋转与对称

【分析】根据轴对称图形与中心对称图形的概念求解.

【解答】解: A. 正三角形是轴对称图形, 不是中心对称图形;

B. 正五边形是轴对称图形, 不是中心对称图形;

C. 等腰直角三角形是轴对称图形, 不是中心对称图形;

D. 矩形是轴对称图形, 也是中心对称图形;

故选: D.

【点评】本题考查了中心对称图形与轴对称图形的概念. 轴对称图形的关键是寻找对称轴, 图形两部分折叠后可重合; 中心对称图形是要寻找对称中心, 旋转 180 度后两部分重合.

8. (3分) 不等式组 $\begin{cases} 12 - 2x < 20 \\ 3x - 6 \geq 0 \end{cases}$ 的解集是 ()

- A. $-4 < x \leq 6$ B. $x \leq -4$ 或 $x > 2$ C. $-4 < x \leq 2$ D. $2 \leq x < 4$

【考点】CB: 解一元一次不等式组

【专题】524: 一元一次不等式 (组) 及应用

【分析】分别求出每一个不等式的解集, 根据口诀: 同大取大、同小取小、大小小大中间找、大大小小无解了确定不等式组的解集.

【解答】解: 解不等式 $12 - 2x < 20$, 得: $x > -4$,

解不等式 $3x - 6 \geq 0$, 得: $x \geq 2$,

则不等式组的解集为 $-4 < x \leq 2$.

故选: C.

【点评】本题考查的是解一元一次不等式组, 正确求出每一个不等式解集是基础, 熟知“同大取大; 同小取小; 大小小大中间找; 大大小小找不到”的原则是解答此题的关键.

9. (3分) 抛物线 $y = x^2 + 6x + 7$ 可由抛物线 $y = x^2$ 如何平移得到的 ()

- A. 先向左平移 3 个单位, 再向下平移 2 个单位
B. 先向左平移 6 个单位, 再向上平移 7 个单位
C. 先向上平移 2 个单位, 再向左平移 3 个单位
D. 先向右平移 3 个单位, 再向上平移 2 个单位

【考点】H6: 二次函数图象与几何变换

【专题】535: 二次函数图象及其性质

【分析】按照“左加右减, 上加下减”的规律求则可.

【解答】解: 因为 $y = x^2 + 6x + 7 = (x + 3)^2 - 2$.

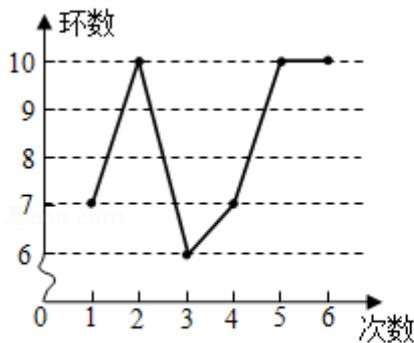
所以将抛物线 $y = x^2$ 先向左平移 3 个单位, 再向下平移 2 个单位即可得到抛物线

$$y = x^2 + 6x + 7.$$

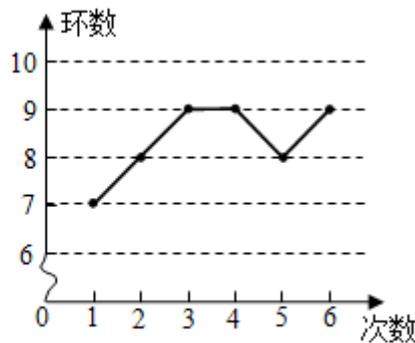
故选: A.

【点评】考查了抛物线的平移以及抛物线解析式的变化规律: 左加右减, 上加下减.

10. (3 分) 小韦和小黄进行射击比赛, 各射击 6 次, 根据成绩绘制的两幅折线统计图如下, 以下判断正确的是 ()



小韦的成绩



小黄的成绩

- A. 小黄的成绩比小韦的成绩更稳定
- B. 两人成绩的众数相同
- C. 小韦的成绩比小黄的成绩更稳定
- D. 两人的平均成绩不相同

【考点】VD: 折线统计图; W5: 众数; W7: 方差

【专题】542: 统计的应用

【分析】根据折线统计图得出两人成绩的波动幅度, 结合众数、平均数和方差的定义逐一判断即可得.

【解答】解: A, 由折线统计图知, 小黄的成绩波动幅度小, 成绩更稳定, 此选项正确, C 选项错误;

B. 小韦成绩的众数为 10 环, 小黄成绩的众数为 9 环, 此选项错误;

D. 小韦成绩的平均数为 $\frac{6+7 \times 2+10 \times 3}{6} = \frac{25}{3}$, 小黄的平均成绩为 $\frac{7+8 \times 2+9 \times 3}{6} = \frac{25}{3}$,

此选项错误;

故选: A.

【点评】 此题考查了折线统计图, 方差, 平均数, 弄清题意是解本题的关键.

11. (3分) 下列四个命题:

①两直线平行, 内错角相等; ②对顶角相等; ③等腰三角形的两个底角相等; ④菱形的对角线互相垂直

其中逆命题是真命题的是()

- A. ①②③④ B. ①③④ C. ①③ D. ①

【考点】 O1: 命题与定理

【专题】 553: 图形的全等

【分析】 首先写出各个命题的逆命题, 然后进行判断即可.

【解答】 解: ①两直线平行, 内错角相等; 其命题: 内错角相等两直线平行是真命题;

②对顶角相等, 其逆命题: 相等的角是对顶角是假命题;

③等腰三角形的两个底角相等, 其逆命题: 有两个角相等的三角形是等腰三角形是真命题;

④菱形的对角线互相垂直, 其逆命题: 对角线互相垂直的四边形是菱形是假命题;

故选: C.

【点评】 本题主要考查了写一个命题的逆命题的方法, 首先要分清命题的条件与结论.

12. (3分) 阅读理解:

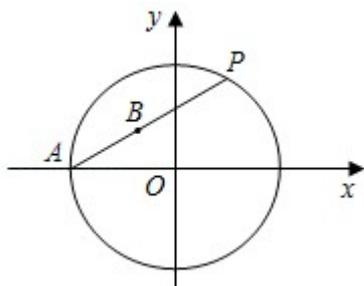
已知两点 $M(x_1, y_1)$, $N(x_2, y_2)$, 则线段 MN 的中点 $K(x, y)$ 的坐标公式为: $x = \frac{x_1 + x_2}{2}$,

$$y = \frac{y_1 + y_2}{2}.$$

如图, 已知点 O 为坐标原点, 点 $A(-3, 0)$, $\odot O$ 经过点 A , 点 B 为弦 PA 的中点. 若点

$P(a, b)$, 则有 a, b 满足等式: $a^2 + b^2 = 9$.

设 $B(m, n)$, 则 m, n 满足的等式是()



A. $m^2 + n^2 = 9$

B. $(\frac{m-3}{2})^2 + (\frac{n}{2})^2 = 9$

C. $(2m+3)^2 + (2n)^2 = 3$

D. $(2m+3)^2 + 4n^2 = 9$

【考点】D5：坐标与图形性质

【专题】531：平面直角坐标系

【分析】根据中点坐标公式求得点 B 的坐标，然后代入 a，b 满足的等式.

【解答】解：∵ 点 A(-3,0)，点 P(a,b)，点 B(m,n) 为弦 PA 的中点，

$$\therefore m = \frac{-3+a}{2}, \quad n = \frac{0+b}{2}.$$

$$\therefore a = 2m+3, \quad b = 2n.$$

又 a，b 满足等式： $a^2 + b^2 = 9$ ，

$$\therefore (2m+3)^2 + 4n^2 = 9.$$

故选：D.

【点评】考查了坐标与图形性质，解题的关键是理解中点坐标公式，难度不大.

二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分）

13. （3 分）-16 的相反数是 16.

【考点】14：相反数

【专题】511：实数

【分析】根据相反数的含义，可得求一个数的相反数的方法就是在这个数的前边添加“-”，据此解答即可.

【解答】解：-16 的相反数是 16.

故答案为：16

【点评】此题主要考查了相反数的含义以及求法，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确：相反数是成对出现的，不能单独存在；求一个数的相反数的方法就是在这个数的前边添加

“ - ” .

14. (3分) 若式子 $\sqrt{x-108}$ 在实数范围内有意义, 则 x 的取值范围是 $x \geq 108$.

【考点】72: 二次根式有意义的条件

【专题】514: 二次根式

【分析】根据被开方数是非负数, 可得答案.

【解答】解: 由 $\sqrt{x-108}$ 在实数范围内有意义, 得 $x-108 \geq 0$.

解得 $x \geq 108$,

故答案是: $x \geq 108$.

【点评】本题考查了二次根式有意义的条件, 利用被开方数是非负数得出不等式是解题关键.

15. (3分) 编号为 2, 3, 4, 5, 6 的乒乓球放在不透明的袋内, 从中任抽一个球, 抽中

编号是偶数的概率是 $\frac{3}{5}$.

【考点】X4: 概率公式

【专题】543: 概率及其应用

【分析】直接利用概率公式求解可得.

【解答】解: 在这 5 个乒乓球中, 编号是偶数的有 3 个,

所以编号是偶数的概率为 $\frac{3}{5}$,

故答案为: $\frac{3}{5}$.

【点评】此题主要考查了概率公式, 关键是掌握随机事件 A 的概率 $P(A) = \frac{\text{事件 } A \text{ 可能出现的结果数}}{\text{所有可能出现的结果数}}$.

16. (3分) 观察一列数: $-3, 0, 3, 6, 9, 12, \dots$, 按此规律, 这一列数的第 21 个数是 57 .

【考点】37: 规律型: 数字的变化类

【专题】512: 整式; 2A: 规律型

【分析】根据数列中的已知数得出这列数的第 n 个数为 $-3 + 3(n-1) = 3n - 6$, 据此求解可得.

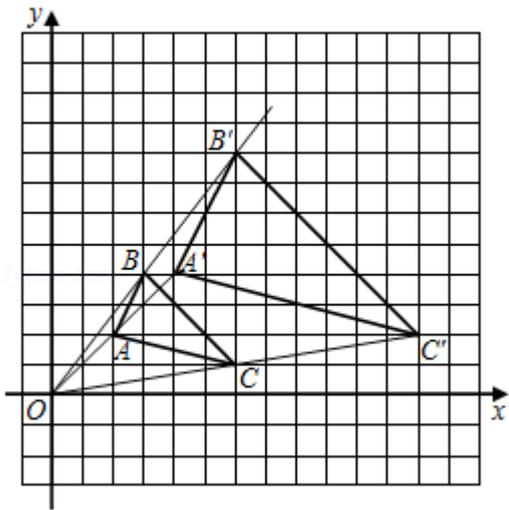
【解答】解: 由题意知, 这列数的第 n 个数为 $-3 + 3(n-1) = 3n - 6$,

当 $n = 21$ 时, $3n - 6 = 3 \times 21 - 6 = 57$,

故答案为: 57.

【点评】 本题主要考查数字的变化类, 解题的关键是得出数列的变化规律: 每次增加 3.

17. (3 分) 如图, $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 是以坐标原点 O 为位似中心的位似图形, 若点 $A(2,2)$, $B(3,4)$, $C(6,1)$, $B'(6,8)$, 则 $\triangle A'B'C'$ 的面积为 18.



【考点】 SC : 位似变换; $D5$: 坐标与图形性质

【专题】 558: 平移、旋转与对称

【分析】 直接利用位似图形的性质得出对应点位置进而得出答案.

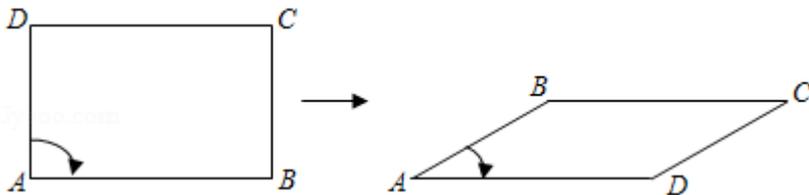
【解答】 解: $\because \triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 是以坐标原点 O 为位似中心的位似图形, 点 $A(2,2)$, $B(3,4)$, $C(6,1)$, $B'(6,8)$,
 $\therefore A'(4,4)$, $C'(12,2)$,

$$\therefore \triangle A'B'C' \text{ 的面积为: } 6 \times 8 - \frac{1}{2} \times 2 \times 4 - \frac{1}{2} \times 6 \times 6 - \frac{1}{2} \times 2 \times 8 = 18.$$

故答案为: 18.

【点评】 此题主要考查了位似变换以及三角形面积求法, 正确得出对应点位置是解题关键.

18. (3 分) 四边形具有不稳定性. 如图, 矩形 $ABCD$ 按箭头方向变形为平行四边形 $A'B'C'D'$, 当变形后图形面积是原图形面积的一半时, 则 $\angle A' = \underline{30^\circ}$.



【考点】 $L1$: 多边形; $K4$: 三角形的稳定性

【专题】 556: 矩形 菱形 正方形; 554: 等腰三角形与直角三角形

【分析】 根据矩形和平行四边形的面积公式可知, 平行四边形 $A'B'C'D'$ 的底边 AD 边上的高

等于 AD 的一半, 据此可得 $\angle A'$ 为 30° .

【解答】解: $\because S_{\text{平行四边形}ABCD} = \frac{1}{2} S_{\text{矩形}ABCD}$,

\therefore 平行四边形 $A'B'C'D'$ 的底边 AD 边上的高等于 AD 的一半,

$\therefore \angle A' = 30^\circ$.

故答案为: 30°

【点评】本题主要考查了四边形的不稳定性、矩形与平行四边形的面积公式、 30° 角所对的直角边等于斜边的一半, 熟记特殊角的三角函数值是解答本题的关键.

三、解答题 (本大题共 8 小题, 共 66 分, 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

19. (6 分) 计算: $(-1)^3 + \sqrt{9} - (\pi - 112)^0 - 2\sqrt{3} \tan 60^\circ$

【考点】 $T5$: 特殊角的三角函数值; $2C$: 实数的运算; $6E$: 零指数幂

【专题】511: 实数

【分析】根据实数的运算法则, 特殊角的三角函数值, 算术平方根的运算分别进行化简即可;

【解答】解: 原式 $= -1 + 3 - 1 - 2\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 1 - 2 \times 3 = -5$;

【点评】本题考查实数的运算, 零指数幂, 特殊角的三角函数值; 牢记特殊角的三角函数值, 掌握实数的运算性质是解题的关键.

20. (6 分) 求式子 $\frac{3}{m-3} \div \frac{4}{m^2-9}$ 的值, 其中 $m = -2019$.

【考点】 $6D$: 分式的化简求值

【专题】11: 计算题; 513: 分式

【分析】先根据分式的混合运算顺序和运算法则化简原式, 再将 m 的值代入计算可得.

【解答】解: 原式 $= \frac{3}{m-3} \cdot \frac{(m+3)(m-3)}{4}$

$$= \frac{3}{4}(m+3),$$

当 $m = -2019$ 时,

$$\text{原式} = \frac{3}{4} \times (-2019 + 3)$$

$$= \frac{3}{4} \times (-2016)$$

$$= -1512.$$

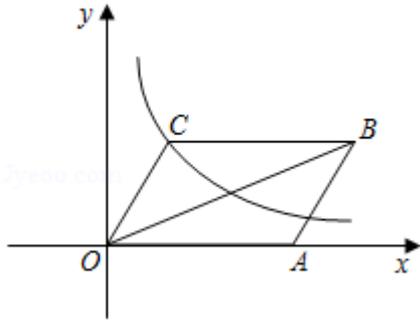
【点评】本题主要考查分式的化简求值, 解题的关键是掌握分式的混合运算顺序和运算法则.

21. (6分) 如图, 已知平行四边形 $OABC$ 中, 点 O 为坐标原点, 点 $A(3,0)$, $C(1,2)$, 函

数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的图象经过点 C .

(1) 求 k 的值及直线 OB 的函数表达式;

(2) 求四边形 $OABC$ 的周长.



【考点】 $G7$: 待定系数法求反比例函数解析式; $G6$: 反比例函数图象上点的坐标特征;

FA : 待定系数法求一次函数解析式; $L5$: 平行四边形的性质

【专题】 534: 反比例函数及其应用; 533: 一次函数及其应用; 555: 多边形与平行四边形

【分析】 (1) 根据函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的图象经过点 C , 可以求得 k 的值, 再根据平行四边形的性质即可求得点 B 的坐标, 从而可以求得直线 OB 的函数解析式;

(2) 根据题目中各点的坐标, 可以求得平行四边形各边的长, 从而可以求得平行四边形的周长.

【解答】 解: (1) 依题意有: 点 $C(1,2)$ 在反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的图象上,

$$\therefore k = xy = 2,$$

$$\therefore A(3,0)$$

$$\therefore CB = OA = 3,$$

又 $CB \parallel x$ 轴,

$$\therefore B(4,2),$$

设直线 OB 的函数表达式为 $y = ax$,

$$\therefore 2 = 4a,$$

$$\therefore a = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \text{直线 } OB \text{ 的函数表达式为 } y = \frac{1}{2}x;$$

(2) 作 $CD \perp OA$ 于点 D ,

$\therefore C(1,2)$,

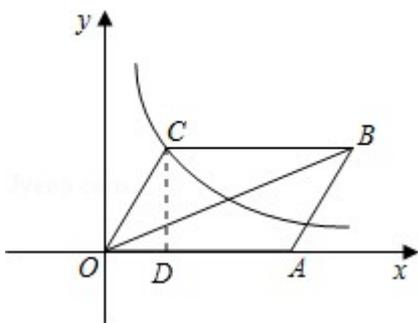
$$\therefore OC = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5},$$

在平行四边形 $OABC$ 中,

$$CB = OA = 3, \quad AB = OC = \sqrt{5},$$

$$\therefore \text{四边形 } OABC \text{ 的周长为: } 3 + 3 + \sqrt{5} + \sqrt{5} = 6 + 2\sqrt{5},$$

即四边形 $OABC$ 的周长为 $6 + 2\sqrt{5}$.

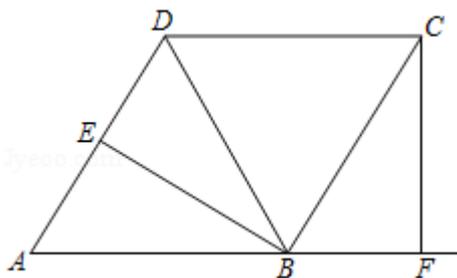


【点评】 本题考查待定系数法求反比例函数解析式和一次函数解析式, 反比例函数图象上点的坐标特征、平行四边形的性质, 解答本题的关键是明确题意, 利用数形结合的思想解答.

22. (8分) 如图, 菱形 $ABCD$ 中, 作 $BE \perp AD$ 、 $CF \perp AB$, 分别交 AD 、 AB 的延长线于点 E 、 F .

(1) 求证: $AE = BF$;

(2) 若点 E 恰好是 AD 的中点, $AB = 2$, 求 BD 的值.



【考点】 $L8$: 菱形的性质; KD : 全等三角形的判定与性质

【专题】 553: 图形的全等; 556: 矩形 菱形 正方形

【分析】 (1) 由“ AAS ”可证 $\triangle AEB \cong \triangle BFC$, 可得 $AE = BF$;

(2) 由线段垂直平分线的性质可得 $BD = AB = 2$.

【解答】 (1) 证明: 四边形 $ABCD$ 是菱形

$$\therefore AB = BC, AD \parallel BC$$

$$\therefore \angle A = \angle CBF$$

$$\because BE \perp AD, CF \perp AB$$

$$\therefore \angle AEB = \angle BFC = 90^\circ$$

$$\therefore \triangle AEB \cong \triangle BFC (AAS)$$

$$\therefore AE = BF$$

(2) $\because E$ 是 AD 中点, 且 $BE \perp AD$

\therefore 直线 BE 为 AD 的垂直平分线

$$\therefore BD = AB = 2$$

【点评】 本题考查了菱形的性质, 全等三角形的判定和性质, 线段垂直平分线的性质, 熟练运用菱形的性质是本题的关键.

23. (8分) 九年级(1)班全班 50 名同学组成五个不同的兴趣爱好小组, 每人都参加且只能参加一个小组, 统计(不完全)人数如下表:

编号	一	二	三	四	五
人数	a	15	20	10	b

已知前面两个小组的人数之比是 1:5.

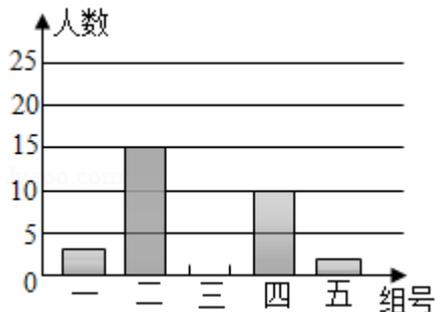
解答下列问题:

(1) $a + b = \underline{5}$.

(2) 补全条形统计图:

(3) 若从第一组和第五组中任选两名同学, 求这两名同学是同一组的概率. (用树状图或

列表把所有可能都列出来)



【考点】 $X6$: 列表法与树状图法; VA : 统计表; VC : 条形统计图

【专题】 542: 统计的应用

【分析】 (1) 由题意知 $a + b = 50 - (15 + 20 + 10) = 5$;

(2) $a=3$, $b=50-(3+15+20+10)=2$, $a+b=5$;

(3) 一共有 20 种等可能的结果, 其中两名同学是同一组的有 8 种, 所求概率是:

$$P = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}.$$

【解答】解: (1) 由题意知 $a+b=50-(15+20+10)=5$,

故答案为: 5;

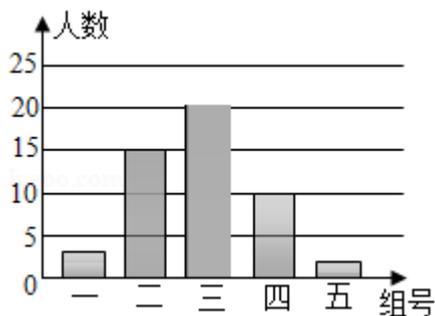
(2) $\because a=3$,

$$\therefore b=50-(3+15+20+10)=2,$$

$$\therefore a+b=5,$$

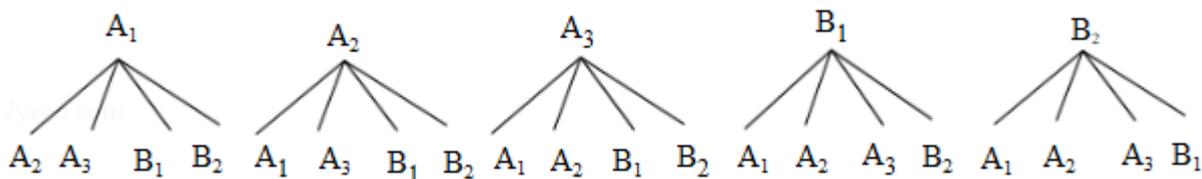
故答案为 5;

(2) 补全图形如下:



(3) 由题意得 $a=3$, $b=2$

设第一组 3 位同学分别为 A_1 、 A_2 、 A_3 , 设第五组 2 位同学分别为 B_1 、 B_2 ,



由上图可知, 一共有 20 种等可能的结果, 其中两名同学是同一组的有 8 种, 所求概率是:

$$P = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}.$$

【点评】 本题考查了统计图与概率, 熟练掌握列表法与树状图求概率是解题的关键.

24. (10 分) 一艘轮船在相距 90 千米的甲、乙两地之间匀速航行, 从甲地到乙地顺流航行用 6 小时, 逆流航行比顺流航行多用 4 小时.

(1) 求该轮船在静水中的速度和水流速度;

(2) 若在甲、乙两地之间建立丙码头, 使该轮船从甲地到丙地和从乙地到丙地所用的航行时间相同, 问甲、丙两地相距多少千米?

【考点】 9A: 二元一次方程组的应用; 8A: 一元一次方程的应用

【专题】 521: 一次方程 (组) 及应用; 34: 方程思想

【分析】 (1) 设该轮船在静水中的速度是 x 千米/小时, 水流速度是 y 千米/小时, 根据路程 = 速度 \times 时间, 即可得出关于 x, y 的二元一次方程组, 解之即可得出结论;

(2) 设甲、丙两地相距 a 千米, 则乙、丙两地相距 $(90 - a)$ 千米, 根据时间 = 路程 \div 速度, 即可得出关于 a 的一元一次方程, 解之即可得出结论.

【解答】 解: (1) 设该轮船在静水中的速度是 x 千米/小时, 水流速度是 y 千米/小时,

$$\text{依题意, 得: } \begin{cases} 6(x+y) = 90 \\ (6+4)(x-y) = 90 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} x = 12 \\ y = 3 \end{cases}.$$

答: 该轮船在静水中的速度是 12 千米/小时, 水流速度是 3 千米/小时.

(2) 设甲、丙两地相距 a 千米, 则乙、丙两地相距 $(90 - a)$ 千米,

$$\text{依题意, 得: } \frac{a}{12+3} = \frac{90-a}{12-3},$$

$$\text{解得: } a = \frac{225}{4}.$$

答: 甲、丙两地相距 $\frac{225}{4}$ 千米.

【点评】 本题考查了二元一次方程组的应用以及一元一次不等式的应用, 解题的关键是:

(1) 找准等量关系, 正确列出二元一次方程组; (2) 找准等量关系, 正确列出一元一次方程.

25. (10分) 如图, 已知 AC, AD 是 $\odot O$ 的两条割线, AC 与 $\odot O$ 交于 B, C 两点, AD 过圆心 O 且与 $\odot O$ 交于 E, D 两点, OB 平分 $\angle AOC$.

(1) 求证: $\triangle ACD \sim \triangle ABO$;

(2) 过点 E 的切线交 AC 于 F , 若 $EF \parallel OC$, $OC = 3$, 求 EF 的值. [提示:

$$\because \triangle ACD \sim \triangle ABO$$

$$\therefore \frac{AD}{AO} = \frac{CD}{BO}$$

$$\therefore \frac{AE+6}{AE+3} = \frac{3\sqrt{2}}{3}$$

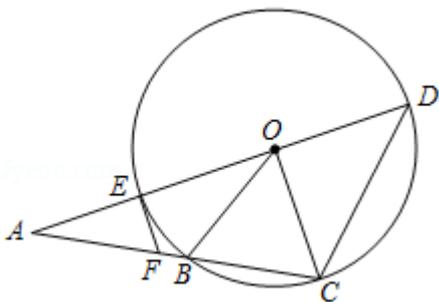
$$\therefore AE = 3\sqrt{2}$$

$$\because EF \parallel OC$$

$$\therefore \frac{AE}{AO} = \frac{EF}{OC}$$

$$\therefore \frac{3\sqrt{2}}{3\sqrt{2}+3} = \frac{EF}{3}$$

$$\therefore EF = 6 - 3\sqrt{2}$$



【点评】 本题考查了相似三角形的判定和性质, 圆的有关知识, 勾股定理, 求出 AE 的长是本题的关键.

26. (12分) 已知抛物线 $y = mx^2$ 和直线 $y = -x + b$ 都经过点 $M(-2, 4)$, 点 O 为坐标原点,

点 P 为抛物线上的动点, 直线 $y = -x + b$ 与 x 轴、 y 轴分别交于 A 、 B 两点.

- (1) 求 m 、 b 的值;
- (2) 当 $\triangle PAM$ 是以 AM 为底边的等腰三角形时, 求点 P 的坐标;
- (3) 满足 (2) 的条件时, 求 $\sin \angle BOP$ 的值.

【考点】 HF : 二次函数综合题

【专题】 537: 函数的综合应用

【分析】 (1) 根据点 M 的坐标, 利用待定系数法可求出 m 、 b 的值;

(2) 由 (1) 可得出抛物线及直线 AB 的解析式, 利用一次函数图象上点的坐标特征可求

出点 A 的坐标, 设点 P 的坐标为 (x, x^2) , 结合点 A , M 的坐标可得出 PA^2 , PM^2 的值,

再利用等腰三角形的性质可得出关于 x 的方程, 解之即可得出结论;

(3) 过点 P 作 $PN \perp y$ 轴, 垂足为点 N , 由点 P 的坐标可得出 PN , PO 的长, 再利用正弦的定义即可求出 $\sin \angle BOP$ 的值.

【解答】解: (1) 将 $M(-2, 4)$ 代入 $y = mx^2$, 得: $4 = 4m$,

$$\therefore m = 1;$$

将 $M(-2, 4)$ 代入 $y = -x + b$, 得: $4 = 2 + b$,

$$\therefore b = 2.$$

(2) 由 (1) 得: 抛物线的解析式为 $y = x^2$, 直线 AB 的解析式为 $y = -x + 2$.

当 $y = 0$ 时, $-x + 2 = 0$,

解得: $x = 2$,

\therefore 点 A 的坐标为 $(2, 0)$, $OA = 2$.

设点 P 的坐标为 (x, x^2) , 则 $PA^2 = (2 - x)^2 + (0 - x^2)^2 = x^4 + x^2 - 4x + 4$,

$$PM^2 = (-2 - x)^2 + (4 - x^2)^2 = x^4 - 7x^2 + 4x + 20.$$

$\therefore \triangle PAM$ 是以 AM 为底边的等腰三角形,

$$\therefore PA^2 = PM^2, \text{ 即 } x^4 + x^2 - 4x + 4 = x^4 - 7x^2 + 4x + 20,$$

整理, 得: $x^2 - x - 2 = 0$,

解得: $x_1 = -1$, $x_2 = 2$,

\therefore 点 P 的坐标为 $(-1, 1)$ 或 $(2, 4)$.

(3) 过点 P 作 $PN \perp y$ 轴, 垂足为点 N , 如图所示.

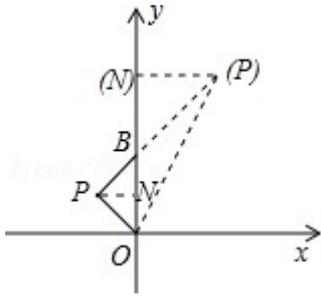
当点 P 的坐标为 $(-1, 1)$ 时, $PN = 1$, $PO = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$,

$$\therefore \sin \angle BOP = \frac{PN}{PO} = \frac{\sqrt{2}}{2};$$

当点 P 的坐标为 $(2, 4)$ 时, $PN = 2$, $PO = \sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5}$,

$$\therefore \sin \angle BOP = \frac{PN}{PO} = \frac{\sqrt{5}}{5}.$$

∴ 满足 (2) 的条件时, $\sin \angle BOP$ 的值的值为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 或 $\frac{\sqrt{5}}{5}$.



【点评】本题考查了待定系数法求一次函数解析式、待定系数法求二次函数解析式、一次函数图象上点的坐标特征、等腰三角形的性质、勾股定理以及解直角三角形, 解题的关键是:

(1) 根据点的坐标, 利用待定系数法求出 m , b 的值; (2) 利用勾股定理及等腰三角形的性质, 找出关于 x 的方程; (3) 通过解直角三角形, 求出 $\sin \angle BOP$ 的值.

考点卡片

1. 相反数

(1) 相反数的概念: 只有符号不同的两个数叫做互为相反数.

(2) 相反数的意义: 掌握相反数是成对出现的, 不能单独存在, 从数轴上看, 除 0 外, 互为相反数的两个数, 它们分别在原点两旁且到原点距离相等.

(3) 多重符号的化简: 与 “+” 个数无关, 有奇数个 “-” 号结果为负, 有偶数个 “-” 号, 结果为正.

(4) 规律方法总结: 求一个数的相反数的方法就是在这个数的前边添加 “-”, 如 a 的相反数是 $-a$, $m+n$ 的相反数是 $-(m+n)$, 这时 $m+n$ 是一个整体, 在整体前面添负号时, 要用小括号.

2. 科学记数法—表示较大的数

(1) 科学记数法: 把一个大于 10 的数记成 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 a 是整数数位只有一位的数, n 是正整数, 这种记数法叫做科学记数法. 【科学记数法形式: $a \times 10^n$, 其中 $1 \leq a < 10$, n 为正整数.】

(2) 规律方法总结:

① 科学记数法中 a 的要求和 10 的指数 n 的表示规律为关键, 由于 10 的指数比原来的整数位数少 1; 按此规律, 先数一下原数的整数位数, 即可求出 10 的指数 n .

② 记数法要求是大于 10 的数可用科学记数法表示, 实质上绝对值大于 10 的负数同样可用此法表示, 只是前面多一个负号.

3. 实数的运算

(1) 实数的运算和在有理数范围内一样, 值得一提的是, 实数既可以进行加、减、乘、除、乘方运算, 又可以进行开方运算, 其中正实数可以开平方.

(2) 在进行实数运算时, 和有理数运算一样, 要从高级到低级, 即先算乘方、开方, 再算乘除, 最后算加减, 有括号的要先算括号里面的, 同级运算要按照从左到右的顺序进行. 另外, 有理数的运算律在实数范围内仍然适用.

【规律方法】实数运算的“三个关键”

1. 运算法则: 乘方和开方运算、幂的运算、指数 (特别是负整数指数, 0 指数) 运算、根式运算、特殊三角函数值的计算以及绝对值的化简等.

2. 运算顺序: 先乘方, 再乘除, 后加减, 有括号的先算括号里面的, 在同一级运算中要从左到右依次运算, 无论何种运算, 都要注意先定符号后运算.

3. 运算律的使用: 使用运算律可以简化运算, 提高运算速度和准确度.

4. 规律型: 数字的变化类

探究题是近几年中考命题的亮点, 尤其是与数列有关的命题更是层出不穷, 形式多样, 它要求在已有知识的基础上去探究, 观察思考发现规律.

(1) 探寻数列规律: 认真观察、仔细思考, 善用联想是解决这类问题的方法.

(2) 利用方程解决问题. 当问题中有多个未知数时, 可先设出其中一个为 x , 再利用它们之间的关系, 设出其他未知数, 然后列方程.

5. 分式的化简求值

先把分式化简后, 再把分式中未知数对应的值代入求出分式的值.

在化简的过程中要注意运算顺序和分式的化简. 化简的最后结果分子、分母要进行约分, 注意运算的结果要化成最简分式或整式.

【规律方法】分式化简求值时需注意的问题

1. 化简求值, 一般是先化简为最简分式或整式, 再代入求值. 化简时不能跨度太大, 而缺少必要的步骤, 代入求值的模式一般为“当...时, 原式=...”.

2. 代入求值时, 有直接代入法, 整体代入法等常用方法. 解题时可根据题目的具体条件选择合适的方法. 当未知数的值没有明确给出时, 所选取的未知数的值必须使原式中的各分式都有意义, 且除数不能为 0.

6. 零指数幂

零指数幂: $a^0=1$ ($a \neq 0$)

由 $a^m \div a^m=1$, $a^m \div a^m=a^{m-m}=a^0$ 可推出 $a^0=1$ ($a \neq 0$)

注意: $0^0 \neq 1$.

7. 二次根式有意义的条件

判断二次根式有意义的条件:

(1) 二次根式的概念. 形如 ($a \geq 0$) 的式子叫做二次根式.

(2) 二次根式中被开方数的取值范围. 二次根式中的被开方数是非负数.

(3) 二次根式具有非负性. ($a \geq 0$) 是一个非负数.

学习要求:

能根据二次根式中的被开方数是非负数来确定二次根式被开方数中字母的取值范围, 并能

利用二次根式的非负性解决相关问题.

【规律方法】二次根式有无意义的条件

1. 如果一个式子中含有多个二次根式, 那么它们有意义的条件是: 各个二次根式中的被开方数都必须是非负数.
2. 如果所给式子中含有分母, 则除了保证被开方数为非负数外, 还必须保证分母不为零.

8. 一元一次方程的应用

(一) 一元一次方程解应用题的类型有:

- (1) 探索规律型问题;
- (2) 数字问题;
- (3) 销售问题 (利润 = 售价 - 进价, 利润率 100%);
- (4) 工程问题 (① 工作量 = 人均效率 \times 人数 \times 时间; ② 如果一件工作分几个阶段完成, 那么各阶段的工作量的和 = 工作总量);
- (5) 行程问题 (路程 = 速度 \times 时间);
- (6) 等值变换问题;
- (7) 和, 差, 倍, 分问题;
- (8) 分配问题;
- (9) 比赛积分问题;
- (10) 水流航行问题 (顺水速度 = 静水速度 + 水流速度; 逆水速度 = 静水速度 - 水流速度).

(二) 利用方程解决实际问题的基本思路如下: 首先审题找出题中的未知量和所有的已知量, 直接设要求的未知量或间接设一关键的未知量为 x , 然后用含 x 的式子表示相关的量, 找出之间的相等关系列方程、求解、作答, 即设、列、解、答.

列一元一次方程解应用题的五个步骤

1. 审: 仔细审题, 确定已知量和未知量, 找出它们之间的等量关系.
2. 设: 设未知数 (x), 根据实际情况, 可设直接未知数 (问什么设什么), 也可设间接未知数.
3. 列: 根据等量关系列出方程.
4. 解: 解方程, 求得未知数的值.
5. 答: 检验未知数的值是否正确, 是否符合题意, 完整地写出答句.

9. 二元一次方程组的应用

(一)、列二元一次方程组解决实际问题的一般步骤:

- (1) 审题: 找出问题中的已知条件和未知量及它们之间的关系.
- (2) 设元: 找出题中的两个关键的未知量, 并用字母表示出来.
- (3) 列方程组: 挖掘题目中的关系, 找出两个等量关系, 列出方程组.
- (4) 求解.
- (5) 检验作答: 检验所求解是否符合实际意义, 并作答.

(二)、设元的方法: 直接设元与间接设元.

当问题较复杂时, 有时设与要求的未知量相关的另一些量为未知数, 即为间接设元. 无论怎样设元, 设几个未知数, 就要列几个方程.

10. 分式方程的解

求出使分式方程中令等号左右两边相等且分母不等于 0 的未知数的值, 这个值叫方程的解.

注意: 在解方程的过程中因为在把分式方程化为整式方程的过程中, 扩大了未知数的取值范围, 可能产生增根, 增根是令分母等于 0 的值, 不是原分式方程的解.

11. 解分式方程

- (1) 解分式方程的步骤: ①去分母; ②求出整式方程的解; ③检验; ④得出结论.
- (2) 解分式方程时, 去分母后所得整式方程的解有可能使原方程中的分母为 0, 所以应如下检验:

① 将整式方程的解代入最简公分母, 如果最简公分母的值不为 0, 则整式方程的解是原分式方程的解.

② 将整式方程的解代入最简公分母, 如果最简公分母的值为 0, 则整式方程的解不是原分式方程的解.

所以解分式方程时, 一定要检验.

12. 解一元一次不等式组

(1) 一元一次不等式组的解集: 几个一元一次不等式的解集的公共部分, 叫做由它们所组成的不等式组的解集.

(2) 解不等式组: 求不等式组的解集的过程叫解不等式组.

(3) 一元一次不等式组的解法: 解一元一次不等式组时, 一般先求出其中各不等式的解集, 再求出这些解集的公共部分, 利用数轴可以直观地表示不等式组的解集.

方法与步骤: ①求不等式组中每个不等式的解集; ②利用数轴求公共部分.

解集的规律: 同大取大; 同小取小; 大小小大中间找; 大大小小找不到.

13. 坐标与图形性质

1、点到坐标轴的距离与这个点的坐标是有区别的, 表现在两个方面: ①到 x 轴的距离与纵

坐标有关, 到 y 轴的距离与横坐标有关; ②距离都是非负数, 而坐标可以是负数, 在由距离求坐标时, 需要加上恰当的符号.

2、有图形中一些点的坐标求面积时, 过已知点向坐标轴作垂线, 然后求出相关的线段长, 是解决这类问题的基本方法和规律.

3、若坐标系内的四边形是非规则四边形, 通常用平行于坐标轴的辅助线用“割、补”法去解决问题.

14. 待定系数法求一次函数解析式

待定系数法求一次函数解析式一般步骤是:

(1) 先设出函数的一般形式, 如求一次函数的解析式时, 先设 $y=kx+b$;

(2) 将自变量 x 的值及与它对应的函数值 y 的值代入所设的解析式, 得到关于待定系数的方程或方程组;

(3) 解方程或方程组, 求出待定系数的值, 进而写出函数解析式.

注意: 求正比例函数, 只要一对 x, y 的值就可以, 因为它只有一个待定系数; 而求一次函数 $y=kx+b$, 则需要两组 x, y 的值.

15. 反比例函数图象上点的坐标特征

反比例函数 $y=k/x$ (k 为常数, $k \neq 0$) 的图象是双曲线,

① 图象上的点 (x, y) 的横纵坐标的积是定值 k , 即 $xy=k$;

② 双曲线是关于原点对称的, 两个分支上的点也是关于原点对称;

③ 在 $y=k/x$ 图象中任取一点, 过这一个点向 x 轴和 y 轴分别作垂线, 与坐标轴围成的矩形的面积是定值 $|k|$.

16. 待定系数法求反比例函数解析式

用待定系数法求反比例函数的解析式要注意:

(1) 设出含有待定系数的反比例函数解析式 y (k 为常数, $k \neq 0$);

(2) 把已知条件 (自变量与函数的对应值) 带入解析式, 得到待定系数的方程;

(3) 解方程, 求出待定系数;

(4) 写出解析式.

17. 二次函数图象与几何变换

由于抛物线平移后的形状不变, 故 a 不变, 所以求平移后的抛物线解析式通常可利用两种方法: 一是求出原抛物线上任意两点平移后的坐标, 利用待定系数法求出解析式; 二是只考虑平移后的顶点坐标, 即可求出解析式.

18. 二次函数综合题

(1) 二次函数图象与其他函数图象相结合问题

解决此类问题时, 先根据给定的函数或函数图象判断出系数的符号, 然后判断新的函数关系式中系数的符号, 再根据系数与图象的位置关系判断出图象特征, 则符合所有特征的图象即为正确选项.

(2) 二次函数与方程、几何知识的综合应用

将函数知识与方程、几何知识有机地结合在一起. 这类试题一般难度较大. 解这类问题关键是善于将函数问题转化为方程问题, 善于利用几何图形的有关性质、定理和二次函数的知识, 并注意挖掘题目中的一些隐含条件.

(3) 二次函数在实际生活中的应用题

从实际问题中分析变量之间的关系, 建立二次函数模型. 关键在于观察、分析、创建, 建立直角坐标系下的二次函数图象, 然后数形结合解决问题, 需要我们注意的是自变量及函数的取值范围要使实际问题有意义.

19. 平行线的性质

1、平行线性质的定理

定理 1: 两条平行线被第三条直线所截, 同位角相等. 简单说成: 两直线平行, 同位角相等.

定理 2: 两条平行线被地三条直线所截, 同旁内角互补. . 简单说成: 两直线平行, 同旁内角互补.

定理 3: 两条平行线被第三条直线所截, 内错角相等. 简单说成: 两直线平行, 内错角相等.

2、两条平行线之间的距离处处相等.

20. 三角形的稳定性

当三角形三边的长度确定后, 三角形的形状和大小就能唯一确定下来, 故三角形具有稳定性. 这一特性主要应用在实际生活中.

21. 三角形内角和定理

(1) 三角形内角的概念: 三角形内角是三角形三边的夹角. 每个三角形都有三个内角, 且每个内角均大于 0° 且小于 180° .

(2) 三角形内角和定理: 三角形内角和是 180° .

(3) 三角形内角和定理的证明

证明方法, 不唯一, 但其思路都是设法将三角形的三个内角移到一起, 组合成一个平角.

在转化中借助平行线.

(4) 三角形内角和定理的应用

主要用在求三角形中角的度数. ①直接根据两已知角求第三个角; ②依据三角形中角的关系, 用代数方法求三个角; ③在直角三角形中, 已知一锐角可利用两锐角互余求另一锐角.

22. 全等三角形的判定与性质

(1) 全等三角形的判定是结合全等三角形的性质证明线段和角相等的重要工具. 在判定三角形全等时, 关键是选择恰当的判定条件.

(2) 在应用全等三角形的判定时, 要注意三角形间的公共边和公共角, 必要时添加适当辅助线构造三角形.

23. 多边形

(1) 多边形的概念: 在平面内, 由一些线段首尾顺次相接组成的图形叫做多边形.

(2) 多边形的对角线: 连接多边形不相邻的两个顶点的线段, 叫做多边形的对角线.

(3) 正多边形的概念: 各个角都相等, 各条边都相等的多边形叫做正多边形.

(4) 多边形可分为凸多边形和凹多边形, 辨别凸多边形可用两种方法: ①画多边形任何一边所在的直线整个多边形都在此直线的同一侧. ②每个内角的度数均小于 180° , 通常所说的多边形指凸多边形.

(5) 重心的定义: 平面图形中, 多边形的重心是当支撑或悬挂时图形能在水平面处于平稳状态, 此时的支撑点或者悬挂点叫做平衡点, 或重心.

常见图形的重心 (1) 线段: 中点 (2) 平行四边形: 对角线的交点 (3) 三角形: 三边中线的交点 (4) 任意多边形.

24. 平行四边形的性质

(1) 平行四边形的概念: 有两组对边分别平行的四边形叫做平行四边形.

(2) 平行四边形的性质:

①边: 平行四边形的对边相等.

②角: 平行四边形的对角相等.

③对角线: 平行四边形的对角线互相平分.

(3) 平行线间的距离处处相等.

(4) 平行四边形的面积:

①平行四边形的面积等于它的底和这个底上的高的积.

②同底 (等底) 同高 (等高) 的平行四边形面积相等.

25. 菱形的性质

(1) 菱形的定义: 有一组邻边相等的平行四边形叫做菱形.

(2) 菱形的性质

- ① 菱形具有平行四边形的一切性质;
- ② 菱形的四条边都相等;
- ③ 菱形的两条对角线互相垂直, 并且每一条对角线平分一组对角;
- ④ 菱形是轴对称图形, 它有 2 条对称轴, 分别是两条对角线所在直线.

(3) 菱形的面积计算

- ① 利用平行四边形的面积公式.
- ② 菱形面积 ab . (a 、 b 是两条对角线的长度)

26. 圆周角定理

(1) 圆周角的定义: 顶点在圆上, 并且两边都与圆相交的角叫做圆周角.

注意: 圆周角必须满足两个条件: ① 顶点在圆上. ② 角的两条边都与圆相交, 二者缺一不可.

(2) 圆周角定理: 在同圆或等圆中, 同弧或等弧所对的圆周角相等, 都等于这条弧所对的圆心角的一半.

推论: 半圆 (或直径) 所对的圆周角是直角, 90° 的圆周角所对的弦是直径.

(3) 在解圆的有关问题时, 常常需要添加辅助线, 构成直径所对的圆周角, 这种基本技能技巧一定要掌握.

(4) 注意: ① 圆周角和圆心角的转化可通过作圆的半径构造等腰三角形. 利用等腰三角形的顶点和底角的关系进行转化. ② 圆周角和圆心角的转化可利用其“桥梁”——圆心角转化. ③ 定理成立的条件是“同一条弧所对的”两种角, 在运用定理时不要忽略了这个条件, 把不同弧所对的圆周角与圆心角错当成同一条弧所对的圆周角和圆心角.

27. 切线的性质

(1) 切线的性质

- ① 圆的切线垂直于经过切点的半径.
- ② 经过圆心且垂直于切线的直线必经过切点.
- ③ 经过切点且垂直于切线的直线必经过圆心.

(2) 切线的性质可总结如下:

如果一条直线符合下列三个条件中的任意两个, 那么它一定满足第三个条件, 这三个条件是: ① 直线过圆心; ② 直线过切点; ③ 直线与圆的切线垂直.

(3) 切线性质的运用

由定理可知, 若出现圆的切线, 必连过切点的半径, 构造定理图, 得出垂直关系. 简记作见切点, 连半径, 见垂直.

28. 命题与定理

- 1、判断一件事情的语句, 叫做命题. 许多命题都是由题设和结论两部分组成, 题设是已知事项, 结论是由已知事项推出的事项, 一个命题可以写成“如果…那么…”形式.
- 2、有些命题的正确性是用推理证实的, 这样的真命题叫做定理.
- 3、定理是真命题, 但真命题不一定是定理.
- 4、命题写成“如果…, 那么…”的形式, 这时, “如果”后面接的部分是题设, “那么”后面解的部分是结论.
- 5、命题的“真”“假”是就命题的内容而言. 任何一个命题非真即假. 要说明一个命题的正确性, 一般需要推理、论证, 而判断一个命题是假命题, 只需举出一个反例即可.

29. 轴对称图形

(1) 轴对称图形的概念:

如果一个图形沿一条直线折叠, 直线两旁的部分能够互相重合, 这个图形叫做轴对称图形. 这条直线叫做对称轴, 这时, 我们也可以说这个图形关于这条直线(成轴)对称.

(2) 轴对称图形是针对一个图形而言的, 是一种具有特殊性质图形, 被一条直线分割成的两部分沿着对称轴折叠时, 互相重合; 轴对称图形的对称轴可以是一条, 也可以是多条甚至无数条.

(3) 常见的轴对称图形:

等腰三角形, 矩形, 正方形, 等腰梯形, 圆等等.

30. 中心对称图形

(1) 定义

把一个图形绕某一点旋转 180° , 如果旋转后的图形能够与原来的图形重合, 那么这个图形就叫做中心对称图形, 这个点叫做对称中心.

注意: 中心对称图形和中心对称不同, 中心对称是两个图形之间的关系, 而中心对称图形是指一个图形自身的特点, 这点应注意区分, 它们性质相同, 应用方法相同.

(2) 常见的中心对称图形

平行四边形、圆形、正方形、长方形等等.

31. 相似三角形的判定与性质

(1) 相似三角形相似多边形的特殊情形, 它沿袭相似多边形的定义, 从对应边的比相等和

对应角相等两方面下定义; 反过来, 两个三角形相似也有对应角相等, 对应边的比相等.

(2) 三角形相似的判定一直是中考考查的热点之一, 在判定两个三角形相似时, 应注意利用图形中已有的公共角、公共边等隐含条件, 以充分发挥基本图形的作用, 寻找相似三角形的一般方法是通过作平行线构造相似三角形; 或依据基本图形对图形进行分解、组合; 或作辅助线构造相似三角形, 判定三角形相似的方法有事可单独使用, 有时需要综合运用. 无论是单独使用还是综合运用, 都要具备应有的条件方可.

32. 位似变换

(1) 位似图形的定义:

如果两个图形不仅是相似图形, 而且对应顶点的连线相交于一点, 对应边互相平行, 那么这样的两个图形叫做位似图形, 这个点叫做位似中心.

注意: ①两个图形必须是相似形;

②对应点的连线都经过同一点;

③对应边平行.

(2) 位似图形与坐标

在平面直角坐标系中, 如果位似变换是以原点为位似中心, 相似比为 k , 那么位似图形对应点的坐标的比等于 k 或 $-k$.

33. 特殊角的三角函数值

(1) 特指 30° 、 45° 、 60° 角的各种三角函数值.

$\sin 30^\circ$; $\cos 30^\circ$; $\tan 30^\circ$;

$\sin 45^\circ$; $\cos 45^\circ$; $\tan 45^\circ = 1$;

$\sin 60^\circ$; $\cos 60^\circ$; $\tan 60^\circ$;

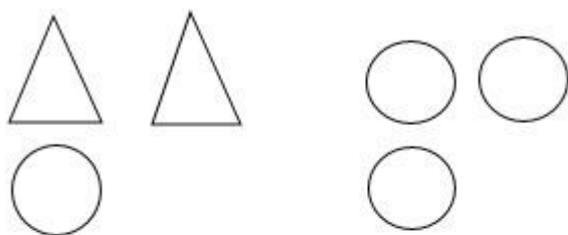
(2) 应用中要熟记特殊角的三角函数值, 一是按值的变化规律去记, 正弦逐渐增大, 余弦逐渐减小, 正切逐渐增大; 二是按特殊直角三角形中各边特殊值规律去记.

(3) 特殊角的三角函数值应用广泛, 一是它可以当作数进行运算, 二是具有三角函数的特点, 在解直角三角形中应用较多.

34. 简单几何体的三视图

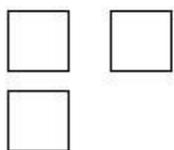
(1) 画物体的主视图的口诀为: 主、俯: 长对正; 主、左: 高平齐; 俯、左: 宽相等.

(2) 常见的几何体的三视图:

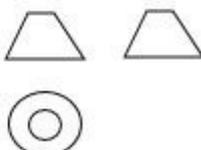


圆锥的
三视图

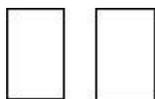
球体的
三视图



正方体的
三视图



圆台的三
视图



圆柱的三视图:



35. 统计表

统计表可以将大量数据的分类结果清晰, 一目了然地表达出来.

统计调查所得的原始资料, 经过整理, 得到说明社会现象及其发展过程的数据, 把这些数据按一定的顺序排列在表格中, 就形成“统计表”. 统计表是表现数字资料整理结果的最常用的一种表格. 统计表是由纵横交叉线条所绘制的表格来表现统计资料的一种形式.

36. 条形统计图

(1) 定义: 条形统计图是用线段长度表示数据, 根据数量的多少画成长短不同的矩形直条, 然后按顺序把这些直条排列起来.

(2) 特点: 从条形图可以很容易看出数据的大小, 便于比较.

(3) 制作条形图的一般步骤:

- ① 根据图纸的大小, 画出两条互相垂直的射线.
- ② 在水平射线上, 适当分配条形的位置, 确定直条的宽度和间隔.
- ③ 在与水平射线垂直的射线上, 根据数据大小的具体情况, 确定单位长度表示多少.
- ④ 按照数据大小, 画出长短不同的直条, 并注明数量.

37. 折线统计图

(1) 定义: 折线图是用一个单位表示一定的数量, 根据数量的多少描出各点, 然后把各点

用线段依次连接起来. 以折线的上升或下降来表示统计数量增减变化.

(2) 特点: 折线图不但可以表示出数量的多少, 而且能够清楚地表示出数量的增减变化情况.

(3) 绘制折线图的步骤

① 根据统计资料整理数据.

② 先画纵轴, 后画横轴, 纵、横都要有单位, 按纸面的大小来确定用一定单位表示一定的数量. ____ ③ 根据数量的多少, 在纵、横轴的恰当位置描出各点, 然后把各点用线段顺序连接起来.

38. 中位数

(1) 中位数:

将一组数据按照从小到大 (或从大到小) 的顺序排列, 如果数据的个数是奇数, 则处于中间位置的数就是这组数据的中位数.

如果这组数据的个数是偶数, 则中间两个数据的平均数就是这组数据的中位数.

(2) 中位数代表了这组数据值大小的“中点”, 不易受极端值影响, 但不能充分利用所有数据的信息.

(3) 中位数仅与数据的排列位置有关, 某些数据的移动对中位数没有影响, 中位数可能出现在所给数据中也可能不在所给的数据中出现, 当一组数据中的个别数据变动较大时, 可用中位数描述其趋势.

39. 众数

(1) 一组数据中出现次数最多的数据叫做众数.

(2) 求一组数据的众数的方法: 找出频数最多的那个数据, 若几个数据频数都是最多且相同, 此时众数就是这多个数据.

(3) 众数不易受数据中极端值的影响. 众数也是数据的一种代表数, 反映了一组数据的集中程度, 众数可作为描述一组数据集中趋势的量.

40. 方差

(1) 方差: 一组数据中各数据与它们的平均数的差的平方的平均数, 叫做这组数据的方差.

(2) 用“先平均, 再求差, 然后平方, 最后再平均”得到的结果表示一组数据偏离平均值的情况, 这个结果叫方差, 通常用 s^2 来表示, 计算公式是:

$s^2[(x_1)^2 + (x_2)^2 + \dots + (x_n)^2]$ (可简单记忆为“方差等于差方的平均数”)

(3) 方差是反映一组数据的波动大小的一个量. 方差越大, 则平均值的离散程度越大, 稳

定性也越小; 反之, 则它与其平均值的离散程度越小, 稳定性越好.

41. 概率公式

- (1) 随机事件 A 的概率 $P(A) = \frac{\text{事件 } A \text{ 可能出现的结果数}}{\text{所有可能出现的结果数}}$.
- (2) $P(\text{必然事件}) = 1$.
- (3) $P(\text{不可能事件}) = 0$.

42. 列表法与树状图法

- (1) 当试验中存在两个元素且出现的所有可能的结果较多时, 我们常用列表的方式, 列出所有可能的结果, 再求出概率.
- (2) 列表的目的在于不重不漏地列举出所有可能的结果求出 n , 再从中选出符合事件 A 或 B 的结果数目 m , 求出概率.
- (3) 列举法 (树形图法) 求概率的关键在于列举出所有可能的结果, 列表法是一种, 但当一事件涉及三个或更多元素时, 为不重不漏地列出所有可能的结果, 通常采用树形图.
- (4) 树形图列举法一般是选择一个元素再和其他元素分别组合, 依次列出, 象树的枝丫形式, 最末端的枝丫个数就是总的可能的结果 n .
- (5) 当有两个元素时, 可用树形图列举, 也可以列表列举.