数 学 试 题

一、选择题(本大题共 8 小题,每小题 3 分,共 24 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的,请将正确选项前的字母代号填涂在答题卡相应位置上)

1. -8 的相反数是

A. -8　　B. $\frac{1}{8}$　　C. 8　　D. $-\frac{1}{8}$

2. 下列运算正确的是

A. $x-2x=-x$　　B. $2x-y=-xy$

C. $x^2+x^2=x^4$　　D. $(x-1)^2=x^2-1$

3. 地球上陆地的面积约为 150 000 000 km^2. 把“150 000 000”用科学记数法表示为

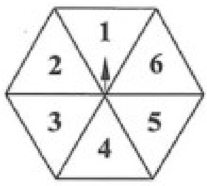
A. 1.5×10^8　　B. 1.5×10^7　　C. 1.5×10^9　　D. 1.5×10^6

4. 一组数据 2,1,2,5,3,2 的众数是

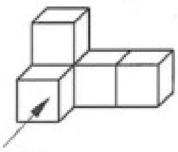
A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 5

5. 如图,任意转动正六边形转盘一次,当转盘停止转动时,指针指向大于 3 的数的概率是

A. $\frac{2}{3}$　　B. $\frac{1}{6}$　　C. $\frac{1}{3}$　　D. $\frac{1}{2}$



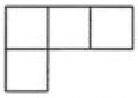
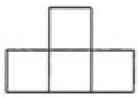
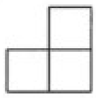
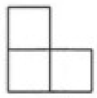
（第 5 题图）



从正面看

（第 6 题图）

6. 如图是由 5 个大小相同的正方体搭成的几何体,这个几何体的俯视图是

A. 　　B. 　　C. 　　D. 

7. 已知学校航模组设计制作的火箭的升空高度 h (m) 与飞行时间 t (s) 满足函数表达式 $h=-t^2+24t+1$.则下列说法中正确的是

A. 点火后 9s 和点火后 13s 的升空高度相同

B. 点火后 24s 火箭落于地面

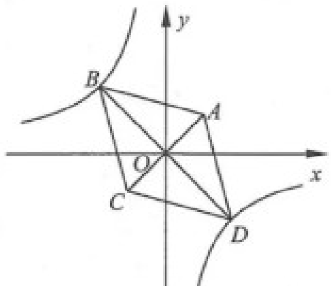
C. 点火后 10s 的升空高度为 139m

D. 火箭升空的最大高度为 145m

8. 如图,菱形 $ABCD$ 的两个顶点 B、D 在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图像上,对角线 AC 与 BD 的交点恰好是坐标原点 O,已知点 $A(1,1)$, $\angle ABC=60°$,则 k 的值是

A. -5　　B. -4

C. -3　　D. -2



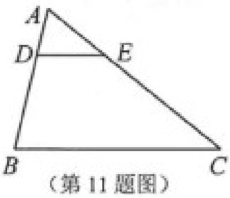
（第 8 题图）

二、填空题(本大题共 8 小题,每小题 3 分,共 24 分.不需要写出解答过程,请把答案直接填写在答题卡相应位置上)

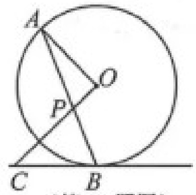
9. 使 $\sqrt{x-2}$ 有意义的 x 的取值范围是___▲___.

10. 分解因式：$16-x^2=$ ▲ .

11. 如图，$\triangle ABC$ 中，点 D、E 分别在 AB、AC 上，$DE//BC$，$AD:DB=1:2$，则 $\triangle ADE$ 与 $\triangle ABC$ 的面积的比为 ▲ .



（第 11 题图）



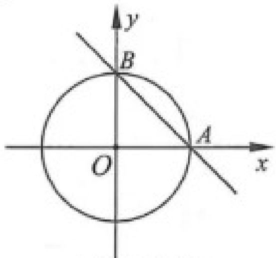
（第 14 题图）

12. 已知 $A(-4,y_1)$、$B(-1,y_2)$ 是反比例函数 $y=-\dfrac{4}{x}$ 图像上的两个点，则 y_1 与 y_2 的大小关系为 ▲ .

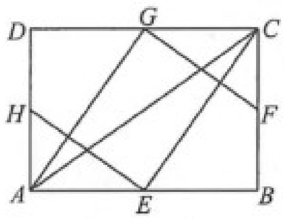
13. 一个扇形的圆心角是 120°，它的半径是 3cm，则扇形的弧长为 ▲ cm.

14. 如图，AB 是⊙O 的弦，点 C 在过点 B 的切线上，且 $OC\perp OA$，OC 交 AB 于点 P，已知 $\angle OAB=22°$，则 $\angle OCB=$ ▲ °.

15. 如图，一次函数 $y=kx+b$ 的图像与 x 轴、y 轴分别相交于 A、B 两点，⊙O 经过 A、B 两点，已知 $AB=2$，则 $\dfrac{k}{b}$ 的值为 ▲ .



（第 15 题图）



（第 16 题图）

16. 如图，E、F、G、H 分别为矩形 $ABCD$ 的边 AB、BC、CD、DA 的中点，连接 AC、HE、EC、GA、GF，已知 $AG\perp GF$，$AC=\sqrt{6}$，则 AB 的长为 ▲ .

三、解答题（本大题共 11 小题，共 102 分.请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤）

17.（本题满分 6 分）计算 $(-2)^2+2018^0-\sqrt{36}$.

18.（本题满分 6 分）解方程 $\dfrac{3}{x-1}-\dfrac{2}{x}=0$.

19.（本题满分 6 分）解不等式组 $\begin{cases}3x-2<4\ ,\\2(x-1)\leqslant 3x+1\ .\end{cases}$

20.（本题满分 8 分）随着我国经济社会的发展，人民对于美好生活的追求越来越高.某社区为了了解家庭对于文化教育的消费情况，随机抽取部分家庭，对每户家庭的文化教育年消费金额进行问卷调查，根据调查结果绘制成两幅不完整的统计图表.

请你根据统计图表提供的信息，解答下列问题：

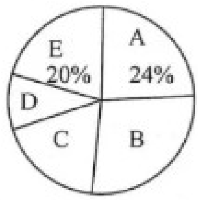
(1) 本次被调查的家庭有 ▲ 户，表中 $m=$ ▲ ；

(2) 本次调查数据的中位数出现在 ▲ 组.扇形统计图中，D 组所在扇形的圆心角是 ▲ 度；

(3)这个社区有 2 500 户家庭，请你估计家庭年文化教育消费 10 000 元以上的家庭有多少户？

组别	家庭年文化教育消费金额 x (元)	户数
A	$x \leqslant 5\,000$	36
B	$5\,000 < x \leqslant 10\,000$	m
C	$10\,000 < x \leqslant 15\,000$	27
D	$15\,000 < x \leqslant 20\,000$	15
E	$x > 20\,000$	30

家庭年文化教育消费扇形统计图



21.(本题满分 10 分)汤姆斯杯世界男子羽毛球团体赛小组赛比赛规则：两队之间进行五局比赛，其中三局单打，两局双打，五局比赛必须全部打完，赢得三局及以上的队获胜.假如甲、乙两队每局获胜的机会相同.

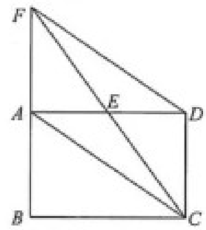
(1)若前四局双方战成 2 : 2，那么甲队最终获胜的概率是__▲__；

(2)现甲队在前两局比赛中已取得 2 : 0 的领先，那么甲队最终获胜的概率是多少？

22.(本题满分 10 分)如图，矩形 $ABCD$ 中，E 是 AD 的中点，延长 CE、BA 交于点 F，连接 AC、DF.

(1)求证：四边形 $ACDF$ 是平行四边形；

(2)当 CF 平分 $\angle BCD$ 时，写出 BC 与 CD 的数量关系，并说明理由.



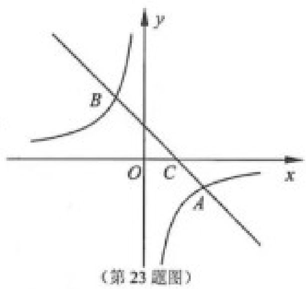
(第 22 题图)

23.(本题满分 10 分)如图，在平面直角坐标系中，一次函数 $y=k_1x+b$ 的图像与反比例函数 $y=\frac{k_2}{x}$ 的图像交于 $A(4,-2)$、$B(-2,n)$ 两点，与 x 轴交于点 C.

(1)求 k_2、n 的值；

(2)请直接写出不等式 $k_1x+b<\frac{k_2}{x}$ 的解集；

(3)将 x 轴下方的图像沿 x 轴翻折，点 A 落在点 A' 处，连接 $A'B$、$A'C$，求 $\triangle A'BC$ 的面积.



(第 23 题图)

24.(本题满分 10 分)某村在推进美丽乡村活动中，决定建设幸福广场，计划铺设相同大小规格的红色和蓝色地砖.经过调查，获取信息如下：

	购买数量低于 5 000 块	购买数量不低于 5 000 块
红色地砖	原价销售	以八折销售
蓝色地砖	原价销售	以九折销售

如果购买红色地砖 4 000 块，蓝色地砖 6 000 块，需付款 86 000 元；如果购买红色地砖 10 000 块，蓝色地砖 3 500 块，需付款 99 000 元.

(1)红色地砖与蓝色地砖的单价各多少元？

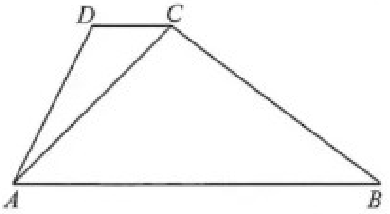
(2)经过测算，需要购置地砖 12 000 块，其中蓝色地砖的数量不少于红色地砖的一半，并且不超过 6 000 块，如何购买付款最少？请说明理由.

25.（本题满分 10 分）如图 1，水坝的横截面是梯形 $ABCD$，$\angle ABC=37°$，坝顶 $DC=3$m，背水坡 AD 的坡度 i（即 $\tan\angle DAB$）为 1 : 0.5，坝底 $AB=14$m.

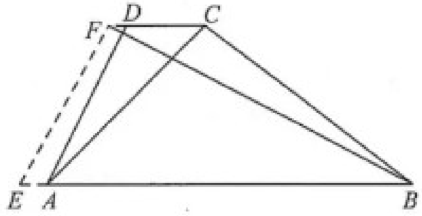
（1）求坝高；

（2）如图 2，为了提高堤坝的防洪抗洪能力，防汛指挥部决定在背水坡将坝顶和坝底同时拓宽加固，使得 $AE=2DF$，$EF\perp BF$，求 DF 的长.

（参考数据：$\sin37°\approx\frac{3}{5}$，$\cos37°\approx\frac{4}{5}$，$\tan37°\approx\frac{3}{4}$）



（第 25 题图 1）



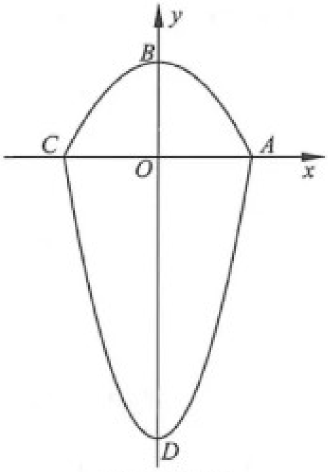
（第 25 题图 2）

26.（本题满分 12 分）如图 1，图形 $ABCD$ 是由两个二次函数 $y_1=kx^2+m$（$k<0$）与 $y_2=ax^2+b$（$a>0$）的部分图像围成的封闭图形，已知 $A(1,0)$、$B(0,1)$、$D(0,-3)$.

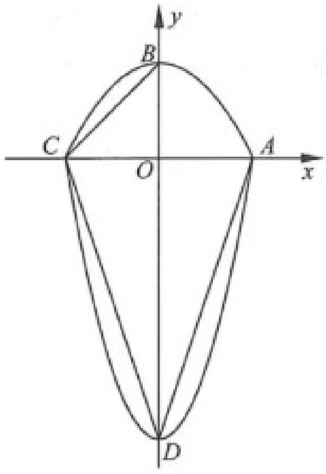
（1）直接写出这两个二次函数的表达式；

（2）判断图形 $ABCD$ 是否存在内接正方形（正方形的四个顶点在图形 $ABCD$ 上），并说明理由；

（3）如图 2，连接 BC、CD、AD，在坐标平面内，求使得 $\triangle BDC$ 与 $\triangle ADE$ 相似（其中点 C 与点 E 是对应顶点）的点 E 的坐标.



（第 26 题图 1）



（第 26 题图 2）

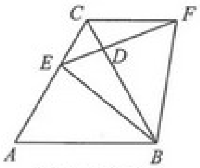
27.（本题满分 14 分）在数学兴趣小组活动中，小亮进行数学探究活动. $\triangle ABC$ 是边长为 2 的等边三角形，E 是 AC 上一点，小亮以 BE 为边向 BE 的右侧作等边三角形 BEF，连接 CF.

（1）如图 1，当点 E 在线段 AC 上时，EF、BC 相交于点 D，小亮发现有两个三角形全等，请你找出来，并证明.

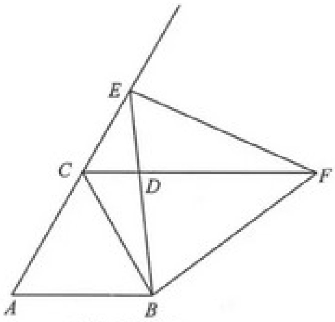
（2）当点 E 在线段 AC 上运动时，点 F 也随着运动，若四边形 $ABFC$ 的面积为 $\frac{7}{4}\sqrt{3}$，求 AE 的长.

(3) 如图 2，当点 E 在 AC 的延长线上运动时，CF、BE 相交于点 D，请你探求 $\triangle ECD$ 的面积 S_1 与 $\triangle DBF$ 的面积 S_2 之间的数量关系，并说明理由.

(4) 如图 2，当 $\triangle ECD$ 的面积 $S_1=\frac{\sqrt{3}}{6}$ 时，求 AE 的长.



（第 27 题图 1）



（第 27 题图 2）

数学试题参考答案及评分建议

一、选择题(每题 3 分,共 24 分)

1—4 CAAB　　5—8 DADC

二、填空题(每题 3 分,共 24 分)

9. $x \geqslant 2$　　10. $(4+x)(4-x)$　　11. 1 : 9　　12. $y_1 < y_2$

13. 2π　　14. 44　　15. $-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　16. 2

三、解答题(共 102 分)

17. 解:原式 $=4+1-6=-1$. ………… 6 分

18. 解:去分母,得 $3x-2(x-1)=0$, ………… 2 分

解得 $x=-2$. ………… 4 分

经检验,$x=-2$ 是方程的解,所以原方程的解是 $x=-2$. ………… 6 分

19. 解:解不等式 $3x-2<4$,得:$x<2$, ………… 2 分

解不等式 $2(x-1) \leqslant 3x+1$,得:$x \geqslant -3$, ………… 4 分

不等式组的解集为 $-3 \leqslant x < 2$. ………… 6 分

20. (1)150,42; ………… 2 分

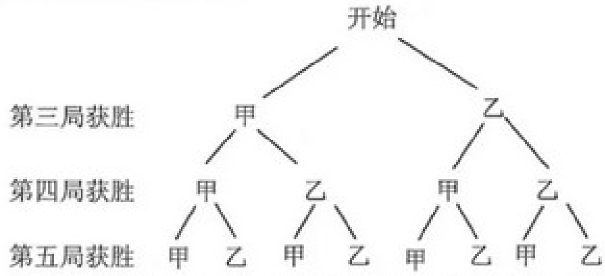
(2)B,36; ………… 6 分

(3) $2500 \times \dfrac{27+15+30}{150}=1200$(户).

答:估计年家庭文化教育消费 10000 元以上的家庭有 1200 户. ………… 8 分

21.(1) $\frac{1}{2}$. ………………………………………………………………………… 2分

(2)解:树状图如图所示:



………………………………… 8分

如图可知,剩下的三局比赛共有 8 种等可能的结果,其中甲至少胜一局有 7 种,

所以,P(甲队最终获胜) = $\frac{7}{8}$.

答:甲队最终获胜的概率为 $\frac{7}{8}$. ……………………………………………………… 10分

22.(1)证明:因为四边形 $ABCD$ 是矩形,所以 $AB//CD$,所以 $\angle FAE = \angle CDE$.

因为 E 是 AD 的中点,所以 $AE = DE$.

又因为 $\angle FEA = \angle CED$,所以 $\triangle FAE \cong \triangle CDE$,

所以 $CD = FA$.

又因为 $CD//AF$,

所以四边形 $ACDF$ 是平行四边形. ………………………………………………… 5分

(2) $BC = 2CD$.

因为 CF 平分 $\angle BCD$,所以 $\angle DCE = 45°$.

因为 $\angle CDE = 90°$,所以 $\triangle CDE$ 是等腰直角三角形,

所以 $CD = DE$.

因为 E 是 AD 的中点,所以 $AD = 2CD$.

因为 $AD = BC$,所以 $BC = 2CD$. ……………………………………………………… 10分

23.(1)将 $A(4,-2)$ 代入 $y = \frac{k_2}{x}$,得 $k_2 = -8$,所以 $y = -\frac{8}{x}$.

将 $(-2,n)$ 代入 $y = -\frac{8}{x}$,得 $n = 4$.所以 $k_2 = -8$, $n = 4$. ………………………… 2分

(2) $-2 < x < 0$ 或 $x > 4$. ………………………………………………………………… 4分

(3)将 $A(4,-2)$, $B(-2,4)$ 代入 $y = k_1x + b$,得 $k_1 = -1$, $b = 2$,

所以一次函数的关系式为 $y = -x + 2$,与 x 轴交于点 $C(2,0)$.

图像沿 x 轴翻折后,得 $A'(4,2)$,

$S_{\triangle A'BC} = (4+2)\times(4+2)\times\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\times 4\times 4 - \frac{1}{2}\times 2\times 2 = 8$.

即 $\triangle A'BC$ 的面积为 8. ……………………………………………………………… 10分

24.(1)设红色地砖每块 a 元,蓝色地砖每块 b 元.由题意得:

$\begin{cases} 4000a + 6000b \times 0.9 = 86000, \\ 10000a \times 0.8 + 3500b = 99000, \end{cases}$ 解得: $\begin{cases} a = 8, \\ b = 10. \end{cases}$

答:红色地砖每块 8 元,蓝色地砖每块 10 元. ……………………………………… 5分

(2)设购置蓝色地砖 x 块，则购置红色地砖 $(12000-x)$ 块，所需的总费用为 y 元.

由题意知 $x \geqslant \frac{1}{2}(12000-x)$，得 $x \geqslant 4000$，又 $x \leqslant 6000$，

所以蓝砖块数 x 的取值范围 $4000 \leqslant x \leqslant 6000$.

当 $4000 \leqslant x < 5000$ 时，

$y = 10x + 8 \times 0.8(12000 - x)$.

$y = 76800 + 3.6x$.

所以 $x = 4000$ 时，y 有最小值 91200.

当 $5000 \leqslant x \leqslant 6000$ 时，$y = 0.9 \times 10x + 8 \times 0.8(12000 - x) = 2.6x + 76800$.

所以 $x = 5000$ 时，y 有最小值 89800.

因为 $89800 < 91200$，

所以购买蓝色地砖 5000 块，红色地砖 7000 块，费用最少，最少费用为 89800 元. …… 10 分

25.(1)过点 D 作 $DM \perp AB$，垂足为 M，过点 C 作 $CN \perp AB$，垂足为 N.

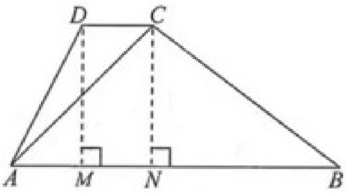
因背水坡 AD 的坡度 i 为 $1:0.5$，所以 $\tan\angle DAB = 2$，设 $AM = x$，则 $DM = 2x$.

又四边形 $DMNC$ 是矩形，所以 $DM = NC = 2x$.

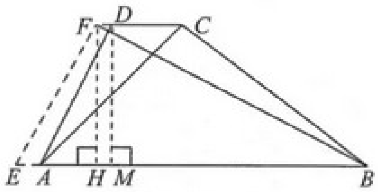
在 Rt $\triangle BNC$ 中，$\tan\angle ABC = \tan 37° = \frac{CN}{BN} = \frac{2x}{BN} = \frac{3}{4}$，所以 $BN = \frac{8}{3}x$，

由 $x + 3 + \frac{8}{3}x = 14$，得 $x = 3$，所以 $DM = 6$.

即坝高为 6m. …………………………………………………………………………… 4 分



（第 25 题图 1）



（第 25 题图 2）

(2)过点 F 作 $FH \perp AB$，垂足为 H.

设 $DF = y$，则 $AE = 2y$.

$EH = 3 + 2y - y = 3 + y$，$BH = 14 + 2y - (3 + y) = 11 + y$.

由 $FH \perp BE$，$EF \perp BF$，得 $\triangle EFH \backsim \triangle FBH$.

所以 $\frac{HF}{HB} = \frac{EH}{FH}$，即 $\frac{6}{11+y} = \frac{3+y}{6}$. ………………………………………………… 8 分

$6^2 = (3+y)(11+y)$，解得 $y = -7 + 2\sqrt{13}$ 或 $y = -7 - 2\sqrt{13}$（舍）.

所以 $DF = 2\sqrt{13} - 7$.

答：DF 的长为 $(2\sqrt{13} - 7)$ 米. ……………………………………………………… 10 分

26.(1) $y_1 = -x^2 + 1$；$y_2 = 3x^2 - 3$. ………………………………………………………… 2 分

(2)设 $M(x, -x^2+1)$ 为第一象限内的图形 $ABCD$ 上一点，$M'(x, 3x^2-3)$ 为第四象限内的图形上一点，所以 $MM' = (1-x^2) - (3x^2-3) = 4 - 4x^2$，由抛物线的对称性知，若有内接正方形，则 $2x = 4 - 4x^2$，即 $2x^2 + x - 2 = 0$，$x = \frac{-1+\sqrt{17}}{4}$ 或 $x = \frac{-1-\sqrt{17}}{4}$（舍），

因为 $0 < \frac{-1+\sqrt{17}}{4} < 1$，所以存在内接正方形，此时其边长为 $\frac{-1+\sqrt{17}}{2}$. ……… 5 分

(3)在 Rt $\triangle AOD$ 中，$OA=1$，$OD=3$，所以 $AD=\sqrt{OA^2+OD^2}=\sqrt{10}$，同理 $CD=\sqrt{10}$.

在 Rt $\triangle BOC$ 中，$OB=OC=1$，所以 $BC=\sqrt{OC^2+OB^2}=\sqrt{2}$.

①如图(1)当 $\triangle DBC\backsim\triangle DAE$ 时，因 $\angle CDB=\angle ADO$，所以在 y 轴上存在一点 E，由 $\frac{DB}{DA}=\frac{DC}{DE}$ 得 $\frac{4}{\sqrt{10}}=\frac{\sqrt{10}}{DE}$，则 $DE=\frac{5}{2}$，因 $D(0,-3)$，所以 $E(0,-\frac{1}{2})$；…………… 6 分

由对称性知在直线 DA 右侧还存在一点 E' 使得 $\triangle DBC\backsim\triangle DAE'$，

连接 EE' 交 DA 于 F 点，作 $E'M\perp OD$，垂足为 M，连接 $E'D$，

因为 E、E' 关于 DA 对称，所以 DF 垂直平分 EE'，所以 $\triangle DEF\backsim\triangle DAO$，

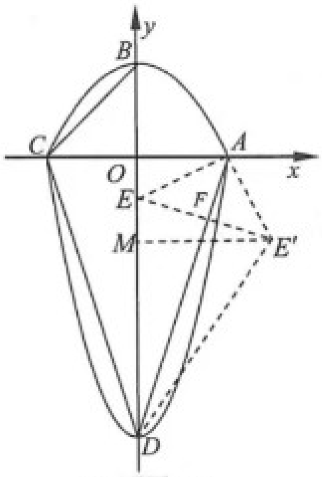
所以 $\frac{DE}{DA}=\frac{DF}{DO}=\frac{EF}{AO}$，有 $\frac{2.5}{\sqrt{10}}=\frac{DF}{3}=\frac{EF}{1}$，所以 $DF=\frac{3\sqrt{10}}{4}$，$EF=\frac{\sqrt{10}}{4}$，

因 $S_{\triangle DEE'}=\frac{1}{2}DE\cdot E'M=EF\cdot DF=\frac{15}{8}$，所以 $E'M=\frac{3}{2}$，

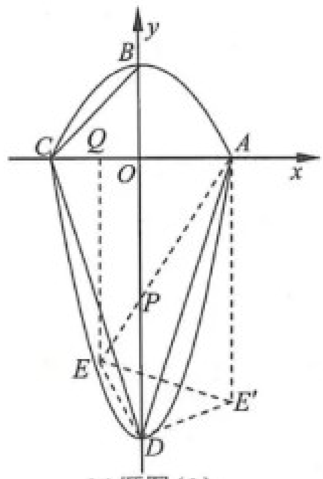
又 $DE'=DE=\frac{5}{2}$，在 Rt $\triangle DE'M$ 中，$DM=\sqrt{DE'^2-E'M^2}=2$，

所以 $OM=1$，得 $E'(\frac{3}{2},-1)$.

所以，使得 $\triangle DBC\backsim\triangle DAE$ 的点 E 的坐标为 $(0,-\frac{1}{2})$ 或 $(\frac{3}{2},-1)$. ……… 8 分



26 题图(1)



26 题图(2)

②如图(2)当 $\triangle DBC\backsim\triangle ADE$ 时，有 $\angle BDC=\angle DAE$，$\frac{DB}{AD}=\frac{DC}{AE}$，

即 $\frac{4}{\sqrt{10}}=\frac{\sqrt{10}}{AE}$，得 $AE=\frac{5}{2}$.

当 E 在直线 DA 左侧时，设 AE 交 y 轴于 P 点，作 $EQ\perp AC$，垂足为 Q.

由 $\angle BDC=\angle DAE=\angle ODA$，所以 $PD=PA$，设 $PD=x$，则 $PO=3-x$，$PA=x$，

在 Rt $\triangle AOP$ 中，由 $PA^2=OA^2+OP^2$ 得 $x^2=(3-x)^2+1$，解得 $x=\frac{5}{3}$，则有

$PA=\frac{5}{3}$，$PO=\frac{4}{3}$，因 $AE=\frac{5}{2}$，所以 $PE=\frac{5}{6}$.在 $\triangle AEQ$ 中，$OP\,/\!/\,EQ$，

所以 $\frac{AP}{PE}=\frac{AO}{OQ}$，得 $OQ=\frac{1}{2}$，又 $\frac{OP}{QE}=\frac{AP}{AE}=\frac{2}{3}$，

所以 $QE=2$，所以 $E(-\frac{1}{2},-2)$. ………………………………………………… 10 分

当 E' 在直线 DA 右侧时，

因 $\angle DAE'=\angle BDC$，又 $\angle BDC=\angle BDA$，所以 $\angle BDA=\angle DAE'$，

则 $AE'\,//\,OD$，所以 $E'(1,-\frac{5}{2})$.

则使得 $\triangle DBC\backsim\triangle ADE$ 的点 E 的坐标为 $(-\frac{1}{2},-2)$ 或 $(1,-\frac{5}{2})$.

综上，使得 $\triangle BDC$ 与 $\triangle ADE$ 相似（其中点 C 与点 E 是对应顶点）的点 E 的坐标有 4 个，

即 $(0,-\frac{1}{2})$ 或 $(\frac{3}{2},-1)$ 或 $(1,-\frac{5}{2})$ 或 $(-\frac{1}{2},-2)$. ……………………… 12 分

27.（1）发现点 E 沿边 AC 从点 A 向点 C 运动过程中，始终有 $\triangle ABE\cong\triangle CBF$.

由图 1 知，$\triangle ABC$ 与 $\triangle EBF$ 都是等边三角形，所以 $AB=CB$，$BE=BF$，

又 $\angle CBF=\angle ABE=60^\circ-\angle CBE$，所以 $\triangle ABE\cong\triangle CBF$. ……………………… 2 分

（2）由（1）知点 E 在运动过程中始终有 $\triangle ABE\cong\triangle CBF$，

因四边形 $BECF$ 的面积等于三角形 BCF 的面积与三角形 BCE 的面积之和，

所以四边形 $BECF$ 的面积等于 $\triangle ABC$ 的面积，因 $\triangle ABC$ 的边长为 2，则 $S_{\triangle ABC}=\sqrt{3}$，

所以四边形 $BECF$ 的面积为 $\sqrt{3}$，又四边形 $ABFC$ 的面积是 $\frac{7\sqrt{3}}{4}$，

所以 $S_{\triangle ABE}=\frac{3\sqrt{3}}{4}$，在三角形 ABE 中，因 $\angle A=60^\circ$，所以边 AB 上的高为 $AE\sin60^\circ$，

则 $S_{\triangle ABE}=\frac{1}{2}AB\cdot AE\sin60^\circ=\frac{1}{2}\times2\times\frac{\sqrt{3}}{2}AE=\frac{3\sqrt{3}}{4}$，则 $AE=\frac{3}{2}$. ……………… 5 分

（3）$S_2-S_1=\sqrt{3}$.

由图 2 知，$\triangle ABC$ 与 $\triangle EBF$ 都是等边三角形，所以 $AB=CB$，$BE=BF$，

又 $\angle CBF=\angle ABE=60^\circ+\angle CBE$，所以 $\triangle ABE\cong\triangle CBF$，

所以 $S_{\triangle ABE}=S_{\triangle CBF}$，所以 $S_{\triangle FDB}=S_{\triangle ECD}+S_{\triangle ABC}$，

则 $S_{\triangle FDB}-S_{\triangle ECD}=S_{\triangle ABC}=\sqrt{3}$，则 $S_2-S_1=\sqrt{3}$. ……………………………………… 9 分

（4）由（3）知 $S_2-S_1=\sqrt{3}$，即 $S_{\triangle FDB}-S_{\triangle ECD}=\sqrt{3}$，

由 $S_{\triangle ECD}=\frac{\sqrt{3}}{6}$ 得 $S_{\triangle BDF}=\frac{7\sqrt{3}}{6}$，因 $\triangle ABE\cong\triangle CBF$，

所以 $AE=CF$，$\angle BAE=\angle BCF=60^\circ$，

又 $\angle BAE=\angle ABC=60^\circ$，得 $\angle ABC=\angle BCF$，所以 $CF//AB$，则 $\triangle BDF$ 的高是 $\sqrt{3}$，

则 $DF=\frac{7}{3}$，设 $CE=x$，则 $2+x=CD+DF=CD+\frac{7}{3}$，所以 $CD=x-\frac{1}{3}$，

在 $\triangle ABE$ 中，由 $CD//AB$ 得，$\frac{CD}{AB}=\frac{CE}{AE}$，即 $\frac{x-\frac{1}{3}}{2}=\frac{x}{x+2}$，

化简得 $3x^2-x-2=0$，所以 $x=1$ 或 $x=-\frac{2}{3}$（舍），

即 $CE=1$，所以 $AE=3$. ………………………………………………………………… 14 分

备注：各题如有其它解法，只要正确，均可参照给分.