

2019 年广西梧州市中考数学试卷

一、选择题 (本大题共 12 小题, 每小题 3 分, 共 36 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是正确的, 每小题选对得 3 分, 选错、不选或多选均得零分.)

1. (3 分) (2019•梧州) -6 的倒数是()

- A. -6 B. 6 C. $-\frac{1}{6}$ D. $\frac{1}{6}$

2. (3 分) (2019•梧州) 下列计算正确的是()

- A. $3x - x = 3$ B. $2x + 3x = 5x^2$ C. $(2x)^2 = 4x^2$ D.

$$(x + y)^2 = x^2 + y^2$$

3. (3 分) (2019•梧州) 一个几何体的主视图和左视图都是矩形, 俯视图是圆, 则这个几何体是()

- A. 圆柱 B. 圆锥 C. 球 D. 正方体

4. (3 分) (2019•梧州) 下列函数中, 正比例函数是()

- A. $y = -8x$ B. $y = \frac{8}{x}$ C. $y = 8x^2$ D. $y = 8x - 4$

5. (3 分) (2019•梧州) 如图, 钟表上 10 点整时, 时针与分针所成的角是()



- A. 30° B. 60° C. 90° D. 120°

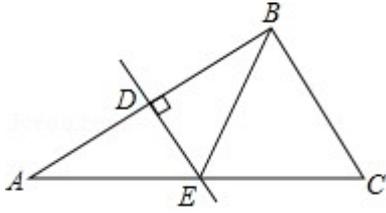
6. (3 分) (2019•梧州) 直线 $y = 3x + 1$ 向下平移 2 个单位, 所得直线的解析式是()

- A. $y = 3x + 3$ B. $y = 3x - 2$ C. $y = 3x + 2$ D. $y = 3x - 1$

7. (3 分) (2019•梧州) 正九边形的一个内角的度数是()

- A. 108° B. 120° C. 135° D. 140°

8. (3 分) (2019•梧州) 如图, DE 是 $\triangle ABC$ 的边 AB 的垂直平分线, D 为垂足, DE 交 AC 于点 E , 且 $AC = 8$, $BC = 5$, 则 $\triangle BEC$ 的周长是()



- A. 12 B. 13 C. 14 D. 15

9. (3分) (2019•梧州) 不等式组 $\begin{cases} 2x+6 > 0 \\ 2-x \leq 0 \end{cases}$ 的解集在数轴上表示为()



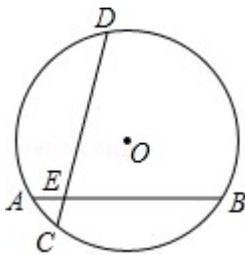
10. (3分) (2019•梧州) 某校九年级模拟考试中, 1班的六名学生的数学成绩如下:

96, 108, 102, 110, 108, 82. 下列关于这组数据的描述不正确的是()

- A. 众数是 108 B. 中位数是 105 C. 平均数是 101 D. 方差是 93

11. (3分) (2019•梧州) 如图, 在半径为 $\sqrt{13}$ 的 $\odot O$ 中, 弦 AB 与 CD 交于点 E ,

$\angle DEB = 75^\circ$, $AB = 6$, $AE = 1$, 则 CD 的长是()



- A. $2\sqrt{6}$ B. $2\sqrt{10}$ C. $2\sqrt{11}$ D. $4\sqrt{3}$

12. (3分) (2019•梧州) 已知 $m > 0$, 关于 x 的一元二次方程 $(x+1)(x-2) - m = 0$ 的解为

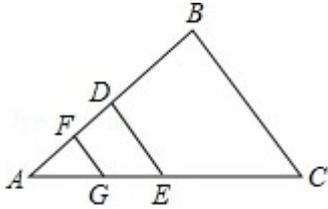
$x_1, x_2 (x_1 < x_2)$, 则下列结论正确的是()

- A. $x_1 < -1 < 2 < x_2$ B. $-1 < x_1 < 2 < x_2$ C. $-1 < x_1 < x_2 < 2$ D. $x_1 < -1 < x_2 < 2$

二、填空题 (本大题共6小题, 每小题3分, 共18分.)

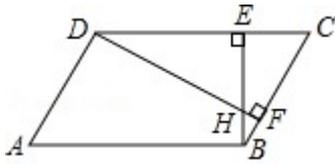
13. (3分) (2019•梧州) 计算: $\sqrt[3]{8} = \underline{\hspace{2cm}}$.

14. (3分) (2019•梧州) 如图, 已知在 $\triangle ABC$ 中, D 、 E 分别是 AB 、 AC 的中点, F 、 G 分别是 AD 、 AE 的中点, 且 $FG = 2\text{cm}$, 则 BC 的长度是 $\underline{\hspace{2cm}}\text{cm}$.

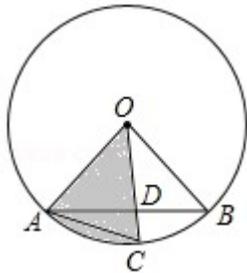


15. (3分) (2019•梧州) 化简: $\frac{2a^2-8}{a+2} - a = \underline{\hspace{2cm}}$.

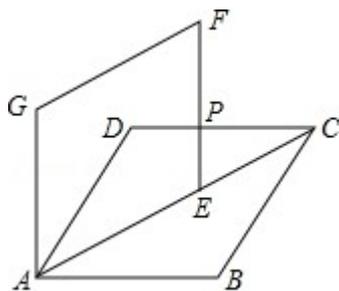
16. (3分) (2019•梧州) 如图, $\square ABCD$ 中, $\angle ADC = 119^\circ$, $BE \perp DC$ 于点 E , $DF \perp BC$ 于点 F , BE 与 DF 交于点 H , 则 $\angle BHF = \underline{\hspace{2cm}}$ 度.



17. (3分) (2019•梧州) 如图, 已知半径为1的 $\odot O$ 上有三点 A 、 B 、 C , OC 与 AB 交于点 D , $\angle ADO = 85^\circ$, $\angle CAB = 20^\circ$, 则阴影部分的扇形 OAC 面积是 $\underline{\hspace{2cm}}$.



18. (3分) (2019•梧州) 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, $AB = 2$, $\angle BAD = 60^\circ$, 将菱形 $ABCD$ 绕点 A 逆时针方向旋转, 对应得到菱形 $AEFG$, 点 E 在 AC 上, EF 与 CD 交于点 P , 则 DP 的长是 $\underline{\hspace{2cm}}$.



三、解答题 (本大题共 8 小题, 满分 66 分.)

19. (6 分) (2019•梧州) 计算: $-5 \times 2 + 3 \div \frac{1}{3} - (-1)$.

20. (6 分) (2019•梧州) 先化简, 再求值: $\frac{(a^3)^2}{a^4} - \frac{2a^4 \square a}{a^3}$, 其中 $a = -2$.

21. (6 分) (2019•梧州) 解方程: $\frac{x^2 + 2}{x - 2} + 1 = \frac{6}{x - 2}$.

22. (8 分) (2019•梧州) 一个不透明的口袋中有三个完全相同的小球, 球上分别标有数字 $-1, 1, 2$. 第一次从袋中任意摸出一个小球 (不放回), 得到的数字作为点 M 的横坐标 x ; 再从袋中余下的两个小球中任意摸出一个小球, 得到的数字作为点 M 的纵坐标 y .

(1) 用列表法或树状图法, 列出点 $M(x, y)$ 的所有可能结果;

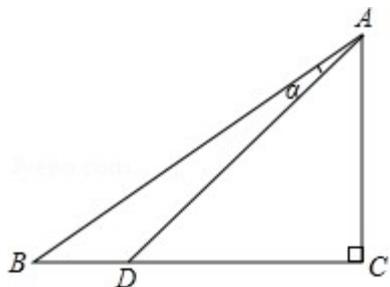
(2) 求点 $M(x, y)$ 在双曲线 $y = -\frac{2}{x}$ 上的概率.

23. (8 分) (2019•梧州) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, D 为 BC 上一点, $AB = 5$,

$$BD = 1, \tan B = \frac{3}{4}.$$

(1) 求 AD 的长;

(2) 求 $\sin \alpha$ 的值.



24. (10 分) (2019•梧州) 我市某超市销售一种文具, 进价为 5 元/件. 售价为 6 元/件时, 当天的销售量为 100 件. 在销售过程中发现: 售价每上涨 0.5 元, 当天的销售量就减少 5 件. 设当天销售单价统一为 x 元/件 ($x \geq 6$, 且 x 是按 0.5 元的倍数上涨), 当天销售利润

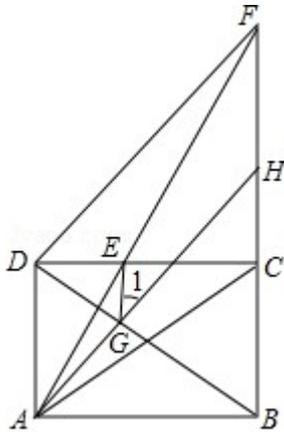
为 y 元.

- (1) 求 y 与 x 的函数关系式 (不要求写出自变量的取值范围);
- (2) 要使当天销售利润不低于 240 元, 求当天销售单价所在的范围;
- (3) 若每件文具的利润不超过 80%, 要想当天获得利润最大, 每件文具售价为多少元?

并求出最大利润.

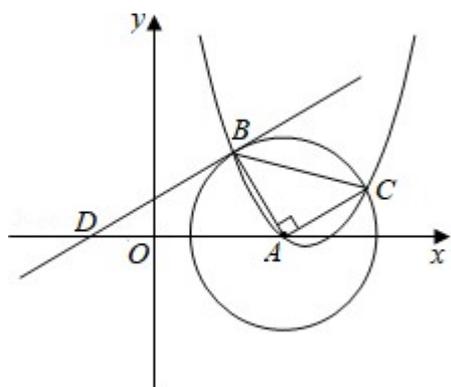
25. (10分) (2019•梧州) 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB=4$, $BC=3$, AF 平分 $\angle DAC$, 分别交 DC , BC 的延长线于点 E , F ; 连接 DF , 过点 A 作 $AH \parallel DF$, 分别交 BD , BF 于点 G , H .

- (1) 求 DE 的长;
- (2) 求证: $\angle 1 = \angle DFC$.



26. (12分) (2019•梧州) 如图, 已知 $\odot A$ 的圆心为点 $(3,0)$, 抛物线 $y = ax^2 - \frac{37}{6}x + c$ 过点 A , 与 $\odot A$ 交于 B 、 C 两点, 连接 AB 、 AC , 且 $AB \perp AC$, B 、 C 两点的纵坐标分别是 2、1.

- (1) 请直接写出点 B 的坐标, 并求 a 、 c 的值;
- (2) 直线 $y = kx + 1$ 经过点 B , 与 x 轴交于点 D . 点 E (与点 D 不重合) 在该直线上, 且 $AD = AE$, 请判断点 E 是否在此抛物线上, 并说明理由;
- (3) 如果直线 $y = k_1x - 1$ 与 $\odot A$ 相切, 请直接写出满足此条件的直线解析式.



2019 年广西梧州市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题 (本大题共 12 小题, 每小题 3 分, 共 36 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是正确的, 每小题选对得 3 分, 选错、不选或多选均得零分.)

1. (3 分) -6 的倒数是 ()

- A. -6 B. 6 C. $-\frac{1}{6}$ D. $\frac{1}{6}$

【考点】 17: 倒数

【分析】 根据倒数的定义, a 的倒数是 $\frac{1}{a}$ ($a \neq 0$), 据此即可求解.

【解答】 解: -6 的倒数是: $-\frac{1}{6}$.

故选: C.

【点评】 本题考查了倒数的定义, 理解定义是关键.

2. (3 分) 下列计算正确的是 ()

- A. $3x - x = 3$ B. $2x + 3x = 5x^2$ C. $(2x)^2 = 4x^2$ D.

$$(x + y)^2 = x^2 + y^2$$

【考点】 47: 幂的乘方与积的乘方; 4C: 完全平方公式; 35: 合并同类项

【专题】 512: 整式

【分析】 直接利用合并同类项法则以及积的乘方运算法则、完全平方公式分别化简得出答案.

【解答】 解: A、 $3x - x = 2x$, 故此选项错误;

B、 $2x + 3x = 5x$, 故此选项错误;

C、 $(2x)^2 = 4x^2$, 正确;

D、 $(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$, 故此选项错误;

故选: C.

【点评】 此题主要考查了合并同类项以及积的乘方运算、完全平方公式, 正确掌握相关运算法则是解题关键.

3. (3分) 一个几何体的主视图和左视图都是矩形, 俯视图是圆, 则这个几何体是()

- A. 圆柱 B. 圆锥 C. 球 D. 正方体

【考点】 U1: 简单几何体的三视图; U3: 由三视图判断几何体

【专题】 55F: 投影与视图

【分析】 根据几何体的主视图和左视图都是矩形, 得出几何体是柱体, 再根据俯视图为圆, 易判断该几何体是一个圆柱.

【解答】 解: 一个几何体的主视图和左视图都是矩形, 俯视图是圆, 符合这个条件的几何体只有圆柱, 因此这个几何体是圆柱体.

故选: A.

【点评】 本题考查由三视图判断几何体, 主要考查学生空间想象能力. 由三视图想象几何体的形状, 首先, 应分别根据主视图、俯视图和左视图想象几何体的前面、上面和左侧面的形状, 然后综合起来考虑整体形状.

4. (3分) 下列函数中, 正比例函数是()

- A. $y = -8x$ B. $y = \frac{8}{x}$ C. $y = 8x^2$ D. $y = 8x - 4$

【考点】 F2: 正比例函数的定义

【专题】 532: 函数及其图象

【分析】 直接利用正比例函数以及反比例函数、二次函数、一次函数的定义分别分析得出答案.

【解答】 解: A、 $y = -8x$, 是正比例函数, 符合题意;

B、 $y = \frac{8}{x}$, 是反比例函数, 不合题意;

C、 $y = 8x^2$, 是二次函数, 不合题意;

D、 $y = 8x - 4$, 是一次函数, 不合题意;

故选: A.

【点评】 此题主要考查了正比例函数以及反比例函数、二次函数、一次函数的定义, 正确把握相关定义是解题关键.

5. (3分) 如图, 钟表上 10 点整时, 时针与分针所成的角是()



- A. 30° B. 60° C. 90° D. 120°

【考点】 IG: 钟面角

【专题】 551: 线段、角、相交线与平行线

【分析】 根据钟面分成 12 个大格, 每格的度数为 30° 即可解答.

【解答】 解: \because 钟面分成 12 个大格, 每格的度数为 30° ,

\therefore 钟表上 10 点整时, 时针与分针所成的角是 60° .

故选: B.

【点评】 本题主要考查了钟面角, 熟知钟面上每大格的度数是解答本题的关键.

6. (3分) 直线 $y=3x+1$ 向下平移 2 个单位, 所得直线的解析式是()

- A. $y=3x+3$ B. $y=3x-2$ C. $y=3x+2$ D. $y=3x-1$

【考点】 F9: 一次函数图象与几何变换

【专题】 533: 一次函数及其应用

【分析】 直接利用一次函数平移规律进而得出答案.

【解答】 解: 直线 $y=3x+1$ 向下平移 2 个单位, 所得直线的解析式是: $y=3x+1-2=3x-1$

故选: D.

【点评】 此题主要考查了一次函数图象与几何变换, 正确记忆平移规律是解题关键.

7. (3分) 正九边形的一个内角的度数是()

- A. 108° B. 120° C. 135° D. 140°

【考点】 L3: 多边形内角与外角

【专题】 555: 多边形与平行四边形

【分析】 先根据多边形内角和定理: $180^\circ \times (n-2)$ 求出该多边形的内角和, 再求出每一个内角的度数.

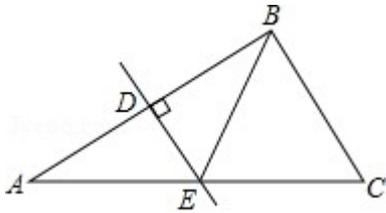
【解答】 解: 该正九边形内角和 $= 180^\circ \times (9-2) = 1260^\circ$,

则每个内角的度数 $= \frac{1260^\circ}{9} = 140^\circ$.

故选: D.

【点评】 本题主要考查了多边形的内角和定理: $180^\circ(n-2)$, 比较简单, 解答本题的关键是直接根据内角和公式计算可得内角和.

8. (3分) 如图, DE 是 $\triangle ABC$ 的边 AB 的垂直平分线, D 为垂足, DE 交 AC 于点 E , 且 $AC=8$, $BC=5$, 则 $\triangle BEC$ 的周长是()



- A. 12 B. 13 C. 14 D. 15

【考点】 KG : 线段垂直平分线的性质

【专题】 551: 线段、角、相交线与平行线

【分析】 直接利用线段垂直平分线的性质得出 $AE = BE$, 进而得出答案.

【解答】 解: $\because DE$ 是 $\triangle ABC$ 的边 AB 的垂直平分线,

$$\therefore AE = BE,$$

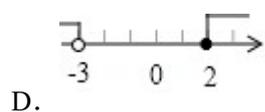
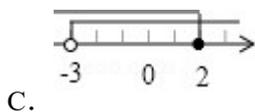
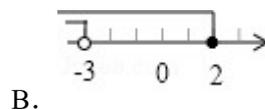
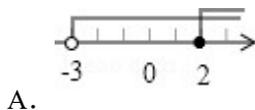
$$\because AC = 8, BC = 5,$$

$$\therefore \triangle BEC \text{ 的周长是: } BE + EC + BC = AE + EC + BC = AC + BC = 13.$$

故选: B .

【点评】 此题主要考查了线段垂直平分线的性质, 正确掌握线段垂直平分线的性质是解题关键.

9. (3分) 不等式组 $\begin{cases} 2x+6 > 0 \\ 2-x \leq 0 \end{cases}$ 的解集在数轴上表示为()



【考点】 CB : 解一元一次不等式组; $C4$: 在数轴上表示不等式的解集

【专题】 524: 一元一次不等式 (组) 及应用

【分析】 分别求出不等式组中两不等式的解集, 找出解集的公共部分确定出不等式组的解集, 表示在数轴上即可.

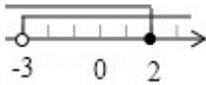
【解答】解:
$$\begin{cases} 2x + 6 > 0 \text{①} \\ 2 - x \leq 0 \text{②} \end{cases},$$

由①得: $x > -3$;

由②得: $x \leq 2$,

\therefore 不等式组的解集为 $-3 < x \leq 2$,

表示在数轴上, 如图所示:



故选: C.

【点评】此题考查了在数轴上表示不等式的解集, 以及解一元一次不等式组, 求出不等式组的解集是解本题的关键.

10. (3分) 某校九年级模拟考试中, 1班的六名学生的数学成绩如下: 96, 108, 102, 110, 108, 82. 下列关于这组数据的描述不正确的是()

- A. 众数是 108 B. 中位数是 105 C. 平均数是 101 D. 方差是 93

【考点】W5: 众数; W1: 算术平均数; W4: 中位数; W7: 方差

【专题】542: 统计的应用

【分析】把六名学生的数学成绩从小到大排列为: 82, 96, 102, 108, 108, 110, 求出众数、中位数、平均数和方差, 即可得出结论.

【解答】解: 把六名学生的数学成绩从小到大排列为: 82, 96, 102, 108, 108, 110,

\therefore 众数是 108, 中位数为 $\frac{102+108}{2} = 105$, 平均数为 $\frac{82+96+102+108+108+110}{6} = 101$,

方 差 为

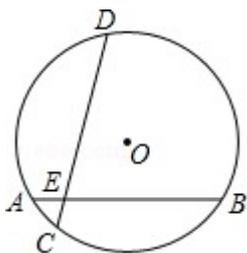
$$\frac{1}{6}[(82-101)^2 + (96-101)^2 + (102-101)^2 + (108-101)^2 + (108-101)^2 + (110-101)^2] \approx 94.3 \neq 93;$$

故选: D.

【点评】此题主要考查了方差、平均数、中位数、众数; 熟练掌握方差、平均数、中位数、众数的定义是解题关键.

11. (3分) 如图, 在半径为 $\sqrt{13}$ 的 $\square O$ 中, 弦 AB 与 CD 交于点 E , $\angle DEB = 75^\circ$,

$AB = 6$, $AE = 1$, 则 CD 的长是()



- A. $2\sqrt{6}$ B. $2\sqrt{10}$ C. $2\sqrt{11}$ D. $4\sqrt{3}$

【考点】 M2: 垂径定理; KQ: 勾股定理

【专题】 559: 圆的有关概念及性质; 554: 等腰三角形与直角三角形

【分析】 过点 O 作 $OF \perp CD$ 于点 F , $OG \perp AB$ 于 G , 连接 OB 、 OD , 由垂径定理得出

$DF = CF$, $AG = BG = \frac{1}{2}AB = 3$, 得出 $EG = AG - AE = 2$, 由勾股定理得出

$$OG = \sqrt{OB^2 - BG^2} = 2,$$

证出 $\triangle EOG$ 是等腰直角三角形, 得出 $\angle OEG = 45^\circ$, $OE = \sqrt{2}OG = 2\sqrt{2}$, 求出 $\angle OEF = 30^\circ$,

由直角三角形的性质得出 $OF = \frac{1}{2}OE = \sqrt{2}$, 由勾股定理得出 $DF = \sqrt{11}$, 即可得出答案.

【解答】 解: 过点 O 作 $OF \perp CD$ 于点 F , $OG \perp AB$ 于 G , 连接 OB 、 OD , 如图所示:

则 $DF = CF$, $AG = BG = \frac{1}{2}AB = 3$,

$$\therefore EG = AG - AE = 2,$$

在 $\text{Rt}\triangle BOG$ 中, $OG = \sqrt{OB^2 - BG^2} = \sqrt{13 - 9} = 2$,

$$\therefore EG = OG,$$

$\therefore \triangle EOG$ 是等腰直角三角形,

$$\therefore \angle OEG = 45^\circ, \quad OE = \sqrt{2}OG = 2\sqrt{2},$$

$$\therefore \angle DEB = 75^\circ,$$

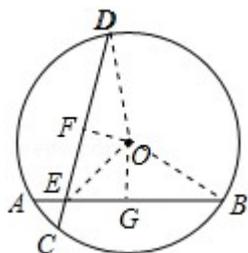
$$\therefore \angle OEF = 30^\circ,$$

$$\therefore OF = \frac{1}{2}OE = \sqrt{2},$$

在 $Rt\triangle ODF$ 中, $DF = \sqrt{OD^2 - OF^2} = \sqrt{13 - 2} = \sqrt{11}$,

$\therefore CD = 2DF = 2\sqrt{11}$;

故选: C.



【点评】 本题考查的是垂径定理、勾股定理以及直角三角形的性质, 根据题意作出辅助线, 构造出直角三角形是解答此题的关键.

12. (3分) 已知 $m > 0$, 关于 x 的一元二次方程 $(x+1)(x-2) - m = 0$ 的解为 $x_1, x_2 (x_1 < x_2)$,

则下列结论正确的是 ()

- A. $x_1 < -1 < 2 < x_2$ B. $-1 < x_1 < 2 < x_2$ C. $-1 < x_1 < x_2 < 2$ D. $x_1 < -1 < x_2 < 2$

【考点】 HA : 抛物线与 x 轴的交点; AB : 根与系数的关系; AA : 根的判别式

【专题】 535: 二次函数图象及其性质; 523: 一元二次方程及应用

【分析】 可以将关于 x 的方程 $(x+1)(x-2) - m = 0$ 的解为 x_1, x_2 看作是二次函数 $m = (x+1)(x-2)$ 与 x 轴交点的横坐标, 而与 x 轴交点坐标可以通过二次函数的关系式求得,

即可以求出 x_1 与 x_2 , 当函数值 $m > 0$ 时, 就是抛物线位于 x 轴上方的部分所对应的 x 的取值

范围, 再根据 $x_1 < x_2$, 做出判断.

【解答】 解: 关于 x 的一元二次方程 $(x+1)(x-2) - m = 0$ 的解为 x_1, x_2 , 可以看作二次函数

$m = (x+1)(x-2)$ 与 x 轴交点的横坐标,

\therefore 二次函数 $m = (x+1)(x-2)$ 与 x 轴交点坐标为 $(-1, 0)$, $(2, 0)$, 如图:

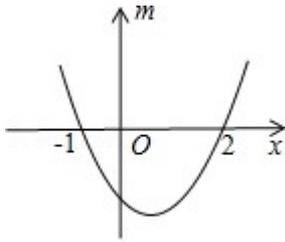
当 $m > 0$ 时, 就是抛物线位于 x 轴上方的部分, 此时 $x < -1$, 或 $x > 2$;

又 $\because x_1 < x_2$

$$\therefore x_1 = -1, x_2 = 2;$$

$$\therefore x_1 < -1 < 2 < x_2,$$

故选: A.



【点评】理清一元二次方程与二次函数的关系, 将 x 的方程 $(x+1)(x-2)-m=0$ 的解为 x_1 ,

x_2 的问题转化为二次函数 $m=(x+1)(x-2)$ 与 x 轴交点的横坐标, 借助图象得出答案.

二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分.)

13. (3 分) 计算: $\sqrt[3]{8} = \underline{2}$.

【考点】24: 立方根

【专题】11: 计算题

【分析】根据立方根的定义即可求解.

【解答】解: $\because 2^3 = 8$

$$\therefore \sqrt[3]{8} = 2$$

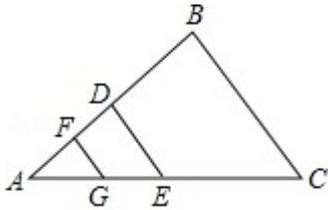
故答案为: 2.

【点评】本题主要考查了立方根的概念的运用. 如果一个数 x 的立方等于 a , 即 x 的三次方

等于 $a(x^3 = a)$, 那么这个数 x 就叫做 a 的立方根, 也叫做三次方根. 读作“三次根号 a

”其中, a 叫做被开方数, 3 叫做根指数.

14. (3 分) 如图, 已知在 $\triangle ABC$ 中, D 、 E 分别是 AB 、 AC 的中点, F 、 G 分别是 AD 、 AE 的中点, 且 $FG = 2cm$, 则 BC 的长度是 $\underline{8} cm$.



【考点】 KX : 三角形中位线定理

【专题】552: 三角形

【分析】利用三角形中位线定理求得 $FG = \frac{1}{2}DE$, $DE = \frac{1}{2}BC$.

【解答】解: 如图, $\because \triangle ADE$ 中, F 、 G 分别是 AD 、 AE 的中点,

$$\therefore DE = 2FG = 4\text{cm},$$

$\because D$ 、 E 分别是 AB 、 AC 的中点,

$\therefore DE$ 是 $\triangle ABC$ 的中位线,

$$\therefore BC = 2DE = 8\text{cm},$$

故答案为: 8.

【点评】本题考查了三角形的中位线平行于第三边并且等于第三边的一半, 熟记定理是解题的关键.

15. (3分) 化简: $\frac{2a^2-8}{a+2} - a = \underline{a-4}$.

【考点】6B: 分式的加减法

【专题】513: 分式

【分析】直接将分式的分子分解因式, 进而约分得出答案.

【解答】解: 原式 $= \frac{2(a^2-4)}{a+2} - a = \frac{2(a+2)(a-2)}{a+2} - a$

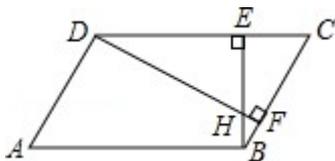
$$= 2a - 4 - a$$

$$= a - 4.$$

故答案为: $a - 4$.

【点评】此题主要考查了分式的加减运算, 正确分解因式是解题关键.

16. (3分) 如图, $\square ABCD$ 中, $\angle ADC = 119^\circ$, $BE \perp DC$ 于点 E , $DF \perp BC$ 于点 F , BE 与 DF 交于点 H , 则 $\angle BHF = \underline{61}$ 度.



【考点】 L5: 平行四边形的性质

【专题】 555: 多边形与平行四边形

【分析】 直接利用平行四边形的性质以及结合三角形内角和定理得出答案.

【解答】 解: \because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore AD \parallel BC, DC \parallel AB,$$

$$\therefore \angle ADC = 119^\circ, DF \perp BC,$$

$$\therefore \angle ADF = 90^\circ,$$

$$\text{则 } \angle EDH = 29^\circ,$$

$$\therefore BE \perp DC,$$

$$\therefore \angle DEH = 90^\circ,$$

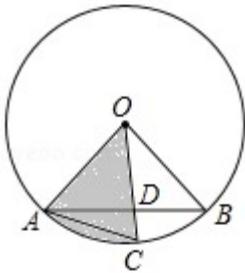
$$\therefore \angle DHE = \angle BHF = 90^\circ - 29^\circ = 61^\circ.$$

故答案为: 61.

【点评】 此题主要考查了平行四边形的性质以及三角形内角和定理, 正确得出 $\angle EDH = 29^\circ$ 是解题关键.

17. (3分) 如图, 已知半径为 1 的 $\odot O$ 上有三点 A 、 B 、 C , OC 与 AB 交于点 D ,

$\angle ADO = 85^\circ$, $\angle CAB = 20^\circ$, 则阴影部分的扇形 OAC 面积是 $\frac{5\pi}{36}$.



【考点】 M5: 圆周角定理; MO: 扇形面积的计算

【专题】 55C: 与圆有关的计算

【分析】 根据三角形外角的性质得到 $\angle C = \angle ADO - \angle CAB = 65^\circ$, 根据等腰三角形的性质得到 $\angle AOC = 50^\circ$, 由扇形的面积公式即可得到结论.

【解答】 解: $\because \angle ADO = 85^\circ, \angle CAB = 20^\circ,$

$$\therefore \angle C = \angle ADO - \angle CAB = 65^\circ,$$

$$\therefore OA = OC,$$

$$\therefore \angle OAC = \angle C = 65^\circ,$$

$$\therefore \angle AOC = 50^\circ,$$

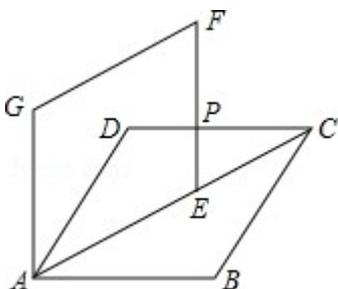
$$\therefore \text{阴影部分的扇形 } OAC \text{ 面积} = \frac{50\pi \times 1}{360} = \frac{5\pi}{36},$$

故答案为: $\frac{5\pi}{36}$.

【点评】 本题考查了扇形面积的计算, 由等腰三角形的性质和三角形的内角和求出 $\angle AOC$ 是解题的关键.

18. (3分) 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, $AB=2$, $\angle BAD=60^\circ$, 将菱形 $ABCD$ 绕点 A 逆时针方向旋转, 对应得到菱形 $AEFG$, 点 E 在 AC 上, EF 与 CD 交于点 P , 则 DP 的长是

$\sqrt{3}-1$.



【考点】 KM : 等边三角形的判定与性质; $R2$: 旋转的性质; $L8$: 菱形的性质

【专题】 558: 平移、旋转与对称; 554: 等腰三角形与直角三角形; 556: 矩形 菱形 正方形

【分析】 连接 BD 交 AC 于 O , 由菱形的性质得出 $CD=AB=2$, $\angle BCD=\angle BAD=60^\circ$,

$\angle ACD=\angle BAC=\frac{1}{2}\angle BAD=30^\circ$, $OA=OC$, $AC \perp BD$, 由直角三角形的性质求出

$OB=\frac{1}{2}AB=1$, $OA=\sqrt{3}OB=\sqrt{3}$, 得出 $AC=2\sqrt{3}$, 由旋转的性质得: $AE=AB=2$,

$\angle EAG=\angle BAD=60^\circ$, 得出 $CE=AC-AE=2\sqrt{3}-2$, 证出 $\angle CPE=90^\circ$, 由直角三角形的

性质得出 $PE=\frac{1}{2}CE=\sqrt{3}-1$, $PC=\sqrt{3}PE=3-\sqrt{3}$, 即可得出结果.

【解答】 解: 连接 BD 交 AC 于 O , 如图所示:

\because 四边形 $ABCD$ 是菱形,

$\therefore CD=AB=2$, $\angle BCD=\angle BAD=60^\circ$, $\angle ACD=\angle BAC=\frac{1}{2}\angle BAD=30^\circ$, $OA=OC$,

$AC \perp BD$,

$$\therefore OB = \frac{1}{2}AB = 1,$$

$$\therefore OA = \sqrt{3}OB = \sqrt{3},$$

$$\therefore AC = 2\sqrt{3},$$

由旋转的性质得: $AE = AB = 2$, $\angle EAG = \angle BAD = 60^\circ$,

$$\therefore CE = AC - AE = 2\sqrt{3} - 2,$$

\therefore 四边形 $AEFG$ 是菱形,

$$\therefore EF \parallel AG,$$

$$\therefore \angle CEP = \angle EAG = 60^\circ,$$

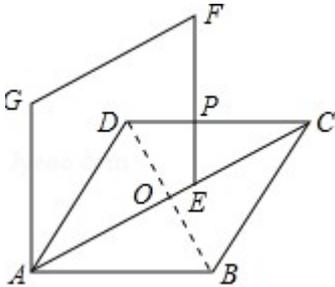
$$\therefore \angle CEP + \angle ACD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CPE = 90^\circ,$$

$$\therefore PE = \frac{1}{2}CE = \sqrt{3} - 1, \quad PC = \sqrt{3}PE = 3 - \sqrt{3},$$

$$\therefore DP = CD - PC = 2 - (3 - \sqrt{3}) = \sqrt{3} - 1;$$

故答案为: $\sqrt{3} - 1$.



【点评】 本题考查了菱形的性质、旋转的性质、含 30° 角的直角三角形的性质、平行线的性质等知识; 熟练掌握旋转的性质和菱形的性质是解题的关键.

三、解答题 (本大题共 8 小题, 满分 66 分.)

19. (6 分) 计算: $-5 \times 2 + 3 \div \frac{1}{3} - (-1)$.

【考点】 1G: 有理数的混合运算

【专题】 511: 实数

【分析】 直接利用有理数的混合运算法则计算得出答案.

【解答】解: 原式 $= -10 + 1 + 1$

$= -8$.

【点评】此题主要考查了有理数的混合运算, 正确掌握相关运算法则是解题关键.

20. (6分) 先化简, 再求值: $\frac{(a^3)^2}{a^4} - \frac{2a^4 \cdot a}{a^3}$, 其中 $a = -2$.

【考点】6D: 分式的化简求值

【专题】513: 分式

【分析】直接利用幂的乘方运算法则以及同底数幂的乘除运算法则分别化简得出答案.

【解答】解: 原式 $= \frac{a^6}{a^4} - \frac{2a^5}{a^3}$

$= a^2 - 2a^2$

$= -a^2$,

当 $a = -2$ 时, 原式 $= -4$.

【点评】此题主要考查了分式的化简求值, 正确化简分式是解题关键.

21. (6分) 解方程: $\frac{x^2 + 2}{x - 2} + 1 = \frac{6}{x - 2}$.

【考点】B3: 解分式方程

【专题】513: 分式

【分析】直接利用分式方程的解法解方程得出答案.

【解答】解: 方程两边同乘以 $(x - 2)$ 得: $x^2 + 2 + x - 2 = 6$,

则 $x^2 + x - 6 = 0$,

$(x - 2)(x + 3) = 0$,

解得: $x_1 = 2$, $x_2 = -3$,

检验: 当 $x = 2$ 时, $x - 2 = 0$, 故 $x = 2$ 不是方程的根,

$x = -3$ 是分式方程的解.

【点评】此题主要考查了分式方程的解法, 正确去分母、检验是解题关键.

22. (8分) 一个不透明的口袋中有三个完全相同的小球, 球上分别标有数字 -1 , 1 , 2 .

第一次从袋中任意摸出一个小球 (不放回), 得到的数字作为点 M 的横坐标 x ; 再从袋中余下的两个小球中任意摸出一个小球, 得到的数字作为点 M 的纵坐标 y .

(1) 用列表法或树状图法, 列出点 $M(x, y)$ 的所有可能结果;

(2) 求点 $M(x, y)$ 在双曲线 $y = -\frac{2}{x}$ 上的概率.

【考点】G6: 反比例函数图象上点的坐标特征; X6: 列表法与树状图法

【专题】543: 概率及其应用; 33: 函数思想; 534: 反比例函数及其应用

【分析】根据摸球规则, 可借助树状图表示所有的情况数, 然后再根据坐标, 找出坐标满足

$y = -\frac{2}{x}$ 的点的个数, 由概率公式可求.

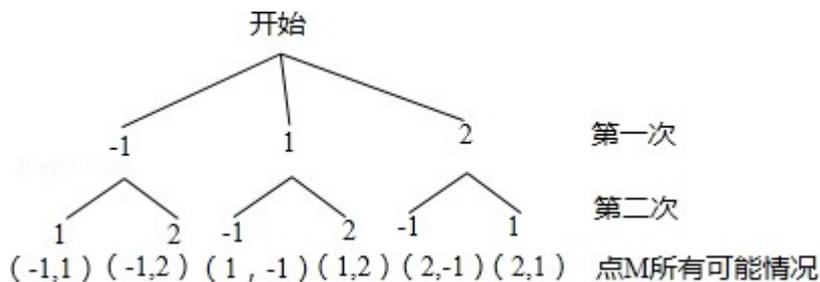
【解答】解: (1) 用树状图表示为:

点 $M(x, y)$ 的所有可能结果: $(-1, 1)(-1, 2)(1, -1)(1, 2)(2, -1)(2, 1)$ 共六种情况.

(2) 在点 M 的六种情况中, 只有 $(-1, 2)(2, -1)$ 两种在双曲线 $y = -\frac{2}{x}$ 上,

$$\therefore P = \frac{2}{6} = \frac{1}{3};$$

因此, 点 $M(x, y)$ 在双曲线 $y = -\frac{2}{x}$ 上的概率为 $\frac{1}{3}$.



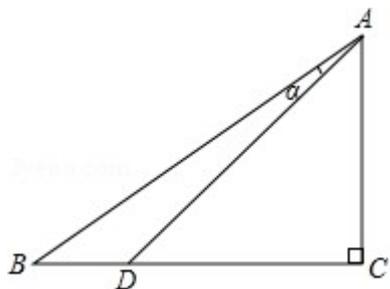
【点评】考查用树状图或列表法求随机事件发生的概率, 树状图或列表法注意事件发生的等可能性.

23. (8分) 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, D 为 BC 上一点, $AB = 5$, $BD = 1$,

$$\tan B = \frac{3}{4}.$$

(1) 求 AD 的长;

(2) 求 $\sin \alpha$ 的值.



【考点】T7: 解直角三角形

【专题】 55E: 解直角三角形及其应用

【分析】 (1) 根据 $\tan B = \frac{3}{4}$, 可设 $AC = 3x$, 得 $BC = 4x$, 再由勾股定理列出 x 的方程求得

x , 进而由勾股定理求 AD ;

(2) 过点 D 作 $DE \perp AB$ 于点 E , 解直角三角形求得 BE 与 DE , 进而求得结果.

【解答】 解: (1) $\because \tan B = \frac{3}{4}$, 可设 $AC = 3x$, 得 $BC = 4x$,

$$\therefore AC^2 + BC^2 = AB^2,$$

$$\therefore (3x)^2 + (4x)^2 = 5^2,$$

解得, $x = -1$ (舍去), 或 $x = 1$,

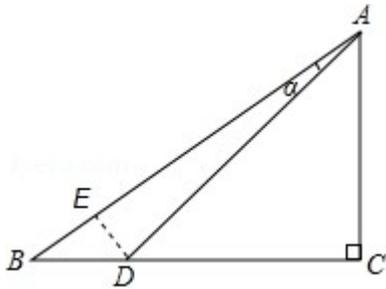
$$\therefore AC = 3, BC = 4,$$

$$\therefore BD = 1,$$

$$\therefore CD = 3,$$

$$\therefore AD = \sqrt{CD^2 + AC^2} = 3\sqrt{2};$$

(2) 过点作 $DE \perp AB$ 于点 E ,



$\therefore \tan B = \frac{3}{4}$, 可设 $DE = 3y$, 则 $BE = 4y$,

$$\therefore AE^2 + DE^2 = BD^2,$$

$$\therefore (3y)^2 + (4y)^2 = 1^2,$$

解得, $y = -\frac{1}{5}$ (舍), 或 $y = \frac{1}{5}$,

$$\therefore DE = \frac{3}{5},$$

$$\therefore \sin \alpha = \frac{DE}{AD} = \frac{1}{10} \sqrt{2}.$$

【点评】本题是解直角三角形的应用，主要考查了解直角三角形，勾股定理，第二小题关键是构造直角三角形.

24. (10分) 我市某超市销售一种文具，进价为 5 元/件. 售价为 6 元/件时，当天的销售量为 100 件. 在销售过程中发现：售价每上涨 0.5 元，当天的销售量就减少 5 件. 设当天销售单价统一为 x 元/件 ($x \geq 6$ ，且 x 是按 0.5 元的倍数上涨)，当天销售利润为 y 元.

- (1) 求 y 与 x 的函数关系式 (不要求写出自变量的取值范围)；
- (2) 要使当天销售利润不低于 240 元，求当天销售单价所在的范围；
- (3) 若每件文具的利润不超过 80%，要想当天获得利润最大，每件文具售价为多少元？并求出最大利润.

【考点】 HE ：二次函数的应用； AD ：一元二次方程的应用

【专题】 536：二次函数的应用； 68：模型思想； 124：销售问题

【分析】 (1) 根据总利润 = 每件利润 \times 销售量，列出函数关系式，

(2) 由 (1) 的关系式，即 $y \geq 240$ ，结合二次函数的性质即可求 x 的取值范围

(3) 由题意可知，利润不超过 80% 即为利润率 = (售价 - 进价) \div 售价，即可求得售价的范围. 再结合二次函数的性质，即可求.

【解答】 解：

由题意

$$(1) y = (x - 5) \left(100 - \frac{x - 6}{0.5} \times 5 \right) = -10x^2 + 210x - 800$$

故 y 与 x 的函数关系式为： $y = -10x^2 + 210x - 800$

(2) 要使当天利润不低于 240 元，则 $y \geq 240$ ，

$$\therefore y = -10x^2 + 210x - 800 = -10(x - 10.5)^2 + 302.5 = 240$$

解得， $x_1 = 8$ ， $x_2 = 13$

$\therefore -10 < 0$ ，抛物线的开口向下，

\therefore 当天销售单价所在的范围为 $8 \leq x \leq 13$

(3) \because 每件文具利润不超过 80%

$$\therefore \frac{x - 5}{x} \leq 0.8, \text{ 得 } x \leq 9$$

∴ 文具的销售单价为 6, x , 9,

由 (1) 得 $y = -10x^2 + 210x - 800 = -10(x - 10.5)^2 + 302.5$

∴ 对称轴为 $x = 10.5$

∴ 6, x , 9 在对称轴的左侧, 且 y 随着 x 的增大而增大

∴ 当 $x = 9$ 时, 取得最大值, 此时 $y = -10(9 - 10.5)^2 + 302.5 = 280$

即每件文具售价为 9 元时, 最大利润为 280 元

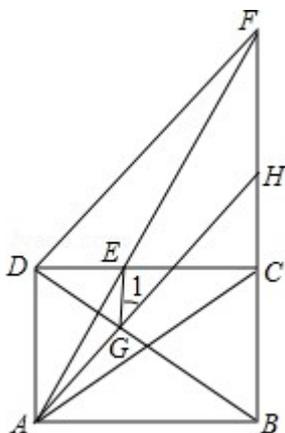
【点评】 本题考查了二次函数的性质在实际生活中的应用. 最大销售利润的问题常利用函数的增减性来解答, 我们首先要吃透题意, 确定变量, 建立函数模型, 然后结合实际选择最优方案. 其中要注意应该在自变量的取值范围内求最大值 (或最小值), 也就是说二次函数

的最值不一定在 $x = -\frac{b}{2a}$ 时取得.

25. (10 分) 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB = 4$, $BC = 3$, AF 平分 $\angle DAC$, 分别交 DC , BC 的延长线于点 E , F ; 连接 DF , 过点 A 作 $AH \parallel DF$, 分别交 BD , BF 于点 G , H .

(1) 求 DE 的长;

(2) 求证: $\angle 1 = \angle DFC$.



【考点】 KD : 全等三角形的判定与性质; LB : 矩形的性质; $S9$: 相似三角形的判定与性质

【专题】 11: 计算题; 556: 矩形 菱形 正方形; 14: 证明题

【分析】 (1) 由 $AD \parallel CF$, AF 平分 $\angle DAC$, 可得 $\angle FAC = \angle AFC$, 得出 $AC = CF = 5$,

可证出 $\triangle ADE \sim \triangle FCE$, 则 $\frac{AD}{CF} = \frac{DE}{CE}$, 可求出 DE 长;

(2) 由 $\triangle ADG \sim \triangle HBG$, 可求出 DG , 则 $\frac{DE}{DG} = \frac{DC}{DB}$, 可得 $EG \parallel BC$, 则 $\angle 1 = \angle AHC$, 根

据 $DF \parallel AH$, 可得 $\angle AHC = \angle DFC$, 结论得证.

【解答】 (1) 解: \because 矩形 $ABCD$ 中, $AD \parallel CF$,

$$\therefore \angle DAF = \angle ACF,$$

$$\therefore AF \text{ 平分 } \angle DAC,$$

$$\therefore \angle DAF = \angle CAF,$$

$$\therefore \angle FAC = \angle AFC,$$

$$\therefore AC = CF,$$

$$\therefore AB = 4, BC = 3,$$

$$\therefore AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5,$$

$$\therefore CF = 5,$$

$$\therefore AD \parallel CF,$$

$$\therefore \triangle ADE \sim \triangle FCE,$$

$$\therefore \frac{AD}{CF} = \frac{DE}{CE},$$

$$\text{设 } DE = x, \text{ 则 } \frac{3}{5} = \frac{x}{4-x},$$

$$\text{解得 } x = \frac{3}{2}$$

$$\therefore DE = \frac{3}{2};$$

$$(2) \because AD \parallel FH, AF \parallel DH,$$

\therefore 四边形 $ADFH$ 是平行四边形,

$$\therefore AD = FH = 3,$$

$$\therefore CH = 2, BH = 5,$$

$$\therefore AD \parallel BH,$$

$$\therefore \triangle ADG \sim \triangle HBG,$$

$$\therefore \frac{DG}{BG} = \frac{AD}{BH},$$

$$\therefore \frac{DG}{5-DG} = \frac{3}{5},$$

$$\therefore DG = \frac{15}{8},$$

$$\therefore DE = \frac{3}{2},$$

$$\therefore \frac{DE}{DG} = \frac{DC}{DB} = \frac{4}{5},$$

$$\therefore EG \parallel BC,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle AHC,$$

$$\text{又} \because DF \parallel AH,$$

$$\therefore \angle AHC = \angle DFC,$$

$$\angle 1 = \angle DFC.$$

【点评】 本题考查了矩形的相关证明与计算, 熟练掌握矩形的性质、平行四边形的判定与性质与相似三角形的性质与判定是解题的关键.

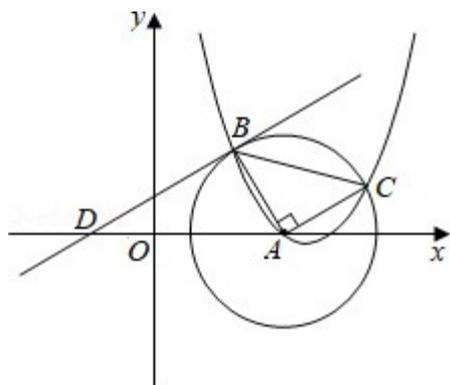
26. (12分) 如图, 已知 $\square A$ 的圆心为点 $(3,0)$, 抛物线 $y = ax^2 - \frac{37}{6}x + c$ 过点 A , 与 $\square A$

交于 B 、 C 两点, 连接 AB 、 AC , 且 $AB \perp AC$, B 、 C 两点的纵坐标分别是 2、1.

(1) 请直接写出点 B 的坐标, 并求 a 、 c 的值;

(2) 直线 $y = kx + 1$ 经过点 B , 与 x 轴交于点 D . 点 E (与点 D 不重合) 在该直线上, 且 $AD = AE$, 请判断点 E 是否在此抛物线上, 并说明理由;

(3) 如果直线 $y = k_1x - 1$ 与 $\square A$ 相切, 请直接写出满足此条件的直线解析式.



【考点】 HF: 二次函数综合题

【专题】 16: 压轴题; 55D: 图形的相似; 64: 几何直观; 32: 分类讨论; 31: 数形结合

【分析】 (1) 证明 $Rt\triangle BRA \cong Rt\triangle ASC(AAS)$, 即可求解;

(2) 点 E 在直线 BD 上, 则设 E 的坐标为 $(x, \frac{1}{2}x+1)$, 由 $AD=AE$, 即可求解;

(3) 分当切点在 x 轴下方、切点在 x 轴上方两种情况, 分别求解即可.

【解答】解: (1) 过点 B 、 C 分别作 x 轴的垂线交于点 R 、 S ,

$$\because \angle BAR + \angle RAB = 90^\circ, \quad \angle RAB + \angle CAS = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle RAB = \angle CAR, \quad \text{又 } AB = AC,$$

$$\therefore Rt\triangle BRA \cong Rt\triangle ASC(AAS),$$

$$\therefore AS = BR = 2, \quad AR = CS = 1,$$

故点 B 、 C 的坐标分别为 $(2,2)$ 、 $(5,1)$,

将点 B 、 C 坐标代入抛物线 $y = ax^2 - \frac{37}{6}x + c$ 并解得:

$$a = \frac{5}{6}, \quad c = 11,$$

故抛物线的表达式为: $y = \frac{5}{6}x^2 - \frac{37}{6}x + 11$;

(2) 将点 B 坐标代入 $y = kx + 1$ 并解得: $y = \frac{1}{2}x + 1$, 则点 $D(-2,0)$,

点 A 、 B 、 C 、 D 的坐标分别为 $(3,0)$ 、 $(2,2)$ 、 $(5,1)$ 、 $(-2,0)$,

$$\text{则 } AB = \sqrt{5}, \quad AD = 5,$$

点 E 在直线 BD 上, 则设 E 的坐标为 $(x, \frac{1}{2}x+1)$,

$$\because AD = AE, \quad \text{则 } 5^2 = (3-x)^2 + (\frac{1}{2}x+1)^2,$$

解得: $x = -2$ 或 6 (舍去 -2),

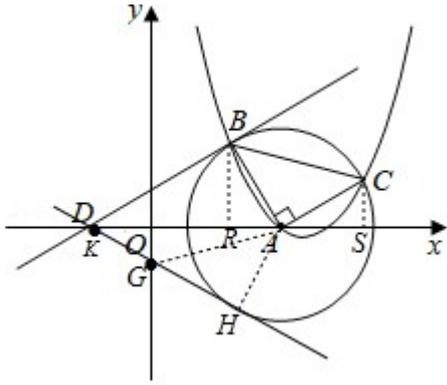
故点 $E(6,4)$,

$$\text{把 } x = 6 \text{ 代入 } y = \frac{5}{6}x^2 - \frac{37}{6}x + 11 = 4,$$

故点 E 在抛物线上;

(3) ①当切点在 x 轴下方时,

设直线 $y = k_1x - 1$ 与 $\square A$ 相切于点 H , 直线与 x 轴、 y 轴分别交于点 K 、 $G(0,-1)$, 连接 GA ,



$$AH = AB = \sqrt{5}, \quad GA = \sqrt{10},$$

$$\because \angle AHK = \angle KOG = 90^\circ, \quad \angle HKA = \angle KHA, \quad \therefore \triangle KOG \sim \triangle KHA,$$

$$\therefore \frac{KO}{KH} = \frac{OG}{HA}, \quad \text{即: } \frac{KO}{\sqrt{(KO+3)^2 - 5}} = \frac{1}{\sqrt{5}},$$

$$\text{解得: } KO = 2 \text{ 或 } -\frac{1}{2} \text{ (舍去 } -\frac{1}{2}\text{),}$$

故点 $K(-2, 0)$,

把点 K 、 G 坐标代入 $y = k_1x - 1$ 并解得:

$$\text{直线的表达式为: } y = -\frac{1}{2}x - 1;$$

② 当切点在 x 轴上方时,

$$\text{直线的表达式为: } y = 2x - 1;$$

$$\text{故满足条件的直线解析式为: } y = -\frac{1}{2}x - 1 \text{ 或 } y = 2x - 1.$$

【点评】 本题考查的是二次函数综合运用, 涉及到一次函数、圆的切线性质、三角形相似等,

其中 (3), 要注意分类求解, 避免遗漏.

考点卡片

1. 倒数

(1) 倒数: 乘积是 1 的两数互为倒数.

一般地, $a \cdot \frac{1}{a}$ ($a \neq 0$), 就说 a ($a \neq 0$) 的倒数是 $\frac{1}{a}$.

(2) 方法指引:

① 倒数是除法运算与乘法运算转化的“桥梁”和“渡船”. 正像减法转化为加法及相反数一样, 非常重要. 倒数是伴随着除法运算而产生的.

② 正数的倒数是正数, 负数的倒数是负数, 而 0 没有倒数, 这与相反数不同.

【规律方法】求相反数、倒数的方法

求一个数的相反数	求一个数的相反数时, 只需在这个数前面加上“-”即可
求一个数的倒数	求一个整数的倒数, 就是写成这个整数分之一
	求一个分数的倒数, 就是调换分子和分母的位置

注意: 0 没有倒数.

2. 有理数的混合运算

(1) 有理数混合运算顺序: 先算乘方, 再算乘除, 最后算加减; 同级运算, 应按从左到右的顺序进行计算; 如果有括号, 要先做括号内的运算.

(2) 进行有理数的混合运算时, 注意各个运算律的运用, 使运算过程得到简化.

【规律方法】有理数混合运算的四种运算技巧

1. 转化法: 一是将除法转化为乘法, 二是将乘方转化为乘法, 三是在乘除混合运算中, 通常将小数转化为分数进行约分计算.

2. 凑整法: 在加减混合运算中, 通常将和为零的两个数, 分母相同的两个数, 和为整数的两个数, 乘积为整数的两个数分别结合为一组求解.

3. 分拆法: 先将带分数分拆成一个整数与一个真分数的和的形式, 然后进行计算.

4. 巧用运算律: 在计算中巧妙运用加法运算律或乘法运算律往往使计算更简便.

3. 立方根

(1) 定义: 如果一个数的立方等于 a , 那么这个数叫做 a 的立方根或三次方根. 这就是说, 如果 $x^3 = a$, 那么 x 叫做 a 的立方根. 记作: $\sqrt[3]{a}$.

(2) 正数的立方根是正数, 0 的立方根是 0, 负数的立方根是负数. 即任意数都有立方根.

(3) 求一个数 a 的立方根的运算叫开立方, 其中 a 叫做被开方数.

注意: 符号 a^3 中的根指数“3”不能省略; 对于立方根, 被开方数没有限制, 正数、零、负数都有唯一一个立方根.

【规律方法】平方根和立方根的性质

1. 平方根的性质: 正数 a 有两个平方根, 它们互为相反数; 0 的平方根是 0; 负数没有平方根.

2. 立方根的性质: 一个数的立方根只有一个, 正数的立方根是正数, 负数的立方根是负数, 0 的立方根是 0.

4. 合并同类项

(1) 定义: 把多项式中同类项合成一项, 叫做合并同类项.

(2) 合并同类项的法则: 把同类项的系数相加, 所得结果作为系数, 字母和字母的指数不变.

(3) 合并同类项时要注意以下三点:

① 要掌握同类项的概念, 会辨别同类项, 并准确地掌握判断同类项的两条标准: 带有相同系数的代数项; 字母和字母指数;

② 明确合并同类项的含义是把多项式中的同类项合并成一项, 经过合并同类项, 式的项数会减少, 达到化简多项式的目的;

③ “合并”是指同类项的系数的相加, 并把得到的结果作为新的系数, 要保持同类项的字母和字母的指数不变.

5. 幂的乘方与积的乘方

(1) 幂的乘方法则: 底数不变, 指数相乘.

$$(a^m)^n = a^{mn} \quad (m, n \text{ 是正整数})$$

注意: ① 幂的乘方的底数指的是幂的底数; ② 性质中“指数相乘”指的是幂的指数与乘方的指数相乘, 这里注意与同底数幂的乘法中“指数相加”的区别.

(2) 积的乘方法则: 把每一个因式分别乘方, 再把所得的幂相乘.

$$(ab)^n = a^n b^n \quad (n \text{ 是正整数})$$

注意: ① 因式是三个或三个以上积的乘方, 法则仍适用; ② 运用时数字因数的乘方应根据乘方的意义, 计算出最后的结果.

6. 完全平方公式

(1) 完全平方公式: $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$.

可巧记为: “首平方, 末平方, 首末两倍中间放”.

(2) 完全平方公式有以下几个特征: ① 左边是两个数的和的平方; ② 右边是一个三项式, 其中首末两项分别是两项的平方, 都为正, 中间一项是两项积的 2 倍; 其符号与左边的运算符号相同.

(3) 应用完全平方公式时, 要注意: ① 公式中的 a, b 可是单项式, 也可以是多项式; ② 对形如两数和 (或差) 的平方的计算, 都可以用这个公式; ③ 对于三项的可以把其中的两项看做一项后, 也可以用完全平方公式.

7. 分式的加减法

(1) 同分母分式加减法法则: 同分母的分式相加减, 分母不变, 把分子相加减.

(2) 异分母分式加减法法则: 把分母不相同的几个分式化成分母相同的分式, 叫做通分, 经过通分, 异分母分式的加减就转化为同分母分式的加减.

说明:

① 分式的通分必须注意整个分子和整个分母, 分母是多项式时, 必须先分解因式, 分子是多项式时, 要把分母所乘的相同式子与这个多项式相乘, 而不能只同其中某一项相乘.

② 通分是和约分是相反的一种变换. 约分是把分子和分母的所有公因式约去, 将分式化为较简单的形式; 通分是分别把每一个分式的分子分母同乘以相同的因式, 使几个较简单的分式变成分母相同的较复杂的形式. 约分是对一个分式而言的; 通分则是对两个或两个以上的分式来说的.

8. 分式的化简求值

先把分式化简后, 再把分式中未知数对应的值代入求出分式的值.

在化简的过程中要注意运算顺序和分式的化简. 化简的最后结果分子、分母要进行约分, 注意运算的结果要化成最简分式或整式.

【规律方法】分式化简求值时需注意的问题

1. 化简求值, 一般是先化简为最简分式或整式, 再代入求值. 化简时不能跨度太大, 而缺少必要的步骤, 代入求值的模式一般为“当...时, 原式=...”.

2. 代入求值时, 有直接代入法, 整体代入法等常用方法. 解题时可根据题目的具体条件选择合适的方法. 当未知数的值没有明确给出时, 所选取的未知数的值必须使原式中的各分式都有意义, 且除数不能为 0.

9. 根的判别式

利用一元二次方程根的判别式 ($\Delta = b^2 - 4ac$) 判断方程的根的情况.

一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 的根与 $\Delta = b^2 - 4ac$ 有如下关系:

- ① 当 $\Delta > 0$ 时, 方程有两个不相等的两个实数根;
- ② 当 $\Delta = 0$ 时, 方程有两个相等的两个实数根;
- ③ 当 $\Delta < 0$ 时, 方程无实数根.

上面的结论反过来也成立.

10. 根与系数的关系

(1) 若二次项系数为 1, 常用以下关系: x_1, x_2 是方程 $x^2 + px + q = 0$ 的两根时, $x_1 + x_2 = -p$, $x_1 x_2 = q$, 反过来可得 $p = -(x_1 + x_2)$, $q = x_1 x_2$, 前者是已知系数确定根的相关问题, 后者是已知两根确定方程中未知系数.

(2) 若二次项系数不为 1, 则常用以下关系: x_1, x_2 是一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 的两根时, $x_1 + x_2, x_1 x_2$, 反过来也成立, 即 $(x_1 + x_2), x_1 x_2$.

(3) 常用根与系数的关系解决以下问题:

- ① 不解方程, 判断两个数是不是一元二次方程的两个根.
- ② 已知方程及方程的一个根, 求另一个根及未知数.
- ③ 不解方程求关于根的式子的值, 如求, $x_1^2 + x_2^2$ 等等.
- ④ 判断两根的符号.
- ⑤ 求作新方程.
- ⑥ 由给出的两根满足的条件, 确定字母的取值. 这类问题比较综合, 解题时除了利用根与系数的关系, 同时还要考虑 $a \neq 0, \Delta \geq 0$ 这两个前提条件.

11. 一元二次方程的应用

1、列方程解决实际问题的步骤是: 审清题意设未知数, 列出方程, 解所列方程求所列方程的解, 检验和作答.

2、列一元二次方程解应用题中常见问题:

(1) 数字问题: 个位数为 a , 十位数是 b , 则这个两位数表示为 $10b + a$.

(2) 增长率问题: 增长率 = 增长数量 / 原数量 $\times 100\%$. 如: 若原数是 a , 每次增长的百分率为 x , 则第一次增长后为 $a(1+x)$; 第二次增长后为 $a(1+x)^2$, 即 原数 $\times (1 + \text{增长百分率})^2 = \text{后来数}$.

(3) 形积问题: ① 利用勾股定理列一元二次方程, 求三角形、矩形的边长. ② 利用三角形、矩形、菱形、梯形和圆的面积, 以及柱体体积公式建立等量关系列一元二次方程. ③ 利用相似三角形的对应比例关系, 列比例式, 通过两内项之积等于两外项之积, 得到一元二次方程.

(4) 运动点问题: 物体运动将会沿着一条路线或形成一条痕迹, 运行的路线与其他条件会

构成直角三角形, 可运用直角三角形的性质列方程求解.

【规律方法】列一元二次方程解应用题的“六字诀”

1. 审: 理解题意, 明确未知量、已知量以及它们之间的数量关系.
2. 设: 根据题意, 可以直接设未知数, 也可以间接设未知数.
3. 列: 根据题中的等量关系, 用含所设未知数的代数式表示其他未知量, 从而列出方程.
4. 解: 准确求出方程的解.
5. 验: 检验所求出的根是否符合所列方程和实际问题.
6. 答: 写出答案.

12. 解分式方程

(1) 解分式方程的步骤: ①去分母; ②求出整式方程的解; ③检验; ④得出结论.

(2) 解分式方程时, 去分母后所得整式方程的解有可能使原方程中的分母为 0, 所以应如下检验:

① 将整式方程的解代入最简公分母, 如果最简公分母的值不为 0, 则整式方程的解是原分式方程的解.

② 将整式方程的解代入最简公分母, 如果最简公分母的值为 0, 则整式方程的解不是原分式方程的解.

所以解分式方程时, 一定要检验.

13. 在数轴上表示不等式的解集

用数轴表示不等式的解集时, 要注意“两定”:

一是定界点, 一般在数轴上只标出原点和界点即可. 定边界点时要注意, 点是实心还是空心, 若边界点含于解集为实心点, 不含于解集即为空心点;

二是定方向, 定方向的原则是: “小于向左, 大于向右”.

【规律方法】不等式解集的验证方法

某不等式求得的解集为 $x > a$, 其验证方法可以先将 a 代入原不等式, 则两边相等, 其次在 $x > a$ 的范围内取一个数代入原不等式, 则原不等式成立.

14. 解一元一次不等式组

(1) 一元一次不等式组的解集: 几个一元一次不等式的解集的公共部分, 叫做由它们所组成的不等式组的解集.

(2) 解不等式组: 求不等式组的解集的过程叫解不等式组.

(3) 一元一次不等式组的解法: 解一元一次不等式组时, 一般先求出其中各不等式的解集, 再求出这些解集的公共部分, 利用数轴可以直观地表示不等式组的解集.

方法与步骤: ①求不等式组中每个不等式的解集; ②利用数轴求公共部分.

解集的规律: 同大取大; 同小取小; 大小小大中间找; 大大小小找不到.

15. 正比例函数的定义

(1) 正比例函数的定义:

一般地, 形如 $y=kx$ (k 是常数, $k \neq 0$) 的函数叫做正比例函数, 其中 k 叫做比例系数.

注意: 正比例函数的定义是从解析式的角度出发的, 注意定义中对比例系数的要求: k 是常数, $k \neq 0$, k 是正数也可以是负数.

(2) 正比例函数图象的性质

正比例函数 $y=kx$ (k 是常数, $k \neq 0$), 我们通常称之为直线 $y=kx$.

当 $k > 0$ 时, 直线 $y=kx$ 依次经过第三、一象限, 从左向右上升, y 随 x 的增大而增大; 当 $k < 0$ 时, 直线 $y=kx$ 依次经过第二、四象限, 从左向右下降, y 随 x 的增大而减小.

(3) “两点法”画正比例函数的图象: 经过原点与点 $(1, k)$ 的直线是 $y=kx$ (k 是常数, $k \neq 0$) 的图象.

16. 一次函数图象与几何变换

直线 $y=kx+b$, ($k \neq 0$, 且 k, b 为常数)

①关于 x 轴对称, 就是 x 不变, y 变成 $-y$: $-y=kx+b$, 即 $y=-kx-b$;

(关于 X 轴对称, 横坐标不变, 纵坐标是原来的相反数)

②关于 y 轴对称, 就是 y 不变, x 变成 $-x$: $y=k(-x)+b$, 即 $y=-kx+b$;

(关于 y 轴对称, 纵坐标不变, 横坐标是原来的相反数)

③关于原点对称, 就是 x 和 y 都变成相反数: $-y=k(-x)+b$, 即 $y=kx-b$.

(关于原点轴对称, 横、纵坐标都变为原来的相反数)

17. 反比例函数图象上点的坐标特征

反比例函数 $y=k/x$ (k 为常数, $k \neq 0$) 的图象是双曲线,

①图象上的点 (x, y) 的横纵坐标的积是定值 k , 即 $xy=k$;

②双曲线是关于原点对称的, 两个分支上的点也是关于原点对称;

③在 $y=k/x$ 图象中任取一点, 过这一个点向 x 轴和 y 轴分别作垂线, 与坐标轴围成的矩形的面积是定值 $|k|$.

18. 抛物线与 x 轴的交点

求二次函数 $y=ax^2+bx+c$ (a, b, c 是常数, $a \neq 0$) 与 x 轴的交点坐标, 令 $y=0$, 即 $ax^2+bx+c=0$, 解关于 x 的一元二次方程即可求得交点横坐标.

(1) 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ (a, b, c 是常数, $a \neq 0$) 的交点与一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$

根之间的关系.

$\Delta = b^2 - 4ac$ 决定抛物线与 x 轴的交点个数.

$\Delta = b^2 - 4ac > 0$ 时, 抛物线与 x 轴有 2 个交点;

$\Delta = b^2 - 4ac = 0$ 时, 抛物线与 x 轴有 1 个交点;

$\Delta = b^2 - 4ac < 0$ 时, 抛物线与 x 轴没有交点.

(2) 二次函数的交点式: $y = a(x - x_1)(x - x_2)$ (a, b, c 是常数, $a \neq 0$), 可直接得到抛物线与 x 轴的交点坐标 $(x_1, 0)$, $(x_2, 0)$.

19. 二次函数的应用

(1) 利用二次函数解决利润问题

在商品经营活动中, 经常会遇到求最大利润, 最大销量等问题. 解此类题的关键是通过题意, 确定出二次函数的解析式, 然后确定其最大值, 实际问题中自变量 x 的取值要使实际问题有意义, 因此在求二次函数的最值时, 一定要注意自变量 x 的取值范围.

(2) 几何图形中的最值问题

几何图形中的二次函数问题常见的有: 几何图形中面积的最值, 用料的最佳方案以及动态几何中的最值的讨论.

(3) 构建二次函数模型解决实际问题

利用二次函数解决抛物线形的隧道、大桥和拱门等实际问题时, 要恰当地把这些实际问题中的数据落实到平面直角坐标系中的抛物线上, 从而确定抛物线的解析式, 通过解析式可解决一些测量问题或其他问题.

20. 二次函数综合题

(1) 二次函数图象与其他函数图象相结合问题

解决此类问题时, 先根据给定的函数或函数图象判断出系数的符号, 然后判断新的函数关系式中系数的符号, 再根据系数与图象的位置关系判断出图象特征, 则符合所有特征的图象即为正确选项.

(2) 二次函数与方程、几何知识的综合应用

将函数知识与方程、几何知识有机地结合在一起. 这类试题一般难度较大. 解这类问题关键是善于将函数问题转化为方程问题, 善于利用几何图形的有关性质、定理和二次函数的知识, 并注意挖掘题目中的一些隐含条件.

(3) 二次函数在实际生活中的应用题

从实际问题中分析变量之间的关系, 建立二次函数模型. 关键在于观察、分析、创建, 建立

直角坐标系下的二次函数图象, 然后数形结合解决问题, 需要注意的是自变量及函数的取值范围要使实际问题有意义.

21. 钟面角

(1) 钟面一周平均分 60 格, 相邻两格刻度之间的时间间隔是 1 分钟, 时针 1 分钟走格, 分针 1 分钟走 1 格. 钟面上每一格的度数为 $360^\circ \div 12 = 30^\circ$.

(2) 计算钟面上时针与分针所成角的度数, 一般先从钟面上找出某时刻分针与时针所处的位置, 确定其夹角, 再根据表面上每一格 30° 的规律, 计算出分针与时针的夹角的度数.

(3) 钟面上的路程问题

分针: 60 分钟转一圈, 每分钟转动的角度为: $360^\circ \div 60 = 6^\circ$

时针: 12 小时转一圈, 每分钟转动的角度为: $360^\circ \div 12 \div 60 = 0.5^\circ$.

22. 全等三角形的判定与性质

(1) 全等三角形的判定是结合全等三角形的性质证明线段和角相等的重要工具. 在判定三角形全等时, 关键是选择恰当的判定条件.

(2) 在应用全等三角形的判定时, 要注意三角形间的公共边和公共角, 必要时添加适当辅助线构造三角形.

23. 线段垂直平分线的性质

(1) 定义: 经过某一条线段的中点, 并且垂直于这条线段的直线, 叫做这条线段的垂直平分线 (中垂线) 垂直平分线, 简称“中垂线”.

(2) 性质: ①垂直平分线垂直且平分其所在线段. ____ ②垂直平分线上任意一点, 到线段两端点的距离相等. ____ ③三角形三条边的垂直平分线相交于一点, 该点叫外心, 并且这一点到三个顶点的距离相等.

24. 等边三角形的判定与性质

(1) 等边三角形是一个非常特殊的几何图形, 它的角的特殊性给有关角的计算奠定了基础, 它的边角性质为证明线段、角相等提供了便利条件. 同是等边三角形又是特殊的等腰三角形, 同样具备三线合一的性质, 解题时要善于挖掘图形中的隐含条件广泛应用.

(2) 等边三角形的特性如: 三边相等、有三条对称轴、一边上的高可以把等边三角形分成含有 30° 角的直角三角形、连接三边中点可以把等边三角形分成四个全等的小等边三角形等.

(3) 等边三角形判定最复杂, 在应用时要抓住已知条件的特点, 选取恰当的判定方法, 一般地, 若从一般三角形出发可以通过三条边相等判定、通过三个角相等判定; 若从等腰三角形出发, 则想法获取一个 60° 的角判定.

25. 勾股定理

(1) 勾股定理: 在任何一个直角三角形中, 两条直角边长的平方之和一定等于斜边长的平方.

如果直角三角形的两条直角边长分别是 a , b , 斜边长为 c , 那么 $a^2+b^2=c^2$.

(2) 勾股定理应用的前提条件是在直角三角形中.

(3) 勾股定理公式 $a^2+b^2=c^2$ 的变形有: a , b 及 c .

(4) 由于 $a^2+b^2=c^2 > a^2$, 所以 $c > a$, 同理 $c > b$, 即直角三角形的斜边大于该直角三角形中的每一条直角边.

26. 三角形中位线定理

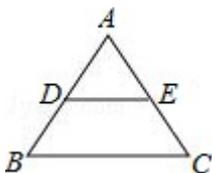
(1) 三角形中位线定理:

三角形的中位线平行于第三边, 并且等于第三边的一半.

(2) 几何语言:

如图, \because 点 D 、 E 分别是 AB 、 AC 的中点

$\therefore DE \parallel BC, DE = \frac{1}{2}BC$.



27. 多边形内角与外角

(1) 多边形内角和定理: $(n-2) \cdot 180$ ($n \geq 3$) 且 n 为整数)

此公式推导的基本方法是从 n 边形的一个顶点出发引出 $(n-3)$ 条对角线, 将 n 边形分割为 $(n-2)$ 个三角形, 这 $(n-2)$ 个三角形的所有内角之和正好是 n 边形的内角和. 除此方法之和还有其他几种方法, 但这些方法的基本思想是一样的. 即将多边形转化为三角形这也是研究多边形问题常用的方法.

(2) 多边形的外角和等于 360 度.

① 多边形的外角和指每个顶点处取一个外角, 则 n 边形取 n 个外角, 无论边数是几, 其外角和永远为 360° .

② 借助内角和和邻补角概念共同推出以下结论: 外角和 $= 180^\circ n - (n-2) \cdot 180^\circ = 360^\circ$.

28. 平行四边形的性质

(1) 平行四边形的概念: 有两组对边分别平行的四边形叫做平行四边形.

(2) 平行四边形的性质:

- ① 边: 平行四边形的对边相等.
- ② 角: 平行四边形的对角相等.
- ③ 对角线: 平行四边形的对角线互相平分.

(3) 平行线间的距离处处相等.

(4) 平行四边形的面积:

- ① 平行四边形的面积等于它的底和这个底上的高的积.
- ② 同底 (等底) 同高 (等高) 的平行四边形面积相等.

29. 菱形的性质

(1) 菱形的定义: 有一组邻边相等的平行四边形叫做菱形.

(2) 菱形的性质

- ① 菱形具有平行四边形的一切性质;
- ② 菱形的四条边都相等;
- ③ 菱形的两条对角线互相垂直, 并且每一条对角线平分一组对角;
- ④ 菱形是轴对称图形, 它有 2 条对称轴, 分别是两条对角线所在直线.

(3) 菱形的面积计算

- ① 利用平行四边形的面积公式.
- ② 菱形面积 ab . (a 、 b 是两条对角线的长度)

30. 矩形的性质

(1) 矩形的定义: 有一个角是直角的平行四边形是矩形.

(2) 矩形的性质

- ① 平行四边形的性质矩形都具有;
- ② 角: 矩形的四个角都是直角;
- ③ 边: 邻边垂直;
- ④ 对角线: 矩形的对角线相等;
- ⑤ 矩形是轴对称图形, 又是中心对称图形. 它有 2 条对称轴, 分别是每组对边中点连线所在的直线; 对称中心是两条对角线的交点.

(3) 由矩形的性质, 可以得到直角三角形的一个重要性质, 直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半.

31. 垂径定理

(1) 垂径定理

垂直于弦的直径平分这条弦, 并且平分弦所对的两条弧.

(2) 垂径定理的推论

推论 1: 平分弦 (不是直径) 的直径垂直于弦, 并且平分弦所对的两条弧.

推论 2: 弦的垂直平分线经过圆心, 并且平分弦所对的两条弧.

推论 3: 平分弦所对一条弧的直径, 垂直平分弦, 并且平分弦所对的另一条弧.

32. 圆周角定理

(1) 圆周角的定义: 顶点在圆上, 并且两边都与圆相交的角叫做圆周角.

注意: 圆周角必须满足两个条件: ① 顶点在圆上. ② 角的两条边都与圆相交, 二者缺一不可.

(2) 圆周角定理: 在同圆或等圆中, 同弧或等弧所对的圆周角相等, 都等于这条弧所对的圆心角的一半.

推论: 半圆 (或直径) 所对的圆周角是直角, 90° 的圆周角所对的弦是直径.

(3) 在解圆的有关问题时, 常常需要添加辅助线, 构成直径所对的圆周角, 这种基本技能技巧一定要掌握.

(4) 注意: ① 圆周角和圆心角的转化可通过作圆的半径构造等腰三角形. 利用等腰三角形的顶点和底角的关系进行转化. ② 圆周角和圆周角的转化可利用其“桥梁”——圆心角转化. ③ 定理成立的条件是“同一条弧所对的”两种角, 在运用定理时不要忽略了条件, 把不同弧所对的圆周角与圆心角错当成同一条弧所对的圆周角和圆心角.

33. 扇形面积的计算

(1) 圆面积公式: $S = \pi r^2$

(2) 扇形: 由组成圆心角的两条半径和圆心角所对的弧所围成的图形叫做扇形.

(3) 扇形面积计算公式: 设圆心角是 n° , 圆的半径为 R 的扇形面积为 S , 则

$S_{\text{扇形}} = \frac{n}{360} \pi R^2$ 或 $S_{\text{扇形}} = \frac{1}{2} lR$ (其中 l 为扇形的弧长)

(4) 求阴影面积常用的方法:

- ① 直接用公式法;
- ② 和差法;
- ③ 割补法.

(5) 求阴影面积的主要思路是将不规则图形面积转化为规则图形的面积.

34. 旋转的性质

(1) 旋转的性质:

____ ① 对应点到旋转中心的距离相等. ____ ② 对应点与旋转中心所连线段的夹角等于旋转角. ____ ③ 旋转前、后的图形全等. ____ (2) 旋转三要素: ① 旋转中心;

第 38 页 (共 42 页)

②旋转方向; ③旋转角度. _____ 注意: 三要素中只要任意改变一个, 图形就会不一样.

35. 相似三角形的判定与性质

(1) 相似三角形相似多边形的特殊情形, 它沿袭相似多边形的定义, 从对应边的比相等和对应角相等两方面下定义; 反过来, 两个三角形相似也有对应角相等, 对应边的比相等.

(2) 三角形相似的判定一直是中考考查的热点之一, 在判定两个三角形相似时, 应注意利用图形中已有的公共角、公共边等隐含条件, 以充分发挥基本图形的作用, 寻找相似三角形的一般方法是通过作平行线构造相似三角形; 或依据基本图形对图形进行分解、组合; 或作辅助线构造相似三角形, 判定三角形相似的方法有事可单独使用, 有时需要综合运用无论是单独使用还是综合运用, 都要具备应有的条件方可.

36. 解直角三角形

(1) 解直角三角形的定义

在直角三角形中, 由已知元素求未知元素的过程就是解直角三角形.

(2) 解直角三角形要用到的关系

① 锐角直角的关系: $\angle A + \angle B = 90^\circ$;

② 三边之间的关系: $a^2 + b^2 = c^2$;

③ 边角之间的关系:

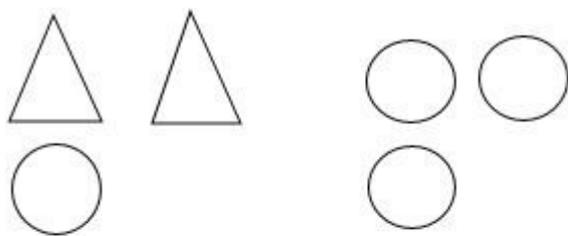
$\sin A = \angle A$ 的对边斜边 $= \frac{a}{c}$, $\cos A = \angle A$ 的邻边斜边 $= \frac{b}{c}$, $\tan A = \angle A$ 的对边 $\angle A$ 的邻边 $= \frac{a}{b}$.

(a, b, c 分别是 $\angle A, \angle B, \angle C$ 的对边)

37. 简单几何体的三视图

(1) 画物体的主视图的口诀为: 主、俯: 长对正; 主、左: 高平齐; 俯、左: 宽相等.

(2) 常见的几何体的三视图:



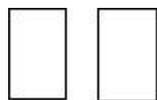
圆锥的三视图

球体的三视图



正方体的三视图

圆台的三视图



www.jx.com



圆柱的三视图:

38. 由三视图判断几何体

(1) 由三视图想象几何体的形状, 首先, 应分别根据主视图、俯视图和左视图想象几何体的前面、上面和左侧面的形状, 然后综合起来考虑整体形状.

(2) 由物体的三视图想象几何体的形状是有一定难度的, 可以从以下途径进行分析:

- ① 根据主视图、俯视图和左视图想象几何体的前面、上面和左侧面的形状, 以及几何体的长、宽、高;
- ② 从实线和虚线想象几何体看得见部分和看不见部分的轮廓线;
- ③ 熟记一些简单的几何体的三视图对复杂几何体的想象会有帮助;
- ④ 利用由三视图画几何体与有几何体画三视图的互逆过程, 反复练习, 不断总结方法.

39. 算术平均数

(1) 平均数是指在一组数据中所有数据之和再除以数据的个数. 它是反映数据集中趋势的一项指标.

(2) 算术平均数: 对于 n 个数 x_1, x_2, \dots, x_n , 则 $\bar{x} = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n)$ 就叫做这 n 个数的算术平均数.

(3) 算术平均数是加权平均数的一种特殊情况, 加权平均数包含算术平均数, 当加权平均数中的权相等时, 就是算术平均数.

40. 中位数

(1) 中位数:

将一组数据按照从小到大 (或从大到小) 的顺序排列, 如果数据的个数是奇数, 则处于中间位置的数就是这组数据的中位数.

如果这组数据的个数是偶数, 则中间两个数据的平均数就是这组数据的中位数.

(2) 中位数代表了这组数据值大小的“中点”, 不易受极端值影响, 但不能充分利用所有数据的信息.

(3) 中位数仅与数据的排列位置有关, 某些数据的移动对中位数没有影响, 中位数可能出现在所给数据中也可能不在所给的数据中出现, 当一组数据中的个别数据变动较大时, 可用中位数描述其趋势.

41. 众数

(1) 一组数据中出现次数最多的数据叫做众数.

(2) 求一组数据的众数的方法: 找出频数最多的那个数据, 若几个数据频数都是最多且相同, 此时众数就是这多个数据.

(3) 众数不易受数据中极端值的影响. 众数也是数据的一种代表数, 反映了一组数据的集中程度, 众数可作为描述一组数据集中趋势的量.

42. 方差

(1) 方差: 一组数据中各数据与它们的平均数的差的平方的平均数, 叫做这组数据的方差.

(2) 用“先平均, 再求差, 然后平方, 最后再平均”得到的结果表示一组数据偏离平均值的情况, 这个结果叫方差, 通常用 s^2 来表示, 计算公式是:

$$s^2 = \frac{1}{n} [(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2]$$
 (可简单记忆为“方差等于差方的平均数”)

(3) 方差是反映一组数据的波动大小的一个量. 方差越大, 则平均值的离散程度越大, 稳定性也越小; 反之, 则它与其平均值的离散程度越小, 稳定性越好.

43. 列表法与树状图法

(1) 当试验中存在两个元素且出现的所有可能的结果较多时, 我们常用列表的方式, 列出所有可能的结果, 再求出概率.

(2) 列表的目的在于不重不漏地列举出所有可能的结果求出 n , 再从中选出符合事件 A 或 B 的结果数目 m , 求出概率.

(3) 列举法 (树形图法) 求概率的关键在于列举出所有可能的结果, 列表法是一种, 但当

一个事件涉及三个或更多元素时, 为不重不漏地列出所有可能的结果, 通常采用树形图.

(4) 树形图列举法一般是选择一个元素再和其他元素分别组合, 依次列出, 象树的枝丫形式, 最末端的枝丫个数就是总的可能的结果 n .

(5) 当有两个元素时, 可用树形图列举, 也可以列表列举.