

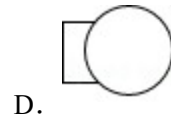
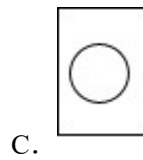
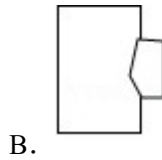
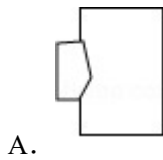
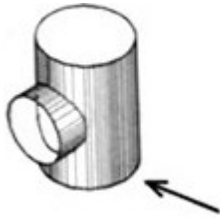
2019 年广西柳州市中考数学试卷

一、选择题 (本大题共 11 小题, 每小题 3 分, 满分 30 分, 在每个小题给出的四个选项中, 只有一项是正确的, 每小题选对得 3 分, 选错、不选或多选均得 0 分.)

1. (3 分) (2019•柳州) 据 CCTV 新闻报道, 今年 5 月我国新能源汽车销量达到 104400 辆, 该销量用科学记数法表示为 ()

- A. 0.1044×10^6 辆 B. 1.044×10^6 辆 C. 1.044×10^5 辆 D. 10.44×10^4 辆

2. (3 分) (2019•柳州) 如图, 这是一个机械零部件, 该零部件的左视图是 ()



3. (3 分) (2019•柳州) 下列四个标志是关于安全警示的标志, 在这些标志中, 是轴对称图形的是 ()



当心吊物安全



当心触电安全



当心滑跌安全



注意安全

4. (3 分) (2019•柳州) 计算: $x(x^2 - 1) =$ ()

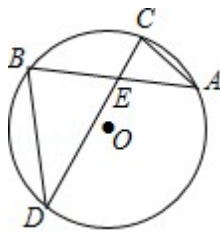
- A. $x^3 - 1$ B. $x^3 - x$ C. $x^3 + x$ D. $x^2 - x$

5. (3 分) (2019•柳州) 反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ 的图象位于 ()

- A. 第一、三象限 B. 第二、三象限 C. 第一、二象限 D. 第二、四象限

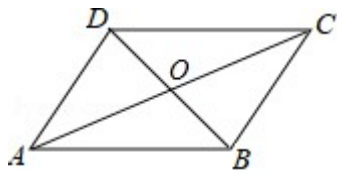
6. (3 分) (2019•柳州) 如图, A, B, C, D 是 $\square O$ 上的点, 则图中与 $\angle A$ 相等的角

是()



- A. $\angle B$ B. $\angle C$ C. $\angle DEB$ D. $\angle D$

7. (3分) (2019•柳州) 如图, 在 $\square ABCD$ 中, 全等三角形的对数共有()



- A. 2 对 B. 3 对 C. 4 对 D. 5 对

8. (3分) 依据【资料】中所提供的信息, 2016–2018 年中国 GDP 的平均值大约是()

- A. 12.30 B. 14.19 C. 19.57 D. 19.71

9. (3分) 依据【资料】中所提供的信息, 可以推算出中国的 GDP 要超过美国, 至少要到()

- A. 2052 年 B. 2038 年 C. 2037 年 D. 2034 年

10. (3分) (2019•柳州) 已知 A、B 两地相距 3 千米, 小黄从 A 地到 B 地, 平均速度为 4 千米/小时, 若用 x 表示行走的时间 (小时), y 表示余下的路程 (千米), 则 y 关于 x 的函数解析式是()

- A. $y = 4x(x \geq 0)$ B. $y = 4x - 3(x \leq \frac{3}{4})$
C. $y = 3 - 4x(x \geq 0)$ D. $y = 3 - 4x(0 \leq x \leq \frac{3}{4})$

11. (3分) (2019•柳州) 小李与小陈做猜拳游戏, 规定每人每次至少要出一个手指, 两人出拳的手指数之和为偶数时小李获胜, 那么, 小李获胜的概率为()



- A. $\frac{13}{25}$ B. $\frac{12}{25}$ C. $\frac{4}{25}$ D. $\frac{1}{2}$

12. (3分) (2019•柳州) 定义: 形如 $a+bi$ 的数称为复数 (其中 a 和 b 为实数, i 为虚数

单位, 规定 $i^2 = -1$), a 称为复数的实部, b 称为复数的虚部. 复数可以进行四则运算, 运算的结果还是一个复数. 例如 $(1+3i)^2 = 1^2 + 2 \times 1 \times 3i + (3i)^2 = 1 + 6i + 9i^2 = 1 + 6i - 9 = -8 + 6i$,

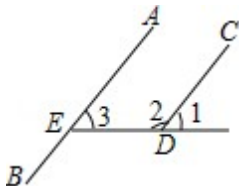
因此, $(1+3i)^2$ 的实部是 -8 , 虚部是 6 . 已知复数 $(3-mi)^2$ 的虚部是 12 , 则实部是 ()

- A. -6 B. 6 C. 5 D. -5

二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 满分 18 分. 请将答案直接填写在答题卡中相应的横线上, 在草稿纸、试卷上答题无效.)

13. (3 分) (2019•柳州) 计算: $7x - 4x = \underline{\hspace{2cm}}$.

14. (3 分) (2019•柳州) 如图, 若 $AB \parallel CD$, 则在图中标注的角中, 一定相等的角是



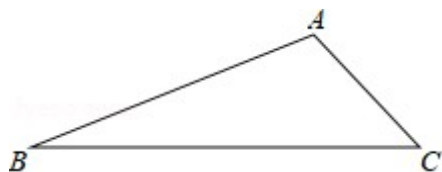
15. (3 分) (2019•柳州) 柳州市某校的生物兴趣小组在老师的指导下进行了多项有意义的生物研究并取得成果. 下面是这个兴趣小组在相同的实验条件下, 对某植物种子发芽率进行研究时所得到的数据:

种子数 n	30	75	130	210	480	856	1250	2300
发芽数 m	28	72	125	200	457	814	1187	2185
发芽频率 $\frac{m}{n}$	0.9333	0.9600	0.9615	0.9524	0.9521	0.9509	0.9496	0.9500

依据上面的数据可以估计, 这种植物种子在该实验条件下发芽的概率约是 $\underline{\hspace{2cm}}$ (结果精确到 0.01).

16. (3 分) (2019•柳州) 在半径为 5 的圆形纸片上裁出一个边长最大的正方形纸片, 则这个正方形纸片的边长应为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

17. (3 分) (2019•柳州) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\sin B = \frac{1}{3}$, $\tan C = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $AB = 3$, 则 AC 的长为 $\underline{\hspace{2cm}}$.



18. (3 分) (2019•柳州) 已知一组数据共有 5 个数, 它们的方差是 0.4, 众数、中位数和平均数都是 8, 最大的数是 9, 则最小的数是_____.

三、解答题 (本大题共 8 小题, 满分 66 分, 解答时应写出必要的文字说明、演算步骤或推理过程请将解答写在答题卡中相应的区域内, 画图或作辅助线时使用铅笔画出, 确定后论须使用黑色字的签字笔描黑在草稿纸、试卷上答题无效.)

19. (6 分) (2019•柳州) 计算: $2^2 + |-3| - \sqrt{4} + \pi^0$.

20. (6 分) (2019•柳州) 已知: $\angle AOB$.

求作: $\angle A'O'B'$, 使得 $\angle A'O'B' = \angle AOB$.

作法:

- ① 以 O 为圆心, 任意长为半径画弧, 分别交 OA , OB 于点 C , D ;
- ② 画一条射线 $O'A'$, 以点 O' 为圆心, OC 长为半径画弧, 交 $O'A'$ 于点 C' ;
- ③ 以点 C' 为圆心, CD 长为半径画弧, 与第②步中所画的弧相交于点 D' ;
- ④ 过点 D' 画射线 $O'B'$, 则 $\angle A'O'B' = \angle AOB$.

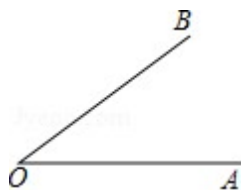
根据上面的作法, 完成以下问题:

- (1) 使用直尺和圆规, 作出 $\angle A'O'B'$ (请保留作图痕迹).
- (2) 完成下面证明 $\angle A'O'B' = \angle AOB$ 的过程 (注: 括号里填写推理的依据).

证明: 由作法可知 $O'C' = OC$, $O'D' = OD$, $D'C' =$ _____,

$\therefore \triangle C'O'D' \cong \triangle COD$ (_____)

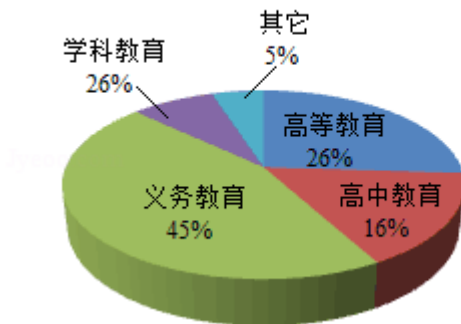
$\therefore \angle A'O'B' = \angle AOB$. (_____)



21. (8 分) (2019•柳州) 据公开报道, 2017 年全国教育经费总投入为 42557 亿元, 比上年增长 9.43%, 其中投入在各学段的经费占比 (即所占比例) 如图, 根据图中提供的信息解答下列问题.

- (1) 在 2017 年全国教育经费总投入中, 义务教育段的经费总投入应该是多少亿元?
 (2) 2016 年全国教育经费总投入约为多少亿元? (精确到 0.1)

2017 年全国教育经费总投入中各学段经费占比

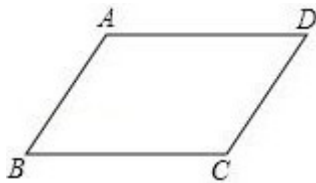


22. (8 分) (2019•柳州) 平行四边形的其中一个判定定理是: 两组对边分别相等的四边形是平行四边形. 请你证明这个判定定理.

已知: 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AB = CD$, $AD = BC$.

求证: 四边形 $ABCD$ 是平行四边形.

证明:



23. (8 分) (2019•柳州) 小张去文具店购买作业本, 作业本有大、小两种规格, 大本作业本的单价比小本作业本贵 0.3 元, 已知用 8 元购买大本作业本的数量与用 5 元购买小本作业本的数量相同.

- (1) 求大本作业本与小本作业本每本各多少元?
 (2) 因作业需要, 小张要再购买一些作业本, 购买小本作业本的数量是大本作业本数量的 2 倍, 总费用不超过 15 元. 则大本作业本最多能购买多少本?

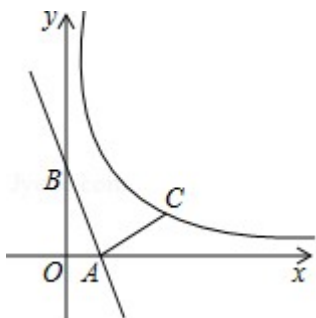
24. (10 分) (2019•柳州) 如图, 直线 AB 与 x 轴交于点 $A(1,0)$, 与 y 轴交于点 $B(0,2)$,

将线段 AB 绕点 A 顺时针旋转 90° 得到线段 AC , 反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0, x > 0)$ 的图象经过点 C .

- (1) 求直线 AB 和反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0, x > 0)$ 的解析式;

(2) 已知点 P 是反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0, x > 0)$ 图象上的一个动点, 求点 P 到直线 AB 距离

最短时的坐标.



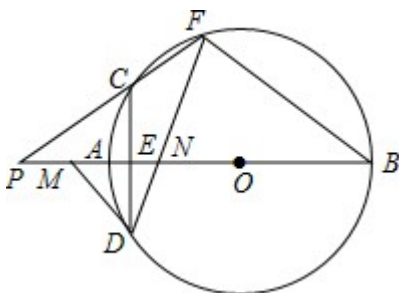
25. (10 分) (2019•柳州) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 弦 $CD \perp AB$ 于点 E , 点 F 是 $\odot O$

上一点, 且 $\angle AC = \angle CF$, 连接 FB , FD , FD 交 AB 于点 N .

(1) 若 $AE = 1$, $CD = 6$, 求 $\odot O$ 的半径;

(2) 求证: $\triangle BNF$ 为等腰三角形;

(3) 连接 FC 并延长, 交 BA 的延长线于点 P , 过点 D 作 $\odot O$ 的切线, 交 BA 的延长线于点 M . 求证: $ON \cdot OP = OE \cdot OM$.



26. (10 分) (2019•柳州) 如图, 直线 $y = x - 3$ 交 x 轴于点 A , 交 y 轴于点 C , 点 B 的坐

标为 $(1, 0)$, 抛物线 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 经过 A , B , C 三点, 抛物线的顶点为点 D , 对

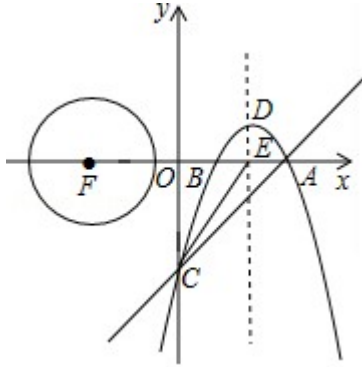
称轴与 x 轴的交点为点 E , 点 E 关于原点的对称点为 F , 连接 CE , 以点 F 为圆心, $\frac{1}{2}CE$

的长为半径作圆, 点 P 为直线 $y = x - 3$ 上的一个动点.

(1) 求抛物线的解析式;

(2) 求 $\triangle BDP$ 周长的最小值;

(3) 若动点 P 与点 C 不重合, 点 Q 为 $\odot F$ 上的任意一点, 当 PQ 的最大值等于 $\frac{3}{2}CE$ 时, 过 P, Q 两点的直线与抛物线交于 M, N 两点 (点 M 在点 N 的左侧), 求四边形 $ABMN$ 的面积.



2019 年广西柳州市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题 (本大题共 11 小题, 每小题 3 分, 满分 30 分, 在每个小题给出的四个选项中, 只有一项是正确的, 每小题选对得 3 分, 选错、不选或多选均得 0 分.)

1. (3 分) 据 CCTV 新闻报道, 今年 5 月我国新能源汽车销量达到 104400 辆, 该销量用科学记数法表示为 ()

- A. 0.1044×10^6 辆 B. 1.044×10^6 辆 C. 1.044×10^5 辆 D. 10.44×10^4 辆

【考点】1I: 科学记数法 - 表示较大的数

【专题】511: 实数

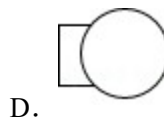
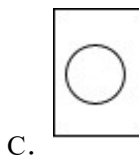
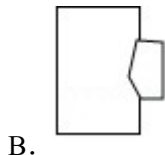
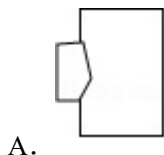
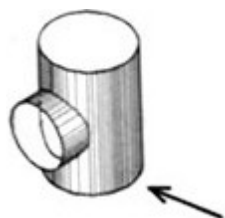
【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时, n 是正数; 当原数的绝对值 < 1 时, n 是负数.

【解答】解: 104400 用科学记数法表示应为 1.044×10^5 ,

故选: C.

【点评】此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数, 表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

2. (3 分) 如图, 这是一个机械零部件, 该零部件的左视图是 ()



【考点】U2: 简单组合体的三视图

【专题】55F: 投影与视图

【分析】根据左视图是从几何体左面看得到的图形解答即可.

【解答】解: 题中的几何体从左面看, 得到的图形是一个长方形及其内部一个圆, 如图所示:



故选: C.

【点评】本题考查几何体的三视图. 根据左视图是从几何体左面看得到的图形进行解答是关键.

3. (3 分) 下列四个标志是关于安全警示的标志, 在这些标志中, 是轴对称图形的是 ()



【考点】P3: 轴对称图形

【专题】558: 平移、旋转与对称

【分析】根据轴对称的性质可以判断答案;

【解答】解: D 答案的图形是轴对称图形,

故选: D.

【点评】本题考查轴对称的性质; 熟练掌握轴对称的性质是解题的关键.

4. (3 分) 计算: $x(x^2 - 1) = (\quad)$

A. $x^3 - 1$

B. $x^3 - x$

C. $x^3 + x$

D. $x^2 - x$

【考点】4A: 单项式乘多项式

【专题】512: 整式

【分析】根据单项式乘以多项式的法则求解即可;

【解答】解: $x(x^2 - 1) = x^3 - x$;

故选: A.

【点评】本题考查单项式乘以多项式; 熟练掌握单项式乘以多项式的法则是解题的关键.

5. (3分) 反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ 的图象位于()

- A. 第一、三象限 B. 第二、三象限 C. 第一、二象限 D. 第二、四象限

【考点】G2：反比例函数的图象；G4：反比例函数的性质

【专题】534：反比例函数及其应用

【分析】由反比例函数 $k > 0$ ，函数经过一三象限即可求解；

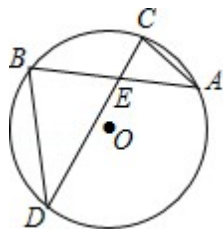
【解答】解： $\because k = 2 > 0$ ，

$\therefore$ 反比例函数经过第一、三象限；

故选：A.

【点评】本题考查反比例函数的图象及性质；熟练掌握函数的性质和图象是解题的关键.

6. (3分) 如图，A，B，C，D是 $\odot O$ 上的点，则图中与 $\angle A$ 相等的角是()



- A. $\angle B$ B. $\angle C$ C. $\angle DEB$ D. $\angle D$

【考点】M5：圆周角定理

【专题】559：圆的有关概念及性质

【分析】直接利用圆周角定理进行判断.

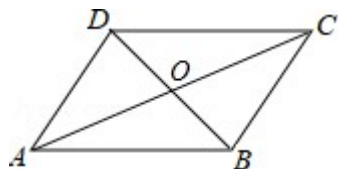
【解答】解： $\because \angle A$ 与 $\angle D$ 都是 $\widehat{BC}$ 所对的圆周角，

$\therefore \angle D = \angle A$.

故选：D.

【点评】本题考查了圆周角定理：在同圆或等圆中，同弧或等弧所对的圆周角相等，都等于这条弧所对的圆心角的一半.

7. (3分) 如图，在 $\square ABCD$ 中，全等三角形的对数共有()



- A. 2对 B. 3对 C. 4对 D. 5对

【考点】L5：平行四边形的性质；KB：全等三角形的判定

【专题】553: 图形的全等

【分析】 平行四边形的性质是: 对边相互平行且相等, 对角线互相平分. 这样不难得出:
 $AD = BC$, $AB = CD$, $AO = CO$, $DO = BO$, 再利用“对顶角相等”就很容易找到全等的三角形:
 $\triangle ACD \cong \triangle CAB(SSS)$, $\triangle ABD \cong \triangle CDB(SSS)$, $\triangle AOD \cong \triangle COB(SAS)$,
 $\triangle AOB \cong \triangle COD(SAS)$.

【解答】 解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,
 $\therefore AB = CD$, $AD = BC$; $OD = OB$, $OA = OC$;
 $\therefore OD = OB$, $OA = OC$, $\angle AOD = \angle BOC$;
 $\therefore \triangle AOD \cong \triangle COB(SAS)$; ①

同理可得出 $\triangle AOB \cong \triangle COD(SAS)$; ②

$\therefore BC = AD$, $CD = AB$, $BD = BD$;
 $\therefore \triangle ABD \cong \triangle CDB(SSS)$; ③

同理可得: $\triangle ACD \cong \triangle CAB(SSS)$. ④

因此本题共有 4 对全等三角形.

故选: C.

【点评】 此题考查了平行四边形的性质和全等三角形的判定, 三角形全等的条件有时候是直接给的, 有时候是根据已知条件推出的, 还有时是由已知图形的性质得出的, 做题时要全面考虑.

8. (3 分) 依据【资料】中所提供的信息, 2016–2018 年中国 GDP 的平均值大约是()

- A. 12.30 B. 14.19 C. 19.57 D. 19.71

【考点】 W1: 算术平均数

【专题】 541: 数据的收集与整理

【分析】 根据算术平均数的公式即可计算.

【解答】 解:

由图象可知, 2016 年至 2018 年的 GDP 值分别为: 11.19, 12.24, 13.46.

$$\text{则 } \bar{X} = \frac{11.19 + 12.24 + 13.46}{3} \approx 12.30$$

故选: A.

【点评】 此题主要考查数据统计算术平均数的计算, 关键是根据公式列出算式

9. (3 分) 依据【资料】中所提供的信息, 可以推算出中国的 GDP 要超过美国, 至少要到()

- A. 2052 年 B. 2038 年 C. 2037 年 D. 2034 年

【考点】A3：一元二次方程的解

【专题】533：一次函数及其应用；521：一次方程（组）及应用；69：应用意识

【分析】联立两个一次函数解析式，求解即可

【解答】解：由图表信息，联立中美 GDP 趋势线解析式得
$$\begin{cases} y = 0.86x + 0.468 \\ y = 0.53x + 11.778 \end{cases}$$

解得 $x = 34\frac{3}{11}$

$$\therefore 2018 + (34\frac{3}{11} - 15) = 2037\frac{3}{11}$$

故选：B.

【点评】本题是由图表结合一次函数，利用二元一次方程组求解实际问题的，读懂信息是解题的关键.

10. (3 分) 已知 A、B 两地相距 3 千米，小黄从 A 地到 B 地，平均速度为 4 千米/小时，若用 x 表示行走的时间（小时）， y 表示余下的路程（千米），则 y 关于 x 的函数解析式是()

A. $y = 4x(x \geq 0)$

B. $y = 4x - 3(x \leq \frac{3}{4})$

C. $y = 3 - 4x(x \geq 0)$

D. $y = 3 - 4x(0 \leq x \leq \frac{3}{4})$

【考点】E3：函数关系式

【专题】533：一次函数及其应用

【分析】根据路程 = 速度 $\times$ 时间，容易知道 y 与 x 的函数关系式.

【解答】解：根据题意得：

全程需要的时间为： $3 \div 4 = \frac{3}{4}$ (小时)，

$$\therefore y = 3 - 4x(0 \leq x \leq \frac{3}{4}).$$

故选：D.

【点评】本题主要考查了一次函数的应用，理清“路程、时间、速度”的关系是解答本题的关键.

11. (3 分) 小李与小陈做猜拳游戏，规定每人每次至少要出一个手指，两人出拳的手指

数之和为偶数时小李获胜, 那么, 小李获胜的概率为()



- A. $\frac{13}{25}$ B. $\frac{12}{25}$ C. $\frac{4}{25}$ D. $\frac{1}{2}$

【考点】X6：列表法与树状图法

【专题】543：概率及其应用

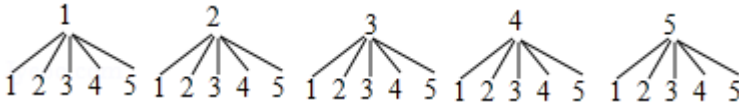
【分析】画出树状图, 共有 25 个等可能的结果, 两人出拳的手指数之和为偶数的结果有 13 个, 即可得出答案.

【解答】解: 画树状图如图:

共有 25 个等可能的结果, 两人出拳的手指数之和为偶数的结果有 13 个,

$\therefore$ 小李获胜的概率为 $\frac{13}{25}$;

故选: A.



【点评】本题考查了列表法与树状图法以及概率公式; 根据题意画出树状图是解题的关键.

12. (3 分) 定义: 形如 $a+bi$ 的数称为复数 (其中 a 和 b 为实数, i 为虚数单位, 规定

$i^2 = -1$), a 称为复数的实部, b 称为复数的虚部. 复数可以进行四则运算, 运算的结果还

是一个复数. 例如 $(1+3i)^2 = 1^2 + 2 \times 1 \times 3i + (3i)^2 = 1 + 6i + 9i^2 = 1 + 6i - 9 = -8 + 6i$, 因此,

$(1+3i)^2$ 的实部是 -8 , 虚部是 6 . 已知复数 $(3-mi)^2$ 的虚部是 12 , 则实部是()

- A. -6 B. 6 C. 5 D. -5

【考点】2C：实数的运算

【专题】23：新定义

【分析】先利用完全平方公式得出 $(3-mi)^2 = 9 - 6mi + m^2i^2$, 再根据新定义得出复数 $(3-mi)^2$

的实部是 $9-m^2$, 虚部是 $-6m$, 由 $(3-mi)^2$ 的虚部是 12 得出 $m=-2$, 代入 $9-m^2$ 计算即可.

【解答】解: $\because (3-mi)^2 = 3^2 - 2 \times 3 \times mi + (mi)^2 = 9 - 6mi + m^2 i^2 = 9 + m^2 i^2 - 6mi = 9 - m^2 - 6mi$,

$\therefore$ 复数 $(3-mi)^2$ 的实部是 $9-m^2$, 虚部是 $-6m$,

$\therefore -6m = 12$,

$\therefore m = -2$,

$\therefore 9-m^2 = 9-(-2)^2 = 9-4 = 5$.

故选: C.

【点评】 本题考查了新定义, 完全平方公式, 理解新定义是解题的关键.

二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 满分 18 分. 请将答案直接填写在答题卡中相应的横线上, 在草稿纸、试卷上答题无效.)

13. (3 分) 计算: $7x-4x=$ $3x$.

【考点】 35: 合并同类项

【专题】 512: 整式

【分析】 根据合并同类项法则计算可得.

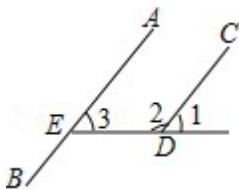
【解答】 解: $7x-4x = (7-4)x = 3x$,

故答案为: $3x$.

【点评】 本题主要考查合并同类项, 合并同类项时要注意以下三点:

- ① 要掌握同类项的概念, 会辨别同类项, 并准确地掌握判断同类项的两条标准: 带有相同系数的代数项; 字母和字母指数;
- ② 明确合并同类项的含义是把多项式中的同类项合并成一项, 经过合并同类项, 式的项数会减少, 达到化简多项式的目的;
- ③ “合并”是指同类项的系数的相加, 并把得到的结果作为新的系数, 要保持同类项的字母和字母的指数不变.

14. (3 分) 如图, 若 $AB \parallel CD$, 则在图中标注的角中, 一定相等的角是 $\angle 1 = \angle 3$.



【考点】JA：平行线的性质

【专题】551：线段、角、相交线与平行线

【分析】利用平行线的性质进行判断.

【解答】解：∵ $AB \parallel CD$,

∴ $\angle 1 = \angle 3$.

故答案为

【点评】本题考查了平行线的性质：两直线平行，同位角相等；两直线平行，同旁内角互补；两直线平行，内错角相等.

15. (3分) 柳州市某校的生物兴趣小组在老师的指导下进行了多项有意义的生物研究并取得成果. 下面是这个兴趣小组在相同的实验条件下, 对某植物种子发芽率进行研究时所得到的数据:

种子数 n	30	75	130	210	480	856	1250	2300
发芽数 m	28	72	125	200	457	814	1187	2185
发芽频率 $\frac{m}{n}$	0.9333	0.9600	0.9615	0.9524	0.9521	0.9509	0.9496	0.9500

依据上面的数据可以估计, 这种植物种子在该实验条件下发芽的概率约是 0.95 (结果精确到0.01).

【考点】X8：利用频率估计概率

【专题】543：概率及其应用

【分析】概率是大量重复试验的情况下, 频率的稳定值可以作为概率的估计值, 即次数越多的频率越接近于概.

【解答】解: 概率是大量重复试验的情况下, 频率的稳定值可以作为概率的估计值, 即次数越多的频率越接近于概率

∴ 这种种子在此条件下发芽的概率约为 0.95.

故答案为: 0.95

【点评】此题主要考查了利用频率估计概率, 大量反复试验下频率稳定值即概率. 用到的知识点为: 频率 = 所求情况数与总情况数之比.

16. (3分) 在半径为 5 的圆形纸片上裁出一个边长最大的正方形纸片, 则这个正方形纸片的边长应为 $5\sqrt{2}$.

【考点】MM：正多边形和圆

【专题】55B：正多边形与圆

【分析】先根据题意画出图形，再连接 OB 、 OC ，过 O 作 $OE \perp BC$ ，设此正方形的边长为 a ，

由垂径定理及正方形的性质得出 $OE = BE = \frac{a}{2}$ ，再由勾股定理即可求解。

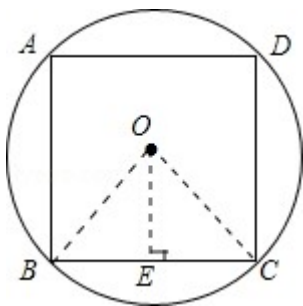
【解答】解：如图所示，连接 OB 、 OC ，过 O 作 $OE \perp BC$ ，设此正方形的边长为 a ，

$\because OE \perp BC$ ，

$$\therefore OE = BE = \frac{a}{2},$$

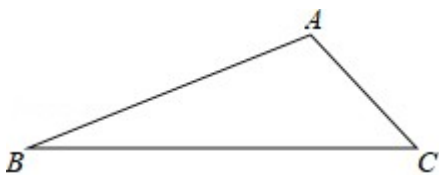
$$\text{即 } a = 5\sqrt{2}.$$

故答案为： $5\sqrt{2}$.



【点评】本题考查的是正多边形和圆，解答此类问题的关键是根据题意画出图形，利用数形结合求解。

17. (3分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\sin B = \frac{1}{3}$ ， $\tan C = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ， $AB = 3$ ，则 AC 的长为 $\sqrt{3}$.



【考点】T7：解直角三角形

【专题】55E：解直角三角形及其应用；11：计算题

【分析】过 A 作 AD 垂直于 BC ，在直角三角形 ABD 中，利用锐角三角函数定义求出 AD 的长，在直角三角形 ACD 中，利用锐角三角函数定义求出 CD 的长，再利用勾股定理求出 AC 的长即可。

【解答】解：过 A 作 $AD \perp BC$ ，

在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中, $\sin B = \frac{1}{3}$, $AB = 3$,

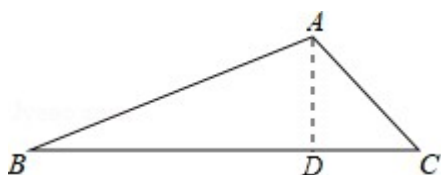
$$\therefore AD = AB \cdot \sin B = 1,$$

在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中, $\tan C = \frac{\sqrt{2}}{2}$,

$$\therefore \frac{AD}{CD} = \frac{\sqrt{2}}{2}, \text{ 即 } CD = \sqrt{2},$$

根据勾股定理得: $AC = \sqrt{AD^2 + CD^2} = \sqrt{1+2} = \sqrt{3}$,

故答案为: $\sqrt{3}$



【点评】此题考查了解直角三角形, 涉及的知识有: 锐角三角函数定义, 以及勾股定理, 熟练掌握各自的性质是解本题的关键.

18. (3 分) 已知一组数据共有 5 个数, 它们的方差是 0.4, 众数、中位数和平均数都是 8, 最大的数是 9, 则最小的数是 7.

【考点】W1: 算术平均数; W4: 中位数; W5: 众数; W7: 方差

【专题】542: 统计的应用

【分析】根据 5 个数的平均数是 8, 可知这 5 个数的和为 40, 根据 5 个数的中位数是 8, 得出中间的数是 8, 根据众数是 8, 得出至少有 2 个 8, 再根据 5 个数的和减去 2 个 8 和 1 个 9 得出前面 2 个数的和为 15, 再根据方差得出前面的 2 个数为 7 和 8, 即可得出结果.

【解答】解: $\because$ 5 个数的平均数是 8,

$\therefore$ 这 5 个数的和为 40,

$\because$ 5 个数的中位数是 8,

$\therefore$ 中间的数是 8,

$\because$ 众数是 8,

$\therefore$ 至少有 2 个 8,

$\because 40 - 8 - 8 - 9 = 15$,

由方差是 0.4 得: 前面的 2 个数的为 7 和 8,

∴ 最小的数是 7;

故答案为: 7..

【点评】 本题考查了方差、平均数、中位数、众数; 熟练掌握方差、平均数、中位数、众数的定义是解题的关键.

三、解答题 (本大题共 8 小题, 满分 66 分, 解答时应写出必要的文字说明、演算步骤或推理过程请将解答写在答题卡中相应的区域内, 画图或作辅助线时使用铅笔画出, 确定后论须使用黑色字的签字笔描黑在草稿纸、试卷上答题无效.)

19. (6 分) 计算: $2^2 + |-3| - \sqrt{4} + \pi^0$.

【考点】 2C: 实数的运算; 6E: 零指数幂

【专题】 11: 计算题; 511: 实数

【分析】 先计算乘方、绝对值、算术平方根和零指数幂, 再计算加减可得.

【解答】 解: 原式 $= 4 + 3 - 2 + 1 = 6$.

【点评】 本题主要考查实数的运算, 解题的关键是掌握乘方的定义、绝对值性质、算术平方根的定义及零指数幂的规定.

20. (6 分) 已知: $\angle AOB$.

求作: $\angle A'O'B'$, 使得 $\angle A'O'B' = \angle AOB$.

作法:

- ① 以 O 为圆心, 任意长为半径画弧, 分别交 OA , OB 于点 C , D ;
- ② 画一条射线 $O'A'$, 以点 O' 为圆心, OC 长为半径画弧, 交 $O'A'$ 于点 C' ;
- ③ 以点 C' 为圆心, CD 长为半径画弧, 与第②步中所画的弧相交于点 D' ;
- ④ 过点 D' 画射线 $O'B'$, 则 $\angle A'O'B' = \angle AOB$.

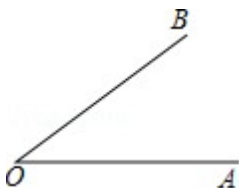
根据上面的作法, 完成以下问题:

- (1) 使用直尺和圆规, 作出 $\angle A'O'B'$ (请保留作图痕迹).
- (2) 完成下面证明 $\angle A'O'B' = \angle AOB$ 的过程 (注: 括号里填写推理的依据).

证明: 由作法可知 $O'C' = OC$, $O'D' = OD$, $D'C' = \underline{\quad DC \quad}$,

∴ $\triangle C'O'D' \cong \triangle COD$ (____)

∴ $\angle A'O'B' = \angle AOB$. (____)



【考点】KD：全等三角形的判定与性质；N2：作图－基本作图

【专题】553：图形的全等；13：作图题

【分析】（1）根据题意作出图形即可；

（2）根据全等三角形的判定和性质即可得到结论．

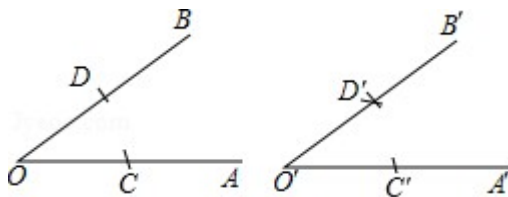
【解答】解：（1）如图所示， $\angle A'O'B'$ 即为所求；

（2）证明：由作法可知 $O'C' = OC$ ， $O'D' = OD$ ， $D'C' = DC$ ，

$$\therefore \triangle C'O'D' \cong \triangle COD (SSS)$$

$$\therefore \angle A'O'B' = \angle AOB \quad (\text{全等三角形的对应角相等})$$

故答案为： DC ， SSS ，全等三角形的对应角相等．



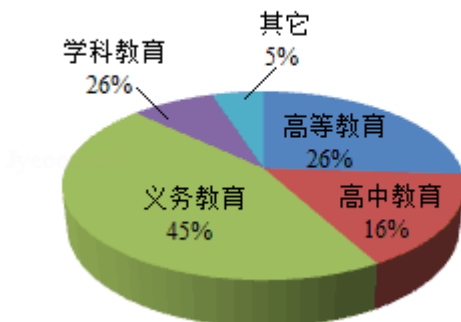
【点评】本题考查了作图－基本作图，全等三角形的判定和性质，正确的作出图形是解题的关键．

21. （8分）据公开报道，2017年全国教育经费总投入为42557亿元，比上年增长9.43%，其中投入在各学段的经费占比（即所占比例）如图，根据图中提供的信息解答下列问题．

（1）在2017年全国教育经费总投入中，义务教育段的经费总投入应该是多少亿元？

（2）2016年全国教育经费总投入约为多少亿元？（精确到0.1）

2017年全国教育经费总投入中各学段经费占比



【考点】1H：近似数和有效数字；VB：扇形统计图

【专题】542：统计的应用

【分析】（1）根据扇形统计图中义务教育段的经费所占的百分比乘以42557亿元即可得到结论；

（2）根据题意列式计算即可得到结论．

【解答】解: (1) $42557 \times 45\% = 19150.65$ 亿元,

答: 义务教育段的经费总投入应该是 19150.65 亿元;

(2) $42557 \div (1 + 9.43\%) \approx 38.9$ 亿元,

答: 2016 年全国教育经费总投入约为 38.8 亿元.

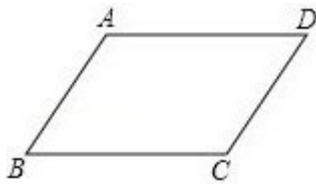
【点评】本题考查了扇形统计图, 熟练掌握扇形统计图的特征是解题的关键.

22. (8 分) 平行四边形的其中一个判定定理是: 两组对边分别相等的四边形是平行四边形. 请你证明这个判定定理.

已知: 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AB = CD$, $AD = BC$.

求证: 四边形 $ABCD$ 是平行四边形.

证明:



【考点】L6: 平行四边形的判定

【专题】555: 多边形与平行四边形; 553: 图形的全等

【分析】连接 AC , 由 SSS 证明 $\triangle ABC \cong \triangle CDA$ 得出 $\angle BAC = \angle DCA$, $\angle ACB = \angle CAD$, 证出 $AB \parallel CD$, $BC \parallel AD$, 即可得出结论.

【解答】证明: 连接 AC , 如图所示:

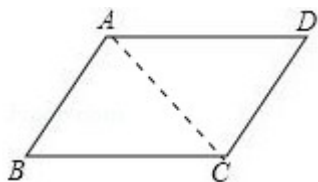
$$\text{在 } \triangle ABC \text{ 和 } \triangle CDA \text{ 中, } \begin{cases} AB = CD \\ AD = CB \\ AC = CA \end{cases},$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle CDA (SSS),$$

$$\therefore \angle BAC = \angle DCA, \angle ACB = \angle CAD,$$

$$\therefore AB \parallel CD, BC \parallel AD,$$

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形.



【点评】本题考查了平行四边形的判定、全等三角形的判定与性质、平行线的判定; 熟练掌握

平行四边形的判定定理, 证明三角形全等是解题的关键.

23. (8 分) 小张去文具店购买作业本, 作业本有大、小两种规格, 大本作业本的单价比小本作业本贵 0.3 元, 已知用 8 元购买大本作业本的数量与用 5 元购买小本作业本的数量相同.

(1) 求大本作业本与小本作业本每本各多少元?

(2) 因作业需要, 小张要再购买一些作业本, 购买小本作业本的数量是大本作业本数量的 2 倍, 总费用不超过 15 元. 则大本作业本最多能购买多少本?

【考点】C9: 一元一次不等式的应用; B7: 分式方程的应用

【专题】34: 方程思想; 522: 分式方程及应用; 524: 一元一次不等式(组)及应用

【分析】(1) 设小本作业本每本 x 元, 则大本作业本每本 $(x+0.3)$ 元, 根据数量 = 总价 $\div$ 单价结合用 8 元购买大本作业本的数量与用 5 元购买小本作业本的数量相同, 即可得出关于 x 的分式方程, 解之经检验后即可得出结论;

(2) 设大本作业本购买 m 本, 则小本作业本购买 $2m$ 本, 根据总价 = 单价 $\times$ 数量结合总费用不超过 15 元, 即可得出关于 m 的一元一次不等式, 解之取其中的最大整数即可得出结论.

【解答】解: (1) 设小本作业本每本 x 元, 则大本作业本每本 $(x+0.3)$ 元,

依题意, 得: $\frac{8}{x+0.3} = \frac{5}{x}$,

解得: $x = 0.5$,

经检验, $x = 0.5$ 是原方程的解, 且符合题意,

$\therefore x + 0.3 = 0.8$.

答: 大本作业本每本 0.8 元, 小本作业本每本 0.5 元.

(2) 设大本作业本购买 m 本, 则小本作业本购买 $2m$ 本,

依题意, 得: $0.8m + 0.5 \times 2m \leq 15$,

解得: $m \leq \frac{50}{6}$.

$\therefore m$ 为正整数,

$\therefore m$ 的最大值为 8.

答: 大本作业本最多能购买 8 本.

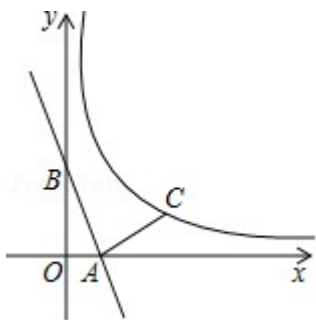
【点评】本题考查了分式方程的应用以及一元一次不等式的应用, 解题的关键是: (1) 找准等量关系, 正确列出分式方程; (2) 根据各数量之间的关系, 正确列出一元一次不等式.

24. (10 分) 如图, 直线 AB 与 x 轴交于点 $A(1,0)$, 与 y 轴交于点 $B(0,2)$, 将线段 AB 绕点

A 顺时针旋转 90° 得到线段 AC , 反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0, x > 0)$ 的图象经过点 C .

(1) 求直线 AB 和反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0, x > 0)$ 的解析式;

(2) 已知点 P 是反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0, x > 0)$ 图象上的一个动点, 求点 P 到直线 AB 距离最短时的坐标.



【考点】 $G6$: 反比例函数图象上点的坐标特征; $G4$: 反比例函数的性质; $F8$: 一次函数图象上点的坐标特征; $G7$: 待定系数法求反比例函数解析式; $R7$: 坐标与图形变化—旋转

【专题】 534: 反比例函数及其应用

【分析】 (1) 将点 $A(1,0)$, 点 $B(0,2)$, 代入 $y = mx + b$, 可求直线解析式; 过点 C 作 $CD \perp x$ 轴, 根据三角形全等可求 $C(3,1)$, 进而确定 k ;

(2) 设与 AB 平行的直线 $y = -2x + h$, 联立 $-2x + b = \frac{3}{x}$, 当 $\Delta = b^2 - 24 = 0$ 时, 点 P 到直线 AB 距离最短;

【解答】 解: (1) 将点 $A(1,0)$, 点 $B(0,2)$, 代入 $y = mx + b$,

$$\therefore b = 2, \quad m = -2,$$

$$\therefore y = -2x + 2;$$

$\because$ 过点 C 作 $CD \perp x$ 轴,

$\therefore$ 线段 AB 绕点 A 顺时针旋转 90° 得到线段 AC ,

$$\therefore \triangle ABO \cong \triangle CAD (AAS),$$

$$\therefore AD = AB = 2, \quad CD = OA = 1,$$

$$\therefore C(3,1),$$

$$\therefore k = 3,$$

$$\therefore y = \frac{3}{x};$$

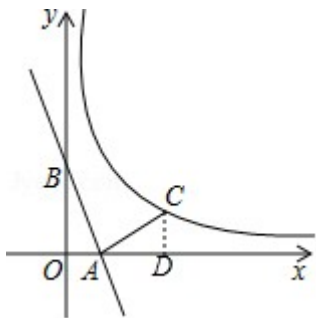
(2) 设与 AB 平行的直线 $y = -2x + h$,

$$\text{联立 } -2x + b = \frac{3}{x},$$

$$\therefore -2x^2 + bx - 3 = 0,$$

当 $\Delta = b^2 - 24 = 0$ 时, $b = \pm 2\sqrt{6}$, 此时点 P 到直线 AB 距离最短;

$$\therefore P\left(\frac{\sqrt{6}}{2}, \sqrt{6}\right);$$



【点评】 本题考查反比例函数的图象及性质; 熟练掌握反比例函数的图象及性质, 当直线与反比例函数有一个交点时, 点到直线的距离最短是解题的关键.

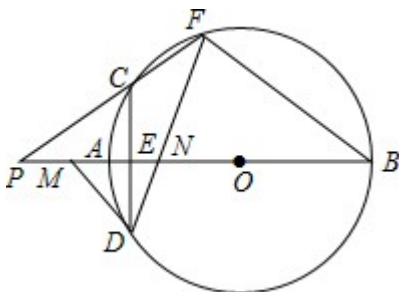
25. (10 分) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 弦 $CD \perp AB$ 于点 E , 点 F 是 $\odot O$ 上一点, 且

$\widehat{AC} = \widehat{CF}$, 连接 FB , FD , FD 交 AB 于点 N .

(1) 若 $AE = 1$, $CD = 6$, 求 $\odot O$ 的半径;

(2) 求证: $\triangle BNF$ 为等腰三角形;

(3) 连接 FC 并延长, 交 BA 的延长线于点 P , 过点 D 作 $\odot O$ 的切线, 交 BA 的延长线于点 M . 求证: $ON \cdot OP = OE \cdot OM$.



【考点】 MR: 圆的综合题

【专题】 55D: 图形的相似; 55A: 与圆有关的位置关系; 553: 图形的全等; 559: 圆的有
第 23 页 (共 38 页)

关概念及性质

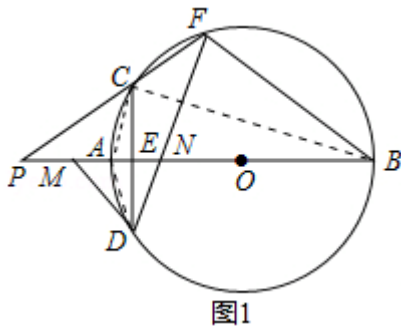
【分析】(1) 连接 BC , AC , AD , 通过证明 $\triangle ACE \sim \triangle CEB$, 可得 $\frac{AE}{CE} = \frac{CE}{BE}$, 可求 BE

的长, 即可求 $\square O$ 的半径;

(2) 通过证明 $\triangle ADE \cong \triangle NDE$ ，可得 $\angle DAN = \angle DNA$ ，即可证 $BN = BF$ ，可得 $\triangle BNF$ 为等腰三角形；

(3) 通过证明 $\triangle ODE \sim \triangle ODM$, 可得 $DO^2 = OE \cdot OM$, 通过证明 $\triangle PCO \sim \triangle CEO$, 可得 $CO^2 = PO \cdot ON$, 即可得结论.

【解答】解：（1）如图 1，连接 BC ， AC ， AD ，

 $\because CD \perp AB$, AB 是直径

$$\therefore AC = AD, \quad CE = DE = \frac{1}{2}CD = 3$$

$$\therefore \angle ACD = \angle ABC, \text{ 且 } \angle AEC = \angle CEB$$

$$\therefore \triangle ACE \sim \triangle CEB$$

$$\therefore \frac{AE}{CE} = \frac{CE}{BE}$$

$$\therefore \frac{1}{3} = \frac{3}{BE}$$

$$\therefore BE = 9$$

$$\therefore AB = AE + BE = 10$$

$\therefore \square O$ 的半径为 5

$$(2) \because AC = AD = CF$$

$$\therefore \angle ACD = \angle ADC = \angle CDF, \text{ 且 } DE = DE, \angle AED = \angle NED = 90^\circ$$

$$\therefore \Delta ADE \cong \Delta NDE(ASA)$$

$$\therefore \angle DAN = \angle DNA, \quad AE = EN$$

$$\therefore \angle DAB = \angle DFB, \quad \angle AND = \angle FNB$$

$$\therefore \angle FNB = \angle DFB$$

$$\therefore BN = BF,$$

$\therefore \triangle BNF$ 是等腰三角形

(3) 如图 2, 连接 AC , CE , CO , DO ,

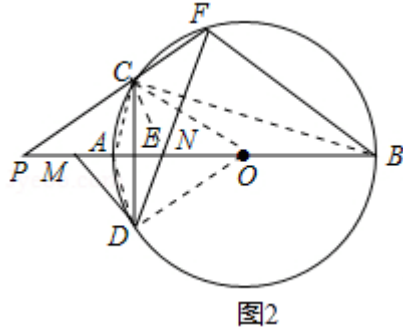


图2

$\therefore MD$ 是切线,

$$\therefore MD \perp DO,$$

$$\therefore \angle MDO = \angle DEO = 90^\circ, \quad \angle DOE = \angle DOE$$

$$\therefore \triangle MDO \sim \triangle DEO$$

$$\therefore \frac{OE}{OD} = \frac{OD}{OM}$$

$$\therefore OD^2 = OE \cdot OM$$

$$\therefore AE = EN, \quad CD \perp AO$$

$$\therefore \angle ANC = \angle CAN,$$

$$\therefore \angle CAP = \angle CNO,$$

$$\therefore \angle AC = \angle CF$$

$$\therefore \angle AOC = \angle ABF$$

$$\therefore CO \parallel BF$$

$$\therefore \angle PCO = \angle PFB$$

$\therefore$ 四边形 $ACFB$ 是圆内接四边形

$$\therefore \angle PAC = \angle PFB$$

$$\therefore \angle PAC = \angle PFB = \angle PCO = \angle CNO, \quad \text{且 } \angle POC = \angle COE$$

$$\therefore \triangle CNO \sim \triangle PCO$$

$$\therefore \frac{NO}{CO} = \frac{CO}{PO}$$

$$\therefore CO^2 = PO \cdot NO,$$

$$\therefore ON \cdot OP = OE \cdot OM.$$

【点评】本题属于圆的综合题,考查了圆周角定理、垂径定理、全等三角形的判定与性质,相似三角形的判定和性质等知识.注意准确作出辅助线是解此题的关键.

26. (10分)如图,直线 $y = x - 3$ 交 x 轴于点 A , 交 y 轴于点 C , 点 B 的坐标为 $(1, 0)$, 抛物线 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 经过 A, B, C 三点, 抛物线的顶点为点 D , 对称轴与 x 轴的

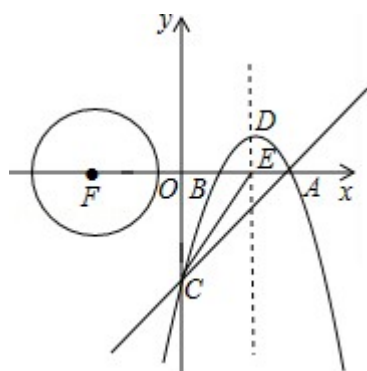
交点为点 E , 点 E 关于原点的对称点为 F , 连接 CE , 以点 F 为圆心, $\frac{1}{2}CE$ 的长为半径作圆, 点 P 为直线 $y = x - 3$ 上的一个动点.

(1) 求抛物线的解析式;

(2) 求 $\triangle BDP$ 周长的最小值;

(3) 若动点 P 与点 C 不重合, 点 Q 为 $\odot F$ 上的任意一点, 当 PQ 的最大值等于 $\frac{3}{2}CE$ 时,

过 P, Q 两点的直线与抛物线交于 M, N 两点 (点 M 在点 N 的左侧), 求四边形 $ABMN$ 的面积.



【考点】HF: 二次函数综合题

【专题】64: 几何直观; 34: 方程思想; 16: 压轴题; 31: 数形结合

【分析】(1) 直线 $y = x - 3$, 令 $x = 0$, 则 $y = -3$, 令 $y = 0$, 则 $x = 3$, 故点 A, C 的坐标为 $(3, 0), (0, -3)$, 即可求解;

(2) 过点 B 作直线 $y = x - 3$ 的对称点 B' , 连接 BD 交直线 $y = x - 3$ 于点 P , 直线 $B'B$ 交函数对称轴与点 G , 则此时 $\triangle BDP$ 周长 $= BD + PB + PD = BD + B'B$ 为最小值, 即可求解;

(3) 如图2所示, 连接 PF 并延长交圆与点 Q , 此时 PQ 为最大值, 即可求解.

【解答】解: (1) 直线 $y = x - 3$, 令 $x = 0$, 则 $y = -3$, 令 $y = 0$, 则 $x = 3$,

故点 A 、 C 的坐标为 $(3,0)$ 、 $(0,-3)$,

则抛物线的表达式为: $y = a(x-3)(x-1) = a(x^2 - 4x + 3)$,

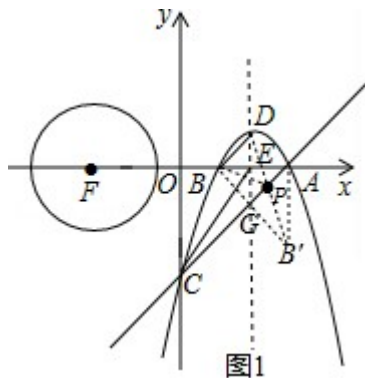
则 $3a = -3$, 解得: $a = -1$,

故抛物线的表达式为: $y = -x^2 + 4x - 3 \dots ①$;

(2) 过点 B 作直线 $y = x - 3$ 的对称点 B' , 连接 BD 交直线 $y = x - 3$ 于点 P ,

直线 $B'B$ 交函数对称轴与点 G , 连接 AB' ,

则此时 $\triangle BDP$ 周长 $= BD + PB + PD = BD + B'B$ 为最小值,

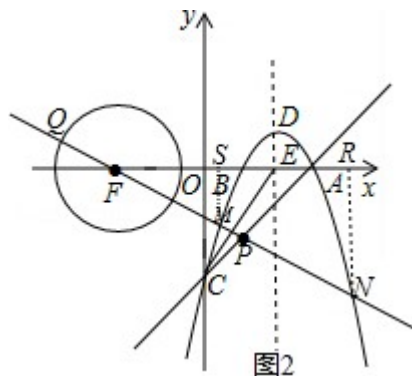


$D(2,1)$, 则点 $G(2,-1)$, 即: $BG = EG$,

即点 G 是 BB' 的中点, 过点 $B'(3,-2)$,

$\triangle BDP$ 周长最小值 $= BD + B'B = \sqrt{2} + \sqrt{10}$;

(3) 如图 2 所示, 连接 PF 并延长交圆与点 Q , 此时 PQ 为最大值,



点 A 、 B 、 C 、 E 、 F 的坐标为 $(3,0)$ 、 $(1,0)$ 、 $(0,-3)$ 、 $(2,0)$ 、 $(-2,0)$,

则 $CE = \sqrt{13}$, $FQ = \frac{1}{2}CE$,

则 $PF = \frac{3}{2}CE - \frac{1}{2}CE = \sqrt{13}$,

设点 $P(m, m-3)$, 点 $F(-2, 0)$,

$$PF^2 = 13 = (m-2)^2 + (m-3)^2,$$

解得: $m=1$, 故点 $P(1, -2)$,

将点 P 、 F 坐标代入一次函数表达式并解得:

$$\text{直线 } PF \text{ 的表达式为: } y = -\frac{2}{3}x - \frac{4}{3} \dots \textcircled{2},$$

$$\text{联立 } \textcircled{1}\textcircled{2} \text{ 并解得: } x = \frac{7 \pm \sqrt{34}}{3},$$

$$\text{故点 } M、N \text{ 的坐标分别为: } \left(\frac{7-\sqrt{34}}{3}, \frac{-26+2\sqrt{34}}{9}\right)、\left(\frac{7+\sqrt{34}}{3}, \frac{-26-2\sqrt{34}}{9}\right),$$

过点 M 、 N 分别作 x 轴的垂线交于点 S 、 R ,

$$\text{则 } S_{\text{四边形}ABMN} = S_{\text{梯形}NRS M} - S_{\triangle ARN} - S_{\triangle SBM} = \frac{26+8\sqrt{34}}{9}.$$

【点评】 本题考查的是二次函数综合运用, 涉及到一次函数、点的对称性、图形的面积计算等, 其中 (3), 确定 PQ 最值时, 通常考虑直线过圆心的情况, 进而求解.

考点卡片

1. 近似数和有效数字

(1) 有效数字: 从一个数的左边第一个不是 0 的数字起到末位数字止, 所有的数字都是这个数的有效数字.

(2) 近似数与精确数的接近程度, 可以用精确度表示. 一般有, 精确到哪一位, 保留几个有效数字等说法.

(3) 规律方法总结:

“精确到第几位”和“有几个有效数字”是精确度的两种常用的表示形式, 它们实际意义是不一样的, 前者可以体现出误差值绝对数的大小, 而后者往往可以比较几个近似数中哪个相对更精确一些.

2. 科学记数法—表示较大的数

(1) 科学记数法: 把一个大于 10 的数记成 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 a 是整数数位只有一位的数, n 是正整数, 这种记数法叫做科学记数法. 【科学记数法形式: $a \times 10^n$, 其中 $1 \leq a < 10$, n 为正整数.】

(2) 规律方法总结:

① 科学记数法中 a 的要求和 10 的指数 n 的表示规律为关键, 由于 10 的指数比原来的整数位数少 1; 按此规律, 先数一下原数的整数位数, 即可求出 10 的指数 n .

② 记数法要求是大于 10 的数可用科学记数法表示, 实质上绝对值大于 10 的负数同样可用此法表示, 只是前面多一个负号.

3. 实数的运算

(1) 实数的运算和在有理数范围内一样, 值得一提的是, 实数既可以进行加、减、乘、除、乘方运算, 又可以进行开方运算, 其中正实数可以开平方.

(2) 在进行实数运算时, 和有理数运算一样, 要从高级到低级, 即先算乘方、开方, 再算乘除, 最后算加减, 有括号的要先算括号里面的, 同级运算要按照从左到右的顺序进行. 另外, 有理数的运算律在实数范围内仍然适用.

【规律方法】实数运算的“三个关键”

1. 运算法则: 乘方和开方运算、幂的运算、指数 (特别是负整数指数, 0 指数) 运算、根式

运算、特殊三角函数值的计算以及绝对值的化简等.

2. 运算顺序: 先乘方, 再乘除, 后加减, 有括号的先算括号里面的, 在同一级运算中要从左到右依次运算, 无论何种运算, 都要注意先定符号后运算.

3. 运算律的使用: 使用运算律可以简化运算, 提高运算速度和准确度.

4. 合并同类项

(1) 定义: 把多项式中同类项合成一项, 叫做合并同类项.

(2) 合并同类项的法则: 把同类项的系数相加, 所得结果作为系数, 字母和字母的指数不变.

(3) 合并同类项时要注意以下三点:

① 要掌握同类项的概念, 会辨别同类项, 并准确地掌握判断同类项的两条标准: 带有相同系数的代数项; 字母和字母指数;

② 明确合并同类项的含义是把多项式中的同类项合并成一项, 经过合并同类项, 式的项数会减少, 达到化简多项式的目的;

③ “合并”是指同类项的系数的相加, 并把得到的结果作为新的系数, 要保持同类项的字母和字母的指数不变.

5. 单项式乘多项式

(1) 单项式与多项式相乘的运算法则: 单项式与多项式相乘, 就是用单项式去乘多项式的每一项, 再把所得的积相加.

(2) 单项式与多项式相乘时, 应注意以下几个问题:

① 单项式与多项式相乘实质上是转化为单项式乘以单项式; ② 用单项式去乘多项式中的每一项时, 不能漏乘; ③ 注意确定积的符号.

6. 零指数幂

零指数幂: $a^0=1$ ($a \neq 0$)

由 $a^m \div a^m = 1$, $a^m \div a^m = a^{m-m} = a^0$ 可推出 $a^0=1$ ($a \neq 0$)

注意: $0^0 \neq 1$.

7. 分式方程的应用

1、列分式方程解应用题的一般步骤: 设、列、解、验、答.

必须严格按照这 5 步进行做题, 规范解题步骤, 另外还要注意完整性: 如设和答叙述要完整, 要写出单位等.

2、要掌握常见问题中的基本关系, 如行程问题: 速度 = 路程 / 时间; 工作量问题: 工作效率

=工作量工作时间

等等.

列分式方程解应用题一定要审清题意, 找相等关系是着眼点, 要学会分析题意, 提高理解能力.

8. 一元一次不等式的应用

(1) 由实际问题中的不等关系列出不等式, 建立解决问题的数学模型, 通过解不等式可以得到实际问题的答案.

(2) 列不等式解应用题需要以“至少”、“最多”、“不超过”、“不低于”等词来体现问题中的不等关系. 因此, 建立不等式要善于从“关键词”中挖掘其内涵.

(3) 列一元一次不等式解决实际问题的方法和步骤:

- ① 弄清题中数量关系, 用字母表示未知数.
- ② 根据题中的不等关系列出不等式.
- ③ 解不等式, 求出解集.
- ④ 写出符合题意的解.

9. 函数关系式

用来表示函数关系的等式叫做函数解析式, 也称为函数关系式.

注意:

- ① 函数解析式是等式.
- ② 函数解析式中, 通常等式的右边的式子中的变量是自变量, 等式左边的那个字母表示自变量的函数.
- ③ 函数的解析式在书写时有顺序性, 例如, $y=x+9$ 时表示 y 是 x 的函数, 若写成 $x=-y+9$ 就表示 x 是 y 的函数.

10. 一次函数图象上点的坐标特征

一次函数 $y=kx+b$, ($k \neq 0$, 且 k, b 为常数) 的图象是一条直线. 它与 x 轴的交点坐标是 $(-\frac{b}{k}, 0)$; 与 y 轴的交点坐标是 $(0, b)$.

直线上任意一点的坐标都满足函数关系式 $y=kx+b$.

11. 反比例函数的图象

用描点法画反比例函数的图象, 步骤: 列表 - - - 描点 - - - 连线.

- (1) 列表取值时, $x \neq 0$, 因为 $x=0$ 函数无意义, 为了使描出的点具有代表性, 可以以“0”为中心, 向两边对称式取值, 即正、负数各一半, 且互为相反数, 这样也便于求 y 值.
- (2) 由于函数图象的特征还不清楚, 所以要尽量多取一些数值, 多描一些点, 这样便于连

线, 使画出的图象更精确.

(3) 连线时要用平滑的曲线按照自变量从小到大的顺序连接, 切忌画成折线.

(4) 由于 $x \neq 0$, $k \neq 0$, 所以 $y \neq 0$, 函数图象永远不会与 x 轴、 y 轴相交, 只是无限靠近两坐标轴.

12. 反比例函数的性质

反比例函数的性质

(1) 反比例函数 $y (k \neq 0)$ 的图象是双曲线;

(2) 当 $k > 0$, 双曲线的两支分别位于第一、第三象限, 在每一象限内 y 随 x 的增大而减小;

(3) 当 $k < 0$, 双曲线的两支分别位于第二、第四象限, 在每一象限内 y 随 x 的增大而增大.

注意: 反比例函数的图象与坐标轴没有交点.

13. 反比例函数图象上点的坐标特征

反比例函数 $y = k/x$ (k 为常数, $k \neq 0$) 的图象是双曲线,

① 图象上的点 (x, y) 的横纵坐标的积是定值 k , 即 $xy = k$;

② 双曲线是关于原点对称的, 两个分支上的点也是关于原点对称;

③ 在 $y = k/x$ 图象中任取一点, 过这一个点向 x 轴和 y 轴分别作垂线, 与坐标轴围成的矩形的面积是定值 $|k|$.

14. 待定系数法求反比例函数解析式

用待定系数法求反比例函数的解析式要注意:

(1) 设出含有待定系数的反比例函数解析式 $y (k$ 为常数, $k \neq 0)$;

(2) 把已知条件 (自变量与函数的对应值) 带入解析式, 得到待定系数的方程;

(3) 解方程, 求出待定系数;

(4) 写出解析式.

15. 二次函数综合题

(1) 二次函数图象与其他函数图象相结合问题

解决此类问题时, 先根据给定的函数或函数图象判断出系数的符号, 然后判断新的函数关系式中系数的符号, 再根据系数与图象的位置关系判断出图象特征, 则符合所有特征的图象即为正确选项.

(2) 二次函数与方程、几何知识的综合应用

将函数知识与方程、几何知识有机地结合在一起. 这类试题一般难度较大. 解这类问题关键是善于将函数问题转化为方程问题, 善于利用几何图形的有关性质、定理和二次函数的知识, 并注意挖掘题目中的一些隐含条件.

(3) 二次函数在实际生活中的应用题

从实际问题中分析变量之间的关系, 建立二次函数模型. 关键在于观察、分析、创建, 建立直角坐标系下的二次函数图象, 然后数形结合解决问题, 需要注意的是自变量及函数的取值范围要使实际问题有意义.

16. 平行线的性质

1、平行线性质定理

定理 1: 两条平行线被第三条直线所截, 同位角相等. 简单说成: 两直线平行, 同位角相等.

定理 2: 两条平行线被地三条直线所截, 同旁内角互补. . 简单说成: 两直线平行, 同旁内角互补.

定理 3: 两条平行线被第三条直线所截, 内错角相等. 简单说成: 两直线平行, 内错角相等.

2、两条平行线之间的距离处处相等.

17. 全等三角形的判定

(1) 判定定理 1: SSS - - 三条边分别对应相等的两个三角形全等.

(2) 判定定理 2: SAS - - 两边及其夹角分别对应相等的两个三角形全等.

(3) 判定定理 3: ASA - - 两角及其夹边分别对应相等的两个三角形全等.

(4) 判定定理 4: AAS - - 两角及其中一个角的对边对应相等的两个三角形全等.

(5) 判定定理 5: HL - - 斜边与直角边对应相等的两个直角三角形全等.

方法指引: 全等三角形的 5 种判定方法中, 选用哪一种方法, 取决于题目中的已知条件, 若已知两边对应相等, 则找它们的夹角或第三边; 若已知两角对应相等, 则必须再找一组对边对应相等, 且要是两角的夹边, 若已知一边一角, 则找另一组角, 或找这个角的另一组对应邻边.

18. 全等三角形的判定与性质

(1) 全等三角形的判定是结合全等三角形的性质证明线段和角相等的重要工具. 在判定三角形全等时, 关键是选择恰当的判定条件.

(2) 在应用全等三角形的判定时, 要注意三角形间的公共边和公共角, 必要时添加适当辅助线构造三角形.

19. 平行四边形的性质

(1) 平行四边形的概念: 有两组对边分别平行的四边形叫做平行四边形.

(2) 平行四边形的性质:

- ① 边: 平行四边形的对边相等.
- ② 角: 平行四边形的对角相等.
- ③ 对角线: 平行四边形的对角线互相平分.

(3) 平行线间的距离处处相等.

(4) 平行四边形的面积:

- ① 平行四边形的面积等于它的底和这个底上的高的积.
- ② 同底 (等底) 同高 (等高) 的平行四边形面积相等.

20. 平行四边形的判定

(1) 两组对边分别平行的四边形是平行四边形. 符号语言: $\because AB \parallel DC, AD \parallel BC \therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形.

(2) 两组对边分别相等的四边形是平行四边形. 符号语言: $\because AB = DC, AD = BC \therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形.

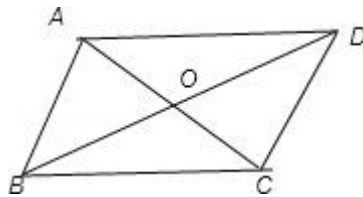
(3) 一组对边平行且相等的四边形是平行四边形.

符号语言: $\because AB \parallel DC, AB = DC \therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形.

(4) 两组对角分别相等的四边形是平行四边形.

符号语言: $\because \angle ABC = \angle ADC, \angle DAB = \angle DCB \therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形.

(5) 对角线互相平分的四边形是平行四边形. 符号语言: $\because OA = OC, OB = OD \therefore$ 四边形



$ABCD$ 是平行四边形.

21. 圆周角定理

(1) 圆周角的定义: 顶点在圆上, 并且两边都与圆相交的角叫做圆周角.

注意: 圆周角必须满足两个条件: ① 顶点在圆上. ② 角的两条边都与圆相交, 二者缺一不可.

(2) 圆周角定理: 在同圆或等圆中, 同弧或等弧所对的圆周角相等, 都等于这条弧所对的圆心角的一半.

推论: 半圆 (或直径) 所对的圆周角是直角, 90° 的圆周角所对的弦是直径.

(3) 在解圆的有关问题时, 常常需要添加辅助线, 构成直径所对的圆周角, 这种基本技能技巧一定要掌握.

(4) 注意: ①圆周角和圆心角的转化可通过作圆的半径构造等腰三角形. 利用等腰三角形的顶点和底角的关系进行转化. ②圆周角和圆周角的转化可利用其“桥梁”——圆心角转化. ③定理成立的条件是“同一条弧所对的”两种角, 在运用定理时不要忽略了这个条件, 把不同弧所对的圆周角与圆心角错当成同一条弧所对的圆周角和圆心角.

22. 正多边形和圆

(1) 正多边形与圆的关系

把一个圆分成 n (n 是大于 2 的自然数) 等份, 依次连接各分点所得的多边形是这个圆的内接正多边形, 这个圆叫做这个正多边形的外接圆.

(2) 正多边形的有关概念

- ① 中心: 正多边形的外接圆的圆心叫做正多边形的中心.
- ② 正多边形的半径: 外接圆的半径叫做正多边形的半径.
- ③ 中心角: 正多边形每一边所对的圆心角叫做正多边形的中心角.
- ④ 边心距: 中心到正多边形的一边的距离叫做正多边形的边心距.

23. 圆的综合题

圆的综合题.

24. 作图—基本作图

基本作图有:

- (1) 作一条线段等于已知线段.
- (2) 作一个角等于已知角. ____
- (3) 作已知线段的垂直平分线. ____
- (4) 作已知角的角平分线. ____
- (5) 过一点作已知直线的垂线.

25. 轴对称图形

(1) 轴对称图形的概念:

如果一个图形沿一条直线折叠, 直线两旁的部分能够互相重合, 这个图形叫做轴对称图形. 这条直线叫做对称轴, 这时, 我们也可以说这个图形关于这条直线 (成轴) 对称.

(2) 轴对称图形是针对一个图形而言的, 是一种具有特殊性质图形, 被一条直线分割成的两部分沿着对称轴折叠时, 互相重合; 轴对称图形的对称轴可以是一条, 也可以是多条甚至无数条.

(3) 常见的轴对称图形:

等腰三角形, 矩形, 正方形, 等腰梯形, 圆等等.

26. 坐标与图形变化-旋转

(1) 关于原点对称的点的坐标

$$P(x, y) \Rightarrow P(-x, -y)$$

(2) 旋转图形的坐标

图形或点旋转之后要结合旋转的角度和图形的特殊性质来求出旋转后的点的坐标. 常见的是旋转特殊角度如: 30° , 45° , 60° , 90° , 180° .

27. 解直角三角形

(1) 解直角三角形的定义

在直角三角形中, 由已知元素求未知元素的过程就是解直角三角形.

(2) 解直角三角形要用到的关系

① 锐角直角的关系: $\angle A + \angle B = 90^\circ$;

② 三边之间的关系: $a^2 + b^2 = c^2$;

③ 边角之间的关系:

$\sin A = \angle A$ 的对边斜边 $= \frac{a}{c}$, $\cos A = \angle A$ 的邻边斜边 $= \frac{b}{c}$, $\tan A = \angle A$ 的对边 $\angle A$ 的邻边 $= \frac{a}{b}$.

(a , b , c 分别是 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的对边)

28. 简单组合体的三视图

(1) 画简单组合体的三视图要循序渐进, 通过仔细观察和想象, 再画它的三视图.

(2) 视图中每一个闭合的线框都表示物体上的一个平面, 而相连的两个闭合线框常不在一个平面上.

(3) 画物体的三视图的口诀为:

主、俯: 长对正;

主、左: 高平齐;

俯、左: 宽相等.

29. 扇形统计图

(1) 扇形统计图是用整个圆表示总数用圆内各个扇形的大小表示各部分数量占总数的百分数. 通过扇形统计图可以很清楚地表示出各部分数量同总数之间的关系. 用整个圆的面积表示总数 (单位 1), 用圆的扇形面积表示各部分占总数的百分数.

(2) 扇形图的特点: 从扇形图上可以清楚地看出各部分数量和总数量之间的关系.

(3) 制作扇形图的步骤

- ① 根据有关数据先算出各部分在总体中所占的百分数, 再算出各部分圆心角的度数, 公式是各部分扇形圆心角的度数 = 部分占总体的百分比 $\times 360^\circ$. —— ② 按比例取适当半径画一个圆; 按扇形圆心角的度数用量角器在圆内量出各个扇形的圆心角的度数;
- ④ 在各扇形内写上相应的名称及百分数, 并用不同的标记把各扇形区分开来.

30. 算术平均数

(1) 平均数是指在一组数据中所有数据之和再除以数据的个数. 它是反映数据集中趋势的一项指标.

(2) 算术平均数: 对于 n 个数 $x_1, x_2, \dots, x_n$, 则 $(x_1 + x_2 + \dots + x_n)$ 就叫做这 n 个数的算术平均数.

(3) 算术平均数是加权平均数的一种特殊情况, 加权平均数包含算术平均数, 当加权平均数中的权相等时, 就是算术平均数.

31. 中位数

(1) 中位数:

将一组数据按照从小到大 (或从大到小) 的顺序排列, 如果数据的个数是奇数, 则处于中间位置的数就是这组数据的中位数.

如果这组数据的个数是偶数, 则中间两个数据的平均数就是这组数据的中位数.

(2) 中位数代表了这组数据值大小的“中点”, 不易受极端值影响, 但不能充分利用所有数据的信息.

(3) 中位数仅与数据的排列位置有关, 某些数据的移动对中位数没有影响, 中位数可能出现在所给数据中也可能不在所给的数据中出现, 当一组数据中的个别数据变动较大时, 可用中位数描述其趋势.

32. 众数

(1) 一组数据中出现次数最多的数据叫做众数.

(2) 求一组数据的众数的方法: 找出频数最多的那个数据, 若几个数据频数都是最多且相同, 此时众数就是这多个数据.

(3) 众数不易受数据中极端值的影响. 众数也是数据的一种代表数, 反映了一组数据的集中程度, 众数可作为描述一组数据集中趋势的量.

33. 方差

(1) 方差: 一组数据中各数据与它们的平均数的差的平方的平均数, 叫做这组数据的方差.

(2) 用“先平均, 再求差, 然后平方, 最后再平均”得到的结果表示一组数据偏离平均值

的情况, 这个结果叫方差, 通常用 s^2 来表示, 计算公式是:

$s^2[(x_1)^2 + (x_2)^2 + \cdots + (x_n)^2]$ (可简单记忆为“方差等于差方的平均数”)

(3) 方差是反映一组数据的波动大小的一个量. 方差越大, 则平均值的离散程度越大, 稳定性也越小; 反之, 则它与其平均值的离散程度越小, 稳定性越好.

34. 列表法与树状图法

(1) 当试验中存在两个元素且出现的所有可能的结果较多时, 我们常用列表的方式, 列出所有可能的结果, 再求出概率.

(2) 列表的目的在于不重不漏地列举出所有可能的结果求出 n , 再从中选出符合事件 A 或 B 的结果数目 m , 求出概率.

(3) 列举法 (树形图法) 求概率的关键在于列举出所有可能的结果, 列表法是一种, 但当一事件涉及三个或更多元素时, 为不重不漏地列出所有可能的结果, 通常采用树形图.

(4) 树形图列举法一般是选择一个元素再和其他元素分别组合, 依次列出, 象树的枝丫形式, 最末端的枝丫个数就是总的可能的结果 n .

(5) 当有两个元素时, 可用树形图列举, 也可以列表列举.

35. 利用频率估计概率

(1) 大量重复实验时, 事件发生的频率在某个固定位置左右摆动, 并且摆动的幅度越来越小, 根据这个频率稳定性定理, 可以用频率的集中趋势来估计概率, 这个固定的近似值就是这个事件的概率.

(2) 用频率估计概率得到的是近似值, 随实验次数的增多, 值越来越精确.

(3) 当实验的所有可能结果不是有限个或结果个数很多, 或各种可能结果发生的可能性不相等时, 一般通过统计频率来估计概率.