

2019 年河南省中考数学试卷

一、选择题 (每小题 3 分, 共 30 分) 下列各小题均有四个答案, 其中只有一个是正确的。

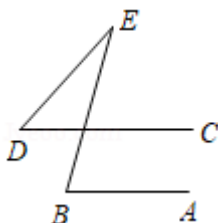
1. (3 分) (2019•河南) $-\frac{1}{2}$ 的绝对值是 ()

- A. $-\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. 2 D. -2

2. (3 分) (2019•河南) 成人每天维生素 D 的摄入量约为 0.0000046 克. 数据 “0.0000046” 用科学记数法表示为 ()

- A. 46×10^{-7} B. 4.6×10^{-7} C. 4.6×10^{-6} D. 0.46×10^{-5}

3. (3 分) (2019•河南) 如图, $AB \parallel CD$, $\angle B = 75^\circ$, $\angle E = 27^\circ$, 则 $\angle D$ 的度数为 ()

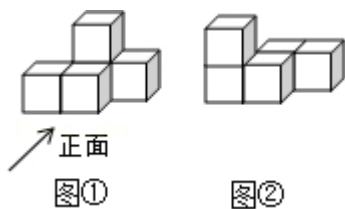


- A. 45° B. 48° C. 50° D. 58°

4. (3 分) (2019•河南) 下列计算正确的是 ()

- A. $2a+3a=6a$ B. $(-3a)^2=6a^2$
C. $(x-y)^2=x^2-y^2$ D. $3\sqrt{2}-\sqrt{2}=2\sqrt{2}$

5. (3 分) (2019•河南) 如图①是由大小相同的小正方体搭成的几何体, 将上层的小正方体平移后得到图②. 关于平移前后几何体的三视图, 下列说法正确的是 ()



- A. 主视图相同 B. 左视图相同
C. 俯视图相同 D. 三种视图都不相同

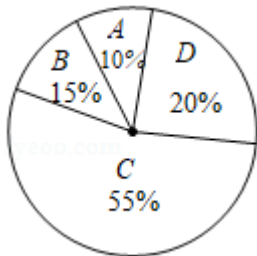
6. (3 分) (2019•河南) 一元二次方程 $(x+1)(x-1)=2x+3$ 的根的情况是 ()

- A. 有两个不相等的实数根 B. 有两个相等的实数根

C. 只有一个实数根

D. 没有实数根

7. (3分) (2019•河南) 某超市销售 A, B, C, D 四种矿泉水, 它们的单价依次是 5 元、3 元、2 元、1 元. 某天的销售情况如图所示, 则这天销售的矿泉水的平均单价是 ()



A. 1.95 元

B. 2.15 元

C. 2.25 元

D. 2.75 元

8. (3分) (2019•河南) 已知抛物线 $y = -x^2 + bx + 4$ 经过 $(-2, n)$ 和 $(4, n)$ 两点, 则 n 的值为 ()

A. -2

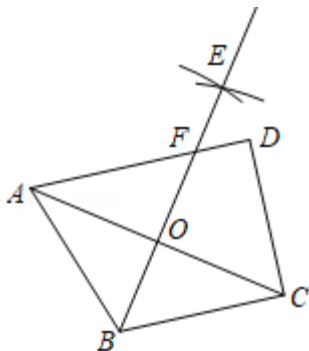
B. -4

C. 2

D. 4

9. (3分) (2019•河南) 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $\angle D = 90^\circ$, $AD = 4$, $BC =$

3. 分别以点 A, C 为圆心, 大于 $\frac{1}{2}AC$ 长为半径作弧, 两弧交于点 E , 作射线 BE 交 AD 于点 F , 交 AC 于点 O . 若点 O 是 AC 的中点, 则 CD 的长为 ()



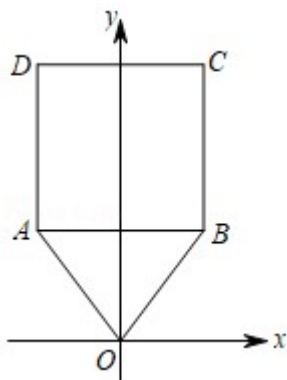
A. $2\sqrt{2}$

B. 4

C. 3

D. $\sqrt{10}$

10. (3分) (2019•河南) 如图, 在 $\triangle OAB$ 中, 顶点 $O(0, 0)$, $A(-3, 4)$, $B(3, 4)$, 将 $\triangle OAB$ 与正方形 $ABCD$ 组成的图形绕点 O 顺时针旋转, 每次旋转 90° , 则第 70 次旋转结束时, 点 D 的坐标为 ()



- A. (10, 3) B. (-3, 10) C. (10, -3) D. (3, -10)

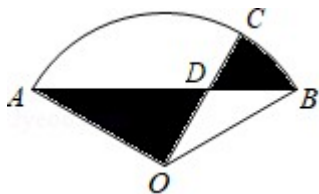
二、填空题 (每小题 3 分, 共 15 分。)

11. (3 分) (2019•河南) 计算: $\sqrt{4} - 2^{-1} =$ _____.

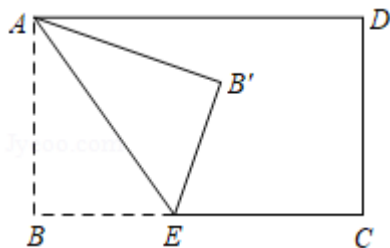
12. (3 分) (2019•河南) 不等式组 $\begin{cases} \frac{x}{2} \leq -1 \\ -x+7 > 4 \end{cases}$ 的解集是_____.

13. (3 分) (2019•河南) 现有两个不透明的袋子, 一个装有 2 个红球、1 个白球, 另一个装有 1 个黄球、2 个红球, 这些球除颜色外完全相同. 从两个袋子中各随机摸出 1 个球, 摸出的两个球颜色相同的概率是_____.

14. (3 分) (2019•河南) 如图, 在扇形 AOB 中, $\angle AOB = 120^\circ$, 半径 OC 交弦 AB 于点 D , 且 $OC \perp OA$. 若 $OA = 2\sqrt{3}$, 则阴影部分的面积为_____.



15. (3 分) (2019•河南) 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB = 1$, $BC = a$, 点 E 在边 BC 上, 且 $BE = \frac{3}{5}a$. 连接 AE , 将 $\triangle ABE$ 沿 AE 折叠, 若点 B 的对应点 B' 落在矩形 $ABCD$ 的边上, 则 a 的值为_____.



三、解答题（本大题共8个小题，满分75分）

16. （8分）（2019•河南）先化简，再求值： $(\frac{x+1}{x-2} - 1) \div \frac{x^2-2x}{x^2-4x+4}$ ，其中 $x=\sqrt{3}$.

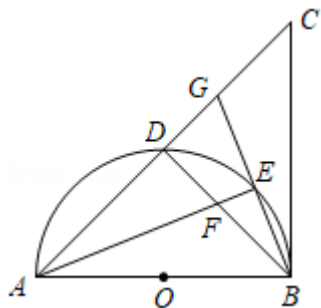
17. （9分）（2019•河南）如图，在 $\triangle ABC$ 中， $BA=BC$ ， $\angle ABC=90^\circ$ ，以 AB 为直径的半圆 O 交 AC 于点 D ，点 E 是 $\widehat{BD}$ 上不与点 B, D 重合的任意一点，连接 AE 交 BD 于点 F ，连接 BE 并延长交 AC 于点 G .

（1）求证： $\triangle ADF \cong \triangle BDG$;

（2）填空：

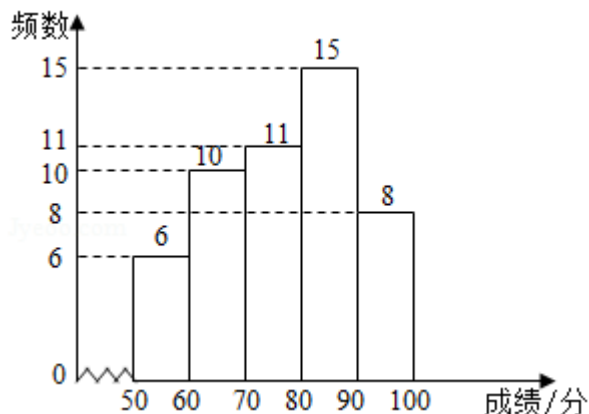
① 若 $AB=4$ ，且点 E 是 $\widehat{BD}$ 的中点，则 DF 的长为_____；

② 取 $\widehat{AE}$ 的中点 H ，当 $\angle EAB$ 的度数为_____时，四边形 $OBEH$ 为菱形.



18. （9分）（2019•河南）某校为了解七、八年级学生对“防溺水”安全知识的掌握情况，从七、八年级各随机抽取50名学生进行测试，并对成绩（百分制）进行整理、描述和分析. 部分信息如下：

a. 七年级成绩频数分布直方图：



b. 七年级成绩在 $70 \leq x < 80$ 这一组的是:

70 72 74 75 76 76 77 77 77 78 79

c. 七、八年级成绩的平均数、中位数如下:

年级	平均数	中位数
七	76.9	m
八	79.2	79.5

根据以上信息, 回答下列问题:

(1) 在这次测试中, 七年级在 80 分以上 (含 80 分) 的有_____人;

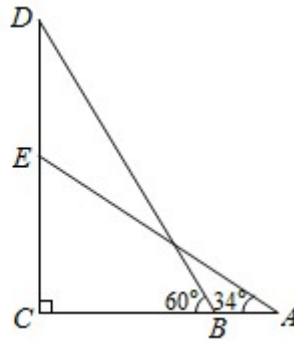
(2) 表中 m 的值为_____;

(3) 在这次测试中, 七年级学生甲与八年级学生乙的成绩都是 78 分, 请判断两位学生在各自年级的排名谁更靠前, 并说明理由;

(4) 该校七年级学生有 400 人, 假设全部参加此次测试, 请估计七年级成绩超过平均数 76.9 分的人数.

19. (9 分) (2019•河南) 数学兴趣小组到黄河风景名胜测量炎帝塑像 (塑像中高者) 的高度. 如图所示, 炎帝塑像 DE 在高 $55m$ 的小山 EC 上, 在 A 处测得塑像底部 E 的仰角为 34° , 再沿 AC 方向前进 $21m$ 到达 B 处, 测得塑像顶部 D 的仰角为 60° , 求炎帝塑像 DE 的高度.

(精确到 $1m$. 参考数据: $\sin 34^\circ \approx 0.56$, $\cos 34^\circ = 0.83$, $\tan 34^\circ \approx 0.67$, $\sqrt{3} \approx 1.73$)



20. (9分) (2019•河南) 学校计划为“我和我的祖国”演讲比赛购买奖品. 已知购买 3 个 A 奖品和 2 个 B 奖品共需 120 元; 购买 5 个 A 奖品和 4 个 B 奖品共需 210 元.

(1) 求 A, B 两种奖品的单价;

(2) 学校准备购买 A, B 两种奖品共 30 个, 且 A 奖品的数量不少于 B 奖品数量的 $\frac{1}{3}$.

请设计出最省钱的购买方案, 并说明理由.

21. (10分) (2019•河南) 模具厂计划生产面积为 4, 周长为 m 的矩形模具. 对于 m 的取值范围, 小亮已经能用“代数”的方法解决, 现在他又尝试从“图形”的角度进行探究, 过程如下:

(1) 建立函数模型

设矩形相邻两边的长分别为 x, y , 由矩形的面积为 4, 得 $xy=4$, 即 $y=\frac{4}{x}$; 由周长为

m , 得 $2(x+y)=m$, 即 $y=-x+\frac{m}{2}$. 满足要求的 (x, y) 应是两个函数图象在第

象限内交点的坐标.

(2) 画出函数图象

函数 $y=\frac{4}{x}$ ($x>0$) 的图象如图所示, 而函数 $y=-x+\frac{m}{2}$ 的图象可由直线 $y=-x$ 平移得

到. 请在同一直角坐标系中直接画出直线 $y=-x$.

(3) 平移直线 $y=-x$, 观察函数图象

① 当直线平移到与函数 $y=\frac{4}{x}$ ($x>0$) 的图象有唯一交点 $(2, 2)$ 时, 周长 m 的值为

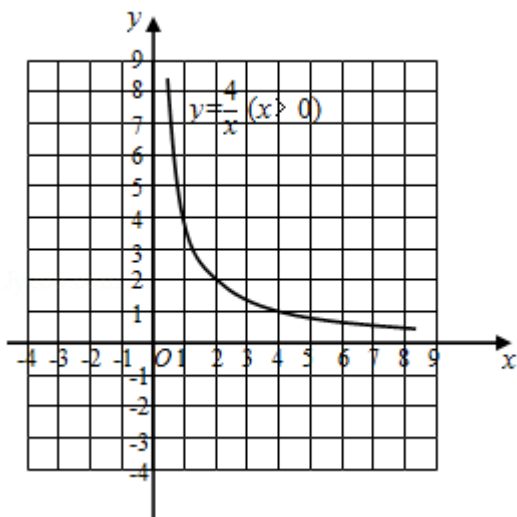
;

② 在直线平移过程中, 交点个数还有哪些情况? 请写出交点个数及对应的周长 m 的取

值范围.

(4) 得出结论

若能生产出面积为 4 的矩形模具, 则周长 m 的取值范围为_____.



22. (10 分) (2019•河南) 在 $\triangle ABC$ 中, $CA = CB$, $\angle ACB = \alpha$. 点 P 是平面内不与点 A , C 重合的任意一点. 连接 AP , 将线段 AP 绕点 P 逆时针旋转 α 得到线段 DP , 连接 AD , BD , CP .

(1) 观察猜想

如图 1, 当 $\alpha = 60^\circ$ 时, $\frac{BD}{CP}$ 的值是_____, 直线 BD 与直线 CP 相交所成的较小角的度数是_____.

(2) 类比探究

如图 2, 当 $\alpha = 90^\circ$ 时, 请写出 $\frac{BD}{CP}$ 的值及直线 BD 与直线 CP 相交所成的小角的度数, 并就图 2 的情形说明理由.

(3) 解决问题

当 $\alpha = 90^\circ$ 时, 若点 E , F 分别是 CA , CB 的中点, 点 P 在直线 EF 上, 请直接写出点

C , P , D 在同一直线上时 $\frac{AD}{CP}$ 的值.

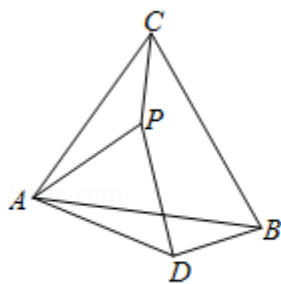


图1

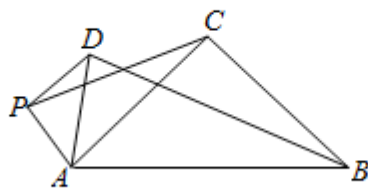
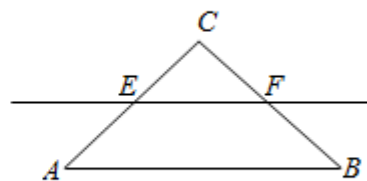


图2



备用图

23. (11分) (2019•河南) 如图, 抛物线 $y = ax^2 + \frac{1}{2}x + c$ 交 x 轴于 A, B 两点, 交 y 轴于点

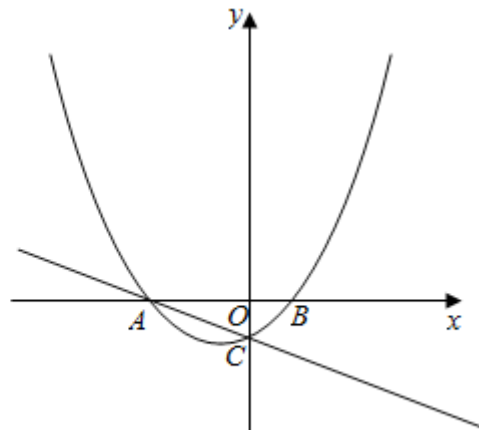
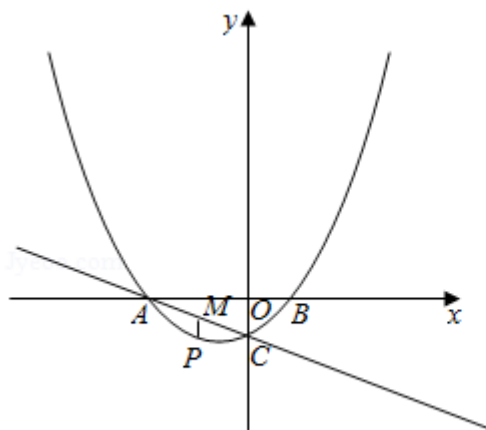
C . 直线 $y = -\frac{1}{2}x - 2$ 经过点 A, C .

(1) 求抛物线的解析式;

(2) 点 P 是抛物线上一动点, 过点 P 作 x 轴的垂线, 交直线 AC 于点 M , 设点 P 的横坐标为 m .

① 当 $\triangle PCM$ 是直角三角形时, 求点 P 的坐标;

② 作点 B 关于点 C 的对称点 B' , 则平面内存在直线 l , 使点 M, B, B' 到该直线的距离都相等. 当点 P 在 y 轴右侧的抛物线上, 且与点 B 不重合时, 请直接写出直线 $l: y = kx + b$ 的解析式. (k, b 可用含 m 的式子表示)



备用图

2019 年河南省中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题 (每小题 3 分, 共 30 分) 下列各小题均有四个答案, 其中只有一个是正确的。

1. (3 分) (2019•河南) $-\frac{1}{2}$ 的绝对值是 ()

- A. $-\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. 2 D. -2

【考点】15: 绝对值.

【分析】根据一个负数的绝对值是它的相反数进行解答即可.

【解答】解: $|\frac{1}{2}| = \frac{1}{2}$,

故选: B.

【点评】本题考查的是绝对值的性质, 掌握一个正数的绝对值是它本身; 一个负数的绝对值是它的相反数; 0 的绝对值是 0 是解题的关键.

2. (3 分) (2019•河南) 成人每天维生素 D 的摄入量约为 0.0000046 克. 数据“0.0000046”用科学记数法表示为 ()

- A. 46×10^{-7} B. 4.6×10^{-7} C. 4.6×10^{-6} D. 0.46×10^{-5}

【考点】1J: 科学记数法—表示较小的数.

【专题】511: 实数.

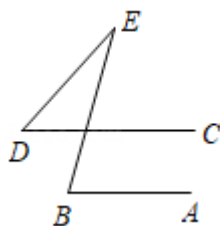
【分析】本题用科学记数法的知识即可解答.

【解答】解: $0.0000046 = 4.6 \times 10^{-6}$.

故选: C.

【点评】本题用科学记数法的知识点, 关键是很小的数用科学记数法表示时负指数与 0 的个数的关系要掌握好.

3. (3 分) (2019•河南) 如图, $AB \parallel CD$, $\angle B = 75^\circ$, $\angle E = 27^\circ$, 则 $\angle D$ 的度数为 ()

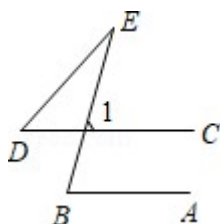


- A. 45° B. 48° C. 50° D. 58°

【考点】JA: 平行线的性质.

【专题】551: 线段、角、相交线与平行线.

【分析】根据平行线的性质解答即可.



【解答】解: $\because AB \parallel CD$,

$$\therefore \angle B = \angle 1,$$

$$\because \angle 1 = \angle D + \angle E,$$

$$\therefore \angle D = \angle B - \angle E = 75^\circ - 27^\circ = 48^\circ,$$

故选: B.

【点评】此题考查平行线的性质, 关键是根据平行线的性质解答.

4. (3分) (2019•河南) 下列计算正确的是 ()

A. $2a+3a=6a$

B. $(-3a)^2=6a^2$

C. $(x-y)^2=x^2-y^2$

D. $3\sqrt{2}-\sqrt{2}=2\sqrt{2}$

【考点】35: 合并同类项; 47: 幂的乘方与积的乘方; 4C: 完全平方公式; 78: 二次根式的加减法.

【专题】512: 整式.

【分析】根据合并同类项法则, 完全平方公式, 幂的乘方与积的乘方的运算法则进行运算即可;

【解答】解: $2a+3a=5a$, A 错误;

$$(-3a)^2=9a^2, B \text{ 错误};$$

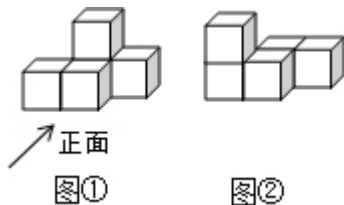
$$(x-y)^2=x^2-2xy+y^2, C \text{ 错误};$$

$$3\sqrt{2}-\sqrt{2}=2\sqrt{2}, D \text{ 正确};$$

故选: D.

【点评】 本题考查整式的运算; 熟练掌握合并同类项法则, 完全平方公式, 幂的乘方与积的乘方的运算法则是解题的关键.

5. (3 分) (2019•河南) 如图①是由大小相同的小正方体搭成的几何体, 将上层的小正方体平移后得到图②. 关于平移前后几何体的三视图, 下列说法正确的是 ()

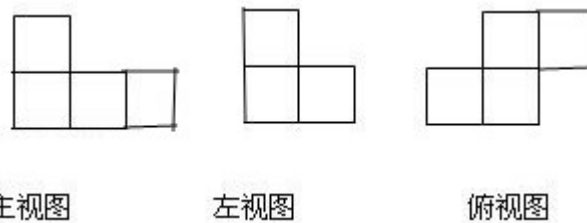


- A. 主视图相同
B. 左视图相同
C. 俯视图相同
D. 三种视图都不相同

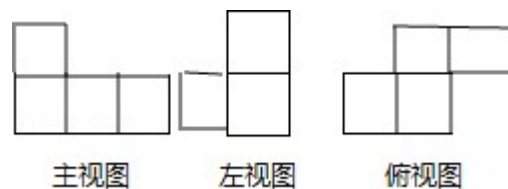
【考点】 Q2: 平移的性质; U2: 简单组合体的三视图.

【专题】 55F: 投影与视图.

【分析】 根据三视图解答即可.



【解答】 解: 图①的三视图为:



图②的三视图为:

故选: A.

【点评】 本题考查了由三视图判断几何体, 解题的关键是学生的观察能力和对几何体三种视图的空间想象能力.

6. (3 分) (2019•河南) 一元二次方程 $(x+1)(x-1)=2x+3$ 的根的情况是 ()

- A. 有两个不相等的实数根
B. 有两个相等的实数根
C. 只有一个实数根
D. 没有实数根

【考点】 AA: 根的判别式.

【专题】 523: 一元二次方程及应用.

【分析】先化成一般式后, 在求根的判别式.

【解答】解: 原方程可化为: $x^2 - 2x - 4 = 0$,

$$\therefore a=1, b=-2, c=-4,$$

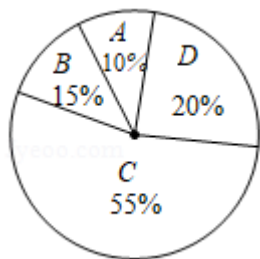
$$\therefore \Delta = (-2)^2 - 4 \times 1 \times (-4) = 20 > 0,$$

$\therefore$ 方程由两个不相等的实数根.

故选: A.

【点评】本题运用了根的判别式的知识点, 把方程转化为一般式是解决问题的关键.

7. (3分) (2019•河南) 某超市销售 A, B, C, D 四种矿泉水, 它们的单价依次是 5 元、3 元、2 元、1 元. 某天的销售情况如图所示, 则这天销售的矿泉水的平均单价是 ()



- A. 1.95 元 B. 2.15 元 C. 2.25 元 D. 2.75 元

【考点】VB: 扇形统计图; W2: 加权平均数.

【专题】542: 统计的应用.

【分析】根据加权平均数的定义列式计算可得.

【解答】解: 这天销售的矿泉水的平均单价是 $5 \times 10\% + 3 \times 15\% + 2 \times 55\% + 1 \times 20\% = 2.25$ (元),

故选: C.

【点评】本题主要考查加权平均数, 解题的关键是掌握加权平均数的定义.

8. (3分) (2019•河南) 已知抛物线 $y = -x^2 + bx + 4$ 经过 $(-2, n)$ 和 $(4, n)$ 两点, 则 n 的值为 ()

- A. -2 B. -4 C. 2 D. 4

【考点】H5: 二次函数图象上点的坐标特征.

【专题】535: 二次函数图象及其性质.

【分析】根据 $(-2, n)$ 和 $(4, n)$ 可以确定函数的对称轴 $x=1$, 再由对称轴的 $x=\frac{b}{2}$ 即

可求解;

【解答】解: 抛物线 $y = -x^2 + bx + 4$ 经过 $(-2, n)$ 和 $(4, n)$ 两点,

可知函数的对称轴 $x = 1$,

$$\therefore \frac{b}{2} = 1,$$

$$\therefore b = 2;$$

$$\therefore y = -x^2 + 2x + 4,$$

将点 $(-2, n)$ 代入函数解析式, 可得 $n = -4$;

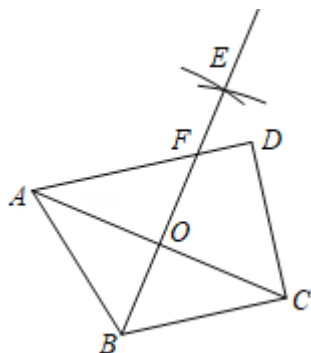
故选: B.

【点评】本题考查二次函数图象上点的坐标; 熟练掌握二次函数图象上点的对称性是解题的关键.

9. (3分) (2019•河南) 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $\angle D = 90^\circ$, $AD = 4$, $BC =$

3. 分别以点 A , C 为圆心, 大于 $\frac{1}{2}AC$ 长为半径作弧, 两弧交于点 E , 作射线 BE 交 AD

于点 F , 交 AC 于点 O . 若点 O 是 AC 的中点, 则 CD 的长为 ()



A. $2\sqrt{2}$

B. 4

C. 3

D. $\sqrt{10}$

【考点】KJ: 等腰三角形的判定与性质; KQ: 勾股定理; N2: 作图—基本作图.

【专题】554: 等腰三角形与直角三角形.

【分析】连接 FC , 根据基本作图, 可得 OE 垂直平分 AC , 由垂直平分线的性质得出 $AF = FC$. 再根据 ASA 证明 $\triangle FOA \cong \triangle BOC$, 那么 $AF = BC = 3$, 等量代换得到 $FC = AF = 3$, 利用线段的和差关系求出 $FD = AD - AF = 1$. 然后在直角 $\triangle FDC$ 中利用勾股定理求出 CD 的长.

【解答】解: 如图, 连接 FC , 则 $AF = FC$.

$$\because AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle FAO = \angle BCO.$$

在 $\triangle FOA$ 与 $\triangle BOC$ 中,

$$\begin{cases} \angle FAO = \angle BCO \\ OA = OC \\ \angle AOF = \angle COB \end{cases},$$

$$\therefore \triangle FOA \cong \triangle BOC \text{ (ASA)},$$

$$\therefore AF = BC = 3,$$

$$\therefore FC = AF = 3, \quad FD = AD - AF = 4 - 3 = 1.$$

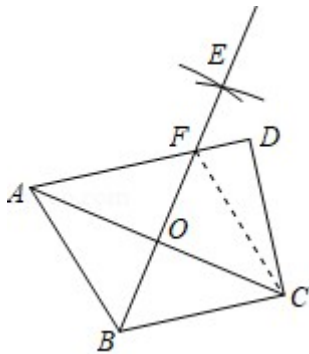
在 $\triangle FDC$ 中, $\because \angle D = 90^\circ$,

$$\therefore CD^2 + DF^2 = FC^2,$$

$$\therefore CD^2 + 1^2 = 3^2,$$

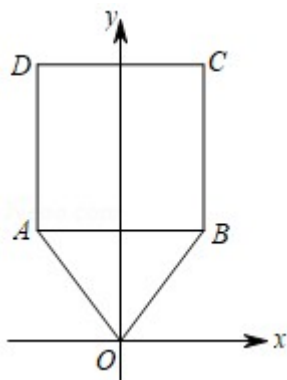
$$\therefore CD = 2\sqrt{2}.$$

故选: A.



【点评】 本题考查了作图 - 基本作图, 勾股定理, 线段垂直平分线的判定与性质, 全等三角形的判定与性质, 难度适中. 求出 CF 与 DF 是解题的关键.

10. (3 分) (2019•河南) 如图, 在 $\triangle OAB$ 中, 顶点 $O(0, 0)$, $A(-3, 4)$, $B(3, 4)$, 将 $\triangle OAB$ 与正方形 $ABCD$ 组成的图形绕点 O 顺时针旋转, 每次旋转 90° , 则第 70 次旋转结束时, 点 D 的坐标为 ()



- A. (10, 3) B. (-3, 10) C. (10, -3) D. (3, -10)

【考点】D2: 规律型: 点的坐标; R7: 坐标与图形变化 - 旋转.

【专题】558: 平移、旋转与对称.

【分析】先求出 $AB=6$, 再利用正方形的性质确定 $D(-3, 10)$, 由于 $70=4 \times 17+2$, 所以第 70 次旋转结束时, 相当于 $\triangle OAB$ 与正方形 $ABCD$ 组成的图形绕点 O 顺时针旋转 2 次, 每次旋转 90° , 此时旋转前后的点 D 关于原点对称, 于是利用关于原点对称的点的坐标特征可出旋转后的点 D 的坐标.

【解答】解: $\because A(-3, 4)$, $B(3, 4)$,

$$\therefore AB=3+3=6,$$

$\because$ 四边形 $ABCD$ 为正方形,

$$\therefore AD=AB=6,$$

$$\therefore D(-3, 10),$$

$$\because 70=4 \times 17+2,$$

$\therefore$ 每 4 次一个循环, 第 70 次旋转结束时, 相当于 $\triangle OAB$ 与正方形 $ABCD$ 组成的图形绕点 O 顺时针旋转 2 次, 每次旋转 90° ,

$$\therefore \text{点 } D \text{ 的坐标为 } (3, -10).$$

故选: D.

【点评】本题考查了坐标与图形变化 - 旋转: 图形或点旋转之后要结合旋转的角度和图形的特殊性质来求出旋转后的点的坐标. 常见的是旋转特殊角度如: 30° , 45° , 60° , 90° , 180° .

二、填空题 (每小题 3 分, 共 15 分.)

11. (3 分) (2019•河南) 计算: $\sqrt{4} - 2^{-1} = \underline{1\frac{1}{2}}$.

【考点】2C: 实数的运算; 6F: 负整数指数幂.

【分析】本题涉及二次根式化简、负整数指数幂两个考点. 针对每个考点分别进行计算, 然后根据实数的运算法则求得计算结果.

【解答】解: $\sqrt{4} - 2^{-1}$

$$= 2 - \frac{1}{2}$$

$$= 1\frac{1}{2}.$$

故答案为: $1\frac{1}{2}$.

【点评】本题考查实数的综合运算能力, 是各地中考题中常见的计算题型. 解决此类题目的关键是熟练掌握负整数指数幂、二次根式等考点的运算.

12. (3分) (2019•河南) 不等式组 $\begin{cases} \frac{x}{2} \leq -1 \\ -x+7 > 4 \end{cases}$ 的解集是 $x \leq -2$.

【考点】CB: 解一元一次不等式组.

【专题】524: 一元一次不等式(组)及应用.

【分析】分别求出每一个不等式的解集, 根据口诀: 同大取大、同小取小、大小小大中间找、大大小小无解了确定不等式组的解集.

【解答】解: 解不等式 $\frac{x}{2} \leq -1$, 得: $x \leq -2$,

解不等式 $-x+7 > 4$, 得: $x < 3$,

则不等式组的解集为 $x \leq -2$,

故答案为: $x \leq -2$.

【点评】本题考查的是解一元一次不等式组, 正确求出每一个不等式解集是基础, 熟知“同大取大; 同小取小; 大小小大中间找; 大大小小找不到”的原则是解答此题的关键.

13. (3分) (2019•河南) 现有两个不透明的袋子, 一个装有2个红球、1个白球, 另一个装有1个黄球、2个红球, 这些球除颜色外完全相同. 从两个袋子中各随机摸出1个球,

摸出的两个球颜色相同的概率是 $\frac{4}{9}$.

【考点】X6: 列表法与树状图法.

【专题】543: 概率及其应用.

【分析】列表得出所有等可能结果, 从中找到两个球颜色相同的结果数, 利用概率公式计算可得.

【解答】解: 列表如下:

	黄	红	红
红	(黄, 红)	(红, 红)	(红, 红)
红	(黄, 红)	(红, 红)	(红, 红)
白	(黄, 白)	(红, 白)	(红, 白)

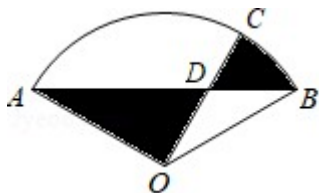
由表知, 共有 9 种等可能结果, 其中摸出的两个球颜色相同的有 4 种结果,

所以摸出的两个球颜色相同的概率为 $\frac{4}{9}$,

故答案为: $\frac{4}{9}$.

【点评】本题考查了列表法与树状图的知识, 解题的关键是能够用列表或列树状图将所有等可能的结果列举出来, 难度不大.

14. (3 分) (2019•河南) 如图, 在扇形 AOB 中, $\angle AOB = 120^\circ$, 半径 OC 交弦 AB 于点 D , 且 $OC \perp OA$. 若 $OA = 2\sqrt{3}$, 则阴影部分的面积为 $\sqrt{3} + \pi$.



【考点】MO: 扇形面积的计算.

【专题】55C: 与圆有关的计算.

【分析】根据题意, 作出合适的辅助线, 然后根据图形可知阴影部分的面积是 $\triangle AOD$ 的面积与扇形 OBC 的面积之和再减去 $\triangle BDO$ 的面积, 本题得以解决.

【解答】解: 作 $OE \perp AB$ 于点 F ,

$\because$ 在扇形 AOB 中, $\angle AOB = 120^\circ$, 半径 OC 交弦 AB 于点 D , 且 $OC \perp OA$. $OA = 2\sqrt{3}$,

$\therefore \angle AOD = 90^\circ$, $\angle BOC = 90^\circ$, $OA = OB$,

$\therefore \angle OAB = \angle OBA = 30^\circ$,

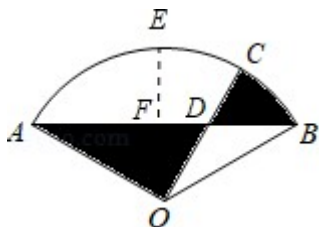
$\therefore OD = OA \cdot \tan 30^\circ = 2\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 2$, $AD = 4$, $AB = 2AF = 2 \times 2\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 6$, $OF = \sqrt{3}$,

$\therefore BD = 2$,

$$\therefore \text{阴影部分的面积是: } S_{\triangle AOD} + S_{\text{扇形 } OBC} - S_{\triangle BDO} = \frac{2\sqrt{3} \times 2}{2} + \frac{30 \times \pi (2\sqrt{3})^2}{360} - \frac{2 \times \sqrt{3}}{2}$$

$$= \sqrt{3} + \pi,$$

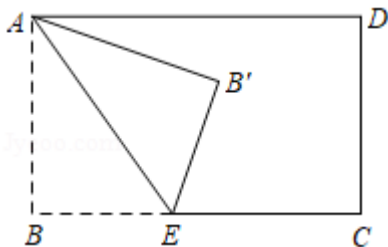
故答案为: $\sqrt{3} + \pi$.



【点评】 本题考查扇形面积的计算, 解答本题的关键是明确题意, 利用数形结合的思想解答.

15. (3 分) (2019•河南) 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB=1$, $BC=a$, 点 E 在边 BC 上, 且 $BE = \frac{3}{5}a$. 连接 AE , 将 $\triangle ABE$ 沿 AE 折叠, 若点 B 的对应点 B' 落在矩形 $ABCD$ 的边上,

则 a 的值为 $\frac{5}{3}$ 或 $\frac{\sqrt{5}}{3}$.



【考点】 LB: 矩形的性质; PB: 翻折变换 (折叠问题).

【专题】 558: 平移、旋转与对称.

【分析】 分两种情况: ①点 B' 落在 AD 边上, 根据矩形与折叠的性质易得 $AB=BE$, 即可求出 a 的值; ②点 B' 落在 CD 边上, 证明 $\triangle ADB' \sim \triangle B'CE$, 根据相似三角形对应边成比例即可求出 a 的值.

【解答】 解: 分两种情况:

① 当点 B' 落在 AD 边上时, 如图 1.

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$$\therefore \angle BAD = \angle B = 90^\circ,$$

$\because$ 将 $\triangle ABE$ 沿 AE 折叠, 点 B 的对应点 B' 落在 AD 边上,

$$\therefore \angle BAE = \angle B'AE = \frac{1}{2} \angle BAD = 45^\circ,$$

$$\therefore AB = BE,$$

$$\therefore \frac{3}{5}a = 1,$$

$$\therefore a = \frac{5}{3};$$

② 当点 B' 落在 CD 边上时, 如图 2.

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$$\therefore \angle BAD = \angle B = \angle C = \angle D = 90^\circ, AD = BC = a.$$

$\because$ 将 $\triangle ABE$ 沿 AE 折叠, 点 B 的对应点 B' 落在 CD 边上,

$$\therefore \angle B = \angle AB'E = 90^\circ, AB = AB' = 1, EB = EB' = \frac{3}{5}a,$$

$$\therefore DB' = \sqrt{B'A^2 - AD^2} = \sqrt{1 - a^2}, EC = BC - BE = a - \frac{3}{5}a = \frac{2}{5}a.$$

在 $\triangle ADB'$ 与 $\triangle B'CE$ 中,

$$\begin{cases} \angle B'AD = \angle EB'C = 90^\circ - \angle AB'E \\ \angle D = \angle C = 90^\circ \end{cases},$$

$$\therefore \triangle ADB' \sim \triangle B'CE,$$

$$\therefore \frac{DB'}{CE} = \frac{AB'}{B'E}, \text{ 即 } \frac{\sqrt{1-a^2}}{\frac{2}{5}a} = \frac{1}{\frac{3}{5}a},$$

$$\text{解得 } a_1 = \frac{\sqrt{5}}{3}, a_2 = 0 \text{ (舍去)}.$$

$$\text{综上, 所求 } a \text{ 的值为 } \frac{5}{3} \text{ 或 } \frac{\sqrt{5}}{3}.$$

$$\text{故答案为 } \frac{5}{3} \text{ 或 } \frac{\sqrt{5}}{3}.$$

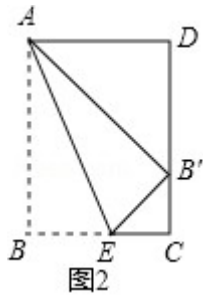


图2

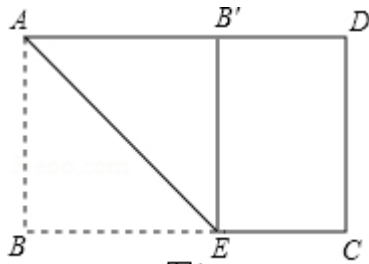


图1

【点评】本题考查了折叠的性质：折叠是一种对称变换，它属于轴对称，折叠前后图形的形状和大小不变，位置变化，对应边和对应角相等．也考查了矩形的性质，勾股定理，相似三角形的判定与性质．进行分类讨论与数形结合是解题的关键．

三、解答题（本大题共 8 个小题，满分 75 分）

16. （8 分）（2019•河南）先化简，再求值： $(\frac{x+1}{x-2} - 1) \div \frac{x^2-2x}{x^2-4x+4}$ ，其中 $x=\sqrt{3}$.

【考点】6D：分式的化简求值．

【专题】513：分式．

【分析】先根据分式的混合运算顺序和运算法则化简原式，再将 x 的值代入计算可得．

$$\begin{aligned} \text{【解答】解：原式} &= (\frac{x+1}{x-2} - \frac{x-2}{x-2}) \div \frac{x(x-2)}{(x-2)^2} \\ &= \frac{3}{x-2} \cdot \frac{x-2}{x} \\ &= \frac{3}{x}, \end{aligned}$$

$$\text{当 } x=\sqrt{3} \text{ 时, 原式} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}.$$

【点评】本题主要考查分式的化简求值，解题的关键是熟练掌握分式的混合运算顺序和运算法则．

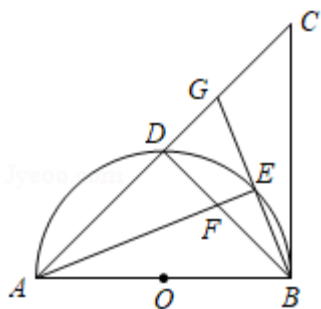
17. (9分) (2019•河南) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $BA=BC$, $\angle ABC=90^\circ$, 以 AB 为直径的半圆 O 交 AC 于点 D , 点 E 是 $\widehat{BD}$ 上不与点 B, D 重合的任意一点, 连接 AE 交 BD 于点 F , 连接 BE 并延长交 AC 于点 G .

(1) 求证: $\triangle ADF \cong \triangle BDG$;

(2) 填空:

① 若 $AB=4$, 且点 E 是 $\widehat{BD}$ 的中点, 则 DF 的长为 $4-2\sqrt{2}$;

② 取 $\widehat{AE}$ 的中点 H , 当 $\angle EAB$ 的度数为 30° 时, 四边形 $OBEH$ 为菱形.



【考点】MR: 圆的综合题.

【专题】11: 计算题; 14: 证明题; 152: 几何综合题.

【分析】(1) 利用直径所对的圆周角是直角, 可得 $\angle ADB = \angle AEB = 90^\circ$, 再应用同角的余角相等可得 $\angle DAF = \angle DBG$, 易得 $AD = BD$, $\triangle ADF \cong \triangle BDG$ 得证;

(2) 作 $FH \perp AB$, 应用等弧所对的圆周角相等得 $\angle BAE = \angle DAE$, 再应用角平分线性质可得结论; 由菱形的性质可得 $BE = OB$, 结合三角函数特殊值可得 $\angle EAB = 30^\circ$.

【解答】解: (1) 证明: 如图1, $\because BA = BC$, $\angle ABC = 90^\circ$,

$$\therefore \angle BAC = 45^\circ$$

$\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径,

$$\therefore \angle ADB = \angle AEB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DAF + \angle BGD = \angle DBG + \angle BGD = 90^\circ$$

$$\therefore \angle DAF = \angle DBG$$

$$\because \angle ABD + \angle BAC = 90^\circ$$

$$\therefore \angle ABD = \angle BAC = 45^\circ$$

$$\therefore AD = BD$$

$$\therefore \triangle ADF \cong \triangle BDG \text{ (ASA)};$$

(2) ① 如图2, 过 F 作 $FH \perp AB$ 于 H , $\because$ 点 E 是 $\widehat{BD}$ 的中点,

$$\therefore \angle BAE = \angle DAE$$

$$\because FD \perp AD, FH \perp AB$$

$$\therefore FH = FD$$

$$\therefore \frac{FH}{BF} = \sin \angle ABD = \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

$$\therefore \frac{FD}{BF} = \frac{\sqrt{2}}{2}, \text{ 即 } BF = \sqrt{2}FD$$

$$\because AB = 4,$$

$$\therefore BD = 4\cos 45^\circ = 2\sqrt{2}, \text{ 即 } BF + FD = 2\sqrt{2}, (\sqrt{2} + 1)FD = 2\sqrt{2}$$

$$\therefore FD = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2} + 1} = 4 - 2\sqrt{2}$$

故答案为 $4 - 2\sqrt{2}$.

② 连接 OE, EH , $\because$ 点 H 是 $\widehat{AE}$ 的中点,

$$\therefore OH \perp AE,$$

$$\because \angle AEB = 90^\circ$$

$$\therefore BE \perp AE$$

$$\therefore BE \parallel OH$$

$\because$ 四边形 $OBEH$ 为菱形,

$$\therefore BE = OH = OB = \frac{1}{2}AB$$

$$\therefore \sin \angle EAB = \frac{BE}{AB} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \angle EAB = 30^\circ.$$

故答案为: 30°

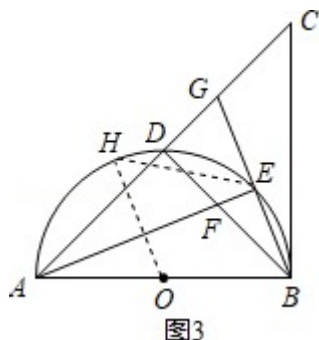
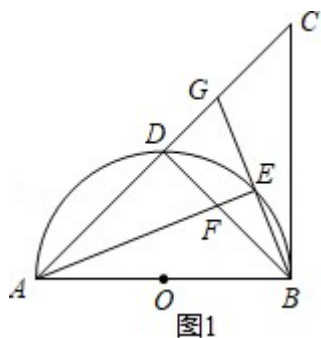
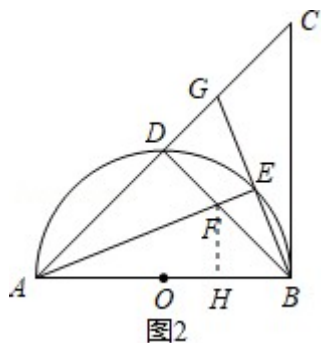


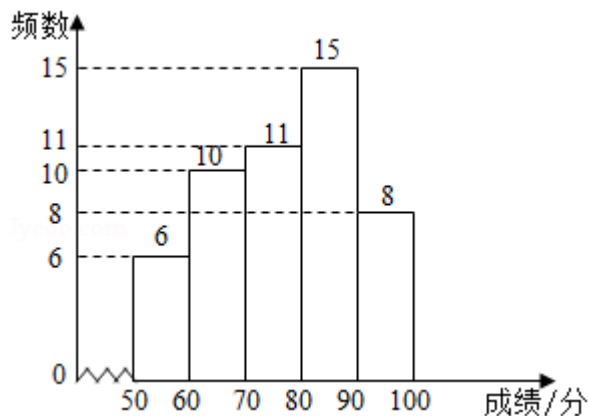
图3



【点评】本题主要考查了圆的性质，垂径定理，等腰直角三角形的性质，菱形的性质，解直角三角形，特殊角的三角函数值等，关键在灵活应用性质定理。

18. (9分) (2019•河南) 某校为了解七、八年级学生对“防溺水”安全知识的掌握情况，从七、八年级各随机抽取 50 名学生进行测试，并对成绩（百分制）进行整理、描述和分析。部分信息如下：

a. 七年级成绩频数分布直方图：



b. 七年级成绩在 $70 \leq x < 80$ 这一组的是：

70 72 74 75 76 76 77 77 77 78 79

c. 七、八年级成绩的平均数、中位数如下：

年级	平均数	中位数
七	76.9	m
八	79.2	79.5

根据以上信息, 回答下列问题:

- (1) 在这次测试中, 七年级在 80 分以上 (含 80 分) 的有 23 人;
- (2) 表中 m 的值为 77.5;
- (3) 在这次测试中, 七年级学生甲与八年级学生乙的成绩都是 78 分, 请判断两位学生在各自年级的排名谁更靠前, 并说明理由;
- (4) 该校七年级学生有 400 人, 假设全部参加此次测试, 请估计七年级成绩超过平均数 76.9 分的人数.

【考点】 V5: 用样本估计总体; V8: 频数 (率) 分布直方图; W2: 加权平均数; W4: 中位数.

【专题】 542: 统计的应用.

【分析】 (1) 根据条形图及成绩在 $70 \leq x < 80$ 这一组的数据可得;

(2) 根据中位数的定义求解可得;

(3) 将各自成绩与该年级的中位数比较可得答案;

(4) 用总人数乘以样本中七年级成绩超过平均数 76.9 分的人数所占比例可得.

【解答】 解: (1) 在这次测试中, 七年级在 80 分以上 (含 80 分) 的有 $15+8=23$ 人, 故答案为: 23;

(2) 七年级 50 人成绩的中位数是第 25、26 个数据的平均数, 而第 25、26 个数据分别为 78、79,

$$\therefore m = \frac{77+78}{2} = 77.5,$$

故答案为: 77.5;

(3) 甲学生在该年级的排名更靠前,

$\because$ 七年级学生甲的成绩大于中位数 78 分, 其名次在该班 25 名之前,

八年级学生乙的成绩小于中位数 78 分, 其名次在该班 25 名之后,

$\therefore$ 甲学生在该年级的排名更靠前.

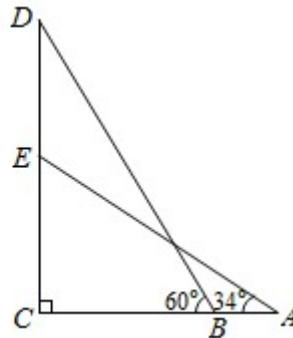
(4) 估计七年级成绩超过平均数 76.9 分的人数为 $400 \times \frac{5+15+8}{50} = 224$ (人).

【点评】 本题主要考查频数分布直方图、中位数及样本估计总体, 解题的关键是根据直方

图得出解题所需数据及中位数的定义和意义、样本估计总体思想的运用.

19. (9分) (2019•河南) 数学兴趣小组到黄河风景名胜区测量炎帝塑像(塑像中高者)的高度. 如图所示, 炎帝塑像 DE 在高 $55m$ 的小山 EC 上, 在 A 处测得塑像底部 E 的仰角为 34° , 再沿 AC 方向前进 $21m$ 到达 B 处, 测得塑像顶部 D 的仰角为 60° , 求炎帝塑像 DE 的高度.

(精确到 $1m$. 参考数据: $\sin 34^\circ \approx 0.56$, $\cos 34^\circ = 0.83$, $\tan 34^\circ \approx 0.67$, $\sqrt{3} \approx 1.73$)



【考点】TA: 解直角三角形的应用 - 仰角俯角问题.

【专题】55E: 解直角三角形及其应用.

【分析】由三角函数求出 $AC = \frac{CE}{\tan 34^\circ} \approx 82.1m$, 得出 $BC = AC - AB = 61.1m$, 在

$Rt\triangle BCD$ 中, 由三角函数得出 $CD = \sqrt{3}BC \approx 105.7m$, 即可得出答案.

【解答】解: $\because \angle ACE = 90^\circ$, $\angle CAE = 34^\circ$, $CE = 55m$,

$$\therefore \tan \angle CAE = \frac{CE}{AC},$$

$$\therefore AC = \frac{CE}{\tan 34^\circ} = \frac{55}{0.67} \approx 82.1m,$$

$$\because AB = 21m,$$

$$\therefore BC = AC - AB = 61.1m,$$

$$\text{在 } Rt\triangle BCD \text{ 中, } \tan 60^\circ = \frac{CD}{BC} = \sqrt{3},$$

$$\therefore CD = \sqrt{3}BC \approx 1.73 \times 61.1 \approx 105.7m,$$

$$\therefore DE = CD - EC = 105.7 - 55 \approx 51m,$$

答: 炎帝塑像 DE 的高度约为 $51m$.

【点评】本题考查了解直角三角形的应用, 解答本题的关键是根据仰角和俯角构造直角三

角形, 利用三角函数的知识求解, 难度适中.

20. (9分) (2019•河南) 学校计划为“我和我的祖国”演讲比赛购买奖品. 已知购买 3 个 A 奖品和 2 个 B 奖品共需 120 元; 购买 5 个 A 奖品和 4 个 B 奖品共需 210 元.

(1) 求 A, B 两种奖品的单价;

(2) 学校准备购买 A, B 两种奖品共 30 个, 且 A 奖品的数量不少于 B 奖品数量的 $\frac{1}{3}$.

请设计出最省钱的购买方案, 并说明理由.

【考点】9A: 二元一次方程组的应用; C9: 一元一次不等式的应用.

【专题】52: 方程与不等式; 533: 一次函数及其应用.

【分析】(1) 设 A 的单价为 x 元, B 的单价为 y 元, 根据题意列出方程组 $\begin{cases} 3x+2y=120 \\ 5x+4y=210 \end{cases}$,

即可求解;

(2) 设购买 A 奖品 z 个, 则购买 B 奖品为 $(30-z)$ 个, 购买奖品的花费为 W 元, 根据

题意得到由题意可知, $z \geq \frac{1}{3}(30-z)$, $W=30z+15(30-z)=450+15z$, 根据一次函

数的性质, 即可求解;

【解答】解: (1) 设 A 的单价为 x 元, B 的单价为 y 元,

根据题意, 得

$$\begin{cases} 3x+2y=120 \\ 5x+4y=210 \end{cases},$$

$$\therefore \begin{cases} x=30 \\ y=15 \end{cases},$$

$\therefore$ A 的单价 30 元, B 的单价 15 元;

(2) 设购买 A 奖品 z 个, 则购买 B 奖品为 $(30-z)$ 个, 购买奖品的花费为 W 元,

由题意可知, $z \geq \frac{1}{3}(30-z)$,

$$\therefore z \geq \frac{15}{2},$$

$$W=30z+15(30-z)=450+15z,$$

当 $z=8$ 时, W 有最小值为 570 元,

即购买 A 奖品 8 个, 购买 B 奖品 22 个, 花费最少;

【点评】本题考查二元一次方程组的应用, 一次函数的应用; 能够根据条件列出方程组,

将最优方案转化为一次函数性质解题是关键.

21. (10分) (2019•河南) 模具厂计划生产面积为4, 周长为 m 的矩形模具. 对于 m 的取值范围, 小亮已经能用“代数”的方法解决, 现在他又尝试从“图形”的角度进行探究, 过程如下:

(1) 建立函数模型

设矩形相邻两边的长分别为 x, y , 由矩形的面积为4, 得 $xy=4$, 即 $y=\frac{4}{x}$; 由周长为

m , 得 $2(x+y)=m$, 即 $y=-x+\frac{m}{2}$. 满足要求的 (x, y) 应是两个函数图象在第一

象限内交点的坐标.

(2) 画出函数图象

函数 $y=\frac{4}{x}$ ($x>0$) 的图象如图所示, 而函数 $y=-x+\frac{m}{2}$ 的图象可由直线 $y=-x$ 平移得

到. 请在同一直角坐标系中直接画出直线 $y=-x$.

(3) 平移直线 $y=-x$, 观察函数图象

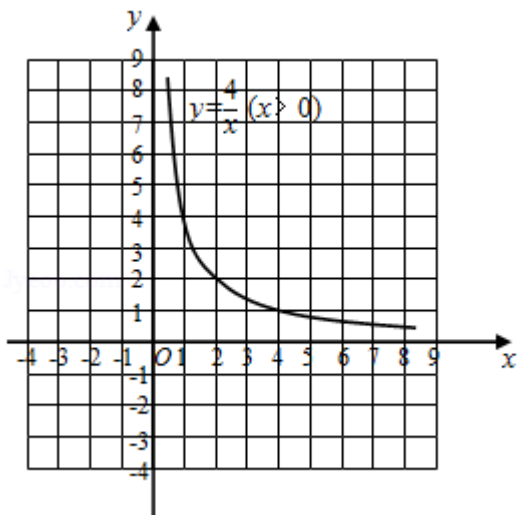
① 当直线平移到与函数 $y=\frac{4}{x}$ ($x>0$) 的图象有唯一交点 $(2, 2)$ 时, 周长 m 的值为

8;

② 在直线平移过程中, 交点个数还有哪些情况? 请写出交点个数及对应的周长 m 的取值范围.

(4) 得出结论

若能生产出面积为4的矩形模具, 则周长 m 的取值范围为 $m\geq 8$.



【考点】GB: 反比例函数综合题.

【专题】16: 压轴题; 31: 数形结合; 523: 一元二次方程及应用; 68: 模型思想.

【分析】(1) x, y 都是边长, 因此, 都是正数, 即可求解;

(2) 直接画出图象即可;

(3) ①把点 $(2, 2)$ 代入 $y = -x + \frac{m}{2}$ 即可求解; ②在直线平移过程中, 交点个数有: 0

个、1 个、2 个三种情况, 联立 $y = \frac{4}{x}$ 和 $y = -x + \frac{m}{2}$ 并整理得: $x^2 - \frac{1}{2}mx + 4 = 0$, 即可求解;

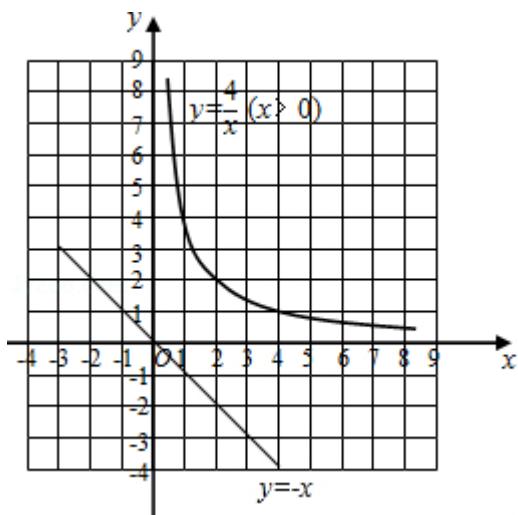
(4) 由 (3) 可得.

【解答】解: (1) x, y 都是边长, 因此, 都是正数,

故点 (x, y) 在第一象限,

答案为: 一;

(2) 图象如下所示:



(3) ①把点 (2, 2) 代入 $y = -x + \frac{m}{2}$ 得:

$$2 = -2 + \frac{m}{2}, \text{ 解得: } m = 8,$$

即: 0 个交点时, $m < 8$; 1 个交点时, $m = 8$; 2 个交点时, $m > 8$;

② 在直线平移过程中, 交点个数有: 0 个、1 个、2 个三种情况,

$$\text{联立 } y = \frac{4}{x} \text{ 和 } y = -x + \frac{m}{2} \text{ 并整理得: } x^2 - \frac{1}{2}mx + 4 = 0,$$

$$\Delta = \frac{1}{4}m^2 - 4 \times 4 \geq 0 \text{ 时, 两个函数有交点,}$$

解得: $m \geq 8$;

(4) 由 (3) 得: $m \geq 8$.

【点评】 本题为反比例函数综合运用题, 涉及到一次函数、一元二次方程、函数平移等知识点, 此类探究题, 通常按照题设条件逐次求解, 一般难度不大.

22. (10 分) (2019•河南) 在 $\triangle ABC$ 中, $CA = CB$, $\angle ACB = \alpha$. 点 P 是平面内不与点 A , C 重合的任意一点. 连接 AP , 将线段 AP 绕点 P 逆时针旋转 α 得到线段 DP , 连接 AD , BD , CP .

(1) 观察猜想

如图 1, 当 $\alpha = 60^\circ$ 时, $\frac{BD}{CP}$ 的值是 1, 直线 BD 与直线 CP 相交所成的较小角的度数是 60° .

(2) 类比探究

如图 2, 当 $\alpha = 90^\circ$ 时, 请写出 $\frac{BD}{CP}$ 的值及直线 BD 与直线 CP 相交所成的小角的度数, 并就图 2 的情形说明理由.

(3) 解决问题

当 $\alpha = 90^\circ$ 时, 若点 E, F 分别是 CA, CB 的中点, 点 P 在直线 EF 上, 请直接写出点

C, P, D 在同一直线上时 $\frac{AD}{CP}$ 的值.

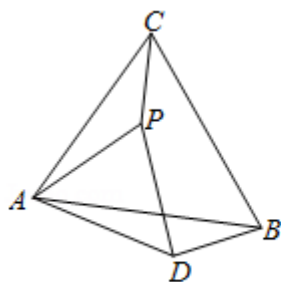


图1

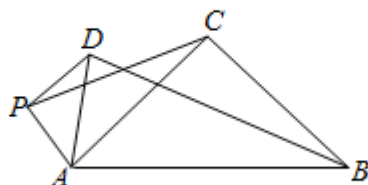
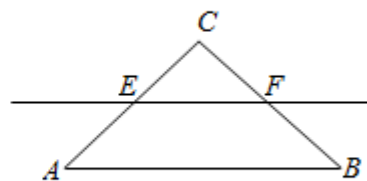


图2



备用图

【考点】SO: 相似形综合题.

【专题】152: 几何综合题.

【分析】(1) 如图 1 中, 延长 CP 交 BD 的延长线于 E , 设 AB 交 EC 于点 O . 证明 $\triangle CAP \cong \triangle BAD$ (SAS), 即可解决问题.

(2) 如图 2 中, 设 BD 交 AC 于点 O , BD 交 PC 于点 E . 证明 $\triangle DAB \sim \triangle PAC$, 即可解决问题.

(3) 分两种情形: ①如图 3-1 中, 当点 D 在线段 PC 上时, 延长 AD 交 BC 的延长线于 H . 证明 $AD = DC$ 即可解决问题.

②如图 3-2 中, 当点 P 在线段 CD 上时, 同法可证: $DA = DC$ 解决问题.

【解答】解: (1) 如图 1 中, 延长 CP 交 BD 的延长线于 E , 设 AB 交 EC 于点 O .

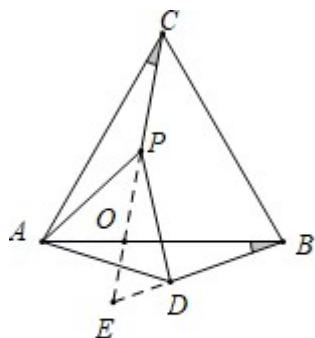


图1

$$\because \angle PAD = \angle CAB = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle CAP = \angle BAD,$$

$$\because CA = BA, PA = DA,$$

$$\therefore \triangle CAP \cong \triangle BAD \text{ (SAS)},$$

$$\therefore PC = BD, \angle ACP = \angle ABD,$$

$$\because \angle AOC = \angle BOE,$$

$$\therefore \angle BEO = \angle CAO = 60^\circ,$$

$$\therefore \frac{BD}{PC} = 1, \text{ 线 } BD \text{ 与直线 } CP \text{ 相交所成的较小角的度数是 } 60^\circ,$$

故答案为 1, 60° .

(2) 如图2中, 设 BD 交 AC 于点 O , BD 交 PC 于点 E .

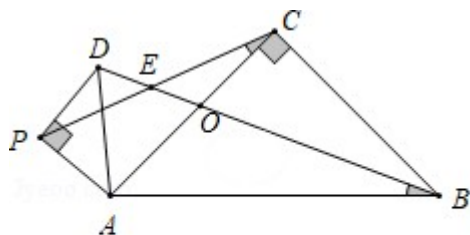


图2

$$\because \angle PAD = \angle CAB = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle PAC = \angle DAB,$$

$$\because \frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AP} = \sqrt{2},$$

$$\therefore \triangle DAB \sim \triangle PAC,$$

$$\therefore \angle PCA = \angle DBA, \frac{BD}{PC} = \frac{AB}{AC} = \sqrt{2},$$

$$\because \angle EOC = \angle AOB,$$

$$\therefore \angle CEO = \angle OAB = 45^\circ,$$

$\therefore$ 直线 BD 与直线 CP 相交所成的小角的度数为 45° .

(3) 如图 3-1 中, 当点 D 在线段 PC 上时, 延长 AD 交 BC 的延长线于 H .

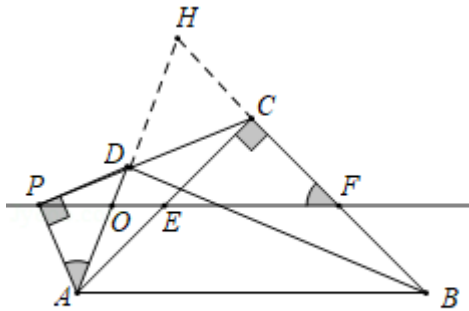


图3-1

$$\because CE = EA, CF = FB,$$

$$\therefore EF \parallel AB,$$

$$\therefore \angle EFC = \angle ABC = 45^\circ,$$

$$\because \angle PAO = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle PAO = \angle OFH,$$

$$\because \angle POA = \angle FOH,$$

$$\therefore \angle H = \angle APO,$$

$$\because \angle APC = 90^\circ, EA = EC,$$

$$\therefore PE = EA = EC,$$

$$\therefore \angle EPA = \angle EAP = \angle BAH,$$

$$\therefore \angle H = \angle BAH,$$

$$\therefore BH = BA,$$

$$\because \angle ADP = \angle BDC = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle ADB = 90^\circ,$$

$$\therefore BD \perp AH,$$

$$\begin{aligned}
 &\therefore \angle DBA = \angle DBC = 22.5^\circ, \\
 &\because \angle ADB = \angle ACB = 90^\circ, \\
 &\therefore A, D, C, B \text{ 四点共圆}, \\
 &\angle DAC = \angle DBC = 22.5^\circ, \angle DCA = \angle ABD = 22.5^\circ, \\
 &\therefore \angle DAC = \angle DCA = 22.5^\circ, \\
 &\therefore DA = DC, \text{ 设 } AD = a, \text{ 则 } DC = AD = a, PD = \frac{\sqrt{2}}{2}a, \\
 &\therefore \frac{AD}{CP} = \frac{a}{a + \frac{\sqrt{2}}{2}a} = 2 - \sqrt{2}.
 \end{aligned}$$

如图 3-2 中, 当点 P 在线段 CD 上时, 同法可证: $DA = DC$, 设 $AD = a$, 则 $CD = AD = a$, $PD = \frac{\sqrt{2}}{2}a$,

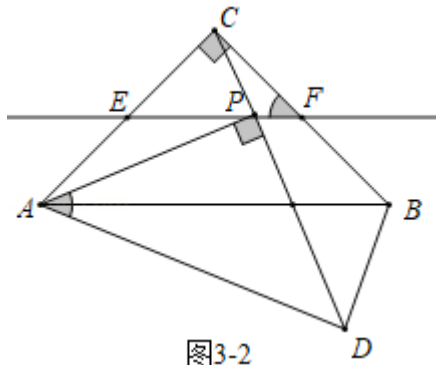


图3-2

$$\begin{aligned}
 &\therefore PC = a - \frac{\sqrt{2}}{2}a, \\
 &\therefore \frac{AD}{PC} = \frac{a}{a - \frac{\sqrt{2}}{2}a} = 2 + \sqrt{2}.
 \end{aligned}$$

【点评】本题属于相似形综合题, 考查了旋转变换, 等边三角形的性质, 等腰直角三角形的性质, 全等三角形的判定和性质, 相似三角形的判定和性质等知识, 解题的关键是正确寻找全等三角形或相似三角形解决问题, 学会用分类讨论的思想思考问题, 属于中考压轴题.

23. (11 分) (2019•河南) 如图, 抛物线 $y = ax^2 + \frac{1}{2}x + c$ 交 x 轴于 A, B 两点, 交 y 轴于点

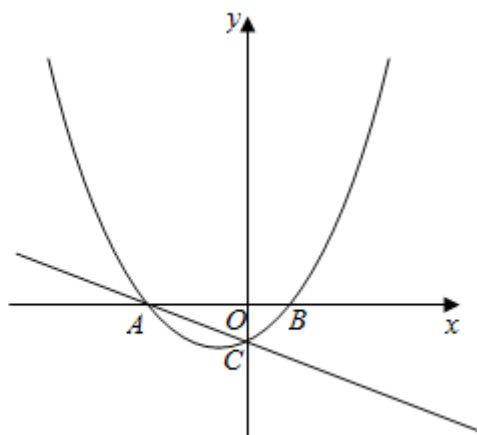
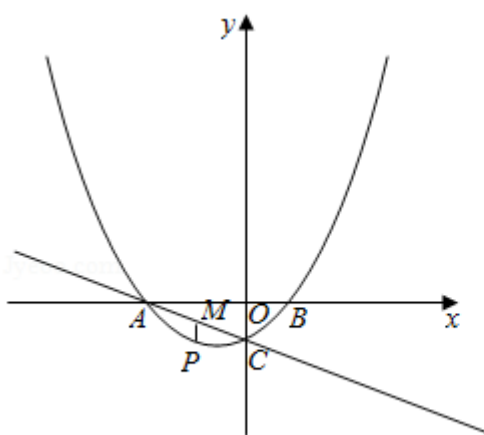
C. 直线 $y = -\frac{1}{2}x - 2$ 经过点 A, C .

(1) 求抛物线的解析式;

(2) 点 P 是抛物线上一动点, 过点 P 作 x 轴的垂线, 交直线 AC 于点 M , 设点 P 的横坐标为 m .

① 当 $\triangle PCM$ 是直角三角形时, 求点 P 的坐标;

② 作点 B 关于点 C 的对称点 B' , 则平面内存在直线 l , 使点 M, B, B' 到该直线的距离都相等. 当点 P 在 y 轴右侧的抛物线上, 且与点 B 不重合时, 请直接写出直线 $l: y = kx + b$ 的解析式. (k, b 可用含 m 的式子表示)



备用图

【考点】HF: 二次函数综合题.

【专题】537: 函数的综合应用.

【分析】(1) 利用一次函数图象上点的坐标特征可求出点 A, C 的坐标, 根据点 A, C 的坐标, 利用待定系数法可求出二次函数解析式;

(2) ① 由 $PM \perp x$ 轴可得出 $\angle PMC \neq 90^\circ$, 分 $\angle MPC = 90^\circ$ 及 $\angle PCM = 90^\circ$ 两种情况考虑:

(i) 当 $\angle MPC = 90^\circ$ 时, $PC \parallel x$ 轴, 利用二次函数图象上点的坐标特征可求出点 P 的坐标; (ii) 当 $\angle PCM = 90^\circ$ 时, 设 PC 与 x 轴交于点 D , 易证 $\triangle AOC \sim \triangle COD$, 利用相似三角形的性质可求出点 D 的坐标, 根据点 C, D 的坐标, 利用待定系数法可求出直线 PC 的解析式, 联立直线 PC 和抛物线的解析式成方程组, 通过解方程组可求出点 P 的坐标. 综上, 此问得解;

② 利用二次函数图象上点的坐标特征及一次函数图象上点的坐标特征可得出点 B, M 的坐标, 结合点 C 的坐标可得出点 B' 的坐标, 根据点 M, B, B' 的坐标, 利用待定系数

法可分别求出直线 BM , $B'M$ 和 BB' 的解析式, 利用平行线的性质可求出直线 l 的解析式.

【解答】解: (1) 当 $x=0$ 时, $y=-\frac{1}{2}x-2=-2$,

$\therefore$ 点 C 的坐标为 $(0, -2)$;

当 $y=0$ 时, $-\frac{1}{2}x-2=0$,

解得: $x=-4$,

$\therefore$ 点 A 的坐标为 $(-4, 0)$.

将 $A(-4, 0)$, $C(0, -2)$ 代入 $y=ax^2+\frac{1}{2}x+c$, 得:

$$\begin{cases} 16a-2+c=0 \\ c=-2 \end{cases}, \text{解得: } \begin{cases} a=\frac{1}{4} \\ c=-2 \end{cases}$$

$\therefore$ 抛物线的解析式为 $y=\frac{1}{4}x^2+\frac{1}{2}x-2$.

(2) ① $\because PM \perp x$ 轴,

$\therefore \angle PMC \neq 90^\circ$,

$\therefore$ 分两种情况考虑, 如图1所示.

(i) 当 $\angle MPC=90^\circ$ 时, $PC \parallel x$ 轴,

$\therefore$ 点 P 的纵坐标为 -2 .

当 $y=-2$ 时, $\frac{1}{4}x^2+\frac{1}{2}x-2=-2$,

解得: $x_1=-2$, $x_2=0$,

$\therefore$ 点 P 的坐标为 $(-2, -2)$;

(ii) 当 $\angle PCM=90^\circ$ 时, 设 PC 与 x 轴交于点 D .

$\because \angle OAC + \angle OCA = 90^\circ$, $\angle OCA + \angle OCD = 90^\circ$,

$\therefore \angle OAC = \angle OCD$.

又 $\because \angle AOC = \angle COD = 90^\circ$,

$\therefore \triangle AOC \sim \triangle COD$,

$\therefore \frac{OD}{OC} = \frac{OC}{OA}$, 即 $\frac{OD}{2} = \frac{2}{4}$,

$$\therefore OD=1,$$

$\therefore$ 点 D 的坐标为 $(1, 0)$.

设直线 PC 的解析式为 $y=kx+b$ ($k \neq 0$),

将 $C(0, -2)$, $D(1, 0)$ 代入 $y=kx+b$, 得:

$$\begin{cases} b=-2 \\ k+b=0 \end{cases}, \text{ 解得: } \begin{cases} k=2 \\ b=-2 \end{cases},$$

$\therefore$ 直线 PC 的解析式为 $y=2x-2$.

$$\text{联立直线 } PC \text{ 和抛物线的解析式成方程组, 得: } \begin{cases} y=2x-2 \\ y=\frac{1}{4}x^2+\frac{1}{2}x-2 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} x_1=0 \\ y_1=-2 \end{cases}, \begin{cases} x_2=6 \\ y_2=10 \end{cases},$$

点 P 的坐标为 $(6, 10)$.

综上所述: 当 $\triangle PCM$ 是直角三角形时, 点 P 的坐标为 $(-2, -2)$ 或 $(6, 10)$.

$$\textcircled{2} \text{ 当 } y=0 \text{ 时, } \frac{1}{4}x^2+\frac{1}{2}x-2=0,$$

$$\text{解得: } x_1=-4, x_2=2,$$

$\therefore$ 点 B 的坐标为 $(2, 0)$.

$\because$ 点 C 的坐标为 $(0, -2)$, 点 B, B' 关于点 C 对称,

$\therefore$ 点 B' 的坐标为 $(-2, -4)$.

$\because$ 点 P 的横坐标为 m ($m > 0$ 且 $m \neq 0$),

$\therefore$ 点 M 的坐标为 $(m, -\frac{1}{2}m-2)$.

利用待定系数法可求出: 直线 BM 的解析式为 $y=-\frac{m+4}{2m-4}x+\frac{m+4}{m-2}$, 直线 $B'M$ 的解析式

为 $y=\frac{-m+4}{2m+4}x-\frac{5m+6}{m+2}$, 直线 BB' 的解析式为 $y=x-2$.

分三种情况考虑, 如图 2 所示:

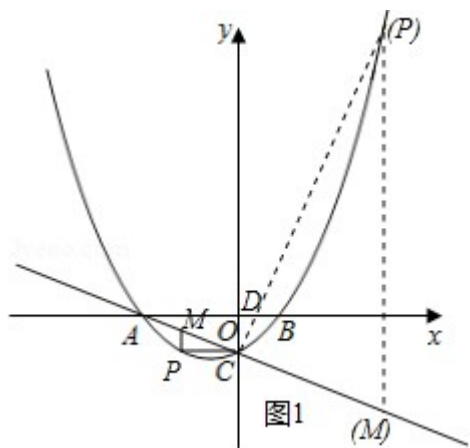
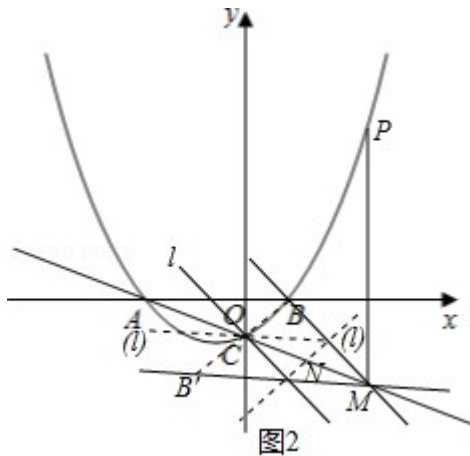
当直线 $l \parallel BM$ 且过点 C 时, 直线 l 的解析式为 $y=-\frac{m+4}{2m-4}x-2$;

当直线 $l \parallel B'M$ 且过点 C 时, 直线 l 的解析式为 $y=\frac{-m+4}{2m+4}x-2$;

当直线 $l \parallel BB'$ 且过线段 CM 的中点 $N(\frac{1}{2}m, -\frac{1}{4}m-2)$ 时, 直线 l 的解析式为 $y=x-$

$$\frac{3}{4}m - 2.$$

综上所述：直线 l 的解析式为 $y = -\frac{m+4}{2m-4}x - 2$ ， $y = \frac{-m+4}{2m+4}x - 2$ 或 $y = x - \frac{3}{4}m - 2$ 。



【点评】本题考查了一次函数图象上点的坐标特征、待定系数法二次函数解析式、二次函数图象上点的坐标特征、待定系数法求一次函数解析式、相似三角形的判定与性质以及平行线的性质，解题的关键是：（1）根据点的坐标，利用待定系数法求出二次函数解析式；（2）①分 $\angle MPC=90^\circ$ 及 $\angle PCM=90^\circ$ 两种情况求出点 P 的坐标；②利用待定系数法及平行线的性质，求出直线 l 的解析式.

考点卡片

1. 绝对值

(1) 概念: 数轴上某个数与原点的距离叫做这个数的绝对值.

- ① 互为相反数的两个数绝对值相等;
- ② 绝对值等于一个正数的数有两个, 绝对值等于 0 的数有一个, 没有绝对值等于负数的数.
- ③ 有理数的绝对值都是非负数.

(2) 如果用字母 a 表示有理数, 则数 a 绝对值要由字母 a 本身的取值来确定:

- ① 当 a 是正有理数时, a 的绝对值是它本身 a ;
- ② 当 a 是负有理数时, a 的绝对值是它的相反数 $-a$;
- ③ 当 a 是零时, a 的绝对值是零.

即 $|a| = \begin{cases} a & (a > 0) \\ 0 & (a = 0) \\ -a & (a < 0) \end{cases}$

2. 科学记数法—表示较小的数

用科学记数法表示较小的数, 一般形式为 $a \times 10^{-n}$, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定.

【规律方法】用科学记数法表示有理数 x 的规律

x 的取值范围	表示方法	a 的取值	n 的取值
$ x \geq 10$	$a \times 10^n$	$1 \leq a $	整数的位数 - 1
$ x < 1$	$a \times 10^{-n}$	< 10	第一位非零数字前所有 0 的个数 (含小数点前的 0)

3. 实数的运算

(1) 实数的运算和在有理数范围内一样, 值得一提的是, 实数既可以进行加、减、乘、除、乘方运算, 又可以进行开方运算, 其中正实数可以开平方.

(2) 在进行实数运算时, 和有理数运算一样, 要从高级到低级, 即先算乘方、开方, 再算乘除, 最后算加减, 有括号的要先算括号里面的, 同级运算要按照从左到右的顺序进行. 另外, 有理数的运算律在实数范围内仍然适用.

【规律方法】实数运算的“三个关键”

1. 运算法则: 乘方和开方运算、幂的运算、指数 (特别是负整数指数, 0 指数) 运算、根式运算、特殊三角函数值的计算以及绝对值的化简等.

2. 运算顺序: 先乘方, 再乘除, 后加减, 有括号的先算括号里面的, 在同一级运算中要从左到右依次运算, 无论何种运算, 都要注意先定符号后运算.

3. 运算律的使用: 使用运算律可以简化运算, 提高运算速度和准确度.

4. 合并同类项

(1) 定义: 把多项式中同类项合成一项, 叫做合并同类项.

(2) 合并同类项的法则: 把同类项的系数相加, 所得结果作为系数, 字母和字母的指数不变.

(3) 合并同类项时要注意以下三点:

① 要掌握同类项的概念, 会辨别同类项, 并准确地掌握判断同类项的两条标准: 带有相同系数的代数项; 字母和字母指数;

② 明确合并同类项的含义是把多项式中的同类项合并成一项, 经过合并同类项, 式的项数会减少, 达到化简多项式的目的;

③ “合并”是指同类项的系数的相加, 并把得到的结果作为新的系数, 要保持同类项的字母和字母的指数不变.

5. 幂的乘方与积的乘方

(1) 幂的乘方法则: 底数不变, 指数相乘.

$$(a^m)^n = a^{mn} \quad (m, n \text{ 是正整数})$$

注意: ① 幂的乘方的底数指的是幂的底数; ② 性质中 “指数相乘” 指的是幂的指数与乘方的指数相乘, 这里注意与同底数幂的乘法中 “指数相加” 的区别.

(2) 积的乘方法则: 把每一个因式分别乘方, 再把所得的幂相乘.

$$(ab)^n = a^n b^n \quad (n \text{ 是正整数})$$

注意: ① 因式是三个或三个以上积的乘方, 法则仍适用; ② 运用时数字因数的乘方应根据乘方的意义, 计算出最后的结果.

6. 完全平方公式

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2.$$

可巧记为: “首平方, 末平方, 首末两倍中间放”.

(2) 完全平方公式有以下几个特征: ① 左边是两个数的和的平方; ② 右边是一个三项式, 其中首末两项分别是两项的平方, 都为正, 中间一项是两项积的 2 倍; 其符号与左边的运算符号相同.

(3) 应用完全平方公式时, 要注意: ① 公式中的 a, b 可是单项式, 也可以是多项式; ②

对形如两数和（或差）的平方的计算，都可以用这个公式；③对于三项的可以把其中的两项看做一项后，也可以用完全平方公式。

7. 分式的化简求值

先把分式化简后，再把分式中未知数对应的值代入求出分式的值。

在化简的过程中要注意运算顺序和分式的化简。化简的最后结果分子、分母要进行约分，注意运算的结果要化成最简分式或整式。

【规律方法】分式化简求值时需注意的问题

1. 化简求值，一般是先化简为最简分式或整式，再代入求值。化简时不能跨度太大，而缺少必要的步骤，代入求值的模式一般为“当…时，原式=…”。
2. 代入求值时，有直接代入法，整体代入法等常用方法。解题时可根据题目的具体条件选择合适的方法。当未知数的值没有明确给出时，所选取的未知数的值必须使原式中的各分式都有意义，且除数不能为 0。

8. 负整数指数幂

负整数指数幂： $a^{-p} = \frac{1}{a^p}$ ($a \neq 0$, p 为正整数)

注意：① $a \neq 0$;

- ② 计算负整数指数幂时，一定要根据负整数指数幂的意义计算，避免出现 $(-3)^{-2} = (-3) \times (-2)$ 的错误。
- ③ 当底数是分数时，只要把分子、分母颠倒，负指数就可变为正指数。
- ④ 在混合运算中，始终要注意运算的顺序。

9. 二次根式的加减法

(1) 法则：二次根式相加减，先把各个二次根式化成最简二次根式，再把被开方数相同的二次根式进行合并，合并方法为系数相加减，根式不变。

(2) 步骤：

- ① 如果有括号，根据去括号法则去掉括号。
- ② 把不是最简二次根式的二次根式进行化简。
- ③ 合并被开方数相同的二次根式。

(3) 合并被开方数相同的二次根式的方法：

二次根式化成最简二次根式，如果被开方数相同则可以进行合并。合并时，只合并根式外的因式，即系数相加减，被开方数和根指数不变。

10. 二元一次方程组的应用

(一)、列二元一次方程组解决实际问题的一般步骤:

- (1) 审题: 找出问题中的已知条件和未知量及它们之间的关系.
- (2) 设元: 找出题中的两个关键的未知量, 并用字母表示出来.
- (3) 列方程组: 挖掘题目中的关系, 找出两个等量关系, 列出方程组.
- (4) 求解.
- (5) 检验作答: 检验所求解是否符合实际意义, 并作答.

(二)、设元的方法: 直接设元与间接设元.

当问题较复杂时, 有时设与要求的未知量相关的另一些量为未知数, 即为间接设元. 无论怎样设元, 设几个未知数, 就要列几个方程.

11. 根的判别式

利用一元二次方程根的判别式 ($\Delta = b^2 - 4ac$) 判断方程的根的情况.

一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 的根与 $\Delta = b^2 - 4ac$ 有如下关系:

- ① 当 $\Delta > 0$ 时, 方程有两个不相等的两个实数根;
- ② 当 $\Delta = 0$ 时, 方程有两个相等的两个实数根;
- ③ 当 $\Delta < 0$ 时, 方程无实数根.

上面的结论反过来也成立.

12. 一元一次不等式的应用

(1) 由实际问题中的不等关系列出不等式, 建立解决问题的数学模型, 通过解不等式可以得到实际问题的答案.

(2) 列不等式解应用题需要以“至少”、“最多”、“不超过”、“不低于”等词来体现问题中的不等关系. 因此, 建立不等式要善于从“关键词”中挖掘其内涵.

(3) 列一元一次不等式解决实际问题的方法和步骤:

- ① 弄清题中数量关系, 用字母表示未知数.
- ② 根据题中的不等关系列出不等式.
- ③ 解不等式, 求出解集.
- ④ 写出符合题意的解.

13. 解一元一次不等式组

(1) 一元一次不等式组的解集: 几个一元一次不等式的解集的公共部分, 叫做由它们所组成的不等式组的解集.

(2) 解不等式组: 求不等式组的解集的过程叫解不等式组.

(3) 一元一次不等式组的解法: 解一元一次不等式组时, 一般先求出其中各不等式的解集, 再求出这些解集的公共部分, 利用数轴可以直观地表示不等式组的解集.

方法与步骤: ①求不等式组中每个不等式的解集; ②利用数轴求公共部分.

解集的规律: 同大取大; 同小取小; 大小小大中间找; 大大小小找不到.

14. 规律型: 点的坐标

规律型: 点的坐标.

15. 反比例函数综合题

(1) 应用类综合题

能够从实际的问题中抽象出反比例函数这一数学模型, 是解决实际问题的关键一步, 培养了学生的建模能力和从实际问题向数学问题转化的能力. 在解决这些问题的时候我们还用了反比例函数的图象和性质、待定系数法和其他学科中的知识.

(2) 数形结合类综合题

利用图象解决问题, 从图上获取有用的信息, 是解题的关键所在. 已知点在图象上, 那么点一定满足这个函数解析式, 反过来如果这点满足函数的解析式, 那么这个点也一定在函数图象上. 还能利用图象直接比较函数值或是自变量的大小. 将数形结合在一起, 是分析问题的一种好方法.

16. 二次函数图象上点的坐标特征

二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的图象是抛物线, 顶点坐标是 $(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a})$.

① 抛物线是关于对称轴 $x = -\frac{b}{2a}$ 成轴对称, 所以抛物线上的点关于对称轴对称, 且都满足

函数函数关系式. 顶点是抛物线的最高点或最低点.

② 抛物线与 y 轴交点的纵坐标是函数解析中的 c 值.

③ 抛物线与 x 轴的两个交点关于对称轴对称, 设两个交点分别是 $(x_1, 0)$, $(x_2, 0)$,

则其对称轴为 $x = \frac{x_1+x_2}{2}$.

17. 二次函数综合题

(1) 二次函数图象与其他函数图象相结合问题

解决此类问题时, 先根据给定的函数或函数图象判断出系数的符号, 然后判断新的函数关系式中系数的符号, 再根据系数与图象的位置关系判断出图象特征, 则符合所有特征的图

象即为正确选项.

(2) 二次函数与方程、几何知识的综合应用

将函数知识与方程、几何知识有机地结合在一起. 这类试题一般难度较大. 解这类问题关键是善于将函数问题转化为方程问题, 善于利用几何图形的有关性质、定理和二次函数的知识, 并注意挖掘题目中的一些隐含条件.

(3) 二次函数在实际生活中的应用题

从实际问题中分析变量之间的关系, 建立二次函数模型. 关键在于观察、分析、创建, 建立直角坐标系下的二次函数图象, 然后数形结合解决问题, 需要注意的是自变量及函数的取值范围要使实际问题有意义.

18. 平行线的性质

1、平行线性质的定理

定理 1: 两条平行线被第三条直线所截, 同位角相等. 简单说成: 两直线平行, 同位角相等.

定理 2: 两条平行线被地三条直线所截, 同旁内角互补. . 简单说成: 两直线平行, 同旁内角互补.

定理 3: 两条平行线被第三条直线所截, 内错角相等. 简单说成: 两直线平行, 内错角相等.

2、两条平行线之间的距离处处相等.

19. 等腰三角形的判定与性质

1、等腰三角形提供了好多相等的线段和相等的角, 判定三角形是等腰三角形是证明线段相等、角相等的重要手段.

2、在等腰三角形有关问题中, 会遇到一些添加辅助线的问题, 其顶角平分线、底边上的高、底边上的中线是常见的辅助线, 虽然“三线合一”, 但添加辅助线时, 有时作哪条线都可以, 有时不同的做法引起解决问题的复杂程度不同, 需要具体问题具体分析.

3、等腰三角形性质问题都可以利用三角形全等来解决, 但要注意纠正不顾条件, 一概依赖全等三角形的思维定势, 凡可以直接利用等腰三角形的问题, 应当优先选择简便方法来解决.

20. 勾股定理

(1) 勾股定理: 在任何一个直角三角形中, 两条直角边长的平方之和一定等于斜边长的平

方.

如果直角三角形的两条直角边长分别是 a , b , 斜边长为 c , 那么 $a^2+b^2=c^2$.

(2) 勾股定理应用的前提条件是在直角三角形中.

(3) 勾股定理公式 $a^2+b^2=c^2$ 的变形有: $a=\sqrt{c^2-b^2}$, $b=\sqrt{c^2-a^2}$ 及 $c=\sqrt{a^2+b^2}$.

(4) 由于 $a^2+b^2=c^2>a^2$, 所以 $c>a$, 同理 $c>b$, 即直角三角形的斜边大于该直角三角形中的每一条直角边.

21. 矩形的性质

(1) 矩形的定义: 有一个角是直角的平行四边形是矩形.

(2) 矩形的性质

- ① 平行四边形的性质矩形都具有;
- ② 角: 矩形的四个角都是直角;
- ③ 边: 邻边垂直;
- ④ 对角线: 矩形的对角线相等;
- ⑤ 矩形是轴对称图形, 又是中心对称图形. 它有 2 条对称轴, 分别是每组对边中点连线所在的直线; 对称中心是两条对角线的交点.

(3) 由矩形的性质, 可以得到直角三角形的一个重要性质, 直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半.

22. 扇形面积的计算

(1) 圆面积公式: $S=\pi r^2$

(2) 扇形: 由组成圆心角的两条半径和圆心角所对的弧所围成的图形叫做扇形.

(3) 扇形面积计算公式: 设圆心角是 n° , 圆的半径为 R 的扇形面积为 S , 则

$$S_{\text{扇形}} = \frac{n}{360} \pi R^2 \text{ 或 } S_{\text{扇形}} = \frac{1}{2} l R \text{ (其中 } l \text{ 为扇形的弧长)}$$

(4) 求阴影面积常用的方法:

- ① 直接用公式法;
- ② 和差法;
- ③ 割补法.

(5) 求阴影面积的主要思路是将不规则图形面积转化为规则图形的面积.

23. 圆的综合题

圆的综合题.

24. 作图—基本作图

基本作图有:

- (1) 作一条线段等于已知线段.
- (2) 作一个角等于已知角. ____ (3) 作已知线段的垂直平分线. ____ (4) 作已知角的角平分线. ____ (5) 过一点作已知直线的垂线.

25. 翻折变换(折叠问题)

- 1、翻折变换(折叠问题)实质上就是轴对称变换.
- 2、折叠的性质: 折叠是一种对称变换, 它属于轴对称, 折叠前后图形的形状和大小不变, 位置变化, 对应边和对应角相等.
- 3、在解决实际问题时, 对于折叠较为复杂的问题可以实际操作图形的折叠, 这样便于找到图形间的关系.

首先清楚折叠和轴对称能够提供给我们隐含的并且可利用的条件. 解题时, 我们常常设要求的线段长为 x , 然后根据折叠和轴对称的性质用含 x 的代数式表示其他线段的长度, 选择适当的直角三角形, 运用勾股定理列出方程求出答案. 我们运用方程解决时, 应认真审题设出正确的未知数.

26. 平移的性质

- (1) 平移的条件

平移的方向、平移的距离

- (2) 平移的性质

- ① 把一个图形整体沿某一直线方向移动, 会得到一个新的图形, 新图形与原图形的形状和大小完全相同. ____
- ② 新图形中的每一点, 都是由原图形中的某一点移动后得到的, 这两个点是对应点. 连接各组对应点的线段平行且相等.

27. 坐标与图形变化-旋转

- (1) 关于原点对称的点的坐标

$$P(x, y) \Rightarrow P(-x, -y)$$

- (2) 旋转图形的坐标

图形或点旋转之后要结合旋转的角度和图形的特殊性质来求出旋转后的点的坐标. 常见的是旋转特殊角度如: 30° , 45° , 60° , 90° , 180° .

28. 相似形综合题

相似形综合题.

29. 解直角三角形的应用-仰角俯角问题

(1) 概念: 仰角是向上看的视线与水平线的夹角; 俯角是向下看的视线与水平线的夹角.

(2) 解决此类问题要了解角之间的关系, 找到与已知和未知相关联的直角三角形, 当图形中没有直角三角形时, 要通过作高或垂线构造直角三角形, 另当问题以一个实际问题的形式给出时, 要善于读懂题意, 把实际问题划归为直角三角形中边角关系问题加以解决.

30. 简单组合体的三视图

(1) 画简单组合体的三视图要循序渐进, 通过仔细观察和想象, 再画它的三视图.

(2) 视图中每一个闭合的线框都表示物体上的一个平面, 而相连的两个闭合线框常不在一个平面上.

(3) 画物体的三视图的口诀为:

主、俯: 长对正;

主、左: 高平齐;

俯、左: 宽相等.

31. 用样本估计总体

用样本估计总体是统计的基本思想.

1、用样本的频率分布估计总体分布:

从一个总体得到一个包含大量数据的样本, 我们很难从一个个数字中直接看出样本所包含的信息. 这时, 我们用频率分布直方图来表示相应样本的频率分布, 从而去估计总体的分布情况.

2、用样本的数字特征估计总体的数字特征 (主要数据有众数、中位数、平均数、标准差与方差).

一般来说, 用样本去估计总体时, 样本越具有代表性、容量越大, 这时对总体的估计也就越精确.

32. 频数 (率) 分布直方图

画频率分布直方图的步骤:

(1) 计算极差, 即计算最大值与最小值的差. (2) 决定组距与组数 (组数与样本容量有关, 一般来说样本容量越大, 分组就越多, 样本容量不超过 100 时, 按数据的多少, 常分成 5~12 组). (3) 确定分点, 将数据分组. (4) 列频率分布表. (5) 绘制频率分布直方图.

注: ①频率分布表列出的是在各个不同区间内取值的频率, 频率分布直方图是用小长

方形面积的大小来表示在各个区间内取值的频率. 直角坐标系中的纵轴表示频率与组距的比值, 即小长方形面积 = 组距 $\times$ 频数组距 = 频率. ② 各组频率的和等于 1, 即所有长方形面积的和等于 1. ③ 频率分布表在数量表示上比较确切, 但不够直观、形象, 不利于分析数据分布的总体态势. ④ 从频率分布直方图可以清楚地看出数据分布的总体态势, 但是从直方图本身得不出原始的数据内容.

33. 扇形统计图

(1) 扇形统计图是用整个圆表示总数用圆内各个扇形的大小表示各部分数量占总数的百分数. 通过扇形统计图可以很清楚地表示出各部分数量同总数之间的关系. 用整个圆的面积表示总数 (单位 1), 用圆的扇形面积表示各部分占总数的百分数.

(2) 扇形图的特点: 从扇形图上可以清楚地看出各部分数量和总数量之间的关系.

(3) 制作扇形图的步骤

- ① 根据有关数据先算出各部分在总体中所占的百分数, 再算出各部分圆心角的度数, 公式是各部分扇形圆心角的度数 = 部分占总体的百分比 $\times 360^\circ$. ____
- ② 按比例取适当半径画一个圆; 按扇形圆心角的度数用量角器在圆内量出各个扇形的圆心角的度数;
- ④ 在各扇形内写上相应的名称及百分数, 并用不同的标记把各扇形区分开来.

34. 加权平均数

(1) 加权平均数: 若 n 个数 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ 的权分别是 $w_1, w_2, w_3, \dots, w_n$, 则 $x_1w_1 + x_2w_2 + \dots + x_nw_nw_1 + w_2 + \dots + w_n$ 叫做这 n 个数的加权平均数.

(2) 权的表现形式, 一种是比的形式, 如 4: 3: 2, 另一种是百分比的形式, 如创新占 50%, 综合知识占 30%, 语言占 20%, 权的大小直接影响结果.

(3) 数据的权能够反映数据的相对“重要程度”, 要突出某个数据, 只需要给它较大的“权”, 权的差异对结果会产生直接的影响.

(4) 对于一组不同权重的数据, 加权平均数更能反映数据的真实信息.

35. 中位数

(1) 中位数:

将一组数据按照从小到大 (或从大到小) 的顺序排列, 如果数据的个数是奇数, 则处于中间位置的数就是这组数据的中位数.

如果这组数据的个数是偶数, 则中间两个数据的平均数就是这组数据的中位数.

(2) 中位数代表了这组数据值大小的“中点”, 不易受极端值影响, 但不能充分利用所有

数据的信息.

(3) 中位数仅与数据的排列位置有关, 某些数据的移动对中位数没有影响, 中位数可能出现在所给数据中也可能不在所给的数据中出现, 当一组数据中的个别数据变动较大时, 可用中位数描述其趋势.

36. 列表法与树状图法

(1) 当试验中存在两个元素且出现的所有可能的结果较多时, 我们常用列表的方式, 列出所有可能的结果, 再求出概率.

(2) 列表的目的在于不重不漏地列举出所有可能的结果求出 n , 再从中选出符合事件 A 或 B 的结果数目 m , 求出概率.

(3) 列举法 (树形图法) 求概率的关键在于列举出所有可能的结果, 列表法是一种, 但当一事件涉及三个或更多元素时, 为不重不漏地列出所有可能的结果, 通常采用树形图.

(4) 树形图列举法一般是选择一个元素再和其他元素分别组合, 依次列出, 象树的枝丫形式, 最末端的枝丫个数就是总的可能的结果 n .

(5) 当有两个元素时, 可用树形图列举, 也可以列表列举.