

2019年广东省广州市中考数学试卷

一、选择题(共10小题, 每小题3分, 满分30分)

1. (3分) (2019•广州) $|-6| = (\quad)$

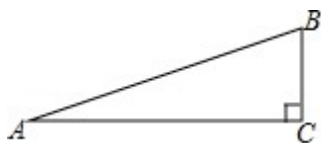
- A. -6 B. 6 C. $-\frac{1}{6}$ D. $\frac{1}{6}$

2. (3分) (2019•广州) 广州正稳步推进碧道建设, 营造“水清岸绿、鱼翔浅底、水草丰美、白鹭成群”的生态廊道, 使之成为老百姓美好生活的好去处. 到今年底各区完成碧道试点建设的长度分别为(单位: 千米): 5, 5.2, 5, 5, 5, 6.4, 6, 5, 6.68, 48.4, 6.3, 这组数据的众数是()

- A. 5 B. 5.2 C. 6 D. 6.4

3. (3分) (2019•广州) 如图, 有一斜坡 AB , 坡顶 B 离地面的高度 BC 为 $30m$, 斜坡的

倾斜角是 $\angle BAC$, 若 $\tan \angle BAC = \frac{2}{5}$, 则此斜坡的水平距离 AC 为()



- A. $75m$ B. $50m$ C. $30m$ D. $12m$

4. (3分) (2019•广州) 下列运算正确的是()

- A. $-3 - 2 = -1$ B. $3 \times (-\frac{1}{3})^2 = -\frac{1}{3}$
 C. $x^3 \cdot x^5 = x^{15}$ D. $\sqrt{a} \cdot \sqrt{ab} = a\sqrt{b}$

5. (3分) (2019•广州) 平面内, $\odot O$ 的半径为1, 点 P 到 O 的距离为2, 过点 P 可作 $\odot O$ 的切线条数为()

- A. 0条 B. 1条 C. 2条 D. 无数条

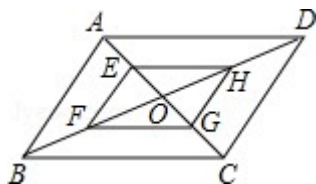
6. (3分) (2019•广州) 甲、乙二人做某种机械零件, 已知每小时甲比乙少做8个, 甲做120个所用的时间与乙做150个所用的时间相等, 设甲每小时做 x 个零件, 下列方程正确的是()

- A. $\frac{120}{x} = \frac{150}{x-8}$ B. $\frac{120}{x+8} = \frac{150}{x}$

C. $\frac{120}{x-8} = \frac{150}{x}$

D. $\frac{120}{x} = \frac{150}{x+8}$

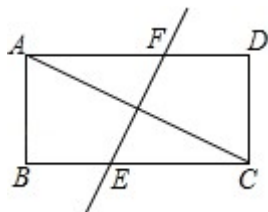
7. (3分) (2019•广州) 如图, $\square ABCD$ 中, $AB=2$, $AD=4$, 对角线 AC , BD 相交于点 O , 且 E, F, G, H 分别是 AO, BO, CO, DO 的中点, 则下列说法正确的是 ()



- A. $EH=HG$
 B. 四边形 $EFGH$ 是平行四边形
 C. $AC \perp BD$
 D. $\triangle ABO$ 的面积是 $\triangle EFO$ 的面积的 2 倍
8. (3分) (2019•广州) 若点 $A(-1, y_1)$, $B(2, y_2)$, $C(3, y_3)$ 在反比例函数 $y = \frac{6}{x}$ 的图象上, 则 y_1, y_2, y_3 的大小关系是 ()

$y = \frac{6}{x}$ 的图象上, 则 y_1, y_2, y_3 的大小关系是 ()

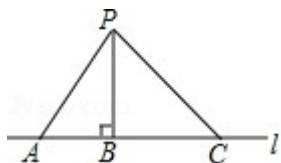
- A. $y_3 < y_2 < y_1$ B. $y_2 < y_1 < y_3$ C. $y_1 < y_3 < y_2$ D. $y_1 < y_2 < y_3$
9. (3分) (2019•广州) 如图, 矩形 $ABCD$ 中, 对角线 AC 的垂直平分线 EF 分别交 BC, AD 于点 E, F , 若 $BE=3$, $AF=5$, 则 AC 的长为 ()



- A. $4\sqrt{5}$ B. $4\sqrt{3}$ C. 10 D. 8
10. (3分) (2019•广州) 关于 x 的一元二次方程 $x^2 - (k-1)x - k+2=0$ 有两个实数根 x_1, x_2 , 若 $(x_1 - x_2 + 2)(x_1 - x_2 - 2) + 2x_1x_2 = -3$, 则 k 的值 ()
- A. 0 或 2 B. -2 或 2 C. -2 D. 2

二、填空题 (共 6 小题, 每小题 3 分, 满分 18 分)

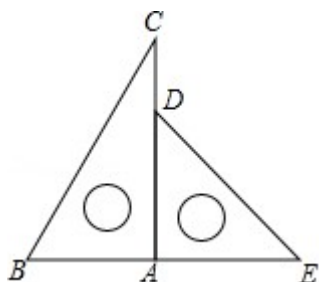
11. (3分) (2019•广州) 如图, 点 A, B, C 在直线 l 上, $PB \perp l$, $PA=6\text{cm}$, $PB=5\text{cm}$, $PC=7\text{cm}$, 则点 P 到直线 l 的距离是 _____ cm .



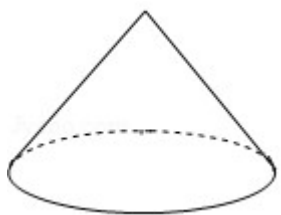
12. (3分) (2019•广州) 代数式 $\frac{1}{\sqrt{x-8}}$ 有意义时, x 应满足的条件是_____.

13. (3分) (2019•广州) 分解因式: $x^2y+2xy+y=$ _____.

14. (3分) (2019•广州) 一副三角板如图放置, 将三角板 ADE 绕点 A 逆时针旋转 α ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$), 使得三角板 ADE 的一边所在的直线与 BC 垂直, 则 α 的度数为_____.



15. (3分) (2019•广州) 如图放置的一个圆锥, 它的主视图是直角边长为 2 的等腰直角三角形, 则该圆锥侧面展开扇形的弧长为_____. (结果保留 π)

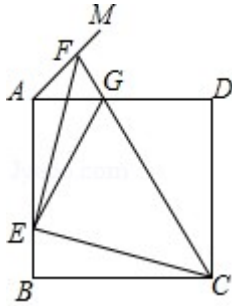


16. (3分) (2019•广州) 如图, 正方形 $ABCD$ 的边长为 a , 点 E 在边 AB 上运动 (不与点 A, B 重合), $\angle DAM=45^\circ$, 点 F 在射线 AM 上, 且 $AF=\sqrt{2}BE$, CF 与 AD 相交于点 G , 连接 EC, EF, EG , 则下列结论:

① $\angle ECF=45^\circ$; ② $\triangle AEG$ 的周长为 $(1+\frac{\sqrt{2}}{2})a$; ③ $BE^2+DG^2=EG^2$; ④ $\triangle EAF$ 的面积

的最大值 $\frac{1}{8}a^2$.

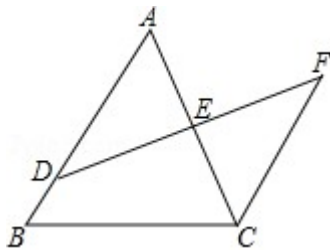
其中正确的结论是_____. (填写所有正确结论的序号)



三、解答题（共9小题，满分102分）

17. (9分) (2019•广州) 解方程组: $\begin{cases} x-y=1 \\ x+3y=9 \end{cases}$.

18. (9分) (2019•广州) 如图, D 是 AB 上一点, DF 交 AC 于点 E , $DE = FE$, $FC \parallel AB$, 求证: $\triangle ADE \cong \triangle CFE$.



19. (10分) (2019•广州) 已知 $P = \frac{2a}{a^2 - b^2} - \frac{1}{a+b}$ ($a \neq \pm b$)

(1) 化简 P ;

(2) 若点 (a, b) 在一次函数 $y = x - \sqrt{2}$ 的图象上, 求 P 的值.

20. (10分) (2019•广州) 某中学抽取了 40 名学生参加“平均每周课外阅读时间”的调查, 由调查结果绘制了如下不完整的频数分布表和扇形统计图.

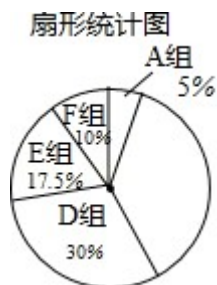
频数分布表

组别	时间/小时	频数/人数
A 组	$0 \leq t < 1$	2
B 组	$1 \leq t < 2$	m
C 组	$2 \leq t < 3$	10
D 组	$3 \leq t < 4$	12
E 组	$4 \leq t < 5$	7
F 组	$t \geq 5$	4

请根据图表中的信息解答下列问题:

(1) 求频数分布表中 m 的值;

- (2) 求 B 组, C 组在扇形统计图中分别对应扇形的圆心角度数, 并补全扇形统计图;
- (3) 已知 F 组的学生中, 只有 1 名男生, 其余都是女生, 用列举法求以下事件的概率:
从 F 组中随机选取 2 名学生, 恰好都是女生.



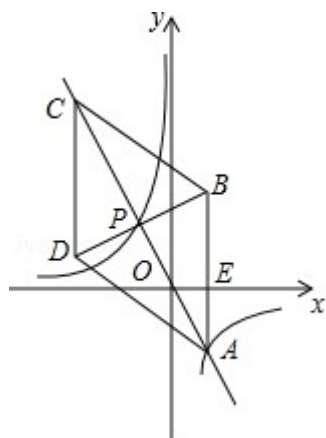
21. (12分) (2019•广州) 随着粤港澳大湾区建设的加速推进, 广东省正加速布局以 5G 等为代表的战略性新兴产业, 据统计, 目前广东 5G 基站的数量约 1.5 万座, 计划到 2020 年底, 全省 5G 基站数是目前的 4 倍, 到 2022 年底, 全省 5G 基站数量将达到 17.34 万座.

- (1) 计划到 2020 年底, 全省 5G 基站的数量是多少万座?
- (2) 按照计划, 求 2020 年底到 2022 年底, 全省 5G 基站数量的年平均增长率.

22. (12分) (2019•广州) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 菱形 $ABCD$ 的对角线 AC 与 BD 交于点 $P(-1, 2)$, $AB \perp x$ 轴于点 E , 正比例函数 $y = mx$ 的图象与反比例函数 $y =$

$\frac{n-3}{x}$ 的图象相交于 A, P 两点.

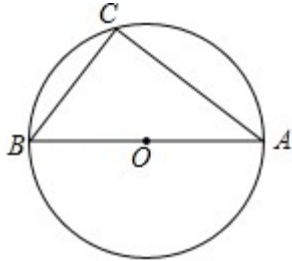
- (1) 求 m, n 的值与点 A 的坐标;
- (2) 求证: $\triangle CPD \sim \triangle AEO$;
- (3) 求 $\sin \angle CDB$ 的值.



23. (12分) (2019•广州) 如图, $\odot O$ 的直径 $AB=10$, 弦 $AC=8$, 连接 BC .

(1) 尺规作图: 作弦 CD , 使 $CD=BC$ (点 D 不与 B 重合), 连接 AD ; (保留作图痕迹, 不写作法)

(2) 在 (1) 所作的图中, 求四边形 $ABCD$ 的周长.

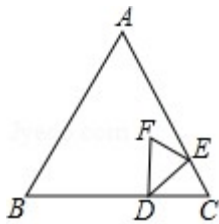


24. (14分) (2019•广州) 如图, 等边 $\triangle ABC$ 中, $AB=6$, 点 D 在 BC 上, $BD=4$, 点 E 为边 AC 上一动点 (不与点 C 重合), $\triangle CDE$ 关于 DE 的轴对称图形为 $\triangle FDE$.

(1) 当点 F 在 AC 上时, 求证: $DF \parallel AB$;

(2) 设 $\triangle ACD$ 的面积为 S_1 , $\triangle ABF$ 的面积为 S_2 , 记 $S=S_1-S_2$, S 是否存在最大值? 若存在, 求出 S 的最大值; 若不存在, 请说明理由;

(3) 当 B, F, E 三点共线时, 求 AE 的长.



25. (14分) (2019•广州) 已知抛物线 $G: y=mx^2-2mx-3$ 有最低点.

(1) 求二次函数 $y=mx^2-2mx-3$ 的最小值 (用含 m 的式子表示);

(2) 将抛物线 G 向右平移 m 个单位得到抛物线 G_1 . 经过探究发现, 随着 m 的变化, 抛物线 G_1 顶点的纵坐标 y 与横坐标 x 之间存在一个函数关系, 求这个函数关系式, 并写出自变量 x 的取值范围;

(3) 记 (2) 所求的函数为 H , 抛物线 G 与函数 H 的图象交于点 P , 结合图象, 求点 P 的纵坐标的取值范围.

2019 年广东省广州市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题 (共 10 小题, 每小题 3 分, 满分 30 分)

1. (3 分) (2019•广州) $|-6| = (\quad)$

- A. -6 B. 6 C. $-\frac{1}{6}$ D. $\frac{1}{6}$

【考点】15: 绝对值.

【专题】511: 实数.

【分析】根据负数的绝对值等于它的相反数解答.

【解答】解: -6 的绝对值是 $|-6|=6$.

故选: B.

【点评】本题考查了绝对值的性质, 绝对值规律总结: 一个正数的绝对值是它本身; 一个负数的绝对值是它的相反数; 0 的绝对值是 0.

2. (3 分) (2019•广州) 广州正稳步推进碧道建设, 营造“水清岸绿、鱼翔浅底、水草丰美、白鹭成群”的生态廊道, 使之成为老百姓美好生活的好去处. 到今年底各区完成碧道试点建设的长度分别为 (单位: 千米): 5, 5.2, 5, 5, 5, 6.4, 6, 5, 6.68, 48.4, 6.3, 这组数据的众数是 ()

- A. 5 B. 5.2 C. 6 D. 6.4

【考点】W5: 众数.

【专题】542: 统计的应用.

【分析】众数是一组数据中出现次数最多的数据, 注意众数可以不止一个.

【解答】解: 5 出现的次数最多, 是 5 次, 所以这组数据的众数为 5

故选: A.

【点评】本题主要考查众数的定义, 是需要熟练掌握的概念.

3. (3 分) (2019•广州) 如图, 有一斜坡 AB, 坡顶 B 离地面的高度 BC 为 30m, 斜坡的

倾斜角是 $\angle BAC$, 若 $\tan \angle BAC = \frac{2}{5}$, 则此斜坡的水平距离 AC 为 ()



- A. 75m B. 50m C. 30m D. 12m

【考点】T9: 解直角三角形的应用 - 坡度坡角问题.

【专题】55E: 解直角三角形及其应用.

【分析】根据题目中的条件和图形, 利用锐角三角函数即可求得 AC 的长, 本题得以解决.

【解答】解: $\because \angle BCA = 90^\circ$, $\tan \angle BAC = \frac{2}{5}$, $BC = 30m$,

$$\therefore \tan \angle BAC = \frac{2}{5} = \frac{BC}{AC} = \frac{30}{AC},$$

解得, $AC = 75$,

故选: A.

【点评】本题考查解直角三角形的应用 - 坡度坡角问题, 解答本题的关键是明确题意, 利用数形结合的思想解答.

4. (3分) (2019•广州) 下列运算正确的是 ()

A. $-3 - 2 = -1$

B. $3 \times (-\frac{1}{3})^2 = -\frac{1}{3}$

C. $x^3 \cdot x^5 = x^{15}$

D. $\sqrt{a} \cdot \sqrt{ab} = a\sqrt{b}$

【考点】2C: 实数的运算; 46: 同底数幂的乘法.

【专题】512: 整式.

【分析】直接利用有理数混合运算法则、同底数幂的乘除运算法则分别化简得出答案.

【解答】解: A、 $-3 - 2 = -5$, 故此选项错误;

B、 $3 \times (-\frac{1}{3})^2 = \frac{1}{3}$, 故此选项错误;

C、 $x^3 \cdot x^5 = x^8$, 故此选项错误;

D、 $\sqrt{a} \cdot \sqrt{ab} = a\sqrt{b}$, 正确.

故选: D.

【点评】此题主要考查了有理数混合运算、同底数幂的乘除运算, 正确掌握相关运算法则是解题关键.

5. (3分) (2019•广州) 平面内, $\odot O$ 的半径为 1, 点 P 到 O 的距离为 2, 过点 P 可作

⊙O 的切线条数为 ()

- A. 0 条 B. 1 条 C. 2 条 D. 无数条

【考点】MC: 切线的性质.

【专题】55A: 与圆有关的位置关系.

【分析】先确定点与圆的位置关系, 再根据切线的定义即可直接得出答案.

【解答】解: $\because \odot O$ 的半径为 1, 点 P 到圆心 O 的距离为 2,

$$\therefore d > r,$$

$\therefore$ 点 P 与 $\odot O$ 的位置关系是: P 在 $\odot O$ 外,

$\therefore$ 过圆外一点可以作圆的 2 条切线,

故选: C.

【点评】此题主要考查了对点与圆的位置关系, 切线的定义, 切线就是与圆有且只有 1 个公共点的直线, 理解定义是关键.

6. (3 分) (2019•广州) 甲、乙二人做某种机械零件, 已知每小时甲比乙少做 8 个, 甲做 120 个所用的时间与乙做 150 个所用的时间相等, 设甲每小时做 x 个零件, 下列方程正确的是 ()

- A. $\frac{120}{x} = \frac{150}{x-8}$ B. $\frac{120}{x+8} = \frac{150}{x}$
C. $\frac{120}{x-8} = \frac{150}{x}$ D. $\frac{120}{x} = \frac{150}{x+8}$

【考点】B6: 由实际问题抽象出分式方程.

【专题】522: 分式方程及应用.

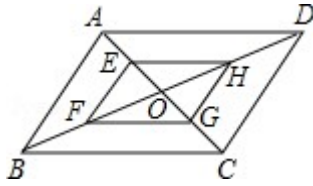
【分析】设甲每小时做 x 个零件, 根据甲做 120 个所用的时间与乙做 150 个所用的时间相等得出方程解答即可.

【解答】解: 设甲每小时做 x 个零件, 可得: $\frac{120}{x} = \frac{150}{x+8}$,

故选: D.

【点评】本题考查了由实际问题抽象出分式方程, 找准等量关系, 正确列出分式方程是解题的关键.

7. (3 分) (2019•广州) 如图, $\square ABCD$ 中, $AB=2$, $AD=4$, 对角线 AC , BD 相交于点 O , 且 E , F , G , H 分别是 AO , BO , CO , DO 的中点, 则下列说法正确的是 ()



- A. $EH=HG$
- B. 四边形 $EFGH$ 是平行四边形
- C. $AC \perp BD$
- D. $\triangle ABO$ 的面积是 $\triangle EFO$ 的面积的 2 倍

【考点】K3: 三角形的面积; L7: 平行四边形的判定与性质.

【专题】555: 多边形与平行四边形; 55D: 图形的相似.

【分析】根据题意和图形, 可以判断各个选项中的结论是否成立, 本题得以解决.

【解答】解: $\because E, F, G, H$ 分别是 AO, BO, CO, DO 的中点, 在 $\square ABCD$ 中, $AB=2$, $AD=4$,

$$\therefore EH = \frac{1}{2}AD = 2, \quad HG = \frac{1}{2}CD = \frac{1}{2}AB = 1,$$

$\therefore EH \neq HG$, 故选项 A 错误;

$\because E, F, G, H$ 分别是 AO, BO, CO, DO 的中点,

$$\therefore EH = \frac{1}{2}AD = \frac{1}{2}BC = FG,$$

$\therefore$ 四边形 $EFGH$ 是平行四边形, 故选项 B 正确;

由题目中的条件, 无法判断 AC 和 BD 是否垂直, 故选项 C 错误;

$\because$ 点 E, F 分别为 OA 和 OB 的中点,

$$\therefore EF = \frac{1}{2}AB, \quad EF \parallel AB,$$

$$\therefore \triangle OEF \sim \triangle OAB,$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle AEF}}{S_{\triangle OAB}} = \left(\frac{EF}{AB}\right)^2 = \frac{1}{4},$$

即 $\triangle ABO$ 的面积是 $\triangle EFO$ 的面积 4 倍, 故选项 D 错误,

故选: B.

【点评】本题考查平行四边形的面积、三角形的相似、三角形的面积, 解答本题的关键是明确题意, 利用数形结合的思想解答.

8. (3分) (2019•广州) 若点 $A(-1, y_1)$, $B(2, y_2)$, $C(3, y_3)$ 在反比例函数 $y = \frac{6}{x}$ 的图象上, 则 y_1, y_2, y_3 的大小关系是 ()

$$y = \frac{6}{x}$$

- A. $y_3 < y_2 < y_1$ B. $y_2 < y_1 < y_3$ C. $y_1 < y_3 < y_2$ D. $y_1 < y_2 < y_3$

【考点】G6: 反比例函数图象上点的坐标特征.

【专题】534: 反比例函数及其应用.

【分析】根据反比例函数图象上点的坐标特征求出 y_1, y_2, y_3 的值, 比较后即可得出结论.

【解答】解: $\because$ 点 $A(-1, y_1)$, $B(2, y_2)$, $C(3, y_3)$ 在反比例函数 $y = \frac{6}{x}$ 的图象上,

$$\therefore y_1 = \frac{6}{-1} = -6, y_2 = \frac{6}{2} = 3, y_3 = \frac{6}{3} = 2,$$

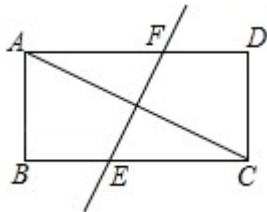
$$\text{又} \because -6 < 2 < 3,$$

$$\therefore y_1 < y_3 < y_2.$$

故选: C.

【点评】本题考查了反比例函数图象上点的坐标特征, 利用反比例函数图象上点的坐标特征求出 y_1, y_2, y_3 的值是解题的关键.

9. (3分) (2019•广州) 如图, 矩形 $ABCD$ 中, 对角线 AC 的垂直平分线 EF 分别交 BC, AD 于点 E, F , 若 $BE=3, AF=5$, 则 AC 的长为 ()



- A. $4\sqrt{5}$ B. $4\sqrt{3}$ C. 10 D. 8

【考点】KD: 全等三角形的判定与性质; KG: 线段垂直平分线的性质; LB: 矩形的性质.

【专题】553: 图形的全等; 554: 等腰三角形与直角三角形; 556: 矩形 菱形 正方形.

【分析】连接 AE , 由线段垂直平分线的性质得出 $OA = OC$, $AE = CE$, 证明 $\triangle AOF \cong \triangle COE$ 得出 $AF = CE = 5$, 得出 $AE = CE = 5$, $BC = BE + CE = 8$, 由勾股定理求

出 $AB = \sqrt{AE^2 - BE^2} = 4$, 再由勾股定理求出 AC 即可.

【解答】解: 连接 AE , 如图:

$\because EF$ 是 AC 的垂直平分线,

$\therefore OA = OC, AE = CE$,

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$\therefore \angle B = 90^\circ, AD \parallel BC$,

$\therefore \angle OAF = \angle OCE$,

在 $\triangle AOF$ 和 $\triangle COE$ 中,
$$\begin{cases} \angle AOF = \angle COE \\ OA = OC \\ \angle OAF = \angle OCE \end{cases},$$

$\therefore \triangle AOF \cong \triangle COE$ (ASA),

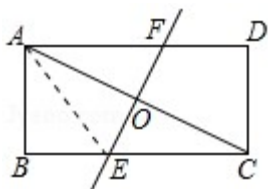
$\therefore AF = CE = 5$,

$\therefore AE = CE = 5, BC = BE + CE = 3 + 5 = 8$,

$\therefore AB = \sqrt{AE^2 - BE^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$,

$\therefore AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{4^2 + 8^2} = 4\sqrt{5}$;

故选: A.



【点评】本题考查矩形的性质、线段的垂直平分线的性质、全等三角形的判定与性质、勾股定理等知识, 熟练掌握矩形的性质和勾股定理, 证明三角形全等是解题的关键.

10. (3分) (2019•广州) 关于 x 的一元二次方程 $x^2 - (k-1)x - k+2 = 0$ 有两个实数根 x_1, x_2 , 若 $(x_1 - x_2 + 2)(x_1 - x_2 - 2) + 2x_1x_2 = -3$, 则 k 的值 ()

A. 0 或 2 B. -2 或 2 C. -2 D. 2

【考点】AA: 根的判别式; AB: 根与系数的关系.

【专题】45: 判别式法; 523: 一元二次方程及应用.

【分析】由根与系数的关系可得出 $x_1 + x_2 = k - 1, x_1x_2 = -k + 2$, 结合 $(x_1 - x_2 + 2)(x_1 - x_2 - 2) + 2x_1x_2 = -3$ 可求出 k 的值, 根据方程的系数结合根的判别式 $\Delta \geq 0$ 可得出关于 k 的

一元二次不等式, 解之即可得出 k 的取值范围, 进而可确定 k 的值, 此题得解.

【解答】解: $\because$ 关于 x 的一元二次方程 $x^2 - (k-1)x - k+2=0$ 的两个实数根为 x_1, x_2 ,

$$\therefore x_1+x_2=k-1, x_1x_2=-k+2.$$

$$\because (x_1-x_2+2)(x_1-x_2-2)+2x_1x_2=-3, \text{ 即 } (x_1+x_2)^2-2x_1x_2-4=-3,$$

$$\therefore (k-1)^2+2k-4-4=-3,$$

解得: $k=\pm 2$.

$\because$ 关于 x 的一元二次方程 $x^2 - (k-1)x - k+2=0$ 有实数根,

$$\therefore \Delta = [-(k-1)]^2 - 4 \times 1 \times (-k+2) \geq 0,$$

$$\text{解得: } k \geq 2\sqrt{2}-1 \text{ 或 } k \leq -2\sqrt{2}-1,$$

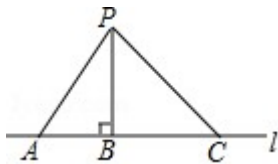
$$\therefore k=2.$$

故选: D.

【点评】 本题考查了根的判别式以及根与系数的关系, 利用根与系数的关系结合 $(x_1-x_2+2)(x_1-x_2-2)+2x_1x_2=-3$, 求出 k 的值是解题的关键.

二、填空题 (共 6 小题, 每小题 3 分, 满分 18 分)

11. (3 分) (2019•广州) 如图, 点 A, B, C 在直线 l 上, $PB \perp l$, $PA=6\text{cm}$, $PB=5\text{cm}$, $PC=7\text{cm}$, 则点 P 到直线 l 的距离是 5 cm .



【考点】 J5: 点到直线的距离.

【专题】 551: 线段、角、相交线与平行线.

【分析】 根据点到直线的距离是直线外的点到这条直线的垂线段的长度, 可得答案.

【解答】解: $\because PB \perp l$, $PB=5\text{cm}$,

$\therefore P$ 到 l 的距离是垂线段 PB 的长度 5cm ,

故答案为: 5.

【点评】 本题考查了点到直线的距离, 点到直线的距离是直线外的点到这条直线的垂线段的长度.

12. (3 分) (2019•广州) 代数式 $\frac{1}{\sqrt{x-8}}$ 有意义时, x 应满足的条件是 $x \geq 8$.

【考点】 62: 分式有意义的条件; 72: 二次根式有意义的条件.

【专题】513: 分式; 514: 二次根式.

【分析】直接利用分式、二次根式的定义求出 x 的取值范围.

【解答】解: 代数式 $\frac{1}{\sqrt{x-8}}$ 有意义时,

$$x - 8 > 0,$$

解得: $x > 8$.

故答案为: $x > 8$.

【点评】本题考查的知识点为: 分式有意义, 分母不为 0; 二次根式的被开方数是非负数.

13. (3 分) (2019•广州) 分解因式: $x^2y + 2xy + y = \underline{y(x+1)^2}$.

【考点】55: 提公因式法与公式法的综合运用.

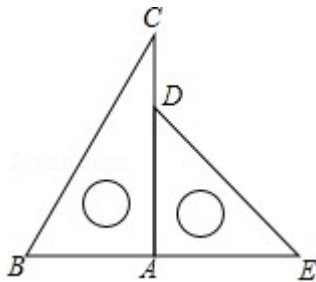
【分析】首先提取公因式 y , 再利用完全平方进行二次分解即可.

【解答】解: 原式 $= y(x^2 + 2x + 1) = y(x+1)^2$,

故答案为: $y(x+1)^2$.

【点评】本题考查了用提公因式法和公式法进行因式分解, 一个多项式有公因式首先提取公因式, 然后再用其他方法进行因式分解, 同时因式分解要彻底, 直到不能分解为止.

14. (3 分) (2019•广州) 一副三角板如图放置, 将三角板 ADE 绕点 A 逆时针旋转 α ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$), 使得三角板 ADE 的一边所在的直线与 BC 垂直, 则 α 的度数为 15° 或 45° .



【考点】IK: 角的计算.

【专题】551: 线段、角、相交线与平行线.

【分析】分情况讨论: ① $DE \perp BC$; ② $AD \perp BC$.

【解答】解: 分情况讨论:

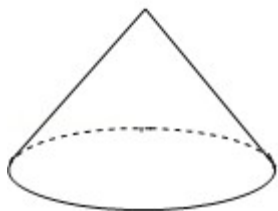
① 当 $DE \perp BC$ 时, $\angle BAD = 75^\circ$, $\therefore \alpha = 90^\circ - \angle BAD = 15^\circ$;

② 当 $AD \perp BC$ 时, $\angle BAD = 45^\circ$, 即 $\alpha = 45^\circ$.

故答案为: 15° 或 45°

【点评】本题主要考查了垂直的定义, 旋转的定义以及一副三角板的各个角的度数, 理清定义是解答本题的关键.

15. (3分) (2019•广州) 如图放置的一个圆锥, 它的主视图是直角边长为2的等腰直角三角形, 则该圆锥侧面展开扇形的弧长为 $2\sqrt{2}\pi$. (结果保留 π)



【考点】KW: 等腰直角三角形; MN: 弧长的计算; MP: 圆锥的计算; U1: 简单几何体的三视图; U3: 由三视图判断几何体.

【专题】55C: 与圆有关的计算.

【分析】根据圆锥侧面展开扇形的弧长=底面圆的周长即可解决问题.

【解答】解: $\because$ 某圆锥的主视图是一个腰长为2的等腰直角三角形,

$\therefore$ 斜边长为 $2\sqrt{2}$,

则底面圆的周长为 $2\sqrt{2}\pi$,

$\therefore$ 该圆锥侧面展开扇形的弧长为 $2\sqrt{2}\pi$,

故答案为 $2\sqrt{2}\pi$.

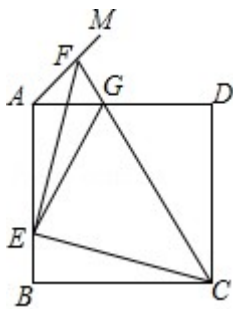
【点评】本题考查三视图, 圆锥等知识, 解题的关键是熟练掌握基本知识, 属于中考常考题型.

16. (3分) (2019•广州) 如图, 正方形 $ABCD$ 的边长为 a , 点 E 在边 AB 上运动 (不与点 A, B 重合), $\angle DAM=45^\circ$, 点 F 在射线 AM 上, 且 $AF=\sqrt{2}BE$, CF 与 AD 相交于点 G , 连接 EC, EF, EG , 则下列结论:

① $\angle ECF=45^\circ$; ② $\triangle AEG$ 的周长为 $(1+\frac{\sqrt{2}}{2})a$; ③ $BE^2+DG^2=EG^2$; ④ $\triangle EAF$ 的面积

的最大值 $\frac{1}{8}a^2$.

其中正确的结论是 ①④. (填写所有正确结论的序号)



【考点】7B: 二次根式的应用; KO: 勾股定理; S9: 相似三角形的判定与性质.

【专题】556: 矩形 菱形 正方形.

【分析】①正确. 如图 1 中, 在 BC 上截取 $BH = BE$, 连接 EH . 证明 $\triangle FAE \cong \triangle EHC$ (SAS), 即可解决问题.

②③ 错误. 如图 2 中, 延长 AD 到 H , 使得 $DH=BE$, 则 $\triangle CBE \cong \triangle CDH$ (SAS), 再证明 $\triangle GCE \cong \triangle GCH$ (SAS), 即可解决问题.

④ 正确. 设 $BE=x$, 则 $AE=a-x$, $AF=\sqrt{2}x$, 构建二次函数, 利用二次函数的性质解决最值问题.

【解答】解：如图1中，在 BC 上截取 $BH=BE$ ，连接 EH 。

$$\because BE=BH, \angle EBH=90^\circ,$$
$$\therefore EH = \sqrt{2}BE, \quad \therefore AF = \sqrt{2}BE,$$
$$\therefore AF = EH,$$
$$\because \angle DAM = \angle EHB = 45^\circ, \quad \angle BAD = 90^\circ,$$
$$\therefore \angle FAE = \angle EHC = 135^\circ,$$
$$\because BA=BC, \quad BE=BH,$$
$$\therefore AE = HC,$$
$$\therefore \triangle FAE \cong \triangle EHC \text{ (SAS)} ,$$
$$\therefore EF=EC, \quad \angle AEF=\angle ECH,$$
$$\because \angle ECH + \angle CEB = 90^\circ,$$
$$\therefore \angle AEF + \angle CEB = 90^\circ,$$
$$\therefore \angle FEC = 90^\circ,$$

$\therefore \angle ECF = \angle EFC = 45^\circ$, 故①正确,

如图2中, 延长 AD 到 H , 使得 $DH=BE$, 则 $\triangle CBE \cong \triangle CDH$ (SAS),

$$\therefore \angle ECB = \angle DCH,$$

$$\therefore \angle ECH = \angle BCD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ECG = \angle GCH = 45^\circ,$$

$$\because CG = CG, CE = CH,$$

$$\therefore \triangle GCE \cong \triangle GCH \text{ (SAS)},$$

$$\therefore EG = GH,$$

$$\because GH = DG + DH, DH = BE,$$

$$\therefore EG = BE + DG, \text{ 故③错误,}$$

$$\therefore \triangle AEG \text{ 的周长} = AE + EG + AG = AG + GH = AD + DH + AE = AE + EB + AD = AB + AD = 2a, \text{ 故}$$

②错误,

$$\text{设 } BE = x, \text{ 则 } AE = a - x, AF = \sqrt{2}x,$$

$$\therefore S_{\triangle AEF} = \frac{1}{2} \cdot (a - x) \times x = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}ax = -\frac{1}{2}\left(x^2 - ax + \frac{1}{4}a^2 - \frac{1}{4}a^2\right) = -\frac{1}{2}\left(x - \frac{1}{2}a\right)^2 + \frac{1}{8}a^2,$$

$$\therefore -\frac{1}{2} < 0,$$

$$\therefore x = \frac{1}{2}a \text{ 时, } \triangle AEF \text{ 的面积的最大值为 } \frac{1}{8}a^2. \text{ 故④正确,}$$

故答案为①④.

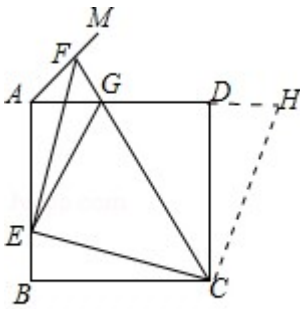
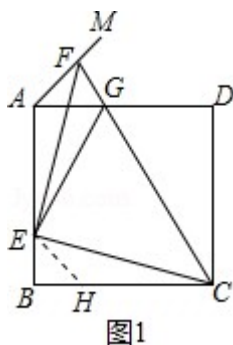


图2



【点评】本题考查正方形的性质，全等三角形的判定和性质，二次函数的应用等知识，解题的关键是学会添加常用辅助线构造全等三角形解决问题，属于中考填空题中的压轴题.

三、解答题（共9小题，满分102分）

17. (9分) (2019•广州) 解方程组: $\begin{cases} x-y=1 \\ x+3y=9 \end{cases}$.

【考点】98: 解二元一次方程组.

【专题】521：一次方程（组）及应用.

【分析】运用加减消元解答即可.

【解答】解：
$$\begin{cases} x-y=1 \text{ ①} \\ x+3y=9 \text{ ②} \end{cases},$$

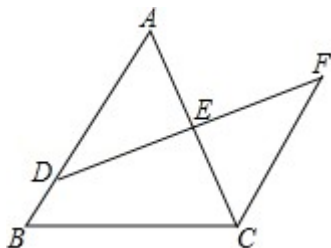
② - ① 得, $4y=2$, 解得 $y=2$,

把 $y=2$ 代入①得, $x-2=1$, 解得 $x=3$,

故原方程组的解为 $\begin{cases} x=3 \\ y=2 \end{cases}$.

【点评】此题考查了解二元一次方程组，利用了消元的思想，消元的方法有：代入消元法与加减消元法.

18. (9分) (2019•广州) 如图, D 是 AB 上一点, DF 交 AC 于点 E , $DE = FE$, $FC \parallel AB$, 求证: $\triangle ADE \cong \triangle CFE$.



【考点】KB: 全等三角形的判定.

【专题】553: 图形的全等.

【分析】利用 AAS 证明: $\triangle ADE \cong \triangle CFE$.

【解答】证明: $\because FC \parallel AB$,

$$\therefore \angle A = \angle FCE, \angle ADE = \angle F,$$

在 $\triangle ADE$ 与 $\triangle CFE$ 中:

$$\therefore \begin{cases} \angle A = \angle FCE \\ \angle ADE = \angle F \\ DE = EF \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ADE \cong \triangle CFE \text{ (AAS)}.$$

【点评】本题考查了三角形全等的判定, 熟练掌握三角形全等的判定方法是关键, 三角形全等的判定方法有: AAS, SSS, SAS.

19. (10分) (2019•广州) 已知 $P = \frac{2a}{a^2 - b^2} - \frac{1}{a+b}$ ($a \neq \pm b$)

(1) 化简 P ;

(2) 若点 (a, b) 在一次函数 $y = x - \sqrt{2}$ 的图象上, 求 P 的值.

【考点】F8: 一次函数图象上点的坐标特征.

【专题】513: 分式; 533: 一次函数及其应用.

【分析】(1) $P = \frac{2a}{a^2 - b^2} - \frac{1}{a+b} = \frac{2a}{(a+b)(a-b)} - \frac{1}{a+b} = \frac{2a - a + b}{(a+b)(a-b)} = \frac{1}{a-b}$;

(2) 将点 (a, b) 代入 $y = x - \sqrt{2}$ 得到 $a - b = \sqrt{2}$, 再将 $a - b = \sqrt{2}$ 代入化简后的 P , 即可求解;

【解答】解: (1) $P = \frac{2a}{a^2 - b^2} - \frac{1}{a+b} = \frac{2a}{(a+b)(a-b)} - \frac{1}{a+b} = \frac{2a - a + b}{(a+b)(a-b)} = \frac{1}{a-b}$;

(2) $\because$ 点 (a, b) 在一次函数 $y = x - \sqrt{2}$ 的图象上,

$$\therefore b = a - \sqrt{2},$$

$$\therefore a - b = \sqrt{2},$$

$$\therefore P = \frac{\sqrt{2}}{2};$$

【点评】本题考查分式的化简, 一次函数图象上点的特征; 熟练掌握分式的化简, 理解点与函数解析式的关系是解题的关键.

20. (10分) (2019•广州) 某中学抽取了 40 名学生参加“平均每周课外阅读时间”的调

查, 由调查结果绘制了如下不完整的频数分布表和扇形统计图.

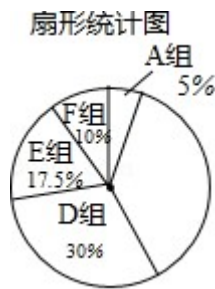
频数分布表

组别	时间/小时	频数/人数
A 组	$0 \leq t < 1$	2
B 组	$1 \leq t < 2$	m
C 组	$2 \leq t < 3$	10
D 组	$3 \leq t < 4$	12
E 组	$4 \leq t < 5$	7
F 组	$t \geq 5$	4

请根据图表中的信息解答下列问题:

- (1) 求频数分布表中 m 的值;
- (2) 求 B 组, C 组在扇形统计图中分别对应扇形的圆心角度数, 并补全扇形统计图;
- (3) 已知 F 组的学生中, 只有 1 名男生, 其余都是女生, 用列举法求以下事件的概率:

从 F 组中随机选取 2 名学生, 恰好都是女生.



【考点】 V7: 频数 (率) 分布表; VB: 扇形统计图; X6: 列表法与树状图法.

【专题】 542: 统计的应用; 543: 概率及其应用.

- 【分析】** (1) 用抽取的 40 人减去其他 5 个组的人数即可得出 m 的值;
- (2) 分别用 360° 乘以 B 组, C 组的人数所占的比例即可; 补全扇形统计图;
- (3) 画出树状图, 即可得出结果.

【解答】 解: (1) $m = 40 - 2 - 10 - 12 - 7 - 4 = 5$;

$$(2) B \text{ 组的圆心角} = 360^\circ \times \frac{5}{40} = 45^\circ,$$

$$C \text{ 组的圆心角} = 360^\circ \times \frac{10}{40} = 90^\circ.$$

补全扇形统计图如图 1 所示:

(3) 画树状图如图 2:

共有 12 个等可能的结果,

恰好都是女生的结果有 6 个,

$\therefore$ 恰好都是女生的概率为 $\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$.

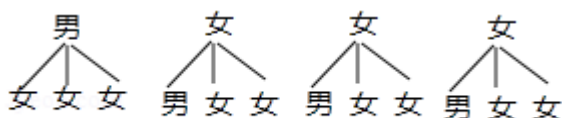


图 2

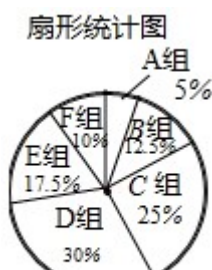


图 1

【点评】此题主要考查了列表法与树状图法, 以及扇形统计图、频数分布表的应用, 要熟练掌握.

21. (12 分) (2019•广州) 随着粤港澳大湾区建设的加速推进, 广东省正加速布局以 5G 等为代表的战略性新兴产业, 据统计, 目前广东 5G 基站的数量约 1.5 万座, 计划到 2020 年底, 全省 5G 基站数是目前的 4 倍, 到 2022 年底, 全省 5G 基站数量将达到 17.34 万座.

(1) 计划到 2020 年底, 全省 5G 基站的数量是多少万座?

(2) 按照计划, 求 2020 年底到 2022 年底, 全省 5G 基站数量的年平均增长率.

【考点】AD: 一元二次方程的应用.

【专题】34: 方程思想; 523: 一元二次方程及应用.

【分析】(1) 2020 年全省 5G 基站的数量 = 目前广东 5G 基站的数量 $\times 4$, 即可求出结论;

(2) 设 2020 年底到 2022 年底, 全省 5G 基站数量的年平均增长率为 x , 根据 2020 年底及 2022 年底全省 5G 基站数量, 即可得出关于 x 的一元二次方程, 解之取其正值即可得出结论.

【解答】解: (1) $1.5 \times 4 = 6$ (万座).

答: 计划到2020年底, 全省5G基站的数量是6万座.

(2) 设2020年底到2022年底, 全省5G基站数量的年平均增长率为 x ,

依题意, 得: $6(1+x)^2 = 17.34$,

解得: $x_1 = 0.7 = 70\%$, $x_2 = -2.7$ (舍去).

答: 2020年底到2022年底, 全省5G基站数量的年平均增长率为70%.

【点评】 本题考查了一元二次方程的应用, 找准等量关系, 正确列出一元二次方程是解题的关键.

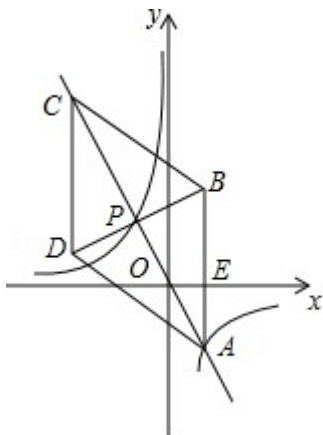
22. (12分) (2019•广州) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 菱形 $ABCD$ 的对角线 AC 与 BD 交于点 $P(-1, 2)$, $AB \perp x$ 轴于点 E , 正比例函数 $y = mx$ 的图象与反比例函数 $y = \frac{n-3}{x}$ 的图象相交于 A, P 两点.

$\frac{n-3}{x}$ 的图象相交于 A, P 两点.

(1) 求 m, n 的值与点 A 的坐标;

(2) 求证: $\triangle CPD \sim \triangle AEO$;

(3) 求 $\sin \angle CDB$ 的值.



【考点】 GB: 反比例函数综合题.

【专题】 537: 函数的综合应用.

【分析】 (1) 根据点 P 的坐标, 利用待定系数法可求出 m, n 的值, 联立正、反比例函数解析式成方程组, 通过解方程组可求出点 A 的坐标 (利用正、反比例函数图象的对称性结合点 P 的坐标找出点 A 的坐标亦可);

(2) 由菱形的性质可得出 $AC \perp BD$, $AB \parallel CD$, 利用平行线的性质可得出 $\angle DCP = \angle OAE$, 结合 $AB \perp x$ 轴可得出 $\angle AEO = \angle CPD = 90^\circ$, 进而即可证出 $\triangle CPD \sim \triangle AEO$;

(3) 由点 A 的坐标可得出 AE , OE , AO 的长, 由相似三角形的性质可得出 $\angle CDP = \angle AOE$, 再利用正弦的定义即可求出 $\sin \angle CDB$ 的值.

【解答】 (1) 解: 将点 $P(-1, 2)$ 代入 $y = mx$, 得: $2 = -m$,

解得: $m = -2$,

$\therefore$ 正比例函数解析式为 $y = -2x$;

将点 $P(-1, 2)$ 代入 $y = \frac{n-3}{x}$, 得: $2 = -\frac{(n-3)}{1}$,

解得: $n = 1$,

$\therefore$ 反比例函数解析式为 $y = -\frac{2}{x}$.

联立正、反比例函数解析式成方程组, 得:
$$\begin{cases} y = -2x \\ y = -\frac{2}{x} \end{cases},$$

解得: $\begin{cases} x_1 = -1 \\ y_1 = 2 \end{cases}, \begin{cases} x_2 = 1 \\ y_2 = -2 \end{cases},$

$\therefore$ 点 A 的坐标为 $(1, -2)$.

(2) 证明: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形,

$\therefore AC \perp BD$, $AB \parallel CD$,

$\therefore \angle DCP = \angle BAP$, 即 $\angle DCP = \angle OAE$.

$\because AB \perp x$ 轴,

$\therefore \angle AEO = \angle CPD = 90^\circ$,

$\therefore \triangle CPD \sim \triangle AEO$.

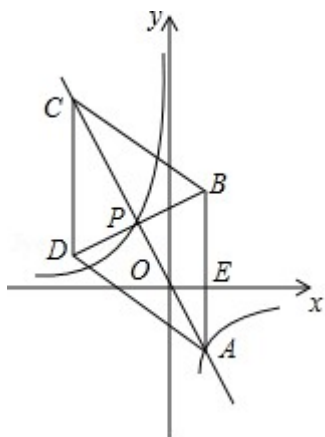
(3) 解: $\because$ 点 A 的坐标为 $(1, -2)$,

$\therefore AE = 2$, $OE = 1$, $AO = \sqrt{AE^2 + OE^2} = \sqrt{5}$.

$\because \triangle CPD \sim \triangle AEO$,

$\therefore \angle CDP = \angle AOE$,

$\therefore \sin \angle CDB = \sin \angle AOE = \frac{AE}{AO} = \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$.

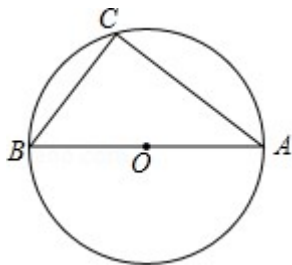


【点评】 本题考查了待定系数法求一次函数解析式、待定系数法反比例函数解析式、一次函数图象上点的坐标特征、反比例函数图象上点的坐标特征、菱形的性质、相似三角形的判定与性质以及解直角三角形，解题的关键是：（1）根据点的坐标，利用待定系数法求出 m, n 的值；（2）利用菱形的性质，找出 $\angle DCP = \angle OAE$ ， $\angle AEO = \angle CPD = 90^\circ$ ；（3）利用相似三角形的性质，找出 $\angle CDP = \angle AOE$ 。

23. （12分）（2019•广州）如图， $\odot O$ 的直径 $AB = 10$ ，弦 $AC = 8$ ，连接 BC 。

（1）尺规作图：作弦 CD ，使 $CD = BC$ （点 D 不与 B 重合），连接 AD ；（保留作图痕迹，不写作法）

（2）在（1）所作的图中，求四边形 $ABCD$ 的周长。



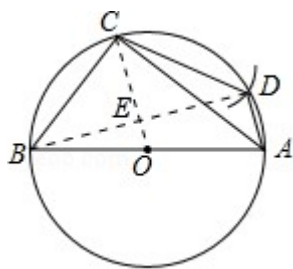
【考点】 N3：作图—复杂作图。

【专题】 13：作图题。

【分析】 （1）以 C 为圆心， CB 为半径画弧，交 $\odot O$ 于 D ，线段 CD 即为所求。

（2）连接 BD ， OC 交于点 E ，设 $OE = x$ ，构建方程求出 x 即可解决问题。

【解答】 解：（1）如图，线段 CD 即为所求。



(2) 连接 BD , OC 交于点 E , 设 $OE=x$.

$\because AB$ 是直径,

$\therefore \angle ACB=90^\circ$,

$$\therefore BC=\sqrt{AB^2-AC^2}=\sqrt{10^2-8^2}=6,$$

$\because BC=CD$,

$\therefore \widehat{BC}=\widehat{CD}$,

$\therefore OC \perp BD$ 于 E .

$\therefore BE=DE$,

$$\because BE^2=BC^2-EC^2=OB^2-OE^2,$$

$$\therefore 6^2-(5-x)^2=5^2-x^2,$$

$$\text{解得 } x=\frac{7}{5},$$

$\because BE=DE, BO=OA$,

$$\therefore AD=2OE=\frac{14}{5},$$

$$\therefore \text{四边形 } ABCD \text{ 的周长}=6+6+10+\frac{14}{5}=\frac{124}{5}.$$

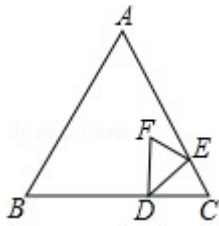
【点评】 本题考查作图 - 复杂作图, 圆周角定理, 解直角三角形等知识, 解题的关键是学会利用参数, 构建方程解决问题.

24. (14 分) (2019•广州) 如图, 等边 $\triangle ABC$ 中, $AB=6$, 点 D 在 BC 上, $BD=4$, 点 E 为边 AC 上一动点 (不与点 C 重合), $\triangle CDE$ 关于 DE 的轴对称图形为 $\triangle FDE$.

(1) 当点 F 在 AC 上时, 求证: $DF \parallel AB$;

(2) 设 $\triangle ACD$ 的面积为 S_1 , $\triangle ABF$ 的面积为 S_2 , 记 $S=S_1-S_2$, S 是否存在最大值? 若存在, 求出 S 的最大值; 若不存在, 请说明理由;

(3) 当 B, F, E 三点共线时, 求 AE 的长.



【考点】KY: 三角形综合题.

【专题】554: 等腰三角形与直角三角形; 558: 平移、旋转与对称; 55D: 图形的相似.

【分析】(1) 由折叠的性质和等边三角形的性质可得 $\angle DFC = \angle A$, 可证 $DF \parallel AB$;

(2) 过点 D 作 $DM \perp AB$ 交 AB 于点 M , 由题意可得点 F 在以 D 为圆心, DF 为半径的圆上, 由 $\triangle ACD$ 的面积为 S_1 的值是定值, 则当点 F 在 DM 上时, $S_{\triangle ABF}$ 最小时, S 最大;

(3) 过点 D 作 $DG \perp EF$ 于点 G , 过点 E 作 $EH \perp CD$ 于点 H , 由勾股定理可求 BG 的长, 通过证明 $\triangle BGD \sim \triangle BHE$, 可求 EC 的长, 即可求 AE 的长.

【解答】解: (1) $\because \triangle ABC$ 是等边三角形

$$\therefore \angle A = \angle B = \angle C = 60^\circ$$

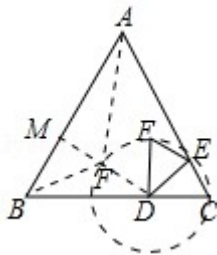
由折叠可知: $DF = DC$, 且点 F 在 AC 上

$$\therefore \angle DFC = \angle C = 60^\circ$$

$$\therefore \angle DFC = \angle A$$

$$\therefore DF \parallel AB;$$

(2) 存在,



过点 D 作 $DM \perp AB$ 交 AB 于点 M ,

$$\because AB = BC = 6, BD = 4,$$

$$\therefore CD = 2$$

$$\therefore DF = 2,$$

$\therefore$ 点 F 在以 D 为圆心, DF 为半径的圆上,

∴当点 F 在 DM 上时, $S_{\triangle ABF}$ 最小,

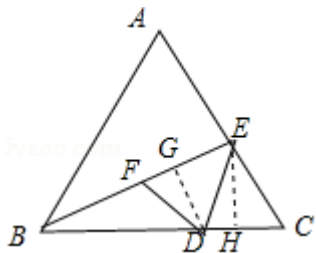
∵ $BD=4$, $DM \perp AB$, $\angle ABC=60^\circ$

$$\therefore MD=2\sqrt{3}$$

$$\therefore S_{\triangle ABF} \text{ 的最小值} = \frac{1}{2} \times 6 \times (2\sqrt{3} - 2) = 6\sqrt{3} - 6$$

$$\therefore S_{\text{最大值}} = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 36 - (6\sqrt{3} - 6) = 3\sqrt{3} + 6$$

(3) 如图, 过点 D 作 $DG \perp EF$ 于点 G , 过点 E 作 $EH \perp CD$ 于点 H ,



∵ $\triangle CDE$ 关于 DE 的轴对称图形为 $\triangle FDE$

∴ $DF=DC=2$, $\angle EFD=\angle C=60^\circ$

∵ $GD \perp EF$, $\angle EFD=60^\circ$

$$\therefore FG=1, DG=\sqrt{3}FG=\sqrt{3}$$

$$\therefore BD^2 = BG^2 + DG^2,$$

$$\therefore 16 = 3 + (BF+1)^2,$$

$$\therefore BF = \sqrt{13} - 1$$

$$\therefore BG = \sqrt{13}$$

∵ $EH \perp BC$, $\angle C=60^\circ$

$$\therefore CH = \frac{EC}{2}, EH = \sqrt{3}HC = \frac{\sqrt{3}}{2}EC$$

∵ $\angle GBD = \angle EBH$, $\angle BGD = \angle BHE = 90^\circ$

∴ $\triangle BGD \sim \triangle BHE$

$$\therefore \frac{DG}{BG} = \frac{EH}{BH}$$

$$\therefore \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{13}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}EC}{6 - \frac{EC}{2}}$$

$$\therefore EC = \sqrt{13} - 1$$

$$\therefore AE = AC - EC = 7 - \sqrt{13}$$

【点评】本题是三角形综合题, 考查了等边三角形的性质, 折叠的性质, 勾股定理, 相似三角形的判定和性质, 添加恰当的辅助线构造相似三角形是本题的关键.

25. (14分) (2019•广州) 已知抛物线 $G: y = mx^2 - 2mx - 3$ 有最低点.

(1) 求二次函数 $y = mx^2 - 2mx - 3$ 的最小值 (用含 m 的式子表示);

(2) 将抛物线 G 向右平移 m 个单位得到抛物线 G_1 . 经过探究发现, 随着 m 的变化, 抛物线 G_1 顶点的纵坐标 y 与横坐标 x 之间存在一个函数关系, 求这个函数关系式, 并写出自变量 x 的取值范围;

(3) 记 (2) 所求的函数为 H , 抛物线 G 与函数 H 的图象交于点 P , 结合图象, 求点 P 的纵坐标的取值范围.

【考点】HF: 二次函数综合题.

【专题】151: 代数综合题; 16: 压轴题; 31: 数形结合; 533: 一次函数及其应用; 535: 二次函数图象及其性质.

【分析】 (1) 抛物线有最低点即开口向上, $m > 0$, 用配方法或公式法求得对称轴和函数最小值.

(2) 写出抛物线 G 的顶点式, 根据平移规律即得到抛物线 G_1 的顶点式, 进而得到抛物线 G_1 顶点坐标 $(m+1, -m-3)$, 即 $x = m+1$, $y = -m-3$, $x+y = -2$ 即消去 m , 得到 y 与 x 的函数关系式. 再由 $m > 0$, 即求得 x 的取值范围.

(3) 法一: 求出抛物线恒过点 $B(2, -4)$, 函数 H 图象恒过点 $A(2, -3)$, 由图象可知两图象交点 P 应在点 A 、 B 之间, 即点 P 纵坐标在 A 、 B 纵坐标之间.

法二: 联立函数 H 解析式与抛物线解析式组成方程组, 整理得到用 x 表示 m 的式子. 由 x 与 m 的范围讨论 x 的具体范围, 即求得函数 H 对应的交点 P 纵坐标的范围.

【解答】 解: (1) $\because y = mx^2 - 2mx - 3 = m(x-1)^2 - m - 3$, 抛物线有最低点

$\therefore$ 二次函数 $y = mx^2 - 2mx - 3$ 的最小值为 $-m-3$

(2) $\because$ 抛物线 $G: y = m(x-1)^2 - m - 3$

$\therefore$ 平移后的抛物线 $G_1: y = m(x-1-m)^2 - m - 3$

$\therefore$ 抛物线 G_1 顶点坐标为 $(m+1, -m-3)$

$$\therefore x=m+1, y=-m-3$$

$$\therefore x+y=m+1-m-3=-2$$

即 $x+y=-2$, 变形得 $y=-x-2$

$$\because m>0, m=x-1$$

$$\therefore x-1>0$$

$$\therefore x>1$$

$\therefore y$ 与 x 的函数关系式为 $y=-x-2 (x>1)$

(3) 法一: 如图, 函数 $H: y=-x-2 (x>1)$ 图象为射线

$x=1$ 时, $y=-1-2=-3$; $x=2$ 时, $y=-2-2=-4$

$\therefore$ 函数 H 的图象恒过点 $B(2, -4)$

$\because$ 抛物线 $G: y=m(x-1)^2-m-3$

$x=1$ 时, $y=-m-3$; $x=2$ 时, $y=m-m-3=-3$

$\therefore$ 抛物线 G 恒过点 $A(2, -3)$

由图象可知, 若抛物线与函数 H 的图象有交点 P , 则 $y_B < y_P < y_A$

$\therefore$ 点 P 纵坐标的取值范围为 $-4 < y_P < -3$

$$\text{法二: } \begin{cases} y=-x-2 \\ y=mx^2-2mx-3 \end{cases}$$

整理的: $m(x^2-2x)=1-x$

$\because x>1$, 且 $x=2$ 时, 方程为 $0=-1$ 不成立

$\therefore x \neq 2$, 即 $x^2-2x=x(x-2) \neq 0$

$$\therefore m = \frac{1-x}{x(x-2)} > 0$$

$$\because x>1$$

$$\therefore 1-x<0$$

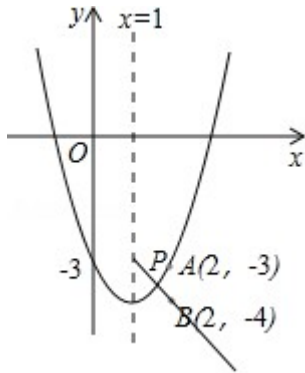
$$\therefore x(x-2)<0$$

$$\therefore x-2<0$$

$$\therefore x<2 \text{ 即 } 1<x<2$$

$$\because y_P = -x-2$$

$$\therefore -4 < y_P < -3$$



【点评】本题考查了求二次函数的最值，二次函数的平移，二次函数与一次函数的关系. 解题关键是在无图的情况下运用二次函数性质解题，第（3）题结合图象解题体现数形结合的运用.

考点卡片

1. 绝对值

(1) 概念: 数轴上某个数与原点的距离叫做这个数的绝对值.

- ① 互为相反数的两个数绝对值相等;
- ② 绝对值等于一个正数的数有两个, 绝对值等于0的数有一个, 没有绝对值等于负数的数.
- ③ 有理数的绝对值都是非负数.

(2) 如果用字母 a 表示有理数, 则数 a 绝对值要由字母 a 本身的取值来确定:

- ① 当 a 是正有理数时, a 的绝对值是它本身 a ;
- ② 当 a 是负有理数时, a 的绝对值是它的相反数 $-a$;
- ③ 当 a 是零时, a 的绝对值是零.

即 $|a| = \begin{cases} a & (a > 0) \\ 0 & (a = 0) \\ -a & (a < 0) \end{cases}$

2. 实数的运算

(1) 实数的运算和在有理数范围内一样, 值得一提的是, 实数既可以进行加、减、乘、除、乘方运算, 又可以进行开方运算, 其中正实数可以开平方.

(2) 在进行实数运算时, 和有理数运算一样, 要从高级到低级, 即先算乘方、开方, 再算乘除, 最后算加减, 有括号的要先算括号里面的, 同级运算要按照从左到右的顺序进行. 另外, 有理数的运算律在实数范围内仍然适用.

【规律方法】实数运算的“三个关键”

- 1. 运算法则: 乘方和开方运算、幂的运算、指数 (特别是负整数指数, 0 指数) 运算、根式运算、特殊三角函数值的计算以及绝对值的化简等.
- 2. 运算顺序: 先乘方, 再乘除, 后加减, 有括号的先算括号里面的, 在同一级运算中要从左到右依次运算, 无论何种运算, 都要注意先定符号后运算.
- 3. 运算律的使用: 使用运算律可以简化运算, 提高运算速度和准确度.

3. 同底数幂的乘法

(1) 同底数幂的乘法法则: 同底数幂相乘, 底数不变, 指数相加.

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n} \quad (m, n \text{ 是正整数})$$

(2) 推广: $a^m \cdot a^n \cdot a^p = a^{m+n+p}$ (m, n, p 都是正整数)

在应用同底数幂的乘法法则时, 应注意: ①底数必须相同, 如 2^3 与 2^5 , $(a^2b^2)^3$ 与 $(a^2b^2)^4$, $(x-y)^2$ 与 $(x-y)^3$ 等; ② a 可以是单项式, 也可以多项式; ③按照运算性质, 只有相乘时才是底数不变, 指数相加.

(3) 概括整合: 同底数幂的乘法, 是学习整式乘除运算的基础, 是学好整式运算的关键.

在运用时要抓住“同底数”这一关键点, 同时注意, 有的底数可能并不相同, 这时可以适当变形为同底数幂.

4. 提公因式法与公式法的综合运用

提公因式法与公式法的综合运用.

5. 分式有意义的条件

- (1) 分式有意义的条件是分母不等于零.
- (2) 分式无意义的条件是分母等于零.
- (3) 分式的值为正数的条件是分子、分母同号.
- (4) 分式的值为负数的条件是分子、分母异号.

6. 二次根式有意义的条件

判断二次根式有意义的条件:

- (1) 二次根式的概念. 形如 $\sqrt{a}$ ($a \geq 0$) 的式子叫做二次根式.
- (2) 二次根式中被开方数的取值范围. 二次根式中的被开方数是非负数.
- (3) 二次根式具有非负性. $\sqrt{a}$ ($a \geq 0$) 是一个非负数.

学习要求:

能根据二次根式中的被开方数是非负数来确定二次根式被开方数中字母的取值范围, 并能利用二次根式的非负性解决相关问题.

【规律方法】二次根式有无意义的条件

1. 如果一个式子中含有多个二次根式, 那么它们有意义的条件是: 各个二次根式中的被开方数都必须是非负数.
2. 如果所给式子中含有分母, 则除了保证被开方数是非负数外, 还必须保证分母不为零.

7. 二次根式的应用

把二次根式的运算与现实生活相联系, 体现了所学知识之间的联系, 感受所学知识的整体性, 不断丰富解决问题的策略, 提高解决问题的能力.

二次根式的应用主要是在解决实际问题的过程中用到有关二次根式的概念、性质和运算的方法.

8. 解二元一次方程组

(1) 用代入法解二元一次方程组的一般步骤: ①从方程组中选一个系数比较简单的方程, 将这个方程组中的一个未知数用含另一个未知数的代数式表示出来. ②将变形后的关系式代入另一个方程, 消去一个未知数, 得到一个一元一次方程. ③解这个一元一次方程, 求出 x (或 y) 的值. ④将求得的未知数的值代入变形后的关系式中, 求出另一个未知数的值. ⑤把求得的 x 、 y 的值用 “{” 联立起来, 就是方程组的解.

(2) 用加减法解二元一次方程组的一般步骤: ①方程组的两个方程中, 如果同一个未知数的系数既不相等又不互为相反数, 就用适当的数去乘方程的两边, 使某一个未知数的系数相等或互为相反数. ②把两个方程的两边分别相减或相加, 消去一个未知数, 得到一个一元一次方程. ③解这个一元一次方程, 求得未知数的值. ④将求出的未知数的值代入原方程组的任意一个方程中, 求出另一个未知数的值. ⑤把所求得两个未知数的值写在一起, 就得到原方程组的解, 用 $\begin{cases} x=a \\ y=b \end{cases}$ 的形式表示.

9. 根的判别式

利用一元二次方程根的判别式 ($\Delta = b^2 - 4ac$) 判断方程的根的情况.

一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 的根与 $\Delta = b^2 - 4ac$ 有如下关系:

- ① 当 $\Delta > 0$ 时, 方程有两个不相等的两个实数根;
- ② 当 $\Delta = 0$ 时, 方程有两个相等的两个实数根;
- ③ 当 $\Delta < 0$ 时, 方程无实数根.

上面的结论反过来也成立.

10. 根与系数的关系

(1) 若二次项系数为 1, 常用以下关系: x_1, x_2 是方程 $x^2 + px + q = 0$ 的两根时, $x_1 + x_2 = -p$, $x_1 x_2 = q$, 反过来可得 $p = -(x_1 + x_2)$, $q = x_1 x_2$, 前者是已知系数确定根的相关问题, 后者是已知两根确定方程中未知系数.

(2) 若二次项系数不为 1, 则常用以下关系: x_1, x_2 是一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$)

的两根时, $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$, $x_1 x_2 = \frac{c}{a}$, 反过来也成立, 即 $\frac{b}{a} = -(x_1 + x_2)$, $\frac{c}{a} = x_1 x_2$.

(3) 常用根与系数的关系解决以下问题:

- ① 不解方程, 判断两个数是不是一元二次方程的两个根. ② 已知方程及方程的一个根, 求另一个根及未知数. ③ 不解方程求关于根的式子的值, 如求, $x_1^2 + x_2^2$ 等等. ④ 判断两根

的符号. ⑤求作新方程. ⑥由给出的两根满足的条件, 确定字母的取值. 这类问题比较综合, 解题时除了利用根与系数的关系, 同时还要考虑 $a \neq 0$, $\Delta \geq 0$ 这两个前提条件.

11. 一元二次方程的应用

1、列方程解决实际问题的一般步骤是: 审清题意设未知数, 列出方程, 解所列方程求所列方程的解, 检验和作答.

2、列一元二次方程解应用题中常见问题:

(1) 数字问题: 个位数为 a , 十位数是 b , 则这个两位数表示为 $10b+a$.

(2) 增长率问题: 增长率 = 增长数量/原数量 $\times 100\%$. 如: 若原数是 a , 每次增长的百分率为 x , 则第一次增长后为 $a(1+x)$; 第二次增长后为 $a(1+x)^2$, 即 原数 $\times (1 + \text{增长百分率})^2 = \text{后来数}$.

(3) 形积问题: ①利用勾股定理列一元二次方程, 求三角形、矩形的边长. ②利用三角形、矩形、菱形、梯形和圆的面积, 以及柱体体积公式建立等量关系列一元二次方程. ③利用相似三角形的对应比例关系, 列比例式, 通过两内项之积等于两外项之积, 得到一元二次方程.

(4) 运动点问题: 物体运动将会沿着一条路线或形成一条痕迹, 运行的路线与其他条件会构成直角三角形, 可运用直角三角形的性质列方程求解.

【规律方法】列一元二次方程解应用题的“六字诀”

1. 审: 理解题意, 明确未知量、已知量以及它们之间的数量关系.
2. 设: 根据题意, 可以直接设未知数, 也可以间接设未知数.
3. 列: 根据题中的等量关系, 用含所设未知数的代数式表示其他未知量, 从而列出方程.
4. 解: 准确求出方程的解.
5. 验: 检验所求出的根是否符合所列方程和实际问题.
6. 答: 写出答案.

12. 由实际问题抽象出分式方程

由实际问题抽象出分式方程的关键是分析题意找出相等关系.

(1) 在确定相等关系时, 一是要理解一些常用的数量关系和一些基本做法, 如行程问题中的相遇问题和追击问题, 最重要的是相遇的时间相等、追击的时间相等.

(2) 列分式方程解应用题要多思、细想、深思, 寻求多种解法思路.

13. 一次函数图象上点的坐标特征

一次函数 $y=kx+b$, ($k \neq 0$, 且 k, b 为常数) 的图象是一条直线. 它与 x 轴的交点坐标是

$(-\frac{b}{k}, 0)$; 与 y 轴的交点坐标是 $(0, b)$.

直线上任意一点的坐标都满足函数关系式 $y=kx+b$.

14. 反比例函数图象上点的坐标特征

反比例函数 $y=k/x$ (k 为常数, $k \neq 0$) 的图象是双曲线,

- ① 图象上的点 (x, y) 的横纵坐标的积是定值 k , 即 $xy=k$;
- ② 双曲线是关于原点对称的, 两个分支上的点也是关于原点对称;
- ③ 在 $y=k/x$ 图象中任取一点, 过这一个点向 x 轴和 y 轴分别作垂线, 与坐标轴围成的矩形的面积是定值 $|k|$.

15. 反比例函数综合题

(1) 应用类综合题

能够从实际的问题中抽象出反比例函数这一数学模型, 是解决实际问题的关键一步, 培养了学生的建模能力和从实际问题向数学问题转化的能力. 在解决这些问题的时候我们还用了反比例函数的图象和性质、待定系数法和其他学科中的知识.

(2) 数形结合类综合题

利用图象解决问题, 从图上获取有用的信息, 是解题的关键所在. 已知点在图象上, 那么点一定满足这个函数解析式, 反过来如果这点满足函数的解析式, 那么这个点也一定在函数图象上. 还能利用图象直接比较函数值或是自变量的大小. 将数形结合在一起, 是分析问题的一种好方法.

16. 二次函数综合题

(1) 二次函数图象与其他函数图象相结合问题

解决此类问题时, 先根据给定的函数或函数图象判断出系数的符号, 然后判断新的函数关系式中系数的符号, 再根据系数与图象的位置关系判断出图象特征, 则符合所有特征的图象即为正确选项.

(2) 二次函数与方程、几何知识的综合应用

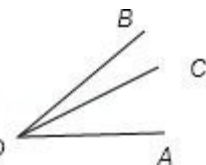
将函数知识与方程、几何知识有机地结合在一起. 这类试题一般难度较大. 解这类问题关键是善于将函数问题转化为方程问题, 善于利用几何图形的有关性质、定理和二次函数的知识, 并注意挖掘题目中的一些隐含条件.

(3) 二次函数在实际生活中的应用题

从实际问题中分析变量之间的关系, 建立二次函数模型. 关键在于观察、分析、创建, 建立

直角坐标系下的二次函数图象, 然后数形结合解决问题, 需要注意的是自变量及函数的取值范围要使实际问题有意义.

17. 角的计算



(1) 角的和差倍分

① $\angle AOB$ 是 $\angle AOC$ 和 $\angle BOC$ 的和, 记作: $\angle AOB = \angle AOC + \angle BOC$. $\angle AOC$ 是 $\angle AOB$ 和 $\angle BOC$ 的差, 记作: $\angle AOC = \angle AOB - \angle BOC$. ② 若射线 OC 是 $\angle AOB$ 的三等分线, 则

$$\angle AOB = 3\angle BOC \text{ 或 } \angle BOC = \frac{1}{3}\angle AOB.$$

(2) 度、分、秒的加减运算. 在进行度分秒的加减时, 要将度与度, 分与分, 秒与秒相加减, 分秒相加, 逢 60 要进位, 相减时, 要借 1 化 60.

(3) 度、分、秒的乘除运算. ① 乘法: 度、分、秒分别相乘, 结果逢 60 要进位. ② 除法: 度、分、秒分别去除, 把每一次的余数化作下一级单位进一步去除.

18. 点到直线的距离

(1) 点到直线的距离: 直线外一点到直线的垂线段的长度, 叫做点到直线的距离.

(2) 点到直线的距离是一个长度, 而不是一个图形, 也就是垂线段的长度, 而不是垂线段. 它只能量出或求出, 而不能说画出, 画出的是垂线段这个图形.

19. 三角形的面积

(1) 三角形的面积等于底边长与高线乘积的一半, 即 $S_{\triangle} = \frac{1}{2} \times \text{底} \times \text{高}$.

(2) 三角形的中线将三角形分成面积相等的两部分.

20. 全等三角形的判定

(1) 判定定理 1: SSS - - 三条边分别对应相等的两个三角形全等.

(2) 判定定理 2: SAS - - 两边及其夹角分别对应相等的两个三角形全等.

(3) 判定定理 3: ASA - - 两角及其夹边分别对应相等的两个三角形全等.

(4) 判定定理 4: AAS - - 两角及其中一个角的对边对应相等的两个三角形全等.

(5) 判定定理 5: HL - - 斜边与直角边对应相等的两个直角三角形全等.

方法指引: 全等三角形的 5 种判定方法中, 选用哪一种方法, 取决于题目中的已知条件, 若已知两边对应相等, 则找它们的夹角或第三边; 若已知两角对应相等, 则必须再找一组

对边对应相等, 且要是两角的夹边, 若已知一边一角, 则找另一组角, 或找这个角的另一组对应邻边.

21. 全等三角形的判定与性质

(1) 全等三角形的判定是结合全等三角形的性质证明线段和角相等的重要工具. 在判定三角形全等时, 关键是选择恰当的判定条件.

(2) 在应用全等三角形的判定时, 要注意三角形间的公共边和公共角, 必要时添加适当辅助线构造三角形.

22. 线段垂直平分线的性质

(1) 定义: 经过某一条线段的中点, 并且垂直于这条线段的直线, 叫做这条线段的垂直平分线(中垂线)垂直平分线, 简称“中垂线”.

(2) 性质: ①垂直平分线垂直且平分其所在线段. ____ ②垂直平分线上任意一点, 到线段两端点的距离相等. ____ ③三角形三条边的垂直平分线相交于一点, 该点叫外心, 并且这一点到三个顶点的距离相等.

23. 勾股定理

(1) 勾股定理: 在任何一个直角三角形中, 两条直角边长的平方之和一定等于斜边长的平方.

如果直角三角形的两条直角边长分别是 a , b , 斜边长为 c , 那么 $a^2+b^2=c^2$.

(2) 勾股定理应用的前提条件是在直角三角形中.

(3) 勾股定理公式 $a^2+b^2=c^2$ 的变形有: $a=\sqrt{c^2-b^2}$, $b=\sqrt{c^2-a^2}$ 及 $c=\sqrt{a^2+b^2}$.

(4) 由于 $a^2+b^2=c^2>a^2$, 所以 $c>a$, 同理 $c>b$, 即直角三角形的斜边大于该直角三角形中的每一条直角边.

24. 等腰直角三角形

(1) 两条直角边相等的直角三角形叫做等腰直角三角形.

(2) 等腰直角三角形是一种特殊的三角形, 具有所有三角形的性质, 还具备等腰三角形和直角三角形的所有性质. 即: 两个锐角都是 45° , 斜边上中线、角平分线、斜边上的高, 三线合一, 等腰直角三角形斜边上的高为外接圆的半径 R , 而高又为内切圆的直径(因为等腰直角三角形的两个小角均为 45° , 高又垂直于斜边, 所以两个小三角形均为等腰直角三角形, 则两腰相等);

(3) 若设等腰直角三角形内切圆的半径 $r=1$, 则外接圆的半径 $R=\sqrt{2}+1$, 所以 $r: R=$

1: $\sqrt{2}+1$.

25. 三角形综合题

三角形综合题.

26. 平行四边形的判定与性质

平行四边形的判定与性质的作用

平行四边形对应边相等, 对应角相等, 对角线互相平分及它的判定, 是我们证明直线的平行、线段相等、角相等的重要方法, 若要证明两直线平行和两线段相等、两角相等, 可考虑将要证的直线、线段、角、分别置于一个四边形的对边或对角的位置上, 通过证明四边形是平行四边形达到上述目的.

运用定义, 也可以判定某个图形是平行四边形, 这是常用的方法, 不要忘记平行四边形的定义, 有时用定义判定比用其他判定定理还简单.

凡是可以利用平行四边形知识证明的问题, 不要再回到用三角形全等证明, 应直接运用平行四边形的性质和判定去解决问题.

27. 矩形的性质

(1) 矩形的定义: 有一个角是直角的平行四边形是矩形.

(2) 矩形的性质

- ① 平行四边形的性质矩形都具有;
- ② 角: 矩形的四个角都是直角;
- ③ 边: 邻边垂直;
- ④ 对角线: 矩形的对角线相等;
- ⑤ 矩形是轴对称图形, 又是中心对称图形. 它有 2 条对称轴, 分别是每组对边中点连线所在的直线; 对称中心是两条对角线的交点.

(3) 由矩形的性质, 可以得到直角三角形的一个重要性质, 直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半.

28. 切线的性质

(1) 切线的性质

- ① 圆的切线垂直于经过切点的半径.
- ② 经过圆心且垂直于切线的直线必经过切点.
- ③ 经过切点且垂直于切线的直线必经过圆心.

(2) 切线的性质可总结如下:

如果一条直线符合下列三个条件中的任意两个, 那么它一定满足第三个条件, 这三个条件是: ①直线过圆心; ②直线过切点; ③直线与圆的切线垂直.

(3) 切线性质的运用

由定理可知, 若出现圆的切线, 必连过切点的半径, 构造定理图, 得出垂直关系. 简记作见切点, 连半径, 见垂直.

29. 弧长的计算

(1) 圆周长公式: $C=2\pi R$

(2) 弧长公式: $l=\frac{n\pi R}{180}$ (弧长为 l , 圆心角度数为 n , 圆的半径为 R)

① 在弧长的计算公式中, n 是表示 1° 的圆心角的倍数, n 和 180 都不要带单位.

② 若圆心角的单位不全是度, 则需要先化为度后再计算弧长.

③ 题设未标明精确度的, 可以将弧长用 π 表示.

④ 正确区分弧、弧的度数、弧长三个概念, 度数相等的弧, 弧长不一定相等, 弧长相等的弧不一定是等弧, 只有在同圆或等圆中, 才有等弧的概念, 才是三者的统一.

30. 圆锥的计算

(1) 连接圆锥顶点和底面圆周上任意一点的线段叫做圆锥的母线. 连接顶点与底面圆心的线段叫圆锥的高.

(2) 圆锥的侧面展开图为一扇形, 这个扇形的弧长等于圆锥底面的周长, 扇形的半径等于圆锥的母线长.

(3) 圆锥的侧面积: $S_{\text{侧}}=\frac{1}{2}\cdot 2\pi r\cdot l=\pi rl$.

(4) 圆锥的全面积: $S_{\text{全}}=S_{\text{底}}+S_{\text{侧}}=\pi r^2+\pi rl$

(5) 圆锥的体积 $=\frac{1}{3}\times\text{底面积}\times\text{高}$

注意: ①圆锥的母线与展开后所得扇形的半径相等.

②圆锥的底面周长与展开后所得扇形的弧长相等.

31. 作图—复杂作图

复杂作图是在五种基本作图的基础上进行作图, 一般是结合了几何图形的性质和基本作图方法.

解决此类题目的关键是熟悉基本几何图形的性质, 结合几何图形的基本性质把复杂作图拆解成基本作图, 逐步操作.

32. 相似三角形的判定与性质

(1) 相似三角形相似多边形的特殊情形, 它沿袭相似多边形的定义, 从对应边的比相等和对应角相等两方面下定义; 反过来, 两个三角形相似也有对应角相等, 对应边的比相等.

(2) 三角形相似的判定一直是中考考查的热点之一, 在判定两个三角形相似时, 应注意利用图形中已有的公共角、公共边等隐含条件, 以充分发挥基本图形的作用, 寻找相似三角形的一般方法是通过作平行线构造相似三角形; 或依据基本图形对图形进行分解、组合; 或作辅助线构造相似三角形, 判定三角形相似的方法有事可单独使用, 有时需要综合运用. 无论是单独使用还是综合运用, 都要具备应有的条件方可.

33. 解直角三角形的应用-坡度坡角问题

(1) 坡度是坡面的铅直高度 h 和水平宽度 l 的比, 又叫做坡比, 它是一个比值, 反映了斜坡的陡峭程度, 一般用 i 表示, 常写成 $i=1:m$ 的形式.

(2) 把坡面与水平面的夹角 α 叫做坡角, 坡度 i 与坡角 α 之间的关系为: $i=h/l=\tan\alpha$.

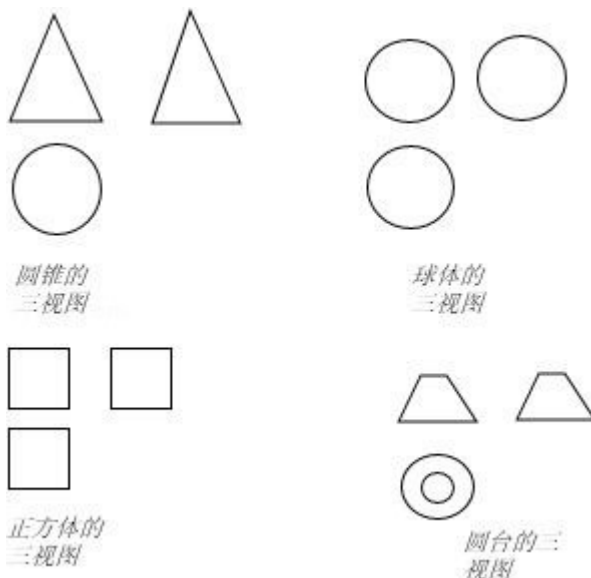
(3) 在解决坡度的有关问题中, 一般通过作高构成直角三角形, 坡角即是一锐角, 坡度实际就是一锐角的正切值, 水平宽度或铅直高度都是直角边, 实质也是解直角三角形问题.

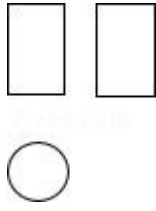
应用领域: ①测量领域; ②航空领域 ③航海领域: ④工程领域等.

34. 简单几何体的三视图

(1) 画物体的主视图的口诀为: 主、俯: 长对正; 主、左: 高平齐; 俯、左: 宽相等.

(2) 常见的几何体的三视图:





圆柱的三视图:

35. 由三视图判断几何体

(1) 由三视图想象几何体的形状, 首先, 应分别根据主视图、俯视图和左视图想象几何体的前面、上面和左侧面的形状, 然后综合起来考虑整体形状.

(2) 由物体的三视图想象几何体的形状是有一定难度的, 可以从以下途径进行分析:

- ① 根据主视图、俯视图和左视图想象几何体的前面、上面和左侧面的形状, 以及几何体的长、宽、高;
- ② 从实线和虚线想象几何体看得见部分和看不见部分的轮廓线;
- ③ 熟记一些简单的几何体的三视图对复杂几何体的想象会有帮助;
- ④ 利用由三视图画几何体与有几何体画三视图的互逆过程, 反复练习, 不断总结方法.

36. 频数(率)分布表

1、在统计数据时, 经常把数据按照不同的范围分成几个组, 分成的组的个数称为组数, 每一组两个端点的差称为组距, 称这样画出的统计图表为频数分布表.

2、列频率分布表的步骤:

- (1) 计算极差, 即计算最大值与最小值的差.
- (2) 决定组距与组数 (组数与样本容量有关, 一般来说样本容量越大, 分组就越多, 样本容量不超过 100 时, 按数据的多少, 常分成 5~12 组).
- (3) 将数据分组.
- (4) 列频率分布表.

37. 扇形统计图

(1) 扇形统计图是用整个圆表示总数用圆内各个扇形的大小表示各部分数量占总数的百分数. 通过扇形统计图可以很清楚地表示出各部分数量同总数之间的关系. 用整个圆的面积表示总数 (单位 1), 用圆的扇形面积表示各部分占总数的百分数.

(2) 扇形图的特点: 从扇形图上可以清楚地看出各部分数量和总数量之间的关系.

(3) 制作扇形图的步骤

- ① 根据有关数据先算出各部分在总体中所占的百分数, 再算出各部分圆心角的度数, 公式是各部分扇形圆心角的度数 = 部分占总体的百分比 $\times 360^\circ$. ____
- ② 按比例取适当半径画一

个圆; 按扇形圆心角的度数用量角器在圆内量出各个扇形的圆心角的度数;

④ 在各扇形内写上相应的名称及百分数, 并用不同的标记把各扇形区分开来.

38. 众数

(1) 一组数据中出现次数最多的数据叫做众数.

(2) 求一组数据的众数的方法: 找出频数最多的那个数据, 若几个数据频数都是最多且相同, 此时众数就是这多个数据.

(3) 众数不易受数据中极端值的影响. 众数也是数据的一种代表数, 反映了一组数据的集中程度, 众数可作为描述一组数据集中趋势的量. .

39. 列表法与树状图法

(1) 当试验中存在两个元素且出现的所有可能的结果较多时, 我们常用列表的方式, 列出所有可能的结果, 再求出概率.

(2) 列表的目的在于不重不漏地列举出所有可能的结果求出 n , 再从中选出符合事件 A 或 B 的结果数目 m , 求出概率.

(3) 列举法 (树形图法) 求概率的关键在于列举出所有可能的结果, 列表法是一种, 但当一事件涉及三个或更多元素时, 为不重不漏地列出所有可能的结果, 通常采用树形图.

(4) 树形图列举法一般是选择一个元素再和其他元素分别组合, 依次列出, 象树的枝丫形式, 最末端的枝丫个数就是总的可能的结果 n .

(5) 当有两个元素时, 可用树形图列举, 也可以列表列举.