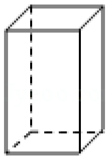
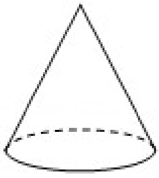
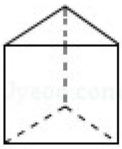
2019年甘肃省武威市中考数学试卷

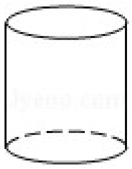
一、选择题：本大题共10小题，每小题3分，共30分，每小题只有一个正确选项．

1．（3分）（2019•陇南）下列四个几何体中，是三棱柱的为(　　)

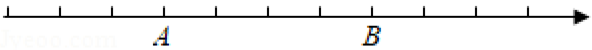
A． 

B． 

C． 

D． 

2．（3分）（2019•陇南）如图，数轴的单位长度为1，如果点A表示的数是-1，那么点B表示的数是(　　)



A．0　　B．1　　C．2　　D．3

3．（3分）（2019•陇南）下列整数中，与$\sqrt{10}$最接近的整数是(　　)

A．3　　B．4　　C．5　　D．6

4．（3分）（2019•陇南）华为$Mate20$手机搭载了全球首款7纳米制程芯片，7纳米就是0.000000007米．数据0.000000007用科学记数法表示为(　　)

A．7×10^{-7}　　B．0.7×10^{-8}　　C．7×10^{-8}　　D．7×10^{-9}

5．（3分）（2019•陇南）如图，将图形用放大镜放大，应该属于(　　)

A．平移变换　　B．相似变换　　C．旋转变换　　D．对称变换

6．（3分）（2019•陇南）如图，足球图片正中的黑色正五边形的内角和是(　　)

A．180°　　B．360°　　C．540°　　D．720°

7．（3 分）（2019•陇南）不等式 $2x+9\geqslant 3(x+2)$ 的解集是(　　)

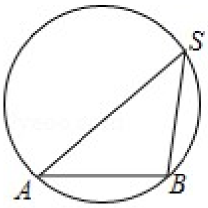
A．$x\leqslant 3$　　B．$x\leqslant -3$　　C．$x\geqslant 3$　　D．$x\geqslant -3$

8．（3 分）（2019•陇南）下面的计算过程中，从哪一步开始出现错误(　　)

$$\frac{x}{x-y}-\frac{y}{x+y}\overset{①}{=}\frac{x(x+y)}{(x-y)(x+y)}-\frac{y(x-y)}{(x-y)(x+y)}\overset{②}{=}\frac{x^2+xy-xy-y^2}{(x-y)(x+y)}\overset{③}{=}\frac{x^2-y^2}{(x-y)(x+y)}\overset{④}{=}1$$

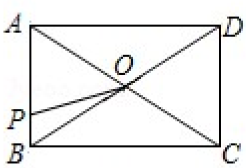
A．①　　B．②　　C．③　　D．④

9．（3 分）（2019•陇南）如图，点 A，B，S 在圆上，若弦 AB 的长度等于圆半径的 $\sqrt{2}$ 倍，则 $\angle ASB$ 的度数是(　　)

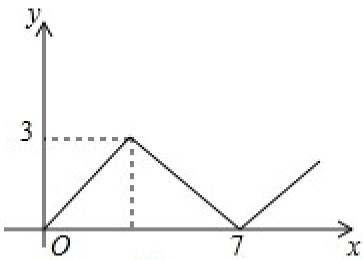


A．22.5°　　B．30°　　C．45°　　D．60°

10．（3 分）（2019•陇南）如图①，在矩形 $ABCD$ 中，$AB<AD$，对角线 AC，BD 相交于点 O，动点 P 由点 A 出发，沿 $AB\to BC\to CD$ 向点 D 运动．设点 P 的运动路程为 x，ΔAOP 的面积为 y，y 与 x 的函数关系图象如图②所示，则 AD 边的长为(　　)



①

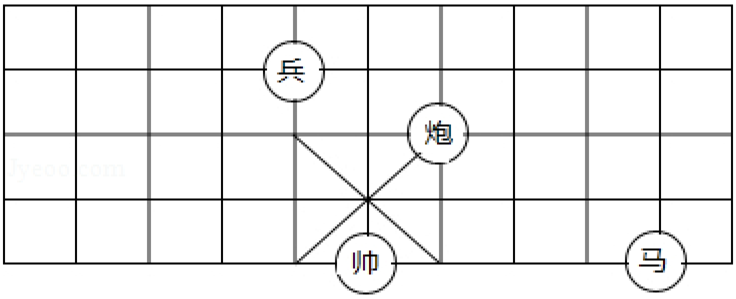


②

A．3　　B．4　　C．5　　D．6

二、填空题：本大题共 8 小题，每小题 4 分，共 32 分．

11．（4 分）（2019•陇南）中国象棋是中华名族的文化瑰宝，因趣味性强，深受大众喜爱．如图，若在象棋棋盘上建立平面直角坐标系，使“帅”位于点 $(0,-2)$，“马”位于点 $(4,-2)$，则“兵”位于点____．



12．（4 分）（2019•陇南）一个猜想是否正确，科学家们要经过反复的实验论证．下表是几位科学家“掷硬币”的实验数据：

实验者	德□摩根	蒲丰	费勒	皮尔逊	罗曼诺夫斯基
掷币次数	6140	4040	10000	36000	80640
出现“正面朝上”的次数	3109	2048	4979	18031	39699
频率	0.506	0.507	0.498	0.501	0.492

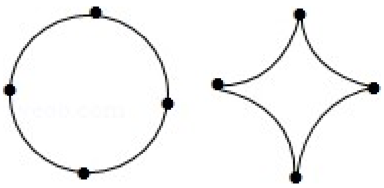
请根据以上数据，估计硬币出现“正面朝上”的概率为____（精确到 0.1）．

13．（4 分）（2019•陇南）因式分解：$xy^2-4x=$_____．

14．（4 分）（2019•陇南）关于 x 的一元二次方程 $x^2+\sqrt{m}x+1=0$ 有两个相等的实数根，则 m 的取值为____．

15．（4 分）（2019•陇南）将二次函数 $y=x^2-4x+5$ 化成 $y=a(x-h)^2+k$ 的形式为____．

16．（4 分）（2019•陇南）把半径为 1 的圆分割成四段相等的弧，再将这四段弧依次相连拼成如图所示的恒星图形，那么这个恒星图形的面积等于____．



17．（4 分）（2019•陇南）定义：等腰三角形的顶角与其一个底角的度数的比值 k 称为这个等腰三角形的“特征值”．若等腰 ΔABC 中，$\angle A=80^\circ$，则它的特征值 $k=$____．

18．（4分）（2019•陇南）已知一列数a，b，$a+b$，$a+2b$，$2a+3b$，$3a+5b$，……，按照这个规律写下去，第9个数是____．

三、解答题（一）：本大题共5小题，共38分．解答应写出必要的文字说明，证明过程或演算步骤

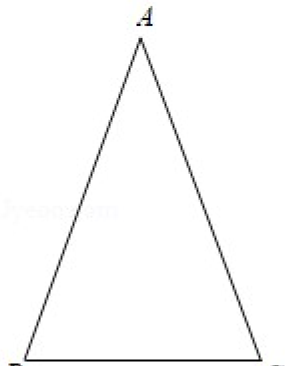
19．（6分）（2019•陇南）计算：$(-2)^2-|\sqrt{2}-2|-2\cos45°+(3-\pi)^0$

20．（6分）（2019•陇南）小甘到文具超市去买文具．请你根据如图中的对话信息，求中性笔和笔记本的单价分别是多少元？

21．（8分）（2019•陇南）已知：在ΔABC中，$AB=AC$．

（1）求作：ΔABC的外接圆．（要求：尺规作图，保留作图痕迹，不写作法）

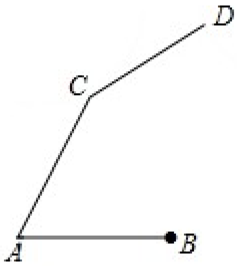
（2）若ΔABC的外接圆的圆心O到BC边的距离为4，$BC=6$，则$S_{\odot O}=$____．



22．（8分）（2019•陇南）如图①是图②是其侧面示意图（台灯底座高度忽略不计），其中灯臂$AC=40cm$，灯罩$CD=30cm$，灯臂与底座构成的$\angle CAB=60°$．CD可以绕点C上下调节一定的角度．使用发现：当CD与水平线所成的角为$30°$时，台灯光线最佳．现测得点D到桌面的距离为$49.6cm$．请通过计算说明此时台灯光线是否为最佳？（参考数据：

$\sqrt{3}$取 1.73)．

图①



图②

23．（10 分）（2019•陇南）2019 年中国北京世界园艺博览会（以下简称“世园会”）于 4 月 29 日至 10 月 7 日在北京延庆区举行．世园会为满足大家的游览需求，倾情打造了 4 条各具特色的趣玩路线，分别是：A．“解密世园会”、B．“爱我家，爱园艺”、C．“园艺小清新之旅”和 D．“快速车览之旅”．李欣和张帆都计划暑假去世园会，他们各自在这 4 条线路中任意选择一条线路游览，每条线路被选择的可能性相同．

（1）李欣选择线路 C．“园艺小清新之旅”的概率是多少？

（2）用画树状图或列表的方法，求李欣和张帆恰好选择同一线路游览的概率．

四、解答题（二）：本大题共 5 小题，共 50 分．解答应写出必要的文字说明，证明过程或演算步骤．

24．（8 分）（2019•陇南）为弘扬传统文化，某校开展了“传承经典文化，阅读经典名著”活动．为了解七、八年级学生（七、八年级各有 600 名学生）的阅读效果，该校举行了经典文化知识竞赛．现从两个年级各随机抽取 20 名学生的竞赛成绩（百分制）进行分析，过程如下：

收集数据：

七年级：79，85，73，80，75，76，87，70，75，94，75，79，81，71，75，80，86，59，83，77．

八年级：92，74，87，82，72，81，94，83，77，83，80，81，71，81，72，77，82，80，70，41．

整理数据：

	$40\leqslant x\leqslant 49$	$50\leqslant x\leqslant 59$	$60\leqslant x\leqslant 69$	$70\leqslant x\leqslant 79$	$80\leqslant x\leqslant 89$	$90\leqslant x\leqslant 100$

七年级	0	1	0	a	7	1
八年级	1	0	0	7	b	2

分析数据：

	平均数	众数	中位数
七年级	78	75	c
八年级	78	d	80.5

应用数据：

（1）由上表填空：$a=$____，$b=$____，$c=$____，$d=$____.

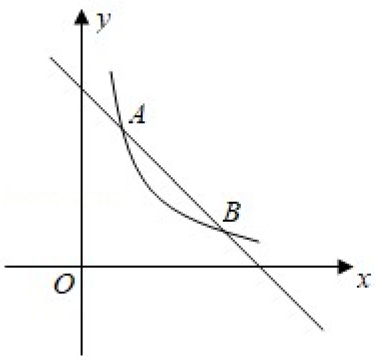
（2）估计该校七、八两个年级学生在本次竞赛中成绩在 90 分以上的共有多少人？

（3）你认为哪个年级的学生对经典文化知识掌握的总体水平较好，请说明理由.

25．（10 分）（2019•陇南）如图，已知反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}(k\neq 0)$ 的图象与一次函数 $y=-x+b$ 的图象在第一象限交于 $A(1,3)$，$B(3,1)$ 两点

（1）求反比例函数和一次函数的表达式；

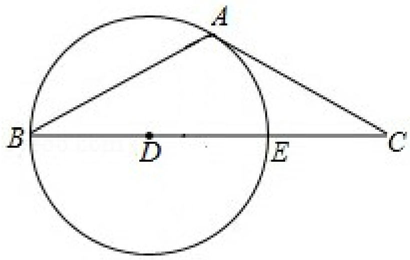
（2）已知点 $P(a,\ 0)(a>0)$，过点 P 作平行于 y 轴的直线，在第一象限内交一次函数 $y=-x+b$ 的图象于点 M，交反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}$ 上的图象于点 N．若 $PM>PN$，结合函数图象直接写出 a 的取值范围.



26．（10 分）（2019•陇南）如图，在 ΔABC 中，$AB=AC$，$\angle BAC=120^{\circ}$，点 D 在 BC 边上，⊙D 经过点 A 和点 B 且与 BC 边相交于点 E．

（1）求证：AC 是⊙D 的切线；

（2）若 $CE=2\sqrt{3}$，求⊙D 的半径.

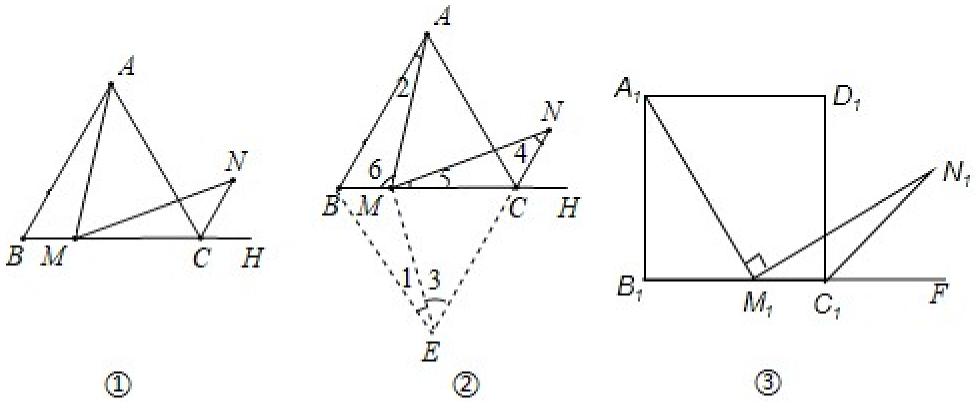


27. （10 分）（2019•陇南）阅读下面的例题及点拨，并解决问题：

例题：如图①，在等边ΔABC中，M是BC边上一点（不含端点B，C），N是ΔABC的外角$\angle ACH$的平分线上一点，且$AM=MN$．求证：$\angle AMN=60^{\circ}$．

点拨：如图②，作$\angle CBE=60^{\circ}$，BE与NC的延长线相交于点E，得等边ΔBEC，连接EM．易证：$\Delta ABM\cong\Delta EBM(SAS)$，可得$AM=EM$，$\angle 1=\angle 2$；又$AM=MN$，则$EM=MN$，可得$\angle 3=\angle 4$；由$\angle 3+\angle 1=\angle 4+\angle 5=60^{\circ}$，进一步可得$\angle 1=\angle 2=\angle 5$，又因为$\angle 2+\angle 6=120^{\circ}$，所以$\angle 5+\angle 6=120^{\circ}$，即：$\angle AMN=60^{\circ}$．

问题：如图③，在正方形$A_1B_1C_1D_1$中，M_1是B_1C_1边上一点（不含端点B_1，C_1），N_1是正方形$A_1B_1C_1D_1$的外角$\angle D_1C_1H_1$的平分线上一点，且$A_1M_1=M_1N_1$．求证：$\angle A_1M_1N_1=90^{\circ}$．



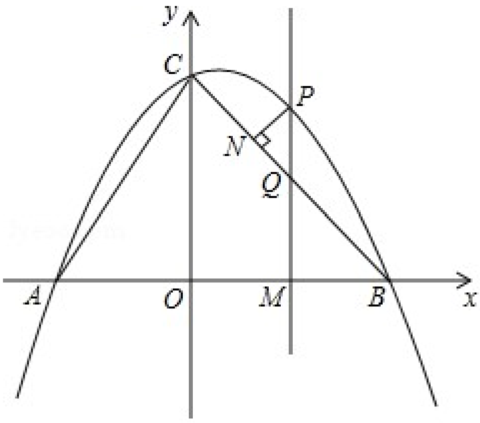
28. （12 分）（2019•陇南）如图，抛物线$y=ax^2+bx+4$交x轴于$A(-3,0)$，$B(4,0)$两点，与y轴交于点C，连接AC，BC．点P是第一象限内抛物线上的一个动点，点P的横坐标为m．

（1）求此抛物线的表达式；

（2）过点P作$PM\perp x$轴，垂足为点M，PM交BC于点Q．试探究点P在运动过程中，是否存在这样的点Q，使得以A，C，Q为顶点的三角形是等腰三角形．若存在，请求出

此时点Q的坐标，若不存在，请说明理由；

（3）过点P作$PN\perp BC$，垂足为点N．请用含m的代数式表示线段PN的长，并求出当m为何值时PN有最大值，最大值是多少？

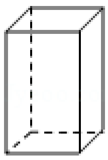


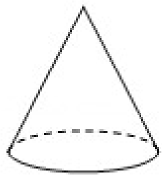
2019年甘肃省武威市中考数学试卷

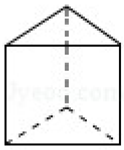
参考答案与试题解析

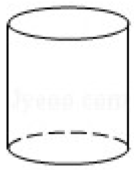
一、选择题：本大题共10小题，每小题3分，共30分，每小题只有一个正确选项．

1．（3分）下列四个几何体中，是三棱柱的为(　　)

A． 

B． 

C． 

D． 

【考点】$I1$：认识立体图形

【专题】64：几何直观

【分析】分别判断各个几何体的形状，然后确定正确的选项即可．

【解答】解：A、该几何体为四棱柱，不符合题意；

B、该几何体为四棱锥，不符合题意；

C、该几何体为三棱柱，符合题意；

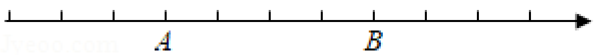
D、该几何体为圆柱，不符合题意．

故选：C．

【点评】考查了认识立体图形的知识，解题的关键是能够认识各个几何体，难度不大．

2．（3分）如图，数轴的单位长度为1，如果点A表示的数是-1，那么点B表示的数是(

)



A．0　　B．1　　C．2　　D．3

【考点】13：数轴

【专题】511：实数

【分析】直接利用数轴结合A，B点位置进而得出答案．

【解答】解：$\because$数轴的单位长度为1，如果点A表示的数是-1，

$\therefore$ 点 B 表示的数是：3．

故选：D．

【点评】此题主要考查了实数轴，正确应用数形结合分析是解题关键．

3．（3 分）下列整数中，与 $\sqrt{10}$ 最接近的整数是(　　)

A．3　　B．4　　C．5　　D．6

【考点】$2B$：估算无理数的大小

【专题】511：实数

【分析】由于 $9<10<16$，于是 $\sqrt{9}<\sqrt{10}<\sqrt{16}$，10 与 9 的距离小于 16 与 10 的距离，可得答案．

【解答】解：$\because 3^2=9$，$4^2=16$，

$\therefore 3<\sqrt{10}<4$，

10 与 9 的距离小于 16 与 10 的距离，

$\therefore$ 与 $\sqrt{10}$ 最接近的是 3．

故选：A．

【点评】本题考查了无理数的估算，解题关键是确定无理数的整数部分即可解决问题．

4．（3 分）华为 $Mate20$ 手机搭载了全球首款 7 纳米制程芯片，7 纳米就是 0.000000007 米．数据 0.000000007 用科学记数法表示为(　　)

A．7×10^{-7}　　B．0.7×10^{-8}　　C．7×10^{-8}　　D．7×10^{-9}

【考点】$1J$：科学记数法－表示较小的数

【专题】511：实数

【分析】由科学记数法知 $0.000000007=7\times10^{-9}$；

【解答】解：$0.000000007=7\times10^{-9}$；

故选：D．

【点评】本题考查科学记数法；熟练掌握科学记数法 $a\times10^{n}$ 中 a 与 n 的意义是解题的关键．

5．（3 分）如图，将图形用放大镜放大，应该属于(　　)

A．平移变换　　B．相似变换　　C．旋转变换　　D．对称变换

【考点】RA：几何变换的类型

【专题】$55D$：图形的相似

【分析】根据放大镜成像的特点，结合各变换的特点即可得出答案．

【解答】解：根据相似图形的定义知，用放大镜将图形放大，属于图形的形状相同，大小不相同，所以属于相似变换．

故选：B．

【点评】本题考查的是相似形的识别，关键要联系图形，根据相似图形的定义得出．

6．（3 分）如图，足球图片正中的黑色正五边形的内角和是（　　）

A．180°　　B．360°　　C．540°　　D．720°

【考点】$L3$：多边形内角与外角

【专题】555：多边形与平行四边形

【分析】根据多边形内角和公式$(n-2)\times 180^{\circ}$即可求出结果．

【解答】解：黑色正五边形的内角和为：$(5-2)\times 180^{\circ}=540^{\circ}$，

故选：C．

【点评】本题考查了多边形的内角和公式，解题关键是牢记多边形的内角和公式．

7．（3 分）不等式$2x+9\geqslant 3(x+2)$的解集是（　　）

A．$x\leqslant 3$　　B．$x\leqslant -3$　　C．$x\geqslant 3$　　D．$x\geqslant -3$

【考点】$C6$：解一元一次不等式

【专题】524：一元一次不等式（组）及应用

【分析】先去括号，然后移项、合并同类项，再系数化为 1 即可．

【解答】解：去括号，得$2x+9\geqslant 3x+6$，

移项，合并得$-x\geqslant -3$

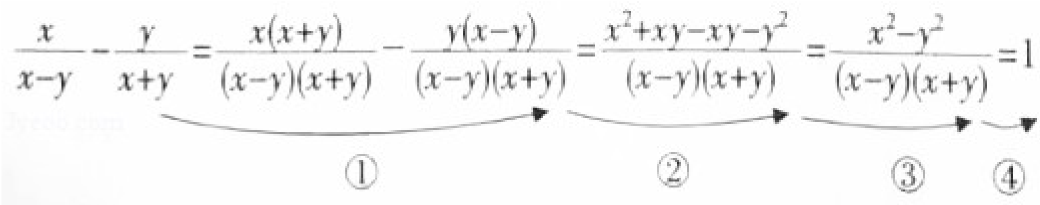
系数化为 1，得$x\leqslant 3$；

故选：A．

【点评】本题考查了解简单不等式的能力，解答这类题学生往往在解题时不注意移项要改变符号这一点而出错．

解不等式要依据不等式的基本性质，在不等式的两边同时加上或减去同一个数或整式不等号的方向不变；在不等式的两边同时乘以或除以同一个正数不等号的方向不变；在不等式的两边同时乘以或除以同一个负数不等号的方向改变．

8．（3 分）下面的计算过程中，从哪一步开始出现错误(　　)



A．①　　　　B．②　　　　C．③　　　　D．④

【考点】$6B$：分式的加减法

【专题】513：分式

【分析】直接利用分式的加减运算法则计算得出答案．

【解答】解：$\frac{x}{x-y}-\frac{y}{x+y}$

$=\frac{x(x+y)}{(x-y)(x+y)}-\frac{y(x-y)}{(x-y)(x+y)}$

$=\frac{x^2+xy-xy+y^2}{(x-y)(x+y)}$

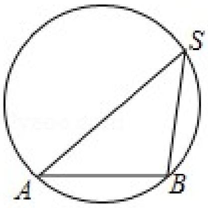
$=\frac{x^2+y^2}{x^2-y^2}$．

故从第②步开始出现错误．

故选：B．

【点评】此题主要考查了分式的加减运算，正确掌握相关运算法则是解题关键．

9．（3 分）如图，点 A，B，S 在圆上，若弦 AB 的长度等于圆半径的 $\sqrt{2}$ 倍，则 $\angle ASB$ 的度数是(　　)



A． $22.5°$　　B． $30°$　　C． $45°$　　D． $60°$

【考点】$M5$：圆周角定理

【专题】$55A$：与圆有关的位置关系

【分析】设圆心为 0，连接 OA、OB，如图，先证明 ΔOAB 为等腰直角三角形得到 $\angle AOB = 90°$，然后根据圆周角定理确定 $\angle ASB$ 的度数．

【解答】解：设圆心为 O，连接 OA、OB，如图，

$\because$ 弦 AB 的长度等于圆半径的 $\sqrt{2}$ 倍，

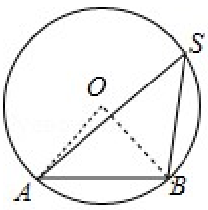
即 $AB = \sqrt{2}OA$，

$\therefore OA^2 + OB^2 = AB^2$，

$\therefore \Delta OAB$ 为等腰直角三角形，$\angle AOB = 90°$，

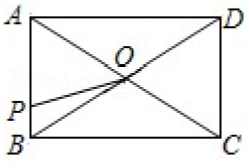
$\therefore \angle ASB = \dfrac{1}{2}\angle AOB = 45°$．

故选：C．

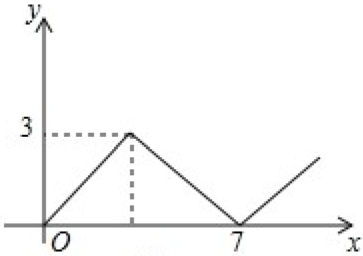


【点评】本题考查了圆周角定理：在同圆或等圆中，同弧或等弧所对的圆周角相等，都等于这条弧所对的圆心角的一半．

10．（3 分）如图①，在矩形 $ABCD$ 中，$AB < AD$，对角线 AC，BD 相交于点 O，动点 P 由点 A 出发，沿 $AB \to BC \to CD$ 向点 D 运动．设点 P 的运动路程为 x，ΔAOP 的面积为 y，y 与 x 的函数关系图象如图②所示，则 AD 边的长为(　　)



①



②

A．3　　　　B．4　　　　C．5　　　　D．6

【考点】$E7$：动点问题的函数图象

【专题】532：函数及其图象

【分析】当 P 点在 AB 上运动时，ΔAOP 面积逐渐增大，当 P 点到达 B 点时，结合图象可得 ΔAOP 面积最大为 3，得到 AB 与 BC 的积为 12；当 P 点在 BC 上运动时，ΔAOP 面积逐渐减小，当 P 点到达 C 点时，ΔAOP 面积为 0，此时结合图象可知 P 点运动路径长为 7，得到 AB 与 BC 的和为 7，构造关于 AB 的一元二方程可求解．

【解答】解：当 P 点在 AB 上运动时，ΔAOP 面积逐渐增大，当 P 点到达 B 点时，ΔAOP 面积最大为 3．

$\therefore \frac{1}{2}AB\cdot\frac{1}{2}=3$，即 $AB\cdot BC=12$．

当 P 点在 BC 上运动时，ΔAOP 面积逐渐减小，当 P 点到达 C 点时，ΔAOP 面积为 0，此时结合图象可知 P 点运动路径长为 7，

$\therefore AB+BC=7$．

则 $BC=7-AB$，代入 $AB\cdot BC=12$，得 $AB^2-7AB+12=0$，解得 $AB=4$ 或 3，

因为 $AB<AD$，即 $AB<BC$，

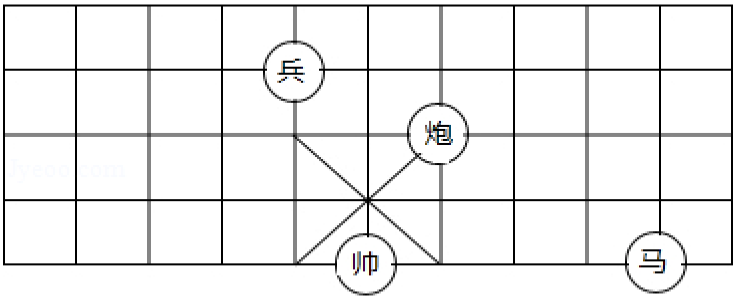
所以 $AB=3$，$BC=4$．

故选：B．

【点评】本题主要考查动点问题的函数图象，解题的关键是分析三角形面积随动点运动的变化过程，找到分界点极值，结合图象得到相关线段的具体数值．

二、填空题：本大题共 8 小题，每小题 4 分，共 32 分．

11．（4 分）中国象棋是中华名族的文化瑰宝，因趣味性强，深受大众喜爱．如图，若在象棋棋盘上建立平面直角坐标系，使“帅”位于点 $(0,-2)$，“马”位于点 $(4,-2)$，则“兵”位于点__$(-1,1)$__．

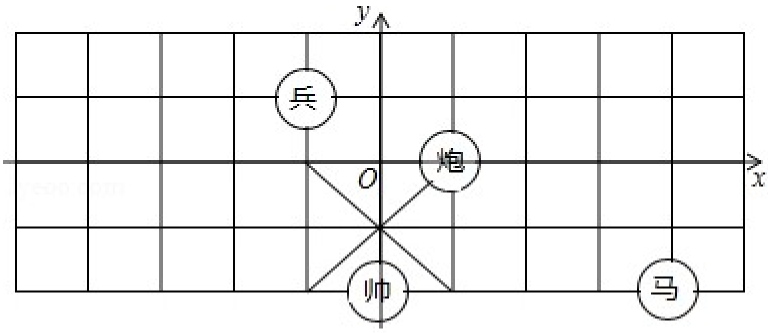


【考点】$D3$：坐标确定位置

【专题】531：平面直角坐标系

【分析】直接利用“帅”位于点$(0,-2)$，可得原点的位置，进而得出“兵”的坐标．

【解答】解：如图所示：可得原点位置，则“兵”位于$(-1,1)$．



故答案为：$(-1,1)$．

【点评】本题考查了直角坐标系、点的坐标，解题的关键是确定坐标系的原点的位置．

12．（4 分）一个猜想是否正确，科学家们要经过反复的实验论证．下表是几位科学家“掷硬币”的实验数据：

实验者	德□摩根	蒲丰	费勒	皮尔逊	罗曼诺夫斯基
掷币次数	6140	4040	10000	36000	80640
出现“正面朝上”的次数	3109	2048	4979	18031	39699
频率	0.506	0.507	0.498	0.501	0.492

请根据以上数据，估计硬币出现“正面朝上”的概率为 0.5 （精确到0.1）．

【考点】$V7$：频数（率）分布表；$X8$：利用频率估计概率

【专题】543：概率及其应用

【分析】由于表中硬币出现“正面朝上”的频率在0.5左右波动，则根据频率估计概率可得到硬币出现“正面朝上”的概率．

【解答】解：因为表中硬币出现“正面朝上”的频率在0.5左右波动，

所以估计硬币出现“正面朝上”的概率为0.5．

故答案为0.5．

【点评】本题考查了利用频率估计概率：大量重复实验时，事件发生的频率在某个固定位置左右摆动，并且摆动的幅度越来越小，根据这个频率稳定性定理，可以用频率的集中趋势来估计概率，这个固定的近似值就是这个事件的概率．用频率估计概率得到的是近似值，随实验次数的增多，值越来越精确．

13．（4 分）因式分解：$xy^2-4x=$__$x(y+2)(y-2)$__．

【考点】55：提公因式法与公式法的综合运用

【分析】先提取公因式x，再对余下的多项式利用平方差公式继续分解．

【解答】解：xy^2-4x，

$=x(y^2-4)$，

$=x(y+2)(y-2)$．

【点评】本题主要考查提公因式法分解因式和利用平方差公式分解因式，熟记公式是解题的关键，难点在于要进行二次因式分解．

14．（4 分）关于x的一元二次方程$x^2+\sqrt{m}x+1=0$有两个相等的实数根，则m的取值为

4__．

【考点】AA：根的判别式

【专题】521：一次方程（组）及应用；45：判别式法

【分析】要使方程有两个相等的实数根，即$\triangle=b^2-4ac=0$，则利用根的判别式即可求得一次项的系数．

【解答】解：

由题意，$\triangle=b^2-4ac=(\sqrt{m})^2-4=0$

得$m=4$

故答案为4

【点评】此题主要考查一元二次方程的根的判别式，利用一元二次方程根的判别式（$\triangle=b2-4ac$）可以判断方程的根的情况：一元二次方程的根与根的判别式 有如下关系：①当$\triangle>0$时，方程有两个不相等的实数根；②当$\triangle=0$时，方程有两个相等的实数根；③当△

<0 时，方程无实数根，但有 2 个共轭复根．上述结论反过来也成立．

15．（4 分）将二次函数 $y=x^2-4x+5$ 化成 $y=a(x-h)^2+k$ 的形式为__ $y=(x-2)^2+1$ __．

【考点】$H9$：二次函数的三种形式；$H3$：二次函数的性质

【专题】535：二次函数图象及其性质

【分析】利用配方法整理即可得解．

【解答】解：$y=x^2-4x+5=x^2-4x+4+1=(x-2)^2+1$，

所以，$y=(x-2)^2+1$．

故答案为：$y=(x-2)^2+1$．

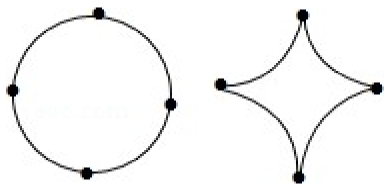
【点评】本题考查了二次函数的解析式有三种形式：

（1）一般式：$y=ax^2+bx+c(a\neq 0$，a、b、c 为常数）；

（2）顶点式：$y=a(x-h)^2+k$；

（3）交点式（与 x 轴）：$y=a(x-x_1)(x-x_2)$．

16．（4 分）把半径为 1 的圆分割成四段相等的弧，再将这四段弧依次相连拼成如图所示的恒星图形，那么这个恒星图形的面积等于__ $4-2\pi$ __．

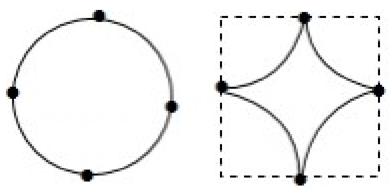


【考点】MO：扇形面积的计算；PC：图形的剪拼

【专题】$55C$：与圆有关的计算；11：计算题

【分析】恒星的面积＝边长为 2 的正方形面积－半径为 1 的圆的面积，依此列式计算即可．

【解答】解：如图：



新的正方形的边长为$1+1=2$，

$\therefore$恒星的面积$=2\times 2-2\pi=4-2\pi$．

故答案为$4-2\pi$．

【点评】本题考查了扇形面积的计算，关键是理解恒星的面积＝边长为 2 的正方形面积－半径为 1 的圆的面积．

17．（4 分）定义：等腰三角形的顶角与其一个底角的度数的比值 k 称为这个等腰三角形的“特征值”．若等腰ΔABC中，$\angle A=80^{\circ}$，则它的特征值$k=$__$\dfrac{8}{5}$或$\dfrac{1}{4}$__．

【考点】KH：等腰三角形的性质

【专题】554：等腰三角形与直角三角形

【分析】可知等腰三角形的两底角相等，则可求得底角的度数．从而可求解

【解答】解：

①当$\angle A$为顶角时，等腰三角形两底角的度数为：$\dfrac{180^{\circ}-80^{\circ}}{2}=50^{\circ}$

$\therefore$特征值$k=\dfrac{80^{\circ}}{50^{\circ}}=\dfrac{8}{5}$

②当$\angle A$为底角时，顶角的度数为：$180^{\circ}-80^{\circ}-80^{\circ}=20^{\circ}$

$\therefore$特征值$k=\dfrac{20^{\circ}}{80^{\circ}}=\dfrac{1}{4}$

综上所述，特征值k为$\dfrac{5}{8}$或$\dfrac{1}{4}$

故答案为$\dfrac{8}{5}$或$\dfrac{1}{4}$

【点评】本题主要考查等腰三角形的性质，熟记等腰三角形的性质是解题的关键，要注意到本题中，已知$\angle A$的底数，要进行判断是底角或顶角，以免造成答案的遗漏．

18．（4 分）已知一列数a，b，$a+b$，$a+2b$，$2a+3b$，$3a+5b$，……，按照这个规律写下去，第 9 个数是__$13a+21b$__．

【考点】37：规律型：数字的变化类

【专题】$2A$：规律型

【分析】由题意得出从第 3 个数开始，每个数均为前两个数的和，从而得出答案．

【解答】解：由题意知第 7 个数是$5a+8b$，第 8 个数是$8a+13b$，第 9 个数是$13a+21b$，

故答案为：$13a+21b$．

【点评】本题主要考查数字的变化规律，解题的关键是得出从第 3 个数开始，每个数均为前两个数的和的规律．

三、解答题（一）：本大题共 5 小题，共 38 分．解答应写出必要的文字说明，证明过程或演算步骤

19．（6 分）计算：$(-2)^{2}-|\sqrt{2}-2|-2\cos45^{\circ}+(3-\pi)^{0}$

【考点】$6E$：零指数幂；$2C$：实数的运算；$T5$：特殊角的三角函数值

【专题】511：实数；11：计算题

【分析】先根据乘方的计算法则、绝对值的性质、零指数幂及特殊角的三角函数值分别计算出各数，再根据实数混合运算的法则进行计算即可．

【解答】解：$(-2)^{2}-|\sqrt{2}-2|-2\cos45^{\circ}+(3-\pi)^{0}$，

$=4-(2-\sqrt{2})-2\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}+1$，

$=4-2+\sqrt{2}-\sqrt{2}+1$，

$=3$．

【点评】本题考查的是实数的运算，熟知零指数幂的计算法则、绝对值的性质及特殊角的三角函数值是解答此题的关键．

20．（6 分）小甘到文具超市去买文具．请你根据如图中的对话信息，求中性笔和笔记本的单价分别是多少元？

【考点】$9A$：二元一次方程组的应用

【专题】521：一次方程（组）及应用

【分析】根据对话分别利用总钱数得出等式求出答案．

【解答】解：设中性笔和笔记本的单价分别是 x 元、y 元，根据题意可得：

$\begin{cases}12y+20x=112\\12x+20y=144\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}x=2\\y=6\end{cases}$，

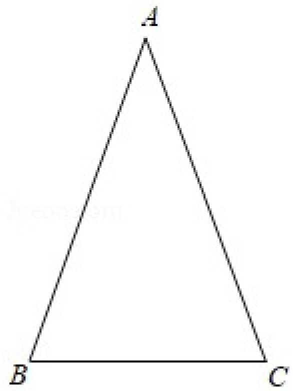
答：中性笔和笔记本的单价分别是 2 元、6 元．

【点评】此题主要考查了二元一次方程组的应用，正确得出等量关系是解题关键．

21．（8 分）已知：在 ΔABC 中，$AB=AC$．

（1）求作：ΔABC 的外接圆．（要求：尺规作图，保留作图痕迹，不写作法）

（2）若 ΔABC 的外接圆的圆心 O 到 BC 边的距离为 4，$BC=6$，则 $S_{\odot O}=$__25π__．



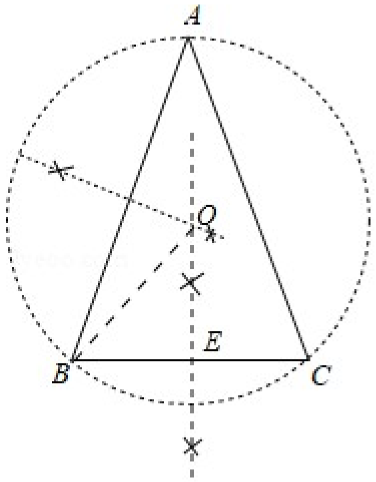
【考点】KH：等腰三角形的性质；MA：三角形的外接圆与外心；$N3$：作图－复杂作图

【专题】13：作图题

【分析】（1）作线段 AB，BC 的垂直平分线，两线交于点 O，以 O 为圆心，OB 为半径作 $\odot O$，$\odot O$ 即为所求．

（2）在 RtΔOBE 中，利用勾股定理求出 OB 即可解决问题．

【解答】解：（1）如图 $\odot O$ 即为所求．



（2）设线段 BC 的垂直平分线交 BC 于点 E .

由题意 $OE=4$， $BE=EC=3$，

在 RtΔOBE 中，$OB=\sqrt{3^2+4^2}=5$，

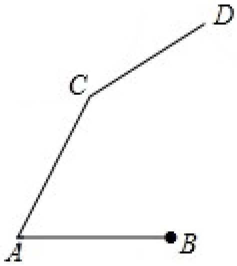
$\therefore S_{圆O}=\pi\cdot 5^2=25\pi$.

故答案为 25π .

【点评】本题考查作图－复杂作图，等腰三角形的性质，三角形的外接圆与外心等知识，解题的关键是熟练掌握基本知识，属于中考常考题型.

22．（8 分）如图①是图②是其侧面示意图（台灯底座高度忽略不计），其中灯臂 $AC=40cm$，灯罩 $CD=30cm$，灯臂与底座构成的 $\angle CAB=60^\circ$. CD 可以绕点 C 上下调节一定的角度．使用发现：当 CD 与水平线所成的角为 30° 时，台灯光线最佳．现测得点 D 到桌面的距离为 $49.6cm$. 请通过计算说明此时台灯光线是否为最佳？（参考数据：$\sqrt{3}$ 取 1.73) .

图①



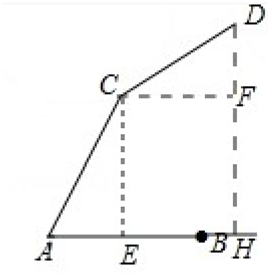
图②

【考点】$T8$：解直角三角形的应用

【专题】55E：解直角三角形及其应用

【分析】如图，作 $CE\perp AB$ 于 E，$DH\perp AB$ 于 H，$CF\perp DH$ 于 F．解直角三角形求出 $\angle DCF$ 即可判断．

【解答】解：如图，作 $CE\perp AB$ 于 E，$DH\perp AB$ 于 H，$CF\perp DH$ 于 F．



图②

$\because \angle CEH=\angle CFH=\angle FHE=90^{\circ}$，

$\therefore$ 四边形 $CEHF$ 是矩形，

$\therefore CE=FH$，

在 Rt△ACE 中，$\because AC=40cm$，$\angle A=60^{\circ}$，

$\therefore CE=AC\cdot\sin 60^{\circ}=34.6(cm)$，

$\therefore FH=CE=34.6(cm)$

$\because DH=49.6cm$，

$\therefore DF=DH-FH=49.6-34.6=15(cm)$，

在 Rt△CDF 中，$\sin\angle DCF=\dfrac{DF}{CD}=\dfrac{15}{30}=\dfrac{1}{2}$，

$\therefore \angle DCF=30^{\circ}$，

$\therefore$ 此时台灯光线为最佳．

【点评】本题考查解直角三角形的应用，解题的关键是学会添加常用辅助线面构造直角三角形解决问题，属于中考常考题型．

23．（10 分）2019 年中国北京世界园艺博览会（以下简称“世园会”）于 4 月 29 日至 10 月 7 日在北京延庆区举行．世园会为满足大家的游览需求，倾情打造了 4 条各具特色的趣玩路线，分别是：A．“解密世园会”、B．“爱我家，爱园艺”、C．“园艺小清新之旅”和 D．“快速车览之旅”．李欣和张帆都计划暑假去世园会，他们各自在这 4 条线路中任意选择一条线路游览，每条线路被选择的可能性相同．

（1）李欣选择线路 C．“园艺小清新之旅”的概率是多少？

（2）用画树状图或列表的方法，求李欣和张帆恰好选择同一线路游览的概率．

【考点】$X6$：列表法与树状图法

【专题】543：概率及其应用

【分析】（1）由概率公式即可得出结果；

（2）画出树状图，共有 16 种等可能的结果，李欣和张帆恰好选择同一线路游览的结果有 4 种，由概率公式即可得出结果.

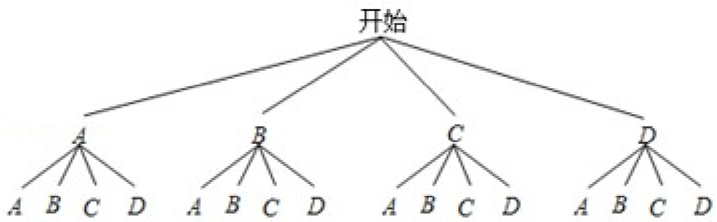
【解答】解：（1）在这四条线路任选一条，每条被选中的可能性相同，

$\therefore$在四条线路中，李欣选择线路 C．“园艺小清新之旅”的概率是 $\frac{1}{4}$；

（2）画树状图分析如下：

共有 16 种等可能的结果，李欣和张帆恰好选择同一线路游览的结果有 4 种，

$\therefore$李欣和张帆恰好选择同一线路游览的概率为 $\frac{4}{16}=\frac{1}{4}$.



【点评】本题考查的是用列表法或画树状图法求概率．列表法或画树状图法可以不重复不遗漏的列出所有可能的结果，列表法适合于两步完成的事件，树状图法适合两步或两步以上完成的事件．用到的知识点为：概率 = 所求情况数与总情况数之比.

四、解答题（二）：本大题共 5 小题，共 50 分．解答应写出必要的文字说明，证明过程或演算步骤.

24．（8 分）为弘扬传统文化，某校开展了“传承经典文化，阅读经典名著”活动．为了解七、八年级学生（七、八年级各有 600 名学生）的阅读效果，该校举行了经典文化知识竞赛．现从两个年级各随机抽取 20 名学生的竞赛成绩（百分制）进行分析，过程如下：

收集数据：

七年级：79，85，73，80，75，76，87，70，75，94，75，79，81，71，75，80，86，59，83，77.

八年级：92，74，87，82，72，81，94，83，77，83，80，81，71，81，72，77，82，80，70，41

.

整理数据：

	$40\leqslant x\leqslant 49$	$50\leqslant x\leqslant 59$	$60\leqslant x\leqslant 69$	$70\leqslant x\leqslant 79$	$80\leqslant x\leqslant 89$	$90\leqslant x\leqslant 100$
七年级	0	1	0	a	7	1
八年级	1	0	0	7	b	2

分析数据：

	平均数	众数	中位数
七年级	78	75	c
八年级	78	d	80.5

应用数据：

（1）由上表填空：$a=$__11__，$b=$____，$c=$____，$d=$____.

（2）估计该校七、八两个年级学生在本次竞赛中成绩在 90 分以上的共有多少人？

（3）你认为哪个年级的学生对经典文化知识掌握的总体水平较好，请说明理由.

【考点】$W1$：算术平均数；$W4$：中位数；$V5$：用样本估计总体；$V7$：频数（率）分布表；$W5$：众数

【专题】542：统计的应用

【分析】（1）根据已知数据及中位数和众数的概念求解可得；

（2）利用样本估计总体思想求解可得；

（3）答案不唯一，合理均可.

【解答】解：（1）由题意知 $a=11$，$b=10$，

将七年级成绩重新排列为：59，70，71，73，75，75，75，75，76，77，79，79，80，80，81，83，85，86，87，94，

$\therefore$ 其中位数 $c=\dfrac{77+79}{2}=78$，

八年级成绩的众数 $d=81$，

故答案为：11，10，78，81；

（2）估计该校七、八两个年级学生在本次竞赛中成绩在 90 分以上的共有 $1200\times\dfrac{1+2}{40}=90$（人）；

（3）八年级的总体水平较好，

∵七、八年级的平均成绩相等，而八年级的中位数大于七年级的中位数，

∴八年级得分高的人数相对较多，

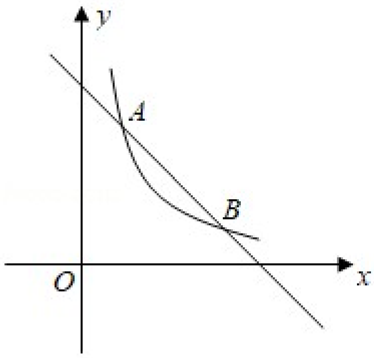
∴八年级的学生对经典文化知识掌握的总体水平较好（答案不唯一，合理即可）．

【点评】本题考查了众数、中位数以及平均数，掌握众数、中位数以及平均数的定义是解题的关键．

25．（10 分）如图，已知反比例函数 $y=\frac{k}{x}(k\neq 0)$ 的图象与一次函数 $y=-x+b$ 的图象在第一象限交于 $A(1,3)$ ，$B(3,1)$ 两点

（1）求反比例函数和一次函数的表达式；

（2）已知点 $P(a，0)(a>0)$ ，过点 P 作平行于 y 轴的直线，在第一象限内交一次函数 $y=-x+b$ 的图象于点 M ，交反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 上的图象于点 N ．若 $PM>PN$ ，结合函数图象直接写出 a 的取值范围．



【考点】$G8$：反比例函数与一次函数的交点问题

【专题】534：反比例函数及其应用；533：一次函数及其应用

【分析】（1）利用待定系数法即可求得；

（2）根据图象可解．

【解答】解：（1）∵反比例函数 $y=\frac{k}{x}(k\neq 0)$ 的图象与一次函数 $y=-x+b$ 的图象在第一象限交于 $A(1,3)$ ，$B(3,1)$ 两点，

$\therefore 3=\frac{k}{1}$ ，$3=-1+b$ ，

$\therefore k=3$ ，$b=4$ ，

$\therefore$反比例函数和一次函数的表达式分别为$y=\dfrac{3}{x}$，$y=-x+4$；

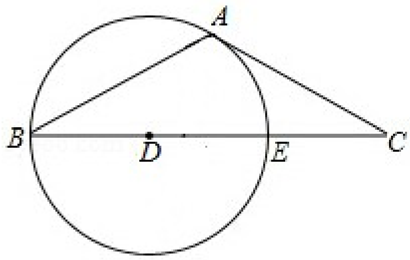
（2）由图象可得：当$1<a<3$时，$PM>PN$．

【点评】本题考查了一次函数与反比例函数的交点问题，待定系数法求解析式，利用函数图象性质解决问题是本题的关键．

26．（10 分）如图，在ΔABC中，$AB=AC$，$\angle BAC=120^{\circ}$，点D在BC边上，⊙D经过点A和点B且与BC边相交于点E．

（1）求证：AC是⊙D的切线；

（2）若$CE=2\sqrt{3}$，求⊙D的半径．



【考点】KH：等腰三角形的性质；ME：切线的判定与性质

【专题】$55A$：与圆有关的位置关系

【分析】（1）连接AD，根据等腰三角形的性质得到$\angle B=\angle C=30^{\circ}$，$\angle BAD=\angle B=30^{\circ}$，求得$\angle ADC=60^{\circ}$，根据三角形的内角和得到$\angle DAC=180^{\circ}-60^{\circ}-30^{\circ}=90^{\circ}$，于是得到$AC$是⊙$D$的切线；

（2）连接AE，推出ΔADE是等边三角形，得到$AE=DE$，$\angle AED=60^{\circ}$，求得$\angle EAC=\angle AED-\angle C=30^{\circ}$，得到$AE=CE=2\sqrt{3}$，于是得到结论．

【解答】（1）证明：连接AD，

$\because AB=AC$，$\angle BAC=120^{\circ}$，

$\therefore \angle B=\angle C=30^{\circ}$，

$\because AD=BD$，

$\therefore \angle BAD=\angle B=30^{\circ}$，

$\therefore \angle ADC=60^{\circ}$，

$\therefore \angle DAC=180^{\circ}-60^{\circ}-30^{\circ}=90^{\circ}$，

$\therefore AC$是⊙D的切线；

（2）解：连接 AE，

$\because AD = DE$，$\angle ADE = 60°$，

$\therefore \Delta ADE$ 是等边三角形，

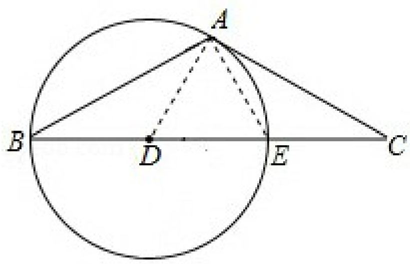
$\therefore AE = DE$，$\angle AED = 60°$，

$\therefore \angle EAC = \angle AED - \angle C = 30°$，

$\therefore \angle EAC = \angle C$，

$\therefore AE = CE = 2\sqrt{3}$，

$\therefore$ □ D 的半径 $AD = 2\sqrt{3}$．



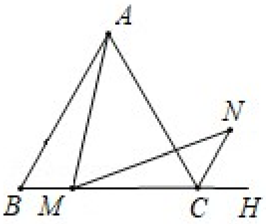
【点评】本题考查了切线的判定和性质，等腰三角形的性质，等边三角形的判定和性质，正确的作出辅助线是解题的关键．

27．（10分）阅读下面的例题及点拨，并解决问题：

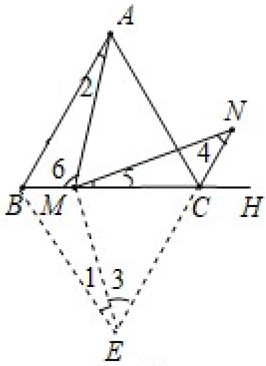
例题：如图①，在等边 ΔABC 中，M 是 BC 边上一点（不含端点 B，C），N 是 ΔABC 的外角 $\angle ACH$ 的平分线上一点，且 $AM = MN$．求证：$\angle AMN = 60°$．

点拨：如图②，作 $\angle CBE = 60°$，BE 与 NC 的延长线相交于点 E，得等边 ΔBEC，连接 EM．易证：$\Delta ABM \cong \Delta EBM(SAS)$，可得 $AM = EM$，$\angle 1 = \angle 2$；又 $AM = MN$，则 $EM = MN$，可得 $\angle 3 = \angle 4$；由 $\angle 3 + \angle 1 = \angle 4 + \angle 5 = 60°$，进一步可得 $\angle 1 = \angle 2 = \angle 5$，又因为 $\angle 2 + \angle 6 = 120°$，所以 $\angle 5 + \angle 6 = 120°$，即：$\angle AMN = 60°$．

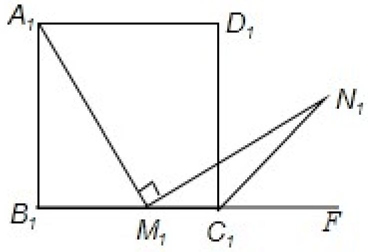
问题：如图③，在正方形 $A_1B_1C_1D_1$ 中，M_1 是 B_1C_1 边上一点（不含端点 B_1，C_1），N_1 是正方形 $A_1B_1C_1D_1$ 的外角 $\angle D_1C_1H_1$ 的平分线上一点，且 $A_1M_1 = M_1N_1$．求证：$\angle A_1M_1N_1 = 90°$．



①



②



③

【考点】LO：四边形综合题

【专题】554：等腰三角形与直角三角形；553：图形的全等；556：矩形 菱形 正方形；152：几何综合题

【分析】延长 A_1B_1 至 E，使 $EB_1 = A_1B_1$，连接 EM_1C、EC_1，则 $EB_1 = B_1C_1$，$\angle EB_1M_1$ 中 $= 90° = \angle A_1B_1M_1$，得出△ EB_1C_1 是等腰直角三角形，由等腰直角三角形的性质得出 $\angle B_1EC_1 = \angle B_1C_1E = 45°$，证出 $\angle B_1C_1E + \angle M_1C_1N_1 = 180°$，得出 E、C_1、N_1，三点共线，由 SAS 证明△ $A_1B_1M_1 \cong$ △ EB_1M_1 得出 $A_1M_1 = EM_1$，$\angle 1 = \angle 2$，得出 $EM_1 = M_1N_1$，由等腰三角形的性质得出 $\angle 3 = \angle 4$，证出 $\angle 1 = \angle 2 = \angle 5$，得出 $\angle 5 + \angle 6 = 90°$，即可得出结论.

【解答】解：延长 A_1B_1 至 E，使 $EB_1 = A_1B_1$，连接 EM_1C、EC_1，如图所示：

则 $EB_1 = B_1C_1$，$\angle EB_1M_1$ 中 $= 90° = \angle A_1B_1M_1$，

$\therefore$ △ EB_1C_1 是等腰直角三角形，

$\therefore \angle B_1EC_1 = \angle B_1C_1E = 45°$，

$\because N_1$ 是正方形 $A_1B_1C_1D_1$ 的外角 $\angle D_1C_1H_1$ 的平分线上一点，

$\therefore \angle M_1C_1N_1 = 90° + 45° = 135°$，

$\therefore \angle B_1C_1E + \angle M_1C_1N_1 = 180^\circ$，

$\therefore E$、C_1、N_1，三点共线，

在$\triangle A_1B_1M_1$和$\triangle EB_1M_1$中，$\begin{cases} A_1B_1 = EB_1 \\ \angle A_1B_1M_1 = \angle EB_1M_1 \\ B_1M_1 = B_1M_1 \end{cases}$，

$\therefore \triangle A_1B_1M_1 \cong \triangle EB_1M_1(SAS)$，

$\therefore A_1M_1 = EM_1$，$\angle 1 = \angle 2$，

$\because A_1M_1 = M_1N_1$，

$\therefore EM_1 = M_1N_1$，

$\therefore \angle 3 = \angle 4$，

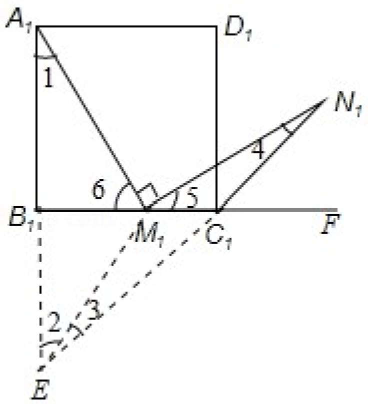
$\because \angle 2 + \angle 3 = 45^\circ$，$\angle 4 + \angle 5 = 45^\circ$，

$\therefore \angle 1 = \angle 2 = \angle 5$，

$\because \angle 1 + \angle 6 = 90^\circ$，

$\therefore \angle 5 + \angle 6 = 90^\circ$，

$\therefore \angle A_1M_1N_1 = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$．



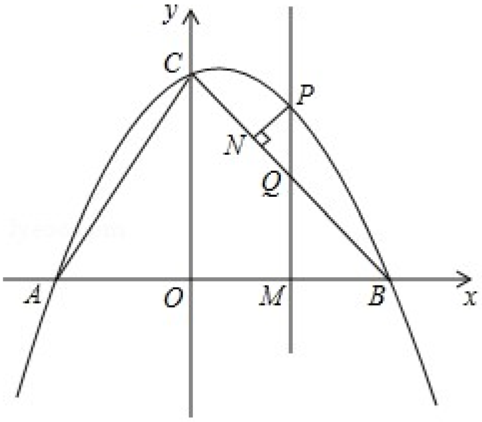
【点评】此题是四边形综合题目，考查了正方形的性质、全等三角形的判定与性质、等腰直角三角形的判定与性质、等腰三角形的判定与性质、三角形的外角性质等知识；本题综合性强，熟练掌握正方形的性质，通过作辅助线构造三角形全等是解本题的关键．

28．（12分）如图，抛物线 $y=ax^2+bx+4$ 交 x 轴于 $A(-3,0)$ ， $B(4,0)$ 两点，与 y 轴交于点 C ，连接 AC ， BC ．点 P 是第一象限内抛物线上的一个动点，点 P 的横坐标为 m ．

（1）求此抛物线的表达式；

（2）过点 P 作 $PM\perp x$ 轴，垂足为点 M ， PM 交 BC 于点 Q ．试探究点 P 在运动过程中，是否存在这样的点 Q ，使得以 A ， C ， Q 为顶点的三角形是等腰三角形．若存在，请求出此时点 Q 的坐标，若不存在，请说明理由；

（3）过点 P 作 $PN\perp BC$ ，垂足为点 N ．请用含 m 的代数式表示线段 PN 的长，并求出当 m 为何值时 PN 有最大值，最大值是多少？



【考点】 HF ：二次函数综合题

【专题】32：分类讨论；16：压轴题；31：数形结合

【分析】（1）由二次函数交点式表达式，即可求解；

（2）分 $AC=AQ$ 、 $AC=CQ$ 、 $CQ=AQ$ 三种情况，分别求解即可；

（3）由 $PN=PQ\sin\angle PQN=\dfrac{\sqrt{2}}{2}(-\dfrac{1}{3}m^2+\dfrac{1}{3}m+4+m-4)$ 即可求解．

【解答】解：（1）由二次函数交点式表达式得： $y=a(x+3)(x-4)=a(x^2-x-12)$ ，

即： $-12a=4$ ，解得： $a=-\dfrac{1}{3}$ ，

则抛物线的表达式为 $y=-\dfrac{1}{3}x^2+\dfrac{1}{3}x+4$ ；

（2）存在，理由：

点 A 、 B 、 C 的坐标分别为 $(-3,0)$ 、 $(4,0)$ 、 $(0,4)$ ，

则 $AC=5$， $AB=7$， $BC=4\sqrt{2}$， $\angle OAB=\angle OBA=45^{\circ}$，

将点 B 、 C 的坐标代入一次函数表达式： $y=kx+b$ 并解得： $y=-x+4\ldots$①，

同理可得直线 AC 的表达式为： $y=\frac{4}{3}x+4$，

设直线 AC 的中点为 $M(-\frac{3}{2}$， $4)$，过点 M 与 CA 垂直直线的表达式中的 k 值为 $-\frac{3}{4}$，

同理可得过点 M 与直线 AC 垂直直线的表达式为： $y=-\frac{3}{4}x+\frac{7}{8}\ldots$②，

① 当 $AC=AQ$ 时，如图 1，

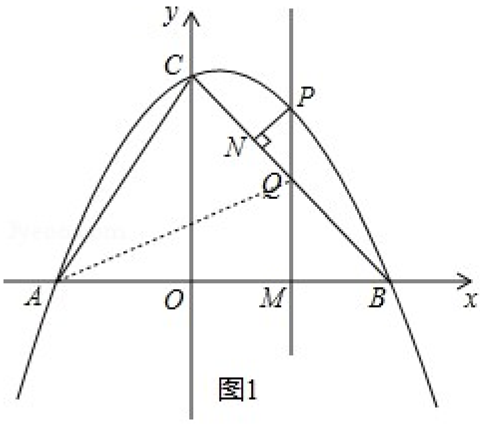


图1

则 $AC=AQ=5$，

设： $QM=MB=n$， 则 $AM=7-n$，

由勾股定理得： $(7-n)^{2}+n^{2}=25$， 解得： $n=3$ 或 4（舍去 4），

故点 $Q(1,3)$；

② 当 $AC=CQ$ 时，如图 1，

$CQ=5$， 则 $BQ=BC-CQ=4\sqrt{2}-5$，

则 $QM=MB=\frac{8-5\sqrt{2}}{2}$，

故点 $Q(\frac{5\sqrt{2}}{2}$， $\frac{8-5\sqrt{2}}{2})$；

③ 当 $CQ=AQ$ 时，

联立①②并解得： $x=\frac{25}{2}$ （舍去）；

故点Q的坐标为：$Q(1,3)$或$(\frac{5\sqrt{2}}{2}$，$\frac{8-5\sqrt{2}}{2})$；

（3）设点$P(m,-\frac{1}{3}m^2+\frac{1}{3}m+4)$，则点$Q(m,-m+4)$，

$\because OB=OC$，$\therefore \angle ABC=\angle OCB=45^{\circ}=\angle PQN$，

$PN=PQ\sin\angle PQN=\frac{\sqrt{2}}{2}(-\frac{1}{3}m^2+\frac{1}{3}m+4+m-4)=-\frac{\sqrt{2}}{6}m^2+\frac{7\sqrt{2}}{6}m$，

$\because -\frac{\sqrt{2}}{6}<0$，$\therefore PN$有最大值，

当$m=\frac{7}{2}$时，PN的最大值为：$\frac{49\sqrt{2}}{24}$．

【点评】主要考查了二次函数的解析式的求法和与几何图形结合的综合能力的培养．要会利用数形结合的思想把代数和几何图形结合起来，利用点的坐标的意义表示线段的长度，从而求出线段之间的关系．

考点卡片

1．数轴

（1）数轴的概念：规定了原点、正方向、单位长度的直线叫做数轴．

数轴的三要素：原点，单位长度，正方向．

（2）数轴上的点：所有的有理数都可以用数轴上的点表示，但数轴上的点不都表示有理数．

（一般取右方向为正方向，数轴上的点对应任意实数，包括无理数．）

（3）用数轴比较大小：一般来说，当数轴方向朝右时，右边的数总比左边的数大．

2．科学记数法—表示较小的数

用科学记数法表示较小的数，一般形式为 $a\times10^{-n}$，其中 $1\leqslant|a|<10$，n 为由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定．

【规律方法】用科学记数法表示有理数 x 的规律

<table>
<tr><td>x 的取值范围</td><td>表示方法</td><td>a 的取值</td><td>n 的取值</td></tr>
<tr><td>$|x|\geqslant10$</td><td>$a\times10^{n}$</td><td rowspan="2">$1\leqslant|a|<10$</td><td>整数的位数﹣1</td></tr>
<tr><td>$|x|<1$</td><td>$a\times10^{-n}$</td><td>第一位非零数字前所有 0 的个数（含小数点前的 0）</td></tr>
</table>

3．估算无理数的大小

估算无理数大小要用逼近法．

思维方法：用有理数逼近无理数，求无理数的近似值．

4．实数的运算

（1）实数的运算和在有理数范围内一样，值得一提的是，实数既可以进行加、减、乘、除、乘方运算，又可以进行开方运算，其中正实数可以开平方．

（2）在进行实数运算时，和有理数运算一样，要从高级到低级，即先算乘方、开方，再算乘除，最后算加减，有括号的要先算括号里面的，同级运算要按照从左到有的顺序进行．

另外，有理数的运算律在实数范围内仍然适用．

【规律方法】实数运算的“三个关键”

1．运算法则：乘方和开方运算、幂的运算、指数（特别是负整数指数，0 指数）运算、根式运算、特殊三角函数值的计算以及绝对值的化简等．

2．运算顺序：先乘方，再乘除，后加减，有括号的先算括号里面的，在同一级运算中要从

左到右依次运算，无论何种运算，都要注意先定符号后运算．

3．运算律的使用：使用运算律可以简化运算，提高运算速度和准确度．

5．规律型：数字的变化类

探究题是近几年中考命题的亮点，尤其是与数列有关的命题更是层出不穷，形式多样，它要求在已有知识的基础上去探究，观察思考发现规律．

（1）探寻数列规律：认真观察、仔细思考，善用联想是解决这类问题的方法．

（2）利用方程解决问题．当问题中有多个未知数时，可先设出其中一个为x，再利用它们之间的关系，设出其他未知数，然后列方程．

6．提公因式法与公式法的综合运用

提公因式法与公式法的综合运用．

7．分式的加减法

（1）同分母分式加减法法则：同分母的分式相加减，分母不变，把分子相加减．

（2）异分母分式加减法法则：把分母不相同的几个分式化成分母相同的分式，叫做通分，经过通分，异分母分式的加减就转化为同分母分式的加减．

说明：

①分式的通分必须注意整个分子和整个分母，分母是多项式时，必须先分解因式，分子是多项式时，要把分母所乘的相同式子与这个多项式相乘，而不能只同其中某一项相乘．

②通分是和约分是相反的一种变换．约分是把分子和分母的所有公因式约去，将分式化为较简单的形式；通分是分别把每一个分式的分子分母同乘以相同的因式，使几个较简单的分式变成分母相同的较复杂的形式．约分是对一个分式而言的；通分则是对两个或两个以上的分式来说的．

8．零指数幂

零指数幂：$a^0=1$（$a\neq0$）

由$a^m\div a^m=1$，$a^m\div a^m=a^{m-m}=a^0$可推出$a^0=1$（$a\neq0$）

注意：$0^0\neq1$．

9．二元一次方程组的应用

（一）、列二元一次方程组解决实际问题的一般步骤：

（1）审题：找出问题中的已知条件和未知量及它们之间的关系．

（2）设元：找出题中的两个关键的未知量，并用字母表示出来．

（3）列方程组：挖掘题目中的关系，找出两个等量关系，列出方程组．

（4）求解．

（5）检验作答：检验所求解是否符合实际意义，并作答．

（二）、设元的方法：直接设元与间接设元．

当问题较复杂时，有时设与要求的未知量相关的另一些量为未知数，即为间接设元．无论怎样设元，设几个未知数，就要列几个方程．

10．根的判别式

利用一元二次方程根的判别式（$\triangle=b^2-4ac$）判断方程的根的情况．

一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$（$a\neq0$）的根与 $\triangle=b^2-4ac$ 有如下关系：

①当 $\triangle>0$ 时，方程有两个不相等的两个实数根；

②当 $\triangle=0$ 时，方程有两个相等的两个实数根；

③当 $\triangle<0$ 时，方程无实数根．

上面的结论反过来也成立．

11．解一元一次不等式

根据不等式的性质解一元一次不等式

基本操作方法与解一元一次方程基本相同，都有如下步骤：①去分母；②去括号；③移项；④合并同类项；⑤化系数为 1．

以上步骤中，只有①去分母和⑤化系数为 1 可能用到性质 3，即可能变不等号方向，其他都不会改变不等号方向．

注意：符号“≥”和“≤”分别比“＞”和“＜”各多了一层相等的含义，它们是不等号与等号合写形式．

12．坐标确定位置

平面内特殊位置的点的坐标特征

（1）各象限内点 P（a，b）的坐标特征：

①第一象限：$a>0$，$b>0$；②第二象限：$a<0$，$b>0$；③第三象限：$a<0$，$b<0$；④第四象限：$a>0$，$b<0$．

（2）坐标轴上点 P（a，b）的坐标特征：

①x 轴上：a 为任意实数，$b=0$；②y 轴上：b 为任意实数，$a=0$；③坐标原点：$a=0$，$b=0$．

（3）两坐标轴夹角平分线上点 P（a，b）的坐标特征：

①一、三象限：$a=b$；②二、四象限：$a=-b$．

13．动点问题的函数图象

函数图象是典型的数形结合，图象应用信息广泛，通过看图获取信息，不仅可以解决生活

中的实际问题，还可以提高分析问题、解决问题的能力.

用图象解决问题时，要理清图象的含义即会识图.

14．反比例函数与一次函数的交点问题

反比例函数与一次函数的交点问题

（1）求反比例函数与一次函数的交点坐标，把两个函数关系式联立成方程组求解，若方程组有解则两者有交点，方程组无解，则两者无交点.

（2）判断正比例函数$y=k_1x$和反比例函数y在同一直角坐标系中的交点个数可总结为：

①当k_1与k_2同号时，正比例函数$y=k_1x$和反比例函数y在同一直角坐标系中有2个交点；

②当k_1与k_2异号时，正比例函数$y=k_1x$和反比例函数y在同一直角坐标系中有0个交点.

15．二次函数的性质

二次函数$y=ax^2+bx+c$（$a\neq0$）的顶点坐标是（，），对称轴直线x，二次函数$y=ax^2+bx+c$（$a\neq0$）的图象具有如下性质：

①当$a>0$时，抛物线$y=ax^2+bx+c$（$a\neq0$）的开口向上，x时，y随x的增大而减小；x时，y随x的增大而增大；x时，y取得最小值，即顶点是抛物线的最低点.

②当$a<0$时，抛物线$y=ax^2+bx+c$（$a\neq0$）的开口向下，x时，y随x的增大而增大；x时，y随x的增大而减小；x时，y取得最大值，即顶点是抛物线的最高点.

③抛物线$y=ax^2+bx+c$（$a\neq0$）的图象可由抛物线$y=ax^2$的图象向右或向左平移||个单位，再向上或向下平移||个单位得到的.

16．二次函数的三种形式

二次函数的解析式有三种常见形式：

①一般式：$y=ax^2+bx+c$（a，b，c是常数，$a\neq0$），该形式的优势是能直接根据解析式知道抛物线与y轴的交点坐标是（0，c）；

②顶点式：$y=a(x-h)^2+k$（a，h，k是常数，$a\neq0$），其中（h，k）为顶点坐标，该形式的优势是能直接根据解析式得到抛物线的顶点坐标为（h，k）；

③交点式：$y=a(x-x_1)(x-x_2)$（a，b，c是常数，$a\neq0$），该形式的优势是能直接根据解析式得到抛物线与x轴的两个交点坐标（x_1，0），（x_2，0）.

17．二次函数综合题

（1）二次函数图象与其他函数图象相结合问题

解决此类问题时，先根据给定的函数或函数图象判断出系数的符号，然后判断新的函数关系式中系数的符号，再根据系数与图象的位置关系判断出图象特征，则符合所有特征的图

象即为正确选项．

（2）二次函数与方程、几何知识的综合应用

将函数知识与方程、几何知识有机地结合在一起．这类试题一般难度较大．解这类问题关键是善于将函数问题转化为方程问题，善于利用几何图形的有关性质、定理和二次函数的知识，并注意挖掘题目中的一些隐含条件．

（3）二次函数在实际生活中的应用题

从实际问题中分析变量之间的关系，建立二次函数模型．关键在于观察、分析、创建，建立直角坐标系下的二次函数图象，然后数形结合解决问题，需要我们注意的是自变量及函数的取值范围要使实际问题有意义．

18．认识立体图形

（1）几何图形：从实物中抽象出的各种图形叫几何图形．几何图形分为立体图形和平面图形．

（2）立体图形：有些几何图形（如长方体、正方体、圆柱、圆锥、球等）的各部分不都在同一个平面内，这就是立体图形．

（3）重点和难点突破：

结合实物，认识常见的立体图形，如：长方体、正方体、圆柱、圆锥、球、棱柱、棱锥等．能区分立体图形与平面图形，立体图形占有一定空间，各部分不都在同一平面内．

19．等腰三角形的性质

（1）等腰三角形的概念

有两条边相等的三角形叫做等腰三角形．

（2）等腰三角形的性质

①等腰三角形的两腰相等

②等腰三角形的两个底角相等．【简称：等边对等角】

③等腰三角形的顶角平分线、底边上的中线、底边上的高相互重合．【三线合一】

（3）在①等腰；②底边上的高；③底边上的中线；④顶角平分线．以上四个元素中，从中任意取出两个元素当成条件，就可以得到另外两个元素为结论．

20．多边形内角与外角

（1）多边形内角和定理：$(n-2)\cdot 180$（$n\geqslant 3$）且 n 为整数）

此公式推导的基本方法是从 n 边形的一个顶点出发引出（$n-3$）条对角线，将 n 边形分割为（$n-2$）个三角形，这（$n-2$）个三角形的所有内角之和正好是 n 边形的内角和．除此

方法之和还有其他几种方法，但这些方法的基本思想是一样的．即将多边形转化为三角形这也是研究多边形问题常用的方法．

（2）多边形的外角和等于 360 度．

①多边形的外角和指每个顶点处取一个外角，则 n 边形取 n 个外角，无论边数是几，其外角和永远为 360°．

②借助内角和和邻补角概念共同推出以下结论：外角和＝$180°n-(n-2)\cdot180°=360°$．

21．四边形综合题

四边形综合题．

22．圆周角定理

（1）圆周角的定义：顶点在圆上，并且两边都与圆相交的角叫做圆周角．

注意：圆周角必须满足两个条件：①顶点在圆上．②角的两条边都与圆相交，二者缺一不可．

（2）圆周角定理：在同圆或等圆中，同弧或等弧所对的圆周角相等，都等于这条弧所对的圆心角的一半．

推论：半圆（或直径）所对的圆周角是直角，90°的圆周角所对的弦是直径．

（3）在解圆的有关问题时，常常需要添加辅助线，构成直径所对的圆周角，这种基本技能技巧一定要掌握．

（4）注意：①圆周角和圆心角的转化可通过作圆的半径构造等腰三角形．利用等腰三角形的顶点和底角的关系进行转化．②圆周角和圆周角的转化可利用其“桥梁”－－－圆心角转化．③定理成立的条件是“同一条弧所对的”两种角，在运用定理时不要忽略了这个条件，把不同弧所对的圆周角与圆心角错当成同一条弧所对的圆周角和圆心角．

23．三角形的外接圆与外心

（1）外接圆：经过三角形的三个顶点的圆，叫做三角形的外接圆．

（2）外心：三角形外接圆的圆心是三角形三条边垂直平分线的交点，叫做三角形的外心．

（3）概念说明：

①“接”是说明三角形的顶点在圆上，或者经过三角形的三个顶点．

②锐角三角形的外心在三角形的内部；直角三角形的外心为直角三角形斜边的中点；钝角三角形的外心在三角形的外部．

③找一个三角形的外心，就是找一个三角形的三条边的垂直平分线的交点，三角形的外接圆只有一个，而一个圆的内接三角形却有无数个．

24．切线的判定与性质

（1）切线的性质

①圆的切线垂直于经过切点的半径．

②经过圆心且垂直于切线的直线必经过切点．

③经过切点且垂直于切线的直线必经过圆心．

（2）切线的判定定理：经过半径的外端且垂直于这条半径的直线是圆的切线．

（3）常见的辅助线的：

①判定切线时“连圆心和直线与圆的公共点”或“过圆心作这条直线的垂线”；

②有切线时，常常“遇到切点连圆心得半径”．

25．扇形面积的计算

（1）圆面积公式：$S=\pi r^2$

（2）扇形：由组成圆心角的两条半径和圆心角所对的弧所围成的图形叫做扇形．

（3）扇形面积计算公式：设圆心角是 $n°$，圆的半径为 R 的扇形面积为 S，则

$S_{扇形}\pi R^2$ 或 $S_{扇形}lR$（其中 l 为扇形的弧长）

（4）求阴影面积常用的方法：

①直接用公式法；

②和差法；

③割补法．

（5）求阴影面积的主要思路是将不规则图形面积转化为规则图形的面积．

26．作图—复杂作图

复杂作图是在五种基本作图的基础上进行作图，一般是结合了几何图形的性质和基本作图方法．

解决此类题目的关键是熟悉基本几何图形的性质，结合几何图形的基本性质把复杂作图拆解成基本作图，逐步操作．

27．图形的剪拼

图形的剪拼．

28．几何变换的类型

（1）平移变换：在平移变换下，对应线段平行且相等．两对应点连线段与给定的有向线段平行（共线）且相等．____（2）轴对称变换：在轴对称变换下，对应线段相等，对应直线（段）或者平行，或者交于对称轴，且这两条直线的夹角被对称轴平分．________（3）旋转变换：在旋转变换下，对应线段相等，对应直线的夹角等于旋转角．____（4）位似变换：

在位似变换下，一对位似对应点与位似中心共线；一条线上的点变到一条线上，且保持顺序，即共线点变为共线点，共点线变为共点线；对应线段的比等于位似比的绝对值，对应图形面积的比等于位似比的平方；不经过位似中心的对应线段平行，即一直线变为与它平行的直线；任何两条直线的平行、相交位置关系保持不变；圆变为圆，且两圆心为对应点两对应圆相切时切点为位似中心．

29．特殊角的三角函数值

（1）特指30°、45°、60°角的各种三角函数值．

sin30°； cos30°；tan30°；

sin45°；cos45°；tan45°＝1；

sin60°；cos60°； tan60°；

（2）应用中要熟记特殊角的三角函数值，一是按值的变化规律去记，正弦逐渐增大，余弦逐渐减小，正切逐渐增大；二是按特殊直角三角形中各边特殊值规律去记．

（3）特殊角的三角函数值应用广泛，一是它可以当作数进行运算，二是具有三角函数的特点，在解直角三角形中应用较多．

30．解直角三角形的应用

（1）通过解直角三角形能解决实际问题中的很多有关测量问．

如：测不易直接测量的物体的高度、测河宽等，关键在于构造出直角三角形，通过测量角的度数和测量边的长度，计算出所要求的物体的高度或长度．

（2）解直角三角形的一般过程是：

①将实际问题抽象为数学问题（画出平面图形，构造出直角三角形转化为解直角三角形问题）．

②根据题目已知特点选用适当锐角三角函数或边角关系去解直角三角形，得到数学问题的答案，再转化得到实际问题的答案．

31．用样本估计总体

用样本估计总体是统计的基本思想．

1、用样本的频率分布估计总体分布：

从一个总体得到一个包含大量数据的样本，我们很难从一个个数字中直接看出样本所包含的信息．这时，我们用频率分布直方图来表示相应样本的频率分布，从而去估计总体的分布情况．

2、用样本的数字特征估计总体的数字特征（主要数据有众数、中位数、平均数、标准差与方

差）.

一般来说，用样本去估计总体时，样本越具有代表性、容量越大，这时对总体的估计也就越精确.

32．频数（率）分布表

1、在统计数据时，经常把数据按照不同的范围分成几个组，分成的组的个数称为组数，每一组两个端点的差称为组距，称这样画出的统计图表为频数分布表.

2、列频率分布表的步骤：

（1）计算极差，即计算最大值与最小值的差.

（2）决定组距与组数（组数与样本容量有关，一般来说样本容量越大，分组就越多，样本容量不超过 100 时，按数据的多少，常分成 5～12 组）.

（3）将数据分组.

（4）列频率分布表.

33．算术平均数

（1）平均数是指在一组数据中所有数据之和再除以数据的个数．它是反映数据集中趋势的一项指标.

（2）算术平均数：对于 n 个数 x_1，x_2，…，x_n，则 $\bar{x}=1n$（$x_1+x_2+\cdots+x_n$）就叫做这 n 个数的算术平均数.

（3）算术平均数是加权平均数的一种特殊情况，加权平均数包含算术平均数，当加权平均数中的权相等时，就是算术平均数.

34．中位数

（1）中位数：

将一组数据按照从小到大（或从大到小）的顺序排列，如果数据的个数是奇数，则处于中间位置的数就是这组数据的中位数.

如果这组数据的个数是偶数，则中间两个数据的平均数就是这组数据的中位数.

（2）中位数代表了这组数据值大小的“中点”，不易受极端值影响，但不能充分利用所有数据的信息.

（3）中位数仅与数据的排列位置有关，某些数据的移动对中位数没有影响，中位数可能出现在所给数据中也可能不在所给的数据中出现，当一组数据中的个别数据变动较大时，可用中位数描述其趋势.

35．众数

（1）一组数据中出现次数最多的数据叫做众数．

（2）求一组数据的众数的方法：找出频数最多的那个数据，若几个数据频数都是最多且相同，此时众数就是这多个数据．

（3）众数不易受数据中极端值的影响．众数也是数据的一种代表数，反映了一组数据的集中程度，众数可作为描述一组数据集中趋势的量．．

36．列表法与树状图法

（1）当试验中存在两个元素且出现的所有可能的结果较多时，我们常用列表的方式，列出所有可能的结果，再求出概率．

（2）列表的目的在于不重不漏地列举出所有可能的结果求出 n，再从中选出符合事件 A 或 B 的结果数目 m，求出概率．

（3）列举法（树形图法）求概率的关键在于列举出所有可能的结果，列表法是一种，但当一个事件涉及三个或更多元素时，为不重不漏地列出所有可能的结果，通常采用树形图．

（4）树形图列举法一般是选择一个元素再和其他元素分别组合，依次列出，象树的枝丫形式，最末端的枝丫个数就是总的可能的结果 n．

（5）当有两个元素时，可用树形图列举，也可以列表列举．

37．利用频率估计概率

（1）大量重复实验时，事件发生的频率在某个固定位置左右摆动，并且摆动的幅度越来越小，根据这个频率稳定性定理，可以用频率的集中趋势来估计概率，这个固定的近似值就是这个事件的概率．

（2）用频率估计概率得到的是近似值，随实验次数的增多，值越来越精确．

（3）当实验的所有可能结果不是有限个或结果个数很多，或各种可能结果发生的可能性不相等时，一般通过统计频率来估计概率．