

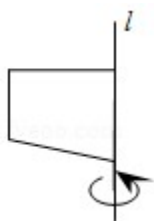
2019 年广西南宁市中考数学试卷

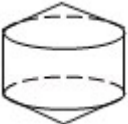
一、选择题 (本大题共 12 小题, 每小题 3 分, 共 36 分, 在每小题给出的四个选项中只有一项是符合要求的)

1. (3 分) (2019•广西) 如果温度上升 2°C 记作 $+2^{\circ}\text{C}$, 那么温度下降 3°C 记作 ()

- A. $+2^{\circ}\text{C}$ B. -2°C C. $+3^{\circ}\text{C}$ D. -3°C

2. (3 分) (2019•广西) 如图, 将下面的平面图形绕直线 l 旋转一周, 得到的立体图形是 ()



- A.  B.  C.  D. 

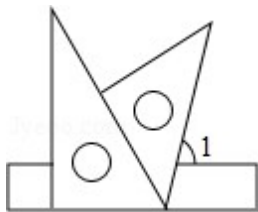
3. (3 分) (2019•广西) 下列事件为必然事件的是 ()

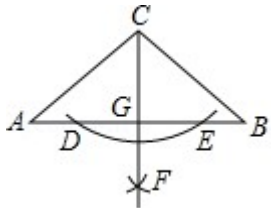
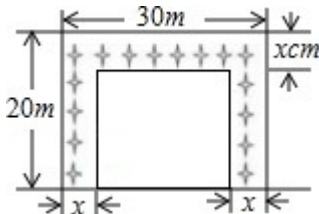
- A. 打开电视机, 正在播放新闻
B. 任意画一个三角形, 其内角和是 180°
C. 买一张电影票, 座位号是奇数号
D. 掷一枚质地均匀的硬币, 正面朝上

4. (3 分) (2019•广西) 2019 年 6 月 6 日, 南宁市地铁 3 号线举行通车仪式, 预计地铁 3 号线开通后日均客流量为 700000 人次, 其中数据 700000 用科学记数法表示为 ()

- A. 70×10^4 B. 7×10^5 C. 7×10^6 D. 0.7×10^6

5. (3 分) (2019•广西) 将一副三角板按如图所示的位置摆放在直尺上, 则 $\angle 1$ 的度数为 ()

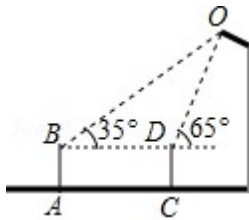


- A. 60° B. 65° C. 75° D. 85°
6. (3分) (2019•广西) 下列运算正确的是()
- A. $(ab^3)^2 = a^2b^6$ B. $2a + 3b = 5ab$ C. $5a^2 - 3a^2 = 2$ D. $(a+1)^2 = a^2 + 1$
7. (3分) (2019•广西) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AC = BC$, $\angle A = 40^\circ$, 观察图中尺规作图的痕迹, 可知 $\angle BCG$ 的度数为()
- 
- A. 40° B. 45° C. 50° D. 60°
8. (3分) (2019•广西) “学雷锋”活动月中, “飞翼”班将组织学生开展志愿者服务活动, 小晴和小霞从“图书馆, 博物馆, 科技馆”三个场馆中随机选择一个参加活动, 两人恰好选择同一场馆的概率是()
- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{1}{9}$ D. $\frac{2}{9}$
9. (3分) (2019•广西) 若点 $(-1, y_1)$, $(2, y_2)$, $(3, y_3)$ 在反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k < 0)$ 的图象上, 则 y_1 , y_2 , y_3 的大小关系是()
- A. $y_1 > y_2 > y_3$ B. $y_3 > y_2 > y_1$ C. $y_1 > y_3 > y_2$ D. $y_2 > y_3 > y_1$
10. (3分) (2019•广西) 扬帆中学有一块长 $30m$, 宽 $20m$ 的矩形空地, 计划在这块空地上划出四分之一的区域种花, 小禹同学设计方案如图所示, 求花带的宽度. 设花带的宽度为 xm , 则可列方程为()
- 
- A. $(30-x)(20-x) = \frac{3}{4} \times 20 \times 30$ B. $(30-2x)(20-x) = \frac{1}{4} \times 20 \times 30$

C. $30x + 2 \times 20x = \frac{1}{4} \times 20 \times 30$

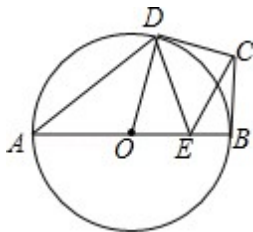
D. $(30 - 2x)(20 - x) = \frac{3}{4} \times 20 \times 30$

11. (3分) (2019•广西) 小菁同学在数学实践活动课中测量路灯的高度. 如图, 已知她的目高 AB 为 1.5 米, 她先站在 A 处看路灯顶端 O 的仰角为 35° , 再往前走 3 米站在 C 处, 看路灯顶端 O 的仰角为 65° , 则路灯顶端 O 到地面的距离约为 (已知 $\sin 35^\circ \approx 0.6$, $\cos 35^\circ \approx 0.8$, $\tan 35^\circ \approx 0.7$, $\sin 65^\circ \approx 0.9$, $\cos 65^\circ \approx 0.4$, $\tan 65^\circ \approx 2.1$) ()



- A. 3.2 米 B. 3.9 米 C. 4.7 米 D. 5.4 米
12. (3分) (2019•广西) 如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, BC 、 CD 是 $\odot O$ 的切线, 切点分别为点 B 、 D , 点 E 为线段 OB 上的一个动点, 连接 OD , CE , DE , 已知 $AB = 2\sqrt{5}$,

$BC = 2$, 当 $CE + DE$ 的值最小时, 则 $\frac{CE}{DE}$ 的值为 ()



- A. $\frac{9}{10}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{3}$ D. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

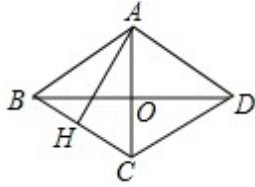
二、填空题 (本大题共 6 小题, 每嗯题 3 分, 共 18 分)

13. (3分) (2019•广西) 若二次根式 $\sqrt{x+4}$ 有意义, 则 x 的取值范围是_____.

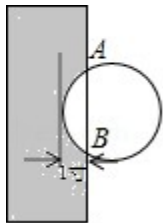
14. (3分) (2019•广西) 分解因式: $3ax^2 - 3ay^2 = \underline{\hspace{2cm}}$.

15. (3分) (2019•广西) 甲, 乙两人进行飞镖比赛, 每人各投 6 次, 甲的成绩 (单位: 环) 为: 9, 8, 9, 6, 10, 6. 甲, 乙两人平均成绩相等, 乙成绩的方差为 4, 那么成绩较为稳定的是_____. (填“甲”或“乙”)

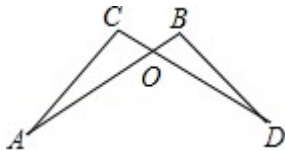
16. (3分) (2019•广西) 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, 对角线 AC , BD 交于点 O , 过点 A 作 $AH \perp BC$ 于点 H , 已知 $BO = 4$, $S_{\text{菱形}ABCD} = 24$, 则 $AH = \underline{\hspace{2cm}}$.



17. (3分) (2019•广西) 《九章算术》作为古代中国乃至东方的第一部自成体系的数学专著, 与古希腊的《几何原本》并称现代数学的两大源泉. 在《九章算术》中记载有一问题“今有圆材埋在壁中, 不知大小. 以锯锯之, 深一寸, 锯道长一尺, 问径几何?” 小辉同学根据原文题意, 画出圆材截面图如图所示, 已知: 锯口深为 1 寸, 锯道 $AB = 1$ 尺 (1 尺 = 10 寸), 则该圆材的直径为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 寸.



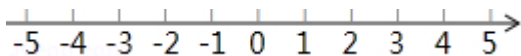
18. (3分) (2019•广西) 如图, AB 与 CD 相交于点 O , $AB = CD$, $\angle AOC = 60^\circ$, $\angle ACD + \angle ABD = 210^\circ$, 则线段 AB , AC , BD 之间的等量关系式为 $\underline{\hspace{2cm}}$.



三、解答题共 (本大题共 8 小题, 共 66 分, 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

19. (6分) (2019•广西) 计算: $(-1)^2 + (\sqrt{6})^2 - (-9) + (-6) \div 2$.

20. (6分) (2019•广西) 解不等式组: $\begin{cases} 3x - 5 < x + 1 \\ \frac{3x - 4}{6} \geq \frac{2x - 1}{3} \end{cases}$, 并利用数轴确定不等式组的解集.



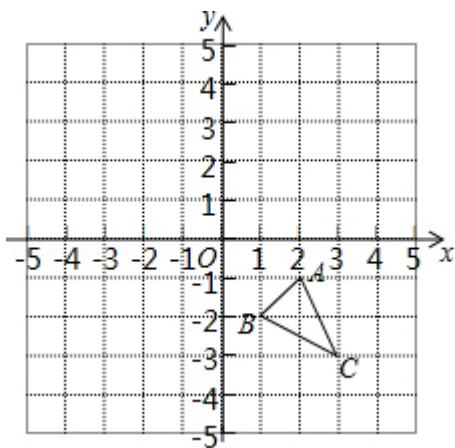
21. (8分) (2019•广西) 如图, 在平面直角坐标系中, 已知 $\triangle ABC$ 的三个顶点坐标分别

是 $A(2, -1)$, $B(1, -2)$, $C(3, -3)$

(1) 将 $\triangle ABC$ 向上平移 4 个单位长度得到 $\triangle A_1B_1C_1$, 请画出 $\triangle A_1B_1C_1$;

(2) 请画出与 $\triangle ABC$ 关于 y 轴对称的 $\triangle A_2B_2C_2$;

(3) 请写出 A_1 、 A_2 的坐标.



22. (8 分) (2019•广西) 红树林学校在七年级新生中举行了全员参加的“防溺水”安全知识竞赛, 试卷题目共 10 题, 每题 10 分. 现分别从三个班中各随机取 10 名同学的成绩 (单位: 分), 收集数据如下:

1 班: 90, 70, 80, 80, 80, 80, 80, 80, 90, 80, 100;

2 班: 70, 80, 80, 80, 60, 90, 90, 90, 100, 90;

3 班: 90, 60, 70, 80, 80, 80, 80, 90, 100, 100.

整理数据:

分数 人数 班级	60	10	80	90	100
1 班	0	1	6	2	1
2 班	1	1	3	a	1
3 班	1	1	4	2	2

分析数据:

	平均数	中位数	众数
1 班	83	80	80
2 班	83	c	d

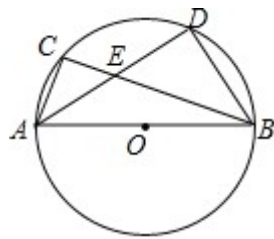
3 班	b	80	80
-----	-----	----	----

根据以上信息回答下列问题:

- (1) 请直接写出表格中 a , b , c , d 的值;
- (2) 比较这三组样本数据的平均数、中位数和众数, 你认为哪个班的成绩比较好? 请说明理由;
- (3) 为了让学生重视安全知识的学习, 学校将给竞赛成绩满分的同学颁发奖状, 该校七年级新生共 570 人, 试估计需要准备多少张奖状?

23. (8 分) (2019•广西) 如图, $\triangle ABC$ 是 $\odot O$ 的内接三角形, AB 为 $\odot O$ 直径, $AB = 6$, AD 平分 $\angle BAC$, 交 BC 于点 E , 交 $\odot O$ 于点 D , 连接 BD .

- (1) 求证: $\angle BAD = \angle CBD$;
- (2) 若 $\angle AEB = 125^\circ$, 求 $\widehat{BD}$ 的长 (结果保留 π).



24. (10 分) (2019•广西) 某校喜迎中华人民共和国成立 70 周年, 将举行以“歌唱祖国”为主题的歌咏比赛, 需要在文具店购买国旗图案贴纸和小红旗发给学生做演出道具. 已知每袋贴纸有 50 张, 每袋小红旗有 20 面, 贴纸和小红旗需整袋购买, 每袋贴纸价格比每袋小红旗价格少 5 元, 用 150 元购买贴纸所得袋数与用 200 元购买小红旗所得袋数相同.

- (1) 求每袋国旗图案贴纸和每袋小红旗的价格各是多少元?
- (2) 如果给每位演出学生分发国旗图案贴纸 2 张, 小红旗 1 面. 设购买国旗图案贴纸 a 袋 (a 为正整数), 则购买小红旗多少袋能恰好配套? 请用含 a 的代数式表示.
- (3) 在文具店累计购物超过 800 元后, 超出 800 元的部分可享受 8 折优惠. 学校按 (2) 中的配套方案购买, 共支付 w 元, 求 w 关于 a 的函数关系式. 现全校有 1200 名学生参加演出, 需要购买国旗图案贴纸和小红旗各多少袋? 所需总费用多少元?

25. (10 分) (2019•广西) 如图 1, 在正方形 $ABCD$ 中, 点 E 是 AB 边上的一个动点 (点 E 与点 A , B 不重合), 连接 CE , 过点 B 作 $BF \perp CE$ 于点 G , 交 AD 于点 F .

- (1) 求证: $\triangle ABF \cong \triangle BCE$;
- (2) 如图 2, 当点 E 运动到 AB 中点时, 连接 DG , 求证: $DC = DG$;
- (3) 如图 3, 在 (2) 的条件下, 过点 C 作 $CM \perp DG$ 于点 H , 分别交 AD , BF 于点 M ,

N , 求 $\frac{MN}{NH}$ 的值.

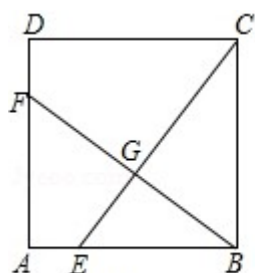


图1

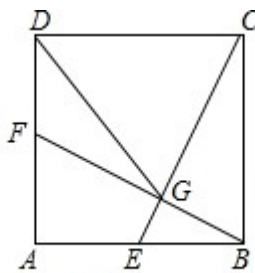


图2

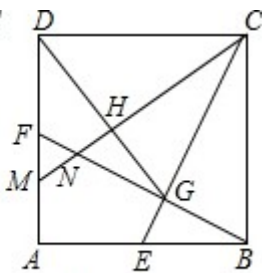


图3

26. (10分) (2019•广西) 如果抛物线 C_1 的顶点在抛物线 C_2 上, 抛物线 C_2 的顶点也在

抛物线 C_1 上时, 那么我们称抛物线 C_1 与 C_2 “互为关联”的抛物线. 如图 1, 已知抛物线

$C_1: y_1 = \frac{1}{4}x^2 + x$ 与 $C_2: y_2 = ax_2 + x + c$ 是 “互为关联” 的抛物线, 点 A , B 分别是抛物线 C_1 ,

C_2 的顶点, 抛物线 C_2 经过点 $D(6, -1)$.

(1) 直接写出 A , B 的坐标和抛物线 C_2 的解析式;

(2) 抛物线 C_2 上是否存在点 E , 使得 $\triangle ABE$ 是直角三角形? 如果存在, 请求出点 E 的坐标; 如果不存在, 请说明理由;

(3) 如图 2, 点 $F(-6, 3)$ 在抛物线 C_1 上, 点 M , N 分别是抛物线 C_1 , C_2 上的动点, 且点 M , N 的横坐标相同, 记 $\triangle AFM$ 面积为 S_1 (当点 M 与点 A , F 重合时 $S_1 = 0$), $\triangle ABN$ 的面积为 S_2 (当点 N 与点 A , B 重合时, $S_2 = 0$), 令 $S = S_1 + S_2$, 观察图象, 当 y_1, y_2 时, 写出 x 的取值范围, 并求出在此范围内 S 的最大值.

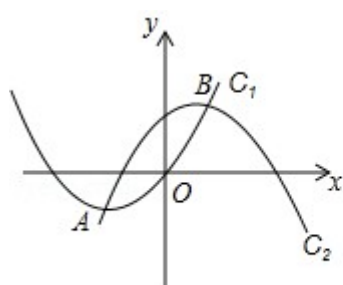


图1

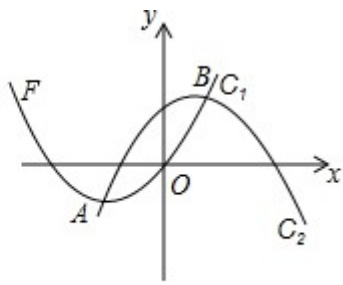


图2

2019 年广西南宁市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题 (本大题共 12 小题, 每小题 3 分, 共 36 分, 在每小题给出的四个选项中只有一项是符合要求的)

1. (3 分) 如果温度上升 2°C 记作 $+2^{\circ}\text{C}$, 那么温度下降 3°C 记作 ()

- A. $+2^{\circ}\text{C}$ B. -2°C C. $+3^{\circ}\text{C}$ D. -3°C

【考点】11: 正数和负数

【专题】511: 实数

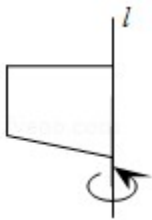
【分析】根据正数与负数的表示方法, 可得解;

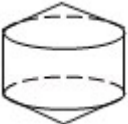
【解答】解: 上升 2°C 记作 $+2^{\circ}\text{C}$, 下降 3°C 记作 -3°C ;

故选: D.

【点评】本题考查正数和负数; 能够根据实际问题理解正数与负数的意义和表示方法是解题的关键.

2. (3 分) 如图, 将下面的平面图形绕直线 l 旋转一周, 得到的立体图形是 ()



- A.  B.  C.  D. 

【考点】12: 点、线、面、体

【专题】558: 平移、旋转与对称

【分析】根据面动成体, 梯形绕下底边旋转是圆锥加圆柱, 可得答案.

【解答】解: 面动成体, 直角三角形绕直角边旋转一周可得圆锥, 长方形绕一边旋转一周可得圆柱,

那么所求的图形是下面是圆锥, 上面是圆柱的组合图形.

故选: D.

【点评】此题考查点、线、面、体的问题, 解决本题的关键是得到所求的平面图形是得到几何体的主视图的被纵向分成的一半.

3. (3 分) 下列事件为必然事件的是()

- A. 打开电视机, 正在播放新闻
- B. 任意画一个三角形, 其内角和是 180°
- C. 买一张电影票, 座位号是奇数号
- D. 掷一枚质地均匀的硬币, 正面朝上

【考点】K7: 三角形内角和定理; X1: 随机事件

【专题】543: 概率及其应用

【分析】必然事件就是一定发生的事件, 即发生的概率是 1 的事件.

【解答】解: $\because A, C, D$ 选项为不确定事件, 即随机事件, 故不符合题意.

$\therefore$ 一定发生的事件只有 B , 任意画一个三角形, 其内角和是 180° , 是必然事件, 符合题意. 故选: B .

【点评】本题考查的是对必然事件的概念的理解. 解决此类问题, 要学会关注身边的事物, 并用数学的思想和方法去分析、看待、解决问题, 提高自身的数学素养. 用到的知识点为: 必然事件指在一定条件下一定发生的事件. 不确定事件即随机事件是指在一定条件下, 可能发生也可能不发生的事件.

4. (3 分) 2019 年 6 月 6 日, 南宁市地铁 3 号线举行通车仪式, 预计地铁 3 号线开通后日均客流量为 700000 人次, 其中数据 700000 用科学记数法表示为()

- A. 70×10^4
- B. 7×10^5
- C. 7×10^6
- D. 0.7×10^6

【考点】1I: 科学记数法 - 表示较大的数

【专题】511: 实数

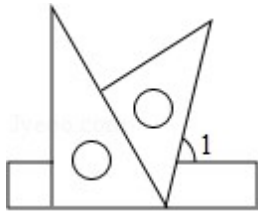
【分析】根据科学记数法的表示方法 $a \times 10^n$ ($1 \leq a < 10$), 即可求解;

【解答】解: $700000 = 7 \times 10^5$;

故选: B .

【点评】本题考查科学记数法; 熟练掌握科学记数法的表示方法是解题的关键.

5. (3 分) 将一副三角板按如图所示的位置摆放在直尺上, 则 $\angle 1$ 的度数为()



A. 60°

B. 65°

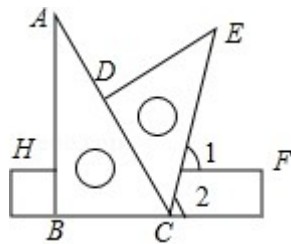
C. 75°

D. 85°

【考点】JA：平行线的性质；K8：三角形的外角性质

【专题】552：三角形

【分析】利用三角形外角性质（三角形的一个外角等于不相邻的两个内角和）解题或利用三角形内角和解题皆可。



【解答】解：如图：

$$\therefore \angle BCA = 60^\circ, \angle DCE = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 = 180^\circ - 60^\circ - 45^\circ = 75^\circ,$$

$$\therefore HF \parallel BC,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 2 = 75^\circ,$$

故选：C。

【点评】主要考查了一副三角板所对应的角度是 60° ， 45° ， 30° ， 90° 和三角形外角的性质。本题容易，解法很灵活。

6. (3分) 下列运算正确的是()

A. $(ab^3)^2 = a^2b^6$

B. $2a + 3b = 5ab$

C. $5a^2 - 3a^2 = 2$

D. $(a+1)^2 = a^2 + 1$

【考点】47：幂的乘方与积的乘方；35：合并同类项；4C：完全平方公式

【专题】512：整式

【分析】利用完全平方公式，幂的乘方与积的乘方，合并同类项的法则进行解题即可；

【解答】解： $2a + 3b$ 不能合并同类项，B 错误；

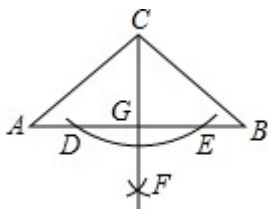
$$5a^2 - 3a^2 = 2a^2, \text{ C 错误；}$$

$$(a+1)^2 = a^2 + 2a + 1, \text{ D 错误；}$$

故选：A。

【点评】本题考查整式的运算；熟练掌握完全平方公式，幂的乘方与积的乘方，合并同类项的法则是解题的关键．

7. (3 分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AC = BC$ ， $\angle A = 40^\circ$ ，观察图中尺规作图的痕迹，可知 $\angle BCG$ 的度数为()



- A. 40° B. 45° C. 50° D. 60°

【考点】KH：等腰三角形的性质；N2：作图—基本作图

【专题】13：作图题

【分析】利用等腰三角形的性质和基本作图得到 $CG \perp AB$ ，则 CG 平分 $\angle ACB$ ，利用 $\angle A = \angle B$ 和三角形内角和计算出 $\angle ACB$ ，从而得到 $\angle BCG$ 的度数．

【解答】解：由作法得 $CG \perp AB$ ，

$$\therefore AB = AC,$$

$$\therefore CG \text{ 平分 } \angle ACB, \angle A = \angle B,$$

$$\therefore \angle ACB = 180^\circ - 40^\circ - 40^\circ = 100^\circ,$$

$$\therefore \angle BCG = \frac{1}{2} \angle ACB = 50^\circ.$$

故选：C．

【点评】本题考查了作图—基本作图：熟练掌握基本作图（作一条线段等于已知线段；作一个角等于已知角；作已知线段的垂直平分线；作已知角的角平分线；过一点作已知直线的垂线）．也考查了等腰三角形的性质．

8. (3 分) “学雷锋”活动月中，“飞翼”班将组织学生开展志愿者服务活动，小晴和小霞从“图书馆，博物馆，科技馆”三个场馆中随机选择一个参加活动，两人恰好选择同一场馆的概率是()

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{1}{9}$ D. $\frac{2}{9}$

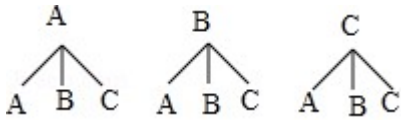
【考点】X6：列表法与树状图法

【专题】543：概率及其应用

【分析】画树状图（用 A、B、C 分别表示“图书馆，博物馆，科技馆”三个场馆）展示所

有 9 种等可能的结果数, 找出两人恰好选择同一场馆的结果数, 然后根据概率公式求解.

【解答】解: 画树状图为: (用 A 、 B 、 C 分别表示“图书馆, 博物馆, 科技馆”三个场馆)



共有 9 种等可能的结果数, 其中两人恰好选择同一场馆的结果数为 3,

所以两人恰好选择同一场馆的概率 $= \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$.

故选: A .

【点评】本题考查了列表法与树状图法: 利用列表法或树状图法展示所有等可能的结果 n , 再从中选出符合事件 A 或 B 的结果数目 m , 然后利用概率公式计算事件 A 或事件 B 的概率.

9. (3 分) 若点 $(-1, y_1)$, $(2, y_2)$, $(3, y_3)$ 在反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k < 0)$ 的图象上, 则 y_1 , y_2 ,

y_3 的大小关系是()

- A. $y_1 > y_2 > y_3$ B. $y_3 > y_2 > y_1$ C. $y_1 > y_3 > y_2$ D. $y_2 > y_3 > y_1$

【考点】 $G6$: 反比例函数图象上点的坐标特征; $G4$: 反比例函数的性质

【专题】534: 反比例函数及其应用

【分析】 $k < 0$, y 随 x 值的增大而增大, $(-1, y_1)$ 在第二象限, $(2, y_2)$, $(3, y_3)$ 在第四象限,

即可解题;

【解答】解: $\because k < 0$,

$\therefore y$ 随 x 值的增大而增大,

$\therefore$ 当 $x = -1$ 时, $y_1 > 0$,

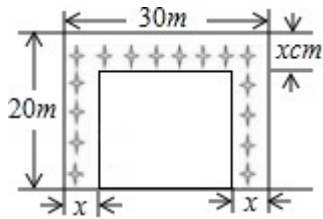
$\because 2 < 3$,

$\therefore y_2 < y_3 < y_1$

故选: C .

【点评】本题考查反比例函数图象及性质; 熟练掌握反比例函数的图象及 x 与 y 值之间的关系是解题的关键.

10. (3分) 扬帆中学有一块长 $30m$, 宽 $20m$ 的矩形空地, 计划在这块空地上划出四分之一的区域种花, 小禹同学设计方案如图所示, 求花带的宽度. 设花带的宽度为 xm , 则可列方程为()



- A. $(30-x)(20-x) = \frac{3}{4} \times 20 \times 30$ B. $(30-2x)(20-x) = \frac{1}{4} \times 20 \times 30$
- C. $30x + 2 \times 20x = \frac{1}{4} \times 20 \times 30$ D. $(30-2x)(20-x) = \frac{3}{4} \times 20 \times 30$

【考点】AC: 由实际问题抽象出一元二次方程

【专题】12: 应用题; 523: 一元二次方程及应用

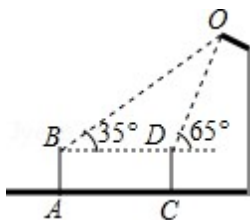
【分析】根据空白区域的面积 $=\frac{3}{4}$ 矩形空地的面积可得.

【解答】解: 设花带的宽度为 xm , 则可列方程为 $(30-2x)(20-x) = \frac{3}{4} \times 20 \times 30$,

故选: D.

【点评】本题主要考查由实际问题抽象出一元二次方程, 解题的关键是根据图形得出面积的相等关系.

11. (3分) 小菁同学在数学实践活动课中测量路灯的高度. 如图, 已知她的目高 AB 为 1.5 米, 她先站在 A 处看路灯顶端 O 的仰角为 35° , 再往前走 3 米站在 C 处, 看路灯顶端 O 的仰角为 65° , 则路灯顶端 O 到地面的距离约为 (已知 $\sin 35^\circ \approx 0.6$, $\cos 35^\circ \approx 0.8$, $\tan 35^\circ \approx 0.7$, $\sin 65^\circ \approx 0.9$, $\cos 65^\circ \approx 0.4$, $\tan 65^\circ \approx 2.1$)()



- A. 3.2 米 B. 3.9 米 C. 4.7 米 D. 5.4 米

【考点】TA: 解直角三角形的应用-仰角俯角问题

【专题】55E: 解直角三角形及其应用

【分析】过点 O 作 $OE \perp AC$ 于点 F , 延长 BD 交 OE 于点 F , 设 $DF = x$, 根据锐角三角函数的定义表示 OF 的长度, 然后列出方程求出 x 的值即可求出答案.

【解答】解: 过点 O 作 $OE \perp AC$ 于点 F , 延长 BD 交 OE 于点 F ,

设 $DF = x$,

$$\therefore \tan 65^\circ = \frac{OF}{DF},$$

$$\therefore OF = x \tan 65^\circ,$$

$$\therefore BD = 3 + x,$$

$$\therefore \tan 35^\circ = \frac{OF}{BF},$$

$$\therefore OF = (3 + x) \tan 35^\circ,$$

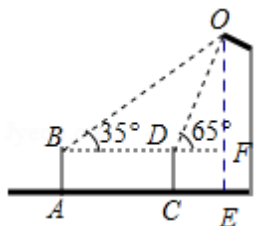
$$\therefore 2.1x = 0.7(3 + x),$$

$$\therefore x = 1.5,$$

$$\therefore OF = 1.5 \times 2.1 = 3.15,$$

$$\therefore OE = 3.15 + 1.5 = 4.65,$$

故选: C.

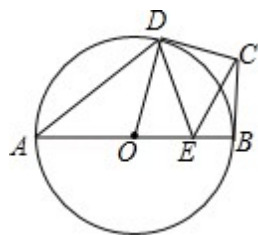


【点评】本题考查解直角三角形, 解题的关键是熟练运用锐角三角函数的定义, 本题属于中等题型.

12. (3 分) 如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, BC 、 CD 是 $\odot O$ 的切线, 切点分别为点 B 、 D , 点

E 为线段 OB 上的一个动点, 连接 OD , CE , DE , 已知 $AB = 2\sqrt{5}$, $BC = 2$, 当

$CE + DE$ 的值最小时, 则 $\frac{CE}{DE}$ 的值为()



A. $\frac{9}{10}$

B. $\frac{2}{3}$

C. $\frac{\sqrt{5}}{3}$

D. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

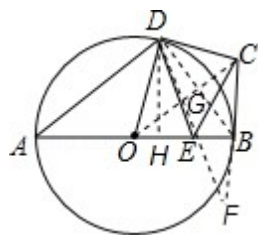
【考点】S9：相似三角形的判定与性质；PA：轴对称－最短路线问题；MC：切线的性质

【专题】55A：与圆有关的位置关系

【分析】延长CB到F使得 $BC=CF$ ，则C与F关于OB对称，连接DF与OB相交于点E，此时 $CE+DE=DF$ 值最小，连接OC，BD，两线相交于点G，过D作 $DH \perp OB$ 于H，

先求得BG，再求BH，进而DH，运用相似三角形得 $\frac{EF}{DE} = \frac{BF}{DH}$ ，便可得解。

【解答】解：延长CB到F使得 $BC=CF$ ，则C与F关于OB对称，连接DF与OB相交于点E，此时 $CE+DE=DF$ 值最小，
连接OC，BD，两线相交于点G，过D作 $DH \perp OB$ 于H，



则 $OC \perp BD$ ， $OC = \sqrt{OB^2 + BC^2} = \sqrt{5+4} = 3$ ，

$\therefore OB \square BC = OC \square BG$ ，

$$\therefore BG = \frac{2}{3}\sqrt{5}，$$

$$\therefore BD = 2BG = \frac{4}{3}\sqrt{5}，$$

$$\therefore OD^2 - OH^2 = DH^2 = BD^2 - BH^2，$$

$$\therefore 5 - (\sqrt{5} - BH)^2 = (\frac{4}{3}\sqrt{5})^2 - BH^2，$$

$$\therefore BH = \frac{8}{9}\sqrt{5}，$$

$$\therefore DH = \sqrt{BD^2 - BH^2} = \frac{20}{9},$$

$$\therefore DH \parallel BF,$$

$$\therefore \frac{EF}{ED} = \frac{BF}{DH} = \frac{2}{\frac{20}{9}} = \frac{9}{10},$$

$$\therefore \frac{CE}{DE} = \frac{9}{10},$$

故选: A.

【点评】本题是圆的综合题, 主要考查了切线长定理, 切线的性质, 相似三角形的性质与判定, 勾股定理, 将军饮马问题, 问题较复杂, 作的辅助线较多, 正确作辅助线是解决问题的关键.

二、填空题 (本大题共 6 小题, 每道题 3 分, 共 18 分)

13. (3 分) 若二次根式 $\sqrt{x+4}$ 有意义, 则 x 的取值范围是 $x \geq -4$.

【考点】72: 二次根式有意义的条件

【专题】514: 二次根式

【分析】根据被开数 $x+4 \geq 0$ 即可求解;

【解答】解: $x+4 \geq 0$,

$$\therefore x \geq -4;$$

故答案为 $x \geq -4$;

【点评】本题考查二次根式的意义; 熟练掌握二次根式中被开方数是非负数的条件是解题的关键.

14. (3 分) 分解因式: $3ax^2 - 3ay^2 = 3a(x+y)(x-y)$.

【考点】55: 提公因式法与公式法的综合运用

【分析】当一个多项式有公因式, 将其分解因式时应先提取公因式, 再对余下的多项式继续分解.

【解答】解: $3ax^2 - 3ay^2 = 3a(x^2 - y^2) = 3a(x+y)(x-y)$.

故答案为: $3a(x+y)(x-y)$

【点评】本题考查了提公因式法, 公式法分解因式, 关键在于提取公因式后再利用平方差公式继续进行二次因式分解, 分解因式一定要彻底.

15. (3 分) 甲, 乙两人进行飞镖比赛, 每人各投 6 次, 甲的成绩 (单位: 环) 为: 9, 8, 9, 6, 10, 6. 甲, 乙两人平均成绩相等, 乙成绩的方差为 4, 那么成绩较为稳定的是 甲. (填 “甲” 或 “乙”)

【考点】W7: 方差

【专题】542: 统计的应用

【分析】先计算出甲的平均数, 再计算甲的方差, 然后比较甲乙方差的大小可判定谁的成绩稳定.

【解答】解: 甲的平均数 $\bar{x} = \frac{1}{6}(9+8+9+6+10+6) = 8$,

所以甲的方差 $= \frac{1}{6}[(9-8)^2 + (8-8)^2 + (9-8)^2 + (6-8)^2 + (10-8)^2 + (6-8)^2] = \frac{7}{3}$,

因为甲的方差比乙的方差小,

所以甲的成绩比较稳定.

故答案为甲.

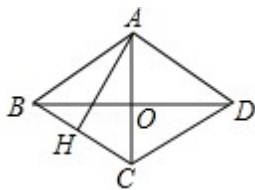
【点评】本题考查方差的定义: 一般地设 n 个数据, $x_1, x_2, \dots, x_n$ 的平均数为 $\bar{x}$, 则方差

$S^2 = \frac{1}{n}[(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2]$, 它反映了一组数据的波动大小, 方差越大, 波

动性越大, 反之也成立.

16. (3 分) 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, 对角线 AC, BD 交于点 O , 过点 A 作 $AH \perp BC$ 于

点 H , 已知 $BO = 4$, $S_{\text{菱形}ABCD} = 24$, 则 $AH = \underline{\frac{24}{5}}$.



【考点】L8: 菱形的性质

【专题】554: 等腰三角形与直角三角形; 556: 矩形 菱形 正方形

【分析】根据菱形面积 = 对角线积的一半可求 AC , 再根据勾股定理求出 BC , 然后由菱形的面积即可得出结果.

【解答】解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形,

$$\therefore BO = DO = 4, \quad AO = CO, \quad AC \perp BD,$$

$$\therefore BD = 8,$$

$$\because S_{\text{菱形}ABCD} = \frac{1}{2} AC \times BD = 24,$$

$$\therefore AC = 6,$$

$$\therefore OC = \frac{1}{2} AC = 3,$$

$$\therefore BC = \sqrt{OB^2 + OC^2} = 5,$$

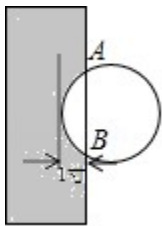
$$\because S_{\text{菱形}ABCD} = BC \times AH = 24,$$

$$\therefore AH = \frac{24}{5};$$

$$\text{故答案为: } \frac{24}{5}.$$

【点评】 本题考查了菱形的性质、勾股定理以及菱形面积公式；熟练掌握菱形的性质，由勾股定理求出 BC 是解题的关键。

17. (3分) 《九章算术》作为古代中国乃至东方的第一部自成体系的数学专著，与古希腊的《几何原本》并称现代数学的两大源泉。在《九章算术》中记载有一问题“今有圆材埋在壁中，不知大小。以锯锯之，深一寸，锯道长一尺，问径几何？”小辉同学根据原文题意，画出圆材截面图如图所示，已知：锯口深为 1 寸，锯道 $AB = 1$ 尺 (1 尺 = 10 寸)，则该圆材的直径为 26 寸。



【考点】 M3：垂径定理的应用

【专题】 559：圆的有关概念及性质

【分析】 设 $\odot O$ 的半径为 r ．在 $\text{Rt}\triangle ADO$ 中， $AD = 5$ ， $OD = r - 1$ ， $OA = r$ ，则有

$$r^2 = 5^2 + (r - 1)^2, \text{ 解方程即可.}$$

【解答】 解：设 $\odot O$ 的半径为 r ．

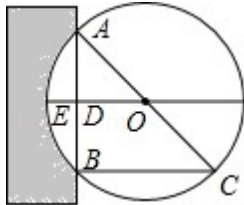
在 $\text{Rt}\triangle ADO$ 中, $AD=5$, $OD=r-1$, $OA=r$,

则有 $r^2 = 5^2 + (r-1)^2$,

解得 $r=13$,

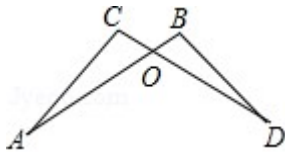
$\therefore \square O$ 的直径为 26 寸,

故答案为: 26.



【点评】 本题考查垂径定理、勾股定理等知识, 解题的关键是学会利用参数构建方程解决问题, 属于中考常考题型.

18. (3 分) 如图, AB 与 CD 相交于点 O , $AB=CD$, $\angle AOC=60^\circ$, $\angle ACD+\angle ABD=210^\circ$, 则线段 AB , AC , BD 之间的等量关系式为 $AB^2 = AC^2 + BD^2$



【考点】 KQ : 勾股定理

【专题】 555: 多边形与平行四边形; 554: 等腰三角形与直角三角形

【分析】 过点 A 作 $AE \parallel CD$, 截取 $AE=CD$, 连接 BE 、 DE , 则四边形 $ACDE$ 是平行四边形, 得出 $DE=AC$, $\angle ACD=\angle AED$, 证明 $\triangle ABE$ 为等边三角形得出 $BE=AB$, 求得 $\angle BDE=360^\circ-(\angle AED+\angle ABD)-\angle EAB=90^\circ$, 由勾股定理得出 $BE^2=DE^2+BD^2$, 即可得出结果.

【解答】 解: 过点 A 作 $AE \parallel CD$, 截取 $AE=CD$, 连接 BE 、 DE , 如图所示:

则四边形 $ACDE$ 是平行四边形,

$\therefore DE=AC$, $\angle ACD=\angle AED$,

$\because \angle AOC=60^\circ$, $AB=CD$,

$\therefore \angle EAB=60^\circ$, $CD=AE=AB$,

$\therefore \triangle ABE$ 为等边三角形,

$\therefore BE=AB$,

$$\therefore \angle ACD + \angle ABD = 210^\circ,$$

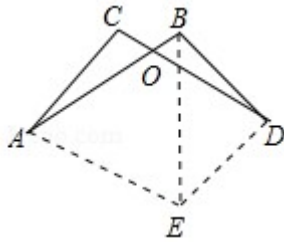
$$\therefore \angle AED + \angle ABD = 210^\circ,$$

$$\therefore \angle BDE = 360^\circ - (\angle AED + \angle ABD) - \angle EAB = 360^\circ - 210^\circ - 60^\circ = 90^\circ,$$

$$\therefore BE^2 = DE^2 + BD^2,$$

$$\therefore AB^2 = AC^2 + BD^2;$$

故答案为: $AB^2 = AC^2 + BD^2$.



【点评】 本题考查了勾股定理、平行四边形的判定与性质、等边三角形的判定与性质、平行线的性质、四边形内角和等知识, 熟练掌握平行四边形的性质、通过作辅助线构建等边三角形与直角三角形是解题的关键.

三、解答题共 (本大题共 8 小题, 共 66 分, 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

19. (6 分) 计算: $(-1)^2 + (\sqrt{6})^2 - (-9) + (-6) \div 2$.

【考点】 2C: 实数的运算

【专题】 511: 实数

【分析】 分别运算每一项然后再求解即可;

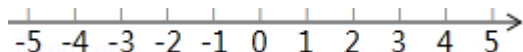
【解答】 解: $(-1)^2 + (\sqrt{6})^2 - (-9) + (-6) \div 2$

$$= 1 + 6 + 9 - 3$$

$$= 13.$$

【点评】 本题考查实数的运算; 熟练掌握实数的运算法则是解题的关键.

20. (6 分) 解不等式组: $\begin{cases} 3x - 5 < x + 1 \\ \frac{3x - 4}{6} \geq \frac{2x - 1}{3} \end{cases}$, 并利用数轴确定不等式组的解集.



【考点】 C4: 在数轴上表示不等式的解集; CB: 解一元一次不等式组

【专题】 524: 一元一次不等式 (组) 及应用

【分析】 分别解两个不等式得到 $x < 3$ 和 $x \geq -2$, 再根据大小小大中间找确定不等式组的解集.

然后利用数轴表示其解集.

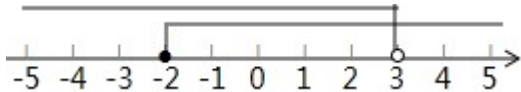
【解答】解:
$$\begin{cases} 3x-5 < x+1 & \text{①} \\ \frac{3x-4}{6} \geq \frac{2x-1}{3} & \text{②} \end{cases}$$

解①得 $x < 3$,

解②得 $x \geq -2$,

所以不等式组的解集为 $-2 \leq x < 3$.

用数轴表示为:



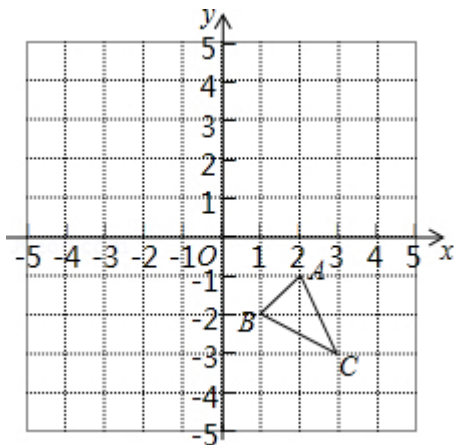
【点评】本题考查了一元一次不等式组: 解一元一次不等式组时, 一般先求出其中各不等式的解集, 再求出这些解集的公共部分, 利用数轴可以直观地表示不等式组的解集. 解集的规律: 同大取大; 同小取小; 大小小大中间找; 大大小小找不到.

21. (8分) 如图, 在平面直角坐标系中, 已知 $\triangle ABC$ 的三个顶点坐标分别是 $A(2, -1)$, $B(1, -2)$, $C(3, -3)$

(1) 将 $\triangle ABC$ 向上平移 4 个单位长度得到 $\triangle A_1B_1C_1$, 请画出 $\triangle A_1B_1C_1$;

(2) 请画出与 $\triangle ABC$ 关于 y 轴对称的 $\triangle A_2B_2C_2$;

(3) 请写出 A_1 、 A_2 的坐标.



【考点】Q4: 作图—平移变换; P7: 作图—轴对称变换

【专题】558: 平移、旋转与对称

【分析】(1) 直接利用平移的性质得出对应点位置进而得出答案;

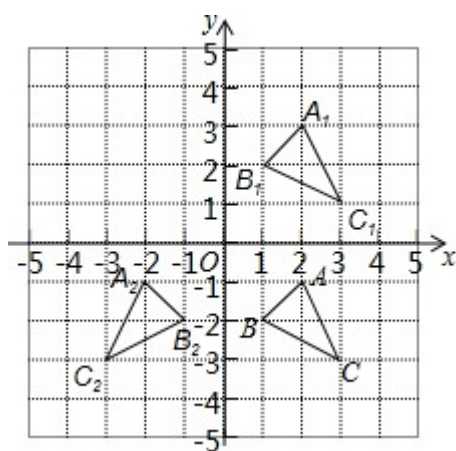
(2) 直接利用轴对称的性质得出对应点位置进而得出答案;

(3) 利用所画图象得出对应点坐标.

【解答】解: (1) 如图所示: $\triangle A_1B_1C_1$, 即为所求;

(2) 如图所示: $\triangle A_2B_2C_2$, 即为所求;

(3) $A_1(2,3)$, $A_2(-2,-1)$.



【点评】此题主要考查了轴对称变换以及平移变换, 正确得出对应点位置是解题关键.

22. (8 分) 红树林学校在七年级新生中举行了全员参加的“防溺水”安全知识竞赛, 试卷题目共 10 题, 每题 10 分. 现分别从三个班中各随机取 10 名同学的成绩 (单位: 分), 收集数据如下:

1 班: 90, 70, 80, 80, 80, 80, 80, 90, 80, 100;

2 班: 70, 80, 80, 80, 60, 90, 90, 90, 100, 90;

3 班: 90, 60, 70, 80, 80, 80, 80, 90, 100, 100.

整理数据:

分数	60	70	80	90	100
人数					
班级					
1 班	0	1	6	2	1
2 班	1	1	3	a	1
3 班	1	1	4	2	2

分析数据:

	平均数	中位数	众数
1 班	83	80	80
2 班	83	c	d
3 班	b	80	80

根据以上信息回答下列问题:

(1) 请直接写出表格中 a , b , c , d 的值;

(2) 比较这三组样本数据的平均数、中位数和众数, 你认为哪个班的成绩比较好? 请说明理由;

(3) 为了让学生重视安全知识的学习, 学校将给竞赛成绩满分的同学颁发奖状, 该校七年级新生共 570 人, 试估计需要准备多少张奖状?

【考点】V5: 用样本估计总体; W1: 算术平均数; W5: 众数; W4: 中位数

【专题】542: 统计的应用

【分析】(1) 根据众数和中位数的概念求解可得;

(2) 分别从平均数、众数和中位数三个方面比较大小即可得;

(3) 利用样本估计总体思想求解可得.

【解答】解: (1) 由题意知 $a = 4$,

$$b = \frac{1}{10} \times (90 + 60 + 70 + 80 + 80 + 80 + 80 + 90 + 100 + 100) = 83,$$

2 班成绩重新排列为 60, 70, 80, 80, 80, 90, 90, 90, 90, 100,

$$\therefore c = \frac{80 + 90}{2} = 85, \quad d = 90;$$

(2) 从平均数上看三个班都一样;

从中位数看, 1 班和 3 班一样是 80, 2 班最高是 85;

从众数上看, 1 班和 3 班都是 80, 2 班是 90;

综上所述, 2 班成绩比较好;

$$(3) 570 \times \frac{4}{30} = 76 \text{ (张)},$$

答: 估计需要准备 76 张奖状.

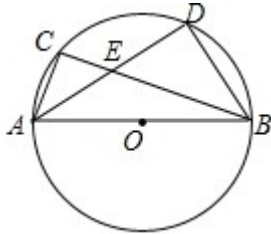
【点评】本题主要考查众数、平均数、中位数, 掌握众数、平均数、中位数的定义及其意义是解

题的关键.

23. (8分) 如图, $\triangle ABC$ 是 $\odot O$ 的内接三角形, AB 为 $\odot O$ 直径, $AB=6$, AD 平分 $\angle BAC$, 交 BC 于点 E , 交 $\odot O$ 于点 D , 连接 BD .

(1) 求证: $\angle BAD = \angle CBD$;

(2) 若 $\angle AEB = 125^\circ$, 求 $\widehat{BD}$ 的长 (结果保留 π).



【考点】MN: 弧长的计算; MA: 三角形的外接圆与外心; M5: 圆周角定理

【专题】559: 圆的有关概念及性质

【分析】(1) 根据角平分线的定义和圆周角定理即可得到结论;

(2) 连接 OD , 根据平角定义得到 $\angle AEC = 55^\circ$, 根据圆周角定理得到 $\angle ACE = 90^\circ$, 求得 $\angle CAE = 35^\circ$, 得到 $\angle BOD = 2\angle BAD = 70^\circ$, 根据弧长公式即可得到结论.

【解答】(1) 证明: $\because AD$ 平分 $\angle BAC$,

$$\therefore \angle CAD = \angle BAD,$$

$$\therefore \angle CAD = \angle CBD,$$

$$\therefore \angle BAD = \angle CBD;$$

(2) 解: 连接 OD ,

$$\therefore \angle AEB = 125^\circ,$$

$$\therefore \angle AEC = 55^\circ,$$

$$\therefore AB \text{ 为 } \odot O \text{ 直径},$$

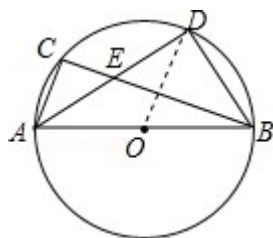
$$\therefore \angle ACE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CAE = 35^\circ,$$

$$\therefore \angle DAB = \angle CAE = 35^\circ,$$

$$\therefore \angle BOD = 2\angle BAD = 70^\circ,$$

$$\therefore \widehat{BD} \text{ 的长} = \frac{70 \times \pi \times 3}{180} = \frac{7}{6} \pi.$$



【点评】本题考查了三角形的外接圆与外心，圆周角定理，弧长的计算，正确的识别图形是解题的关键.

24. (10分) 某校喜迎中华人民共和国成立 70 周年, 将举行以“歌唱祖国”为主题的歌咏比赛, 需要在文具店购买国旗图案贴纸和小红旗发给学生做演出道具. 已知每袋贴纸有 50 张, 每袋小红旗有 20 面, 贴纸和小红旗需整袋购买, 每袋贴纸价格比每袋小红旗价格少 5 元, 用 150 元购买贴纸所得袋数与用 200 元购买小红旗所得袋数相同.

(1) 求每袋国旗图案贴纸和每袋小红旗的价格各是多少元?

(2) 如果给每位演出学生分发国旗图案贴纸 2 张, 小红旗 1 面. 设购买国旗图案贴纸 a 袋 (a 为正整数), 则购买小红旗多少袋能恰好配套? 请用含 a 的代数式表示.

(3) 在文具店累计购物超过 800 元后, 超出 800 元的部分可享受 8 折优惠. 学校按 (2) 中的配套方案购买, 共支付 w 元, 求 w 关于 a 的函数关系式. 现全校有 1200 名学生参加演出, 需要购买国旗图案贴纸和小红旗各多少袋? 所需总费用多少元?

【考点】FH: 一次函数的应用; B7: 分式方程的应用

【专题】522: 分式方程及应用; 533: 一次函数及其应用

【分析】(1) 设每袋国旗图案贴纸为 x 元, 则有 $\frac{150}{x} = \frac{200}{x+5}$, 解得 $x=15$, 检验后即可求解;

(2) 设购买 b 袋小红旗恰好与 a 袋贴纸配套, 则有 $50a:20b=2:1$, 解得 $b=\frac{5}{4}a$;

(3) 如果没有折扣, $W = \begin{cases} 40a, & a \leq 20 \\ 32a+160, & a > 20 \end{cases}$, 国旗贴纸需要: $1200 \times 2 = 2400$ 张, 小红旗

需要: $1200 \times 1 = 1200$ 面, 则 $a = \frac{2400}{50} = 48$ 袋, $b = \frac{5}{4}a = 60$ 袋, 总费用

$W = 32 \times 48 + 160 = 1696$ 元.

【解答】解: (1) 设每袋国旗图案贴纸为 x 元, 则有 $\frac{150}{x} = \frac{200}{x+5}$,

解得 $x=15$,

经检验 $x=15$ 时方程的解,

$\therefore$ 每袋小红旗为 $15+5=20$ 元;

答: 每袋国旗图案贴纸为 15 元, 每袋小红旗为 20 元;

(2) 设购买 b 袋小红旗恰好与 a 袋贴纸配套, 则有 $50a:20b=2:1$,

解得 $b=\frac{5}{4}a$,

答: 购买小红旗 $\frac{5}{4}a$ 袋恰好配套;

(3) 如果没有折扣, 则 $W=15a+20\times\frac{5}{4}a=40a$,

依题意得 $40a=800$,

解得 $a=20$,

当 $a>20$ 时, 则 $W=800+0.8(40a-800)=32a+160$,

即 $W=\begin{cases} 40a, & a \leq 20 \\ 32a+160, & a > 20 \end{cases}$,

国旗贴纸需要: $1200 \times 2 = 2400$ 张,

小红旗需要: $1200 \times 1 = 1200$ 面,

则 $a=\frac{2400}{50}=48$ 袋, $b=\frac{5}{4}a=60$ 袋,

总费用 $W=32 \times 48 + 160 = 1696$ 元.

【点评】 本题考查分式方程, 一次函数的应用; 能够根据题意列出准确的分式方程, 求费用的最大值转化为求一次函数的最大值是解题的关键.

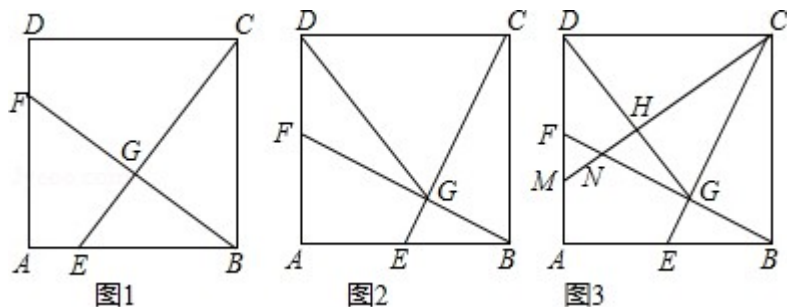
25. (10 分) 如图 1, 在正方形 $ABCD$ 中, 点 E 是 AB 边上的一个动点 (点 E 与点 A , B 不重合), 连接 CE , 过点 B 作 $BF \perp CE$ 于点 G , 交 AD 于点 F .

(1) 求证: $\triangle ABF \cong \triangle BCE$;

(2) 如图 2, 当点 E 运动到 AB 中点时, 连接 DG , 求证: $DC = DG$;

(3) 如图 3, 在 (2) 的条件下, 过点 C 作 $CM \perp DG$ 于点 H , 分别交 AD , BF 于点 M ,

N , 求 $\frac{MN}{NH}$ 的值.



【考点】SO：相似形综合题

【专题】15：综合题

【分析】(1) 先判断出 $\angle GCB + \angle CBG = 90^\circ$ ，再由四边形 $ABCD$ 是正方形，得出 $\angle CBE = 90^\circ = \angle A$ ， $BC = AB$ ，即可得出结论；

(2) 设 $AB = CD = BC = 2a$ ，先求出 $EA = EB = \frac{1}{2}AB = a$ ，进而得出 $CE = \sqrt{5}a$ ，再求出 $BG = \frac{2\sqrt{5}}{5}a$ ， $CG = \frac{4\sqrt{5}}{5}a$ ，再判断出 $\triangle CQD \cong \triangle BGC (AAS)$ ，进而判断出 $GQ = CQ$ ，即可得出结论；

(3) 先求出 $CH = \frac{8}{5}a$ ，再求出 $DH = \frac{6}{5}a$ ，再判断出 $\triangle CHD \sim \triangle DHM$ ，求出 $HM = \frac{9}{10}a$ ，再用勾股定理求出 $GH = \frac{4}{5}a$ ，最后判断出 $\triangle QGH \sim \triangle GCH$ ，得出 $HN = \frac{HG^2}{CG} = \frac{2}{5}a$ ，即可得出结论。

【解答】(1) 证明： $\because BF \perp CE$ ，

$$\therefore \angle CGB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle GCB + \angle CBG = 90^\circ,$$

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$$\therefore \angle CBE = 90^\circ = \angle A, \quad BC = AB,$$

$$\therefore \angle FBA + \angle CBG = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle GCB = \angle FBA,$$

$$\therefore \triangle ABF \cong \triangle BCE (ASA);$$

(2) 证明：如图2，过点 D 作 $DH \perp CE$ 于 H ，

设 $AB = CD = BC = 2a$ ，

∵ 点 E 是 AB 的中点,

$$\therefore EA = EB = \frac{1}{2}AB = a,$$

$$\therefore CE = \sqrt{5}a,$$

在 $\text{Rt}\triangle CEB$ 中, 根据面积相等, 得 $BG \cdot CE = CB \cdot EB$,

$$\therefore BG = \frac{2\sqrt{5}}{5}a,$$

$$\therefore CG = \sqrt{CB^2 - BG^2} = \frac{4\sqrt{5}}{5}a,$$

$$\because \angle DCE + \angle BCE = 90^\circ, \quad \angle CBF + \angle BCE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DCE = \angle CBF,$$

$$\because CD = BC, \quad \angle CQD = \angle CGB = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle CQD \cong \triangle BGC (\text{AAS}),$$

$$\therefore CQ = BG = \frac{2\sqrt{5}}{5}a,$$

$$\therefore GQ = CG - CQ = \frac{2\sqrt{5}}{5}a = CQ,$$

$$\because DQ = DQ, \quad \angle CQD = \angle GQD = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle DGQ \cong \triangle CDQ (\text{SAS}),$$

$$\therefore CD = GD;$$

(3) 解: 如图 3, 过点 D 作 $DH \perp CE$ 于 H ,

$$S_{\triangle CDG} = \frac{1}{2}DQ = \frac{1}{2}CH \cdot DG,$$

$$\therefore CH = \frac{CG \cdot DQ}{DG} = \frac{8}{5}a,$$

在 $\text{Rt}\triangle CHD$ 中, $CD = 2a$,

$$\therefore DH = \sqrt{CD^2 - CH^2} = \frac{6}{5}a,$$

$$\because \angle MDH + \angle HDC = 90^\circ, \quad \angle HCD + \angle HDC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle MDH = \angle HCD,$$

$$\therefore \triangle CHD \sim \triangle DHM,$$

$$\therefore \frac{DH}{CH} = \frac{DH}{HM} = \frac{3}{4},$$

$$\therefore HM = \frac{9}{10}a,$$

在 $\text{Rt}\triangle CHG$ 中, $CG = \frac{4\sqrt{5}}{5}a$, $CH = \frac{8}{5}a$,

$$\therefore GH = \sqrt{CG^2 - CH^2} = \frac{4}{5}a,$$

$$\because \angle MGH + \angle CGH = 90^\circ, \angle HCG + \angle CGH = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle QGH = \angle HCG,$$

$$\therefore \triangle QGH \sim \triangle GCH,$$

$$\therefore \frac{HN}{HG} = \frac{HG}{CH},$$

$$\therefore HN = \frac{HG^2}{CG} = \frac{2}{5}a,$$

$$\therefore MN = HM - HN = \frac{1}{2}a,$$

$$\therefore \frac{MN}{NH} = \frac{\frac{1}{2}a}{\frac{2}{5}a} = \frac{5}{4}$$

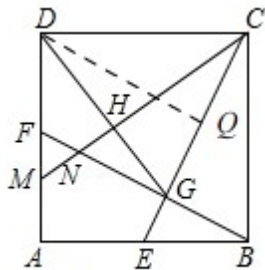


图3

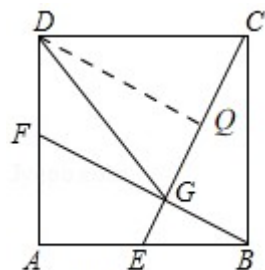


图2

【点评】此题是相似形综合题，主要考查了全等三角形的判定和性质，相似三角形的判定和

性质, 勾股定理, 判断出 $\triangle DGQ \cong \triangle CDQ$ 是解本题的关键.

26. (10 分) 如果抛物线 C_1 的顶点在抛物线 C_2 上, 抛物线 C_2 的顶点也在抛物线 C_1 上时,

那么我们称抛物线 C_1 与 C_2 “互为关联”的抛物线. 如图 1, 已知抛物线 $C_1: y_1 = \frac{1}{4}x^2 + x$ 与

$C_2: y_2 = ax_2 + x + c$ 是“互为关联”的抛物线, 点 A , B 分别是抛物线 C_1 , C_2 的顶点, 抛

物线 C_2 经过点 $D(6, -1)$.

(1) 直接写出 A , B 的坐标和抛物线 C_2 的解析式;

(2) 抛物线 C_2 上是否存在点 E , 使得 $\triangle ABE$ 是直角三角形? 如果存在, 请求出点 E 的坐标; 如果不存在, 请说明理由;

(3) 如图 2, 点 $F(-6, 3)$ 在抛物线 C_1 上, 点 M , N 分别是抛物线 C_1 , C_2 上的动点, 且点 M , N 的横坐标相同, 记 $\triangle AFM$ 面积为 S_1 (当点 M 与点 A , F 重合时 $S_1 = 0$), $\triangle ABN$ 的面积为 S_2 (当点 N 与点 A , B 重合时, $S_2 = 0$), 令 $S = S_1 + S_2$, 观察图象, 当 $y_1 = y_2$ 时, 写出 x 的取值范围, 并求出在此范围内 S 的最大值.

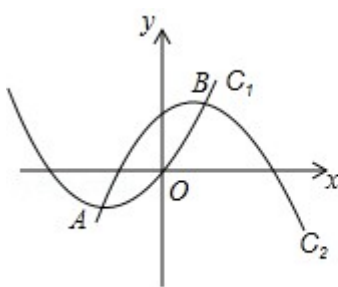


图1

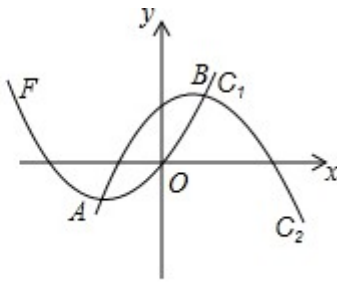


图2

【考点】HF：二次函数综合题

【专题】537：函数的综合应用

【分析】(1) 由抛物线 $C_1: y_1 = \frac{1}{4}x^2 + x$ 可得 $A(-2, -1)$, 将 $A(-2, -1)$, $D(6, -1)$ 代入

$y_2 = ax_2 + x + c$, 求得 $y_2 = -\frac{1}{4}x^2 + x + 2$, $B(2,3)$;

(2) 易得直线 AB 的解析式: $y = x + 1$, ①若 B 为直角顶点, $BE \perp AB$, $E(6,-1)$; ②若 A 为直角顶点, $AE \perp AB$, $E(10,-13)$; ③若 E 为直角顶点, 设 $E(m, -\frac{1}{4}m^2 + m + 2)$ 不符合题意;

(3) 由 y_1, y_2 , 得 $-2 \leq x \leq 2$, 设 $M(t, \frac{1}{4}t^2 + t)$, $N(t, -\frac{1}{4}t^2 + t + 2)$, 且 $-2 \leq t \leq 2$, 易求直线 AF 的解析式: $y = -x - 3$, 过 M 作 x 轴的平行线 MQ 交 AF 于 Q , $S_1 = \frac{1}{2}t^2 + 4t + 6$, 设 AB 交 MN 于点 P , 易知 $P(t, t+1)$, $S_2 = 2 - \frac{1}{2}t^2$, 所以 $S = S_1 + S_2 = 4t + 8$, 当 $t = 2$ 时, S 的最大值为 16.

【解答】解: 由抛物线 $C_1: y_1 = \frac{1}{4}x^2 + x$ 可得 $A(-2,-1)$,

将 $A(-2,-1)$, $D(6,-1)$ 代入 $y_2 = ax_2 + x + c$

$$\text{得} \begin{cases} 4a - 2 + c = -1 \\ 36a - 6 + c = -1 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} a = -\frac{1}{4} \\ c = 2 \end{cases},$$

$$\therefore y_2 = -\frac{1}{4}x^2 + x + 2,$$

$$\therefore B(2,3);$$

(2) 易得直线 AB 的解析式: $y = x + 1$,

①若 B 为直角顶点, $BE \perp AB$, $k_{BE} \cdot k_{AB} = -1$,

$$\therefore k_{BE} = -1,$$

直线 BE 解析式为 $y = -x + 5$

$$\text{联立} \begin{cases} y = -x + 5 \\ y = -\frac{1}{4}x^2 + x + 2 \end{cases},$$

解得 $x = 2$, $y = 3$ 或 $x = 6$, $y = -1$,

$\therefore E(6, -1)$;

② 若 A 为直角顶点, $AE \perp AB$,

同理得 AE 解析式: $y = -x - 3$,

$$\text{联立} \begin{cases} y = -x - 3 \\ y = -\frac{1}{4}x^2 + x + 2 \end{cases},$$

解得 $x = -2$, $y = -1$ 或 $x = 10$, $y = -13$,

$\therefore E(10, -13)$;

③ 若 E 为直角顶点, 设 $E(m, -\frac{1}{4}m^2 + m + 2)$

由 $AE \perp BE$ 得 $k_{BE} \cdot k_{AE} = -1$,

$$\text{即} \frac{-\frac{1}{4}m^2 + m - 1}{m - 2} \cdot \frac{-\frac{1}{4}m^2 + m + 3}{m + 2} = -1,$$

解得 $m = 2$ 或 -2 (不符合题意舍去),

$\therefore$ 点 E 的坐标: $E(6, -1)$ 或 $E(10, -13)$;

(3) $\because y_1, y_2$,

$\therefore -2, x, 2$,

设 $M(t, \frac{1}{4}t^2 + t)$, $N(t, -\frac{1}{4}t^2 + t + 2)$, 且 $-2, t, 2$,

易求直线 AF 的解析式: $y = -x - 3$,

过 M 作 x 轴的平行线 MQ 交 AF 于 Q ,

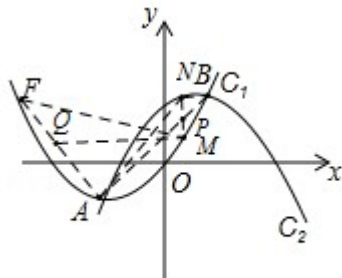


图2

则 $Q(\frac{1}{4}t^2 - t - 3, \frac{1}{4}t^2 + t)$,

$$S_1 = \frac{1}{2}QM|y_F - y_A|$$

$$= \frac{1}{2}t^2 + 4t + 6$$

设 AB 交 MN 于点 P , 易知 $P(t, t+1)$,

$$S_2 = \frac{1}{2}PN|x_A - x_B|$$

$$= 2 - \frac{1}{2}t^2$$

$$S = S_1 + S_2 = 4t + 8,$$

当 $t = 2$ 时,

S 的最大值为 16.

【点评】 本题考查了二次函数, 熟练运用二次函数的性质、直角三角形的性质以及一次函数的性质是解题的关键.

考点卡片

1. 正数和负数

- 1、在以前学过的 0 以外的数叫做正数, 在正数前面加负号 “-”, 叫做负数, 一个数前面的 “+” “-” 号叫做它的符号.
- 2、0 既不是正数也不是负数. 0 是正负数的分界点, 正数是大于 0 的数, 负数是小于 0 的数.
- 3、用正负数表示两种具有相反意义的量. 具有相反意义的量都是互相依存的两个量, 它包含两个要素, 一是它们的意义相反, 二是它们都是数量.

2. 科学记数法—表示较大的数

(1) 科学记数法: 把一个大于 10 的数记成 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 a 是整数数位只有一位的数, n 是正整数, 这种记数法叫做科学记数法. 【科学记数法形式: $a \times 10^n$, 其中 $1 \leq a < 10$, n 为正整数.】

(2) 规律方法总结:

- ① 科学记数法中 a 的要求和 10 的指数 n 的表示规律为关键, 由于 10 的指数比原来的整数位数少 1; 按此规律, 先数一下原数的整数位数, 即可求出 10 的指数 n .
- ② 记数法要求是大于 10 的数可用科学记数法表示, 实质上绝对值大于 10 的负数同样可用此法表示, 只是前面多一个负号.

3. 实数的运算

(1) 实数的运算和在有理数范围内一样, 值得一提的是, 实数既可以进行加、减、乘、除、乘方运算, 又可以进行开方运算, 其中正实数可以开平方.

(2) 在进行实数运算时, 和有理数运算一样, 要从高级到低级, 即先算乘方、开方, 再算乘除, 最后算加减, 有括号的要先算括号里面的, 同级运算要按照从左到右的顺序进行. 另外, 有理数的运算律在实数范围内仍然适用.

【规律方法】实数运算的“三个关键”

1. 运算法则: 乘方和开方运算、幂的运算、指数 (特别是负整数指数, 0 指数) 运算、根式运算、特殊三角函数值的计算以及绝对值的化简等.
2. 运算顺序: 先乘方, 再乘除, 后加减, 有括号的先算括号里面的, 在同一级运算中要从左到右依次运算, 无论何种运算, 都要注意先定符号后运算.
3. 运算律的使用: 使用运算律可以简化运算, 提高运算速度和准确度.

4. 合并同类项

(1) 定义: 把多项式中同类项合成一项, 叫做合并同类项.

(2) 合并同类项的法则: 把同类项的系数相加, 所得结果作为系数, 字母和字母的指数不变.

(3) 合并同类项时要注意以下三点:

① 要掌握同类项的概念, 会辨别同类项, 并准确地掌握判断同类项的两条标准: 带有相同系数的代数项; 字母和字母指数;

② 明确合并同类项的含义是把多项式中的同类项合并成一项, 经过合并同类项, 式的项数会减少, 达到化简多项式的目的;

③ “合并”是指同类项的系数的相加, 并把得到的结果作为新的系数, 要保持同类项的字母和字母的指数不变.

5. 幂的乘方与积的乘方

(1) 幂的乘方法则: 底数不变, 指数相乘.

$$(a^m)^n = a^{mn} \quad (m, n \text{ 是正整数})$$

注意: ① 幂的乘方的底数指的是幂的底数; ② 性质中 “指数相乘” 指的是幂的指数与乘方的指数相乘, 这里注意与同底数幂的乘法中 “指数相加” 的区别.

(2) 积的乘方法则: 把每一个因式分别乘方, 再把所得的幂相乘.

$$(ab)^n = a^n b^n \quad (n \text{ 是正整数})$$

注意: ① 因式是三个或三个以上积的乘方, 法则仍适用; ② 运用时数字因数的乘方应根据乘方的意义, 计算出最后的结果.

6. 完全平方公式

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2.$$

可巧记为: “首平方, 末平方, 首末两倍中间放”.

(2) 完全平方公式有以下几个特征: ① 左边是两个数的和的平方; ② 右边是一个三项式, 其中首末两项分别是两项的平方, 都为正, 中间一项是两项积的 2 倍; 其符号与左边的运算符号相同.

(3) 应用完全平方公式时, 要注意: ① 公式中的 a, b 可是单项式, 也可以是多项式; ② 对形如两数和 (或差) 的平方的计算, 都可以用这个公式; ③ 对于三项的可以把其中的两项看做一项后, 也可以用完全平方公式.

7. 提公因式法与公式法的综合运用

提公因式法与公式法的综合运用.

8. 二次根式有意义的条件

判断二次根式有意义的条件:

- (1) 二次根式的概念. 形如 ($a \geq 0$) 的式子叫做二次根式.
- (2) 二次根式中被开方数的取值范围. 二次根式中的被开方数是非负数.
- (3) 二次根式具有非负性. ($a \geq 0$) 是一个非负数.

学习要求:

能根据二次根式中的被开方数是非负数来确定二次根式被开方数中字母的取值范围, 并能利用二次根式的非负性解决相关问题.

【规律方法】二次根式有无意义的条件

1. 如果一个式子中含有多个二次根式, 那么它们有意义的条件是: 各个二次根式中的被开方数都必须是非负数.
2. 如果所给式子中含有分母, 则除了保证被开方数是非负数外, 还必须保证分母不为零.

9. 由实际问题抽象出一元二次方程

在解决实际问题时, 要全面、系统地审清问题的已知和未知, 以及它们之间的数量关系, 找出并全面表示问题的相等关系, 设出未知数, 用方程表示出已知量与未知量之间的等量关系, 即列出一元二次方程.

10. 分式方程的应用

1、列分式方程解应用题的一般步骤: 设、列、解、验、答.

必须严格按照这 5 步进行做题, 规范解题步骤, 另外还要注意完整性: 如设和答叙述要完整, 要写出单位等.

2、要掌握常见问题中的基本关系, 如行程问题: 速度 = 路程 / 时间; 工作量问题: 工作效率 = 工作量 / 工作时间
等等.

列分式方程解应用题一定要审清题意, 找相等关系是着眼点, 要学会分析题意, 提高理解能力.

11. 在数轴上表示不等式的解集

用数轴表示不等式的解集时, 要注意“两定”:

- 一是定界点, 一般在数轴上只标出原点和界点即可. 定边界点时要注意, 点是实心还是空心, 若边界点含于解集为实心点, 不含于解集即为空心点;
- 二是定方向, 定方向的原则是: “小于向左, 大于向右”.

【规律方法】不等式解集的验证方法

某不等式求得的解集为 $x > a$, 其验证方法可以先将 a 代入原不等式, 则两边相等, 其次在 $x > a$ 的范围内取一个数代入原不等式, 则原不等式成立.

12. 解一元一次不等式组

(1) 一元一次不等式组的解集: 几个一元一次不等式的解集的公共部分, 叫做由它们所组成的不等式组的解集.

(2) 解不等式组: 求不等式组的解集的过程叫解不等式组.

(3) 一元一次不等式组的解法: 解一元一次不等式组时, 一般先求出其中各不等式的解集, 再求出这些解集的公共部分, 利用数轴可以直观地表示不等式组的解集.

方法与步骤: ①求不等式组中每个不等式的解集; ②利用数轴求公共部分.

解集的规律: 同大取大; 同小取小; 大小小大中间找; 大大小小找不到.

13. 一次函数的应用

1、分段函数问题

分段函数是在不同区间有不同对应方式的函数, 要特别注意自变量取值范围的划分, 既要科学合理, 又要符合实际.

2、函数的多变量问题

解决含有多变量问题时, 可以分析这些变量的关系, 选取其中一个变量作为自变量, 然后根据问题的条件寻求可以反映实际问题的函数.

3、概括整合

(1) 简单的一次函数问题: ①建立函数模型的方法; ②分段函数思想的应用.

(2) 理清题意是采用分段函数解决问题的关键.

14. 反比例函数的性质

反比例函数的性质

(1) 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象是双曲线;

(2) 当 $k > 0$, 双曲线的两支分别位于第一、第三象限, 在每一象限内 y 随 x 的增大而减小;

(3) 当 $k < 0$, 双曲线的两支分别位于第二、第四象限, 在每一象限内 y 随 x 的增大而增大.

注意: 反比例函数的图象与坐标轴没有交点.

15. 反比例函数图象上点的坐标特征

反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ (k 为常数, $k \neq 0$) 的图象是双曲线,

① 图象上的点 (x, y) 的横纵坐标的积是定值 k , 即 $xy = k$;

② 双曲线是关于原点对称的, 两个分支上的点也是关于原点对称;

③ 在 $y=k/x$ 图象中任取一点, 过这一个点向 x 轴和 y 轴分别作垂线, 与坐标轴围成的矩形的面积是定值 $|k|$.

16. 二次函数综合题

(1) 二次函数图象与其他函数图象相结合问题

解决此类问题时, 先根据给定的函数或函数图象判断出系数的符号, 然后判断新的函数关系式中系数的符号, 再根据系数与图象的位置关系判断出图象特征, 则符合所有特征的图象即为正确选项.

(2) 二次函数与方程、几何知识的综合应用

将函数知识与方程、几何知识有机地结合在一起. 这类试题一般难度较大. 解这类问题关键是善于将函数问题转化为方程问题, 善于利用几何图形的有关性质、定理和二次函数的知识, 并注意挖掘题目中的一些隐含条件.

(3) 二次函数在实际生活中的应用题

从实际问题中分析变量之间的关系, 建立二次函数模型. 关键在于观察、分析、创建, 建立直角坐标系下的二次函数图象, 然后数形结合解决问题, 需要注意的是自变量及函数的取值范围要使实际问题有意义.

17. 点、线、面、体

(1) 体与体相交成面, 面与面相交成线, 线与线相交成点.

(2) 从运动的观点来看

点动成线, 线动成面, 面动成体. 点、线、面、体组成几何图形, 点、线、面、体的运动组成了多姿多彩的图形世界.

(3) 从几何的观点来看

点是组成图形的基本元素, 线、面、体都是点的集合.

(4) 长方体、正方体、圆柱、圆锥、球、棱柱、棱锥等都是几何体, 几何体简称体.

(5) 面有平面和曲面之分, 如长方体由 6 个平面组成, 球由一个曲面组成.

18. 平行线的性质

1、平行线性性质定理

定理 1: 两条平行线被第三条直线所截, 同位角相等. 简单说成: 两直线平行, 同位角相等.

定理 2: 两条平行线被地三条直线所截, 同旁内角互补. . 简单说成: 两直线平行, 同旁内角互补.

定理 3: 两条平行线被第三条直线所截, 内错角相等. 简单说成: 两直线平行, 内错角相等.

2、两条平行线之间的距离处处相等.

19. 三角形内角和定理

(1) 三角形内角的概念: 三角形内角是三角形三边的夹角. 每个三角形都有三个内角, 且每个内角均大于 0° 且小于 180° .

(2) 三角形内角和定理: 三角形内角和是 180° .

(3) 三角形内角和定理的证明

证明方法, 不唯一, 但其思路都是设法将三角形的三个内角移到一起, 组合成一个平角. 在转化中借助平行线.

(4) 三角形内角和定理的应用

主要用在求三角形中角的度数. ① 直接根据两已知角求第三个角; ② 依据三角形中角的关系, 用代数方法求三个角; ③ 在直角三角形中, 已知一锐角可利用两锐角互余求另一锐角.

20. 三角形的外角性质

(1) 三角形外角的定义: 三角形的一边与另一边的延长线组成的角, 叫做三角形的外角. 三角形共有六个外角, 其中有公共顶点的两个相等, 因此共有三对.

(2) 三角形的外角性质:

① 三角形的外角和为 360° .

② 三角形的一个外角等于和它不相邻的两个内角的和.

③ 三角形的一个外角大于和它不相邻的任何一个内角.

(3) 若研究的角比较多, 要设法利用三角形的外角性质②将它们转化到一个三角形中去.

(4) 探究角度之间的不等关系, 多用外角的性质③, 先从最大角开始, 观察它是哪个三角形的外角.

21. 等腰三角形的性质

(1) 等腰三角形的概念

有两条边相等的三角形叫做等腰三角形.

(2) 等腰三角形的性质

① 等腰三角形的两腰相等

② 等腰三角形的两个底角相等. 【简称: 等边对等角】

③ 等腰三角形的顶角平分线、底边上的中线、底边上的高相互重合. 【三线合一】

(3) 在①等腰; ②底边上的高; ③底边上的中线; ④顶角平分线. 以上四个元素中, 从

中任意取出两个元素当成条件, 就可以得到另外两个元素为结论.

22. 勾股定理

(1) 勾股定理: 在任何一个直角三角形中, 两条直角边长的平方之和一定等于斜边长的平方.

如果直角三角形的两条直角边长分别是 a , b , 斜边长为 c , 那么 $a^2+b^2=c^2$.

(2) 勾股定理应用的前提条件是在直角三角形中.

(3) 勾股定理公式 $a^2+b^2=c^2$ 的变形有: a , b 及 c .

(4) 由于 $a^2+b^2=c^2>a^2$, 所以 $c>a$, 同理 $c>b$, 即直角三角形的斜边大于该直角三角形中的每一条直角边.

23. 菱形的性质

(1) 菱形的定义: 有一组邻边相等的平行四边形叫做菱形.

(2) 菱形的性质

- ① 菱形具有平行四边形的一切性质;
- ② 菱形的四条边都相等;
- ③ 菱形的两条对角线互相垂直, 并且每一条对角线平分一组对角;
- ④ 菱形是轴对称图形, 它有 2 条对称轴, 分别是两条对角线所在直线.

(3) 菱形的面积计算

- ① 利用平行四边形的面积公式.
- ② 菱形面积 ab . (a 、 b 是两条对角线的长度)

24. 垂径定理的应用

垂径定理的应用很广泛, 常见的有:

- (1) 得到推论: 平分弦 (不是直径) 的直径垂直于弦, 并且平分弦所对的两条弧.
- (2) 垂径定理和勾股定理相结合, 构造直角三角形, 可解决计算弦长、半径、弦心距等问题.

这类题中一般使用列方程的方法, 这种用代数方法解决几何问题即几何代数解的数学思想方法一定要掌握.

25. 圆周角定理

(1) 圆周角的定义: 顶点在圆上, 并且两边都与圆相交的角叫做圆周角.

注意: 圆周角必须满足两个条件: ① 顶点在圆上. ② 角的两条边都与圆相交, 二者缺一不可.

(2) 圆周角定理: 在同圆或等圆中, 同弧或等弧所对的圆周角相等, 都等于这条弧所对的

圆心角的一半.

推论: 半圆 (或直径) 所对的圆周角是直角, 90° 的圆周角所对的弦是直径.

(3) 在解圆的有关问题时, 常常需要添加辅助线, 构成直径所对的圆周角, 这种基本技能技巧一定要掌握.

(4) 注意: ①圆周角和圆心角的转化可通过作圆的半径构造等腰三角形. 利用等腰三角形的顶点和底角的关系进行转化. ②圆周角和圆周角的转化可利用其“桥梁”——圆心角转化. ③定理成立的条件是“同一条弧所对的”两种角, 在运用定理时不要忽略了这个条件, 把不同弧所对的圆周角与圆心角错当成同一条弧所对的圆周角和圆心角.

26. 三角形的外接圆与外心

(1) 外接圆: 经过三角形的三个顶点的圆, 叫做三角形的外接圆.

(2) 外心: 三角形外接圆的圆心是三角形三条边垂直平分线的交点, 叫做三角形的外心.

(3) 概念说明:

①“接”是说明三角形的顶点在圆上, 或者经过三角形的三个顶点.

②锐角三角形的外心在三角形的内部; 直角三角形的外心为直角三角形斜边的中点; 钝角三角形的外心在三角形的外部.

③找一个三角形的外心, 就是找一个三角形的三条边的垂直平分线的交点, 三角形的外接圆只有一个, 而一个圆的内接三角形却有无数个.

27. 切线的性质

(1) 切线的性质

①圆的切线垂直于经过切点的半径.

②经过圆心且垂直于切线的直线必经过切点.

③经过切点且垂直于切线的直线必经过圆心.

(2) 切线的性质可总结如下:

如果一条直线符合下列三个条件中的任意两个, 那么它一定满足第三个条件, 这三个条件是: ①直线过圆心; ②直线过切点; ③直线与圆的切线垂直.

(3) 切线性质的运用

由定理可知, 若出现圆的切线, 必连过切点的半径, 构造定理图, 得出垂直关系. 简记作见切点, 连半径, 见垂直.

28. 弧长的计算

(1) 圆周长公式: $C=2\pi R$

(2) 弧长公式: l (弧长为 l , 圆心角度数为 n , 圆的半径为 R)

- ① 在弧长的计算公式中, n 是表示 1° 的圆心角的倍数, n 和 180 都不要带单位.
- ② 若圆心角的单位不全是度, 则需要先化为度后再计算弧长.
- ③ 题设未标明精确度的, 可以将弧长用 π 表示.
- ④ 正确区分弧、弧的度数、弧长三个概念, 度数相等的弧, 弧长不一定相等, 弧长相等的弧不一定是等弧, 只有在同圆或等圆中, 才有等弧的概念, 才是三者的统一.

29. 作图—基本作图

基本作图有:

- (1) 作一条线段等于已知线段.
- (2) 作一个角等于已知角. _____
- (3) 作已知线段的垂直平分线. _____
- (4) 作已知角的角平分线. _____
- (5) 过一点作已知直线的垂线.

30. 作图-轴对称变换

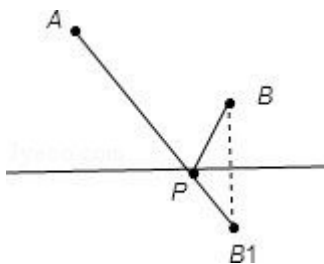
几何图形都可看做是由点组成, 我们在画一个图形的轴对称图形时, 也是先从确定一些特殊的对称点开始的, 一般的方法是:

- ① 由已知点出发向所给直线作垂线, 并确定垂足;
- ② 直线的另一侧, 以垂足为一端点, 作一条线段使之等于已知点和垂足之间的线段的长, 得到线段的另一端点, 即为对称点;
- ③ 连接这些对称点, 就得到原图形的轴对称图形.

31. 轴对称-最短路线问题

1、最短路线问题

在直线 L 上的同侧有两个点 A 、 B , 在直线 L 上有到 A 、 B 的距离之和最短的点存在, 可以通过轴对称来确定, 即作出其中一点关于直线 L 的对称点, 对称点与另一点的连线与直线 L 的交点就是所要找的点.



2、凡是涉及最短距离的问题, 一般要考虑线段的性质定理, 结合本节所学轴对称变换来解决, 多数情况要作点关于某直线的对称点.

32. 作图-平移变换

(1) 确定平移后图形的基本要素有两个: 平移方向、平移距离.

(2) 作图时要先找到图形的关键点, 分别把这几个关键点按照平移的方向和距离确定对应点后, 再顺次连接对应点即可得到平移后的图形.

33. 相似三角形的判定与性质

(1) 相似三角形相似多边形的特殊情形, 它沿袭相似多边形的定义, 从对应边的比相等和对应角相等两方面下定义; 反过来, 两个三角形相似也有对应角相等, 对应边的比相等.

(2) 三角形相似的判定一直是中考考查的热点之一, 在判定两个三角形相似时, 应注意利用图形中已有的公共角、公共边等隐含条件, 以充分发挥基本图形的作用, 寻找相似三角形的一般方法是通过作平行线构造相似三角形; 或依据基本图形对图形进行分解、组合; 或作辅助线构造相似三角形, 判定三角形相似的方法有事可单独使用, 有时需要综合运用. 无论是单独使用还是综合运用, 都要具备应有的条件方可.

34. 相似形综合题

相似形综合题.

35. 解直角三角形的应用-仰角俯角问题

(1) 概念: 仰角是向上看的视线与水平线的夹角; 俯角是向下看的视线与水平线的夹角.

(2) 解决此类问题要了解角之间的关系, 找到与已知和未知相关联的直角三角形, 当图形中没有直角三角形时, 要通过作高或垂线构造直角三角形, 另当问题以一个实际问题的形式给出时, 要善于读懂题意, 把实际问题划归为直角三角形中边角关系问题加以解决.

36. 用样本估计总体

用样本估计总体是统计的基本思想.

1、用样本的频率分布估计总体分布:

从一个总体得到一个包含大量数据的样本, 我们很难从一个个数字中直接看出样本所包含的信息. 这时, 我们用频率分布直方图来表示相应样本的频率分布, 从而去估计总体的分布情况.

2、用样本的数字特征估计总体的数字特征 (主要数据有众数、中位数、平均数、标准差与方差).

一般来说, 用样本去估计总体时, 样本越具有代表性、容量越大, 这时对总体的估计也就越精确.

37. 算术平均数

(1) 平均数是指在一组数据中所有数据之和再除以数据的个数. 它是反映数据集中趋势的

一项指标.

(2) 算术平均数: 对于 n 个数 $x_1, x_2, \dots, x_n$, 则 $\bar{x} = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n)$ 就叫做这 n 个数的算术平均数.

(3) 算术平均数是加权平均数的一种特殊情况, 加权平均数包含算术平均数, 当加权平均数中的权相等时, 就是算术平均数.

38. 中位数

(1) 中位数:

将一组数据按照从小到大 (或从大到小) 的顺序排列, 如果数据的个数是奇数, 则处于中间位置的数就是这组数据的中位数.

如果这组数据的个数是偶数, 则中间两个数据的平均数就是这组数据的中位数.

(2) 中位数代表了这组数据值大小的“中点”, 不易受极端值影响, 但不能充分利用所有数据的信息.

(3) 中位数仅与数据的排列位置有关, 某些数据的移动对中位数没有影响, 中位数可能出现在所给数据中也可能不在所给的数据中出现, 当一组数据中的个别数据变动较大时, 可用中位数描述其趋势.

39. 众数

(1) 一组数据中出现次数最多的数据叫做众数.

(2) 求一组数据的众数的方法: 找出频数最多的那个数据, 若几个数据频数都是最多且相同, 此时众数就是这多个数据.

(3) 众数不易受数据中极端值的影响. 众数也是数据的一种代表数, 反映了一组数据的集中程度, 众数可作为描述一组数据集中趋势的量.

40. 方差

(1) 方差: 一组数据中各数据与它们的平均数的差的平方的平均数, 叫做这组数据的方差.

(2) 用“先平均, 再求差, 然后平方, 最后再平均”得到的结果表示一组数据偏离平均值的情况, 这个结果叫方差, 通常用 s^2 来表示, 计算公式是:

$$s^2 = \frac{1}{n}[(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2] \quad (\text{可简单记忆为“方差等于差方的平均数”})$$

(3) 方差是反映一组数据的波动大小的一个量. 方差越大, 则平均值的离散程度越大, 稳定性也越小; 反之, 则它与其平均值的离散程度越小, 稳定性越好.

41. 随机事件

(1) 确定事件

事先能肯定它一定会发生的事件称为必然事件, 事先能肯定它一定不会发生的事件称为不可能事件, 必然事件和不可能事件都是确定的.

(2) 随机事件

在一定条件下, 可能发生也可能不发生的事件, 称为随机事件.

(3) 事件分为确定事件和不确定事件 (随机事件), 确定事件又分为必然事件和不可能事件, 其中,

- ① 必然事件发生的概率为 1, 即 $P(\text{必然事件}) = 1$;
- ② 不可能事件发生的概率为 0, 即 $P(\text{不可能事件}) = 0$;
- ③ 如果 A 为不确定事件 (随机事件), 那么 $0 < P(A) < 1$.

42. 列表法与树状图法

(1) 当试验中存在两个元素且出现的所有可能的结果较多时, 我们常用列表的方式, 列出所有可能的结果, 再求出概率.

(2) 列表的目的在于不重不漏地列举出所有可能的结果求出 n , 再从中选出符合事件 A 或 B 的结果数目 m , 求出概率.

(3) 列举法 (树形图法) 求概率的关键在于列举出所有可能的结果, 列表法是一种, 但当一事件涉及三个或更多元素时, 为不重不漏地列出所有可能的结果, 通常采用树形图.

(4) 树形图列举法一般是选择一个元素再和其他元素分别组合, 依次列出, 象树的枝丫形式, 最末端的枝丫个数就是总的可能的结果 n .

(5) 当有两个元素时, 可用树形图列举, 也可以列表列举.