

2015 年河南省中考数学试卷

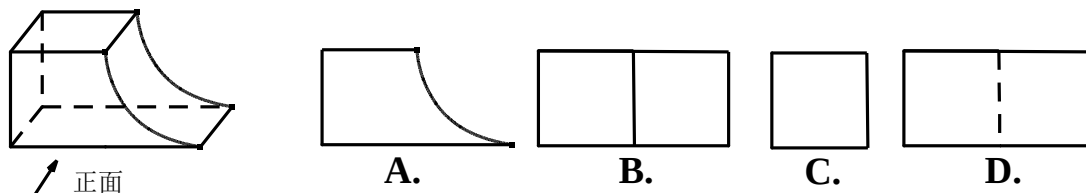
(满分 120 分, 考试时间 100 分钟)

一、选择题 (本大题共 8 小题, 每小题 3 分, 满分 24 分, 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。)

1. 下列各数中最大的数是 ()

- A. 5 B. $\sqrt{3}$ C. π D. -8

2. 如图所示的几何体的俯视图是 ()

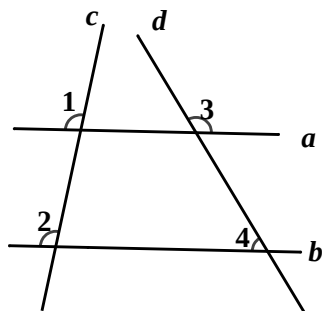


3. 据统计, 2014 年我国高新技术产品出口总额达 40570 亿元. 将数据 40570 亿用科学记数法表示为 ()

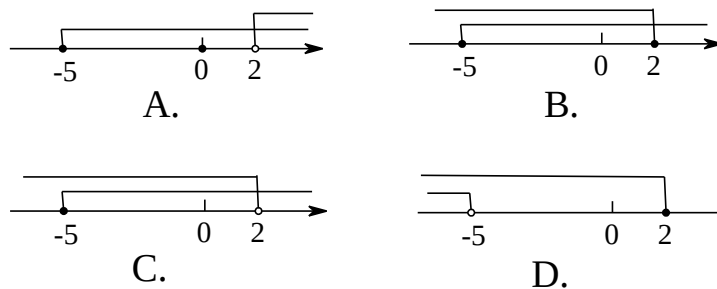
- A. 4.0570×10^9 B. 0.40570×10^{10} C. 40.570×10^{11} D. 4.0570×10^{12}

4. 如图, 直线 a 、 b 被直线 c 、 d 所截, 若 $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = 125^\circ$, 则 $\angle 4$ 的度数为 ()

- A. 55° B. 60° C. 70° D. 75°



5. 不等式 $\begin{cases} x+5 \geq 0 \\ 3-x > 1 \end{cases}$ 的解集在数轴上表示为 ()

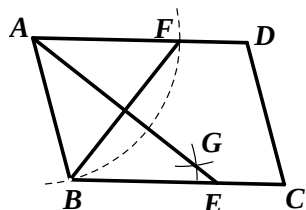


6. 小王参加某企业招聘测试, 他的笔试、面试、技能操作得分分别为 85 分, 80 分, 90 分, 若依次按照 2:3:5 的比例确定成绩, 则小王的成绩是 ()

- A. 255 分 B. 84 分 C. 84.5 分 D. 86 分

7. 如图, 在 $\square ABCD$ 中, 用直尺和圆规作 $\angle BAD$ 的平分线 AG 交 BC 于点 E , 若 $BF=6$, $AB=5$, 则 AE 的长为 ()

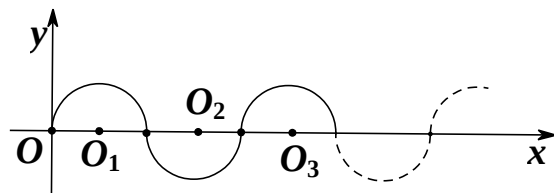
- A. 4 B. 6 C. 8 D. 10



8. 如图所示, 在平面直角坐标系中, 半径均为 1 个单位长度的半圆 $O_1, O_2, O_3, \dots$ 组成一条平滑的曲线. 点 P 从原点 O 出发, 沿这条曲线向右运动, 速度为每秒 $\frac{\pi}{2}$ 个单位长度, 则

第 2015 秒时, 点 P 的坐标是 ()

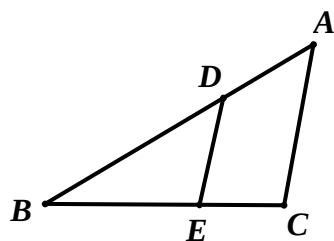
- A. (2014, 0) B. (2015, -1) C. (2015, 1) D. (2016, 0)



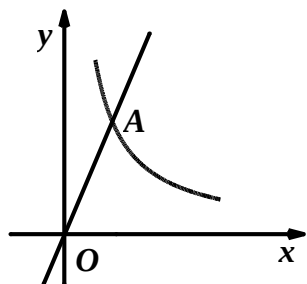
二、填空题 (每小题 3 分, 共 21 分)

9. 计算: $(-3)^0 + 3^{-1} = \underline{\hspace{2cm}}$.

10. 如图, $\triangle ABC$ 中, 点 D, E 分别在边 AB, BC 上, $DE \parallel AC$, 若 $BD=4$, $DA=2$, $BE=3$, 则 $EC = \underline{\hspace{2cm}}$.



11. 如图, 直线 $y=kx$ 与双曲线 $y=\frac{2}{x} (x>0)$ 交于点 $A(1, a)$, 则 $k = \underline{\hspace{2cm}}$.

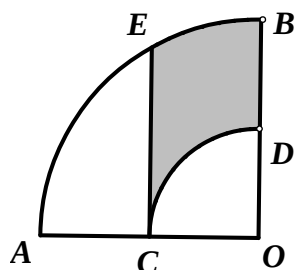


12. 已知点 $A(4, y_1)$, $B(\sqrt{2}, y_2)$, $C(-2, y_3)$ 都在二次函数 $y = (x - 2)^2 - 1$ 的图象

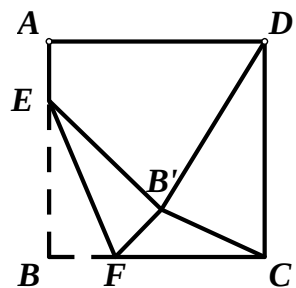
上, 则 y_1, y_2, y_3 的大小关系是_____.

13. 现有四张分别标有数字 1, 2, 2, 3 的卡片, 它们除数字外完全相同, 把卡片背面朝上洗匀, 从中随机抽出一张后放回, 再背面朝上洗匀, 从中随机抽出一张, 则两次抽出的卡片所标数字不同的概率是_____.

14. 如图, 在扇形 AOB 中, $\angle AOB = 90^\circ$, 点 C 为 OA 的中点, $CE \perp OA$ 交 $\widehat{AB}$ 于点 E . 以点 O 为圆心, OC 的长为半径作 $\widehat{CD}$ 交 OB 于点 D . 若 $OA = 2$, 则阴影部分的面积为_____.



15. 如图, 正方形 $ABCD$ 的边长是 16, 点 E 在边 AB 上, $AE = 3$, 点 F 是边 BC 上不与点 B, C 重合的一个动点, 把 $\triangle EBF$ 沿 EF 折叠, 点 B 落在 B' 处. 若 $\triangle CDB'$ 恰为等腰三角形, 则 DB' 的长为_____.



三、解答题 (本大题共 8 个小题, 满分 75 分)

16. (8) 先化简, 再求值:

$$\frac{a^2 - 2ab + b^2}{2a - 2b} \div \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{a}\right), \text{ 其中 } a = \sqrt{5} + 1, b = \sqrt{5} - 1.$$

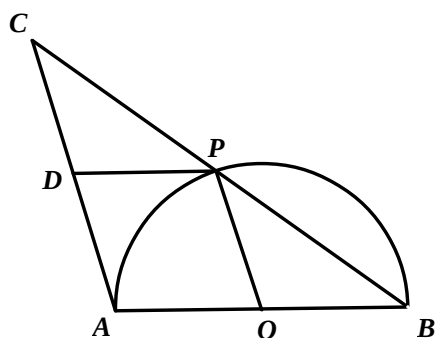
17. (9) 如图, AB 是半圆 O 的直径, 点 P 是半圆上不与点 A, B 重合的一个动点, 延长 BP 到点 C , 使 $PC = PB$, D 是 AC 的中点, 连接 PD, PO .

(1) 求证: $\triangle CDP \cong \triangle POB$;

(2) 填空:

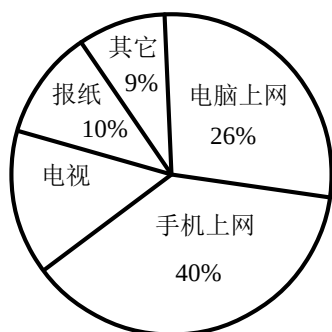
① 若 $AB = 4$, 则四边形 $AOPD$ 的最大面积为_____;

② 连接 OD , 当 $\angle PBA$ 的度数为_____时, 四边形 $BPDO$ 为菱形.

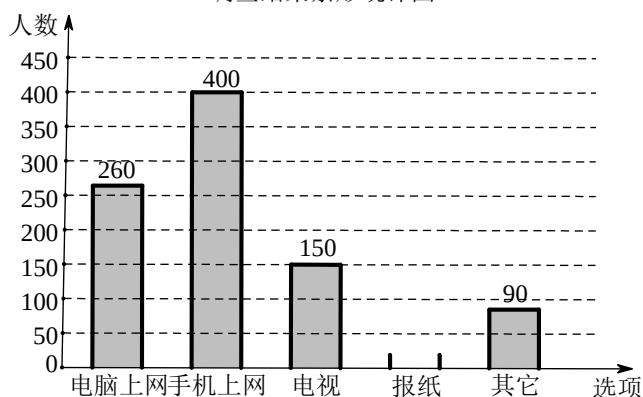


18. (9) 为了了解市民“获取新闻的最主要途径”, 某市记者开展了一次抽样调查, 根据调查结果绘制了如下尚不完整的统计图.

调查结果扇形统计图



调查结果条形统计图



根据以上信息解答下列问题:

(1) 这次接受调查的市民总人数是_____;

(2) 扇形统计图中, “电视”所对应的圆心角的度数是_____;

(3) 请补全条形统计图;

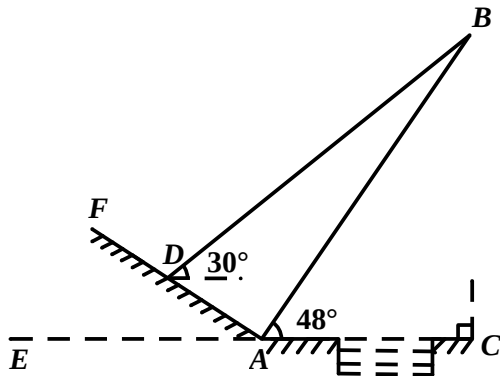
(4) 若该市约有 80 万人, 请你估计其中将“电脑和手机上网”作为“获取新闻的最主要

途径”的总人数.

19. (9) 已知关于 x 的一元二次方程 $(x-3)(x-2)=|m|$.

- (1) 求证: 对于任意实数 m , 方程总有两个不相等的实数根;
- (2) 若方程的一个根是 1, 求 m 的值及方程的另一根.

20. (9) 如图所示, 某数学活动小组选定测量小河对岸大树 BC 的高度, 他们在斜坡上 D 处测得大树顶端 B 的仰角是 30° , 朝大树方向下坡走 6 米到达坡底 A 处, 在 A 处测得大树顶端 B 的仰角是 48° . 若坡角 $\angle FAE=30^\circ$, 求大树的高度. (结果保留整数. 参考数据: $\sin 48^\circ \approx 0.74$, $\cos 48^\circ \approx 0.67$, $\tan 48^\circ \approx 1.11$, $\sqrt{3} \approx 1.73$)

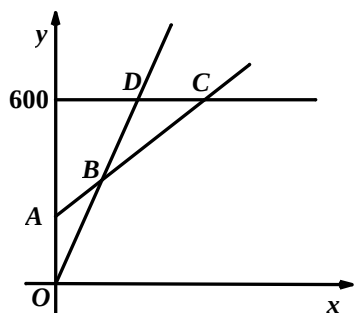


21. (10) 某游泳池普通票价 20 元/张, 暑假为了促销, 新推出两种优惠卡:

- ① 金卡售价 600 元/张, 每次凭卡不再收费;
- ② 银卡售价 150 元/张, 每次凭卡另收 10 元.

暑假普通票正常销售, 两种优惠卡仅限暑假使用, 不限次数. 设游泳 x 次时, 所需总费用为 y 元.

- (1) 分别写出选择银卡、普通票消费时, y 与 x 之间的函数关系式;
- (2) 在同一坐标系中, 若三种消费方式对应的函数图象如图所示, 请求出点 A , B , C 的坐标;
- (3) 请根据函数图象, 直接写出选择哪种消费方式更合算.



22. (10) 如图 1, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle B=90^\circ$, $BC=2AB=8$, 点 D , E 分别是边 BC , AC 的中点, 连接 DE . 将 $\triangle EDC$ 绕点 C 按顺时针方向旋转, 记旋转角为 α .

(1) 问题发现

① 当 $\alpha=0^\circ$ 时, $\frac{AE}{BD} = \underline{\hspace{2cm}}$; ② 当 $\alpha=180^\circ$ 时, $\frac{AE}{BD} = \underline{\hspace{2cm}}$.

(2) 拓展研究

试判断: 当 $0^\circ \leq \alpha < 360^\circ$ 时, $\frac{AE}{BD}$ 的大小有无变化? 请仅就图 2 的情况给出证明.

(3) 问题解决

当 $\triangle EDC$ 旋转至 A , D , E 三点共线时, 直接写出线段 BD 的长.

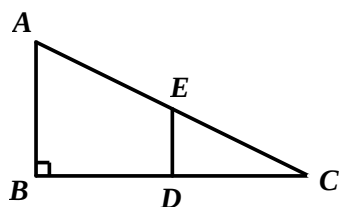


图1

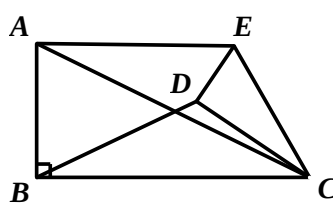


图2

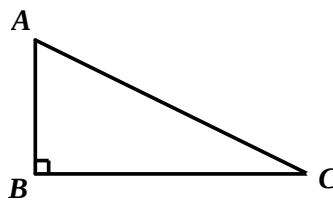


图3

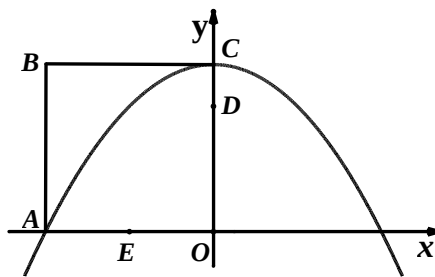
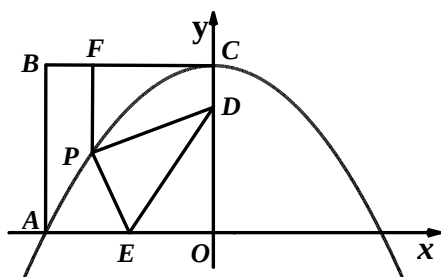
23. (11) 如图, 边长为 8 的正方形 $OABC$ 的两边在坐标轴上, 以点 C 为顶点的抛物线经过点 A , 点 P 是抛物线上点 A , C 间的一个动点 (含端点), 过点 P 作 $PF \perp BC$ 于点 F . 点 D , E 的坐标分别为 $(0, 6)$, $(-4, 0)$, 连接 PD , PE , DE .

(1) 请直接写出抛物线的解析式;

(2) 小明探究点 P 的位置发现: 当点 P 与点 A 或点 C 重合时, PD 与 PF 的差为定值. 进而猜想: 对于任意一点 P , PD 与 PF 的差为定值. 请你判断该猜想是否正确, 并说明理由;

(3) 小明进一步探究得出结论: 若将 “使 $\triangle PDE$ 的面积为整数” 的点 P 记作 “好点”, 则存在多个 “好点”, 且使 $\triangle PDE$ 的周长最小的点 P 也是一个 “好点”.

请直接写出所以 “好点” 的个数, 并求出 $\triangle PDE$ 周长最小时 “好点” 的坐标.



备用图

参考答案

一、选择题 (本大题共 8 小题, 每小题 3 分, 满分 24 分, 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。)

1. A 2. B 3. D 4. A 5. C 6. D 7. C 8. B

二、填空题 (每小题 3 分, 共 21 分)

9. $\frac{4}{3}$ 10. $\frac{3}{2}$ 11. 2 12. $y_2 < y_1 < y_3$

13. $\frac{5}{8}$ 14. $\frac{\pi}{12} + \frac{\sqrt{3}}{2}$ 15. 16 或 $4\sqrt{5}$

三、解答题 (本大题共 8 个小题, 满分 75 分)

16. 解: 原式 = $\frac{(a-b)^2}{2(a-b)} \div \frac{a-b}{ab} = \frac{(a-b)^2}{2(a-b)} \cdot \frac{ab}{a-b} = \frac{ab}{2}$.

当 $a = \sqrt{5} + 1, b = \sqrt{5} - 1$ 时, 原式 = $\frac{(\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-1)}{2} = \frac{5-1}{2} = 2$.

17. 解: (1) ∵ O、P、D 分别为 AB、BC、AC 中点
 ∴ $DP \parallel OB$, 且 $DP = OB$; $CD \parallel OP$, 且 $CD = OP$

$$\therefore \angle CPD = \angle PBO$$

在 $\triangle CDP$ 和 $\triangle POB$ 中

$$\begin{cases} CP = PB \\ \angle CPD = \angle PBO, \text{ 所以 } \triangle CDP \cong \triangle POB \text{ (SAS)} \\ PD = OB \end{cases}$$

(2) ① ② 60° .

提示: ① $\because$ D、P、O 分别为 AC、BC、AB 的中点,

$\therefore DP \parallel AO, PO \parallel AD, \therefore$ 四边形 AOPD 为平行四边形,

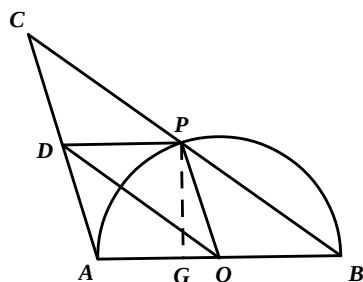
如图, 过点 P 作 $PG \perp AB$, 垂足为 G, $S_{\square AOPD} = AO \cdot PG$, 当 PG 取最大值时, 平行四边

形 AOPD 为正方形,

$$\therefore S_{\square AOPD} = AO \cdot PG = 4;$$

② 若四边形 BPDO 为菱形, 则 $BP = OB = 2$,

$\therefore OP = OB$, 则 $\triangle OPB$ 为等边三角形, $\therefore$ 当 $\angle PBA = 60^\circ$.



18. 解: (1) “手机上网”人数为 400 人, 所占比例为 40%, $\therefore$ 总人数为 $400 \div 40\% = 1000$ 人;

(2) “电视”所占比例 $= 1 - 40\% - 26\% - 10\% - 9\% = 15\%$,

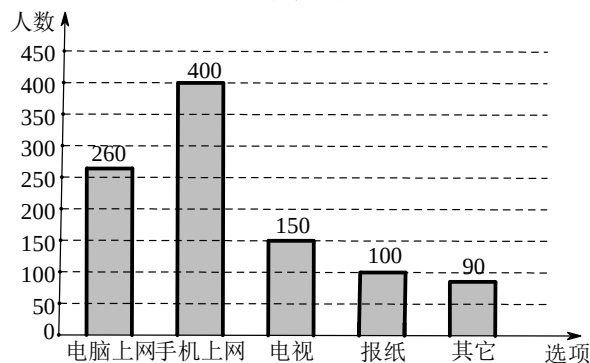
所以 “电视”所对应的圆心角的度数 $= 360 \times 15\% = 54^\circ$;

(3) “报纸”的频数为 $1000 \times 10\% = 100$, 补全即可;

(4) “电脑和手机上网”所占比例 $= 40\% + 26\% = 66\%$,

$\therefore$ 总人数 80 万 $\times 66\% = 52.8$ 万人.

调查结果条形统计图



19. 解: (1) 原方程可化为 $x^2 - 5x + 6 - |m| = 0$,

$$\therefore \Delta = (-5)^2 - 4(6 - |m|) = 1 + 4|m|.$$

$\because |m| \geq 0, \therefore 1 + 4|m| > 0$, 即 $\Delta > 0$,

$\therefore$ 对于任意实数 m , 方程总有两个不相等的实数根.

(2) 把 $x=1$ 时代入原方程, 得 $|m|=2, \therefore m=\pm 2$;

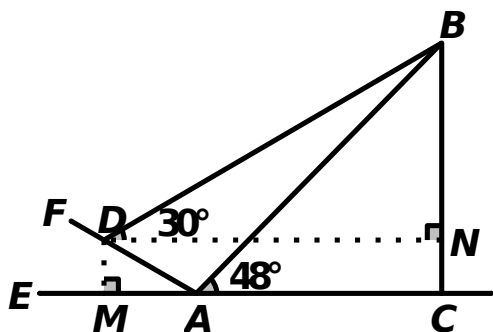
当 $|m|=2$ 时, 原方程可化为 $x^2 - 5x + 4 = 0$, 解之得, $x_1=1, x_2=4$, 所以另一个根是 4.

20. 解: 如图, 过点 D 作 $DM \perp EC$ 于点 M , $DN \perp BC$ 于点 N , 设 $BC=h$.

在 $\text{Rt}\triangle DMA$ 中, $\because AD=6, \angle DAE=30^\circ$,

$\therefore DM=3, AM=3\sqrt{3}$, 则 $CN=3, BN=h-3$;

在 $\text{Rt}\triangle BDN$ 中, $\because \angle BDN=30^\circ, \therefore DN=\sqrt{3}BN=\sqrt{3}(h-3)$;



在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\because \angle BAC=48^\circ, \therefore AC=\frac{h}{\tan \angle BAC}=\frac{h}{\tan 48^\circ}$.

$\because AM+AC=DN, \therefore 3\sqrt{3}+\frac{h}{\tan 48^\circ}=\sqrt{3}(h-3)$, 解之得 $h \approx 13$.

故大树的高度为 13 米.

21. 解: (1) 选择银卡消费时 $y=10x+150$; 选择普通票消费时 $y=20x$;

(2) 令解析式 $y=10x+150$ 中的 $x=0$, 得 A 点坐标 $(0, 150)$;

$$\text{联立解析式 } \begin{cases} y=20x \\ y=10x+150 \end{cases}, \text{ 得 } \begin{cases} x=15 \\ y=300 \end{cases}, \therefore B(15, 300);$$

令解析式 $y=10x+150$ 中的 $y=600$, 解得 $x=45$, $\therefore C(45, 600)$.

(3) 根据图象可知当 $0 \leq x < 15$ 时, 选择普通票消费合算;

当 $x=15$ 时, 选择银卡和普通票消费一样;

当 $15 < x < 45$ 时, 选择银卡消费;

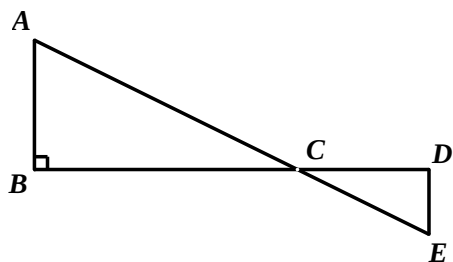
当 $x=45$ 时, 选择金卡和银卡消费一样;

当 $x > 45$ 时, 选择金卡消费合算.

22. 解: (1) ①当 $\alpha = 0^\circ$ 时, 如图 1, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle B = 90^\circ$, $BC = 2AB = 8$, 点 D, E 分别是边 BC, AC 的中点, $\therefore DE$ 为 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的中位线, 则 $AB = BD = CD = 4$, $\therefore DE = 2$, 则 $AC = 4\sqrt{5}$,

$$AE = CE = 2\sqrt{5}, \text{ 则 } \frac{AE}{BD} = \frac{\sqrt{5}}{2};$$

②当 $\alpha = 180^\circ$ 时, 如图, 由①得, $AE = 6\sqrt{5}$, $BD = 12$, $\therefore \frac{AE}{BD} = \frac{\sqrt{5}}{2}$.



(2) 无变化

在图 1 中, $\because DE$ 是 $\triangle ABC$ 的中线, $\therefore DE \parallel AB$, $\therefore \frac{CE}{CA} = \frac{CD}{CB}$, $\angle EDC = \angle B = 90^\circ$

如图 2, $\because \triangle EDC$ 在旋转过程中形状大小不变, $\therefore \frac{CE}{CA} = \frac{CD}{CB}$ 仍然成立.

又 $\because \angle ACE = \angle BCD = \alpha$, $\therefore \triangle CEA \sim \triangle CDB$, $\therefore \frac{AE}{BD} = \frac{AC}{BC}$,

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{4^2 + 8^2} = 4\sqrt{5}$,

$$\therefore \frac{AC}{BC} = \frac{4\sqrt{5}}{8} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$\therefore \frac{AE}{BD} = \frac{\sqrt{5}}{2}$, $\therefore \frac{AE}{BD}$ 的大小不变.

$$(3) 4\sqrt{5} \text{ 或 } \frac{12\sqrt{5}}{5}.$$

提示: 当 $\triangle EDC$ 在 BC 上方, 且 A, D, E 三点共线时, 四边形 $ABCD$ 为矩形, $\therefore BD=AC=4\sqrt{5}$;

当 $\triangle EDC$ 在 BC 下方, 且 A, E, D 三点共线时, $\triangle ADC$ 为直角三角形, 由勾股定理可求得 $AD=8$, $\therefore AE=6$, 根据 $\frac{AE}{BD} = \frac{\sqrt{5}}{2}$ 可求得 $BD = \frac{12\sqrt{5}}{5}$.

23. 解: (1) 设抛物线解析式为 $y = ax^2 + b$, 抛物线经过 A, C 两点,

由正方形性质可得 $A(-8, 0)$, $C(0, 8)$, 代入解析式得,

$$\begin{cases} (-8)^2 a + b = 0 \\ b = 8 \end{cases}, \therefore \begin{cases} a = -\frac{1}{8} \\ b = 8 \end{cases}$$

即抛物线解析式为 $y = -\frac{1}{8}x^2 + 8$;

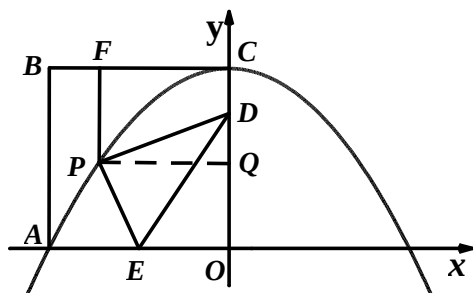
(2) 正确. 设 P 点坐标为 $\left(m, -\frac{1}{8}m^2 + 8\right)$,

$$\because PF \perp BC \therefore F(m, 8) \therefore PF = 8 - \left(-\frac{1}{8}m^2 + 8\right) = \frac{1}{8}m^2;$$

过 P 作 $PQ \perp y$ 轴于点 Q , 则 $Q\left(0, -\frac{1}{8}m^2 + 8\right)$,

$$\text{在 Rt}\triangle PDQ \text{ 中 } PD = \sqrt{m^2 + \left(-\frac{1}{8}m^2 + 8 - 6\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{8}m^2 + 2\right)^2} = \frac{1}{8}m^2 + 2,$$

$$\therefore PD - PF = \frac{1}{8}m^2 + 2 - \frac{1}{8}m^2 = 2. \therefore \text{猜想正确.}$$



(3) 好点共 11 个;

在点 P 运动时, DE 的大小不变, $\therefore PE$ 与 PD 的和最小时, $\triangle PDE$ 的周长最小,

$\because PD - PF = 2, \therefore PD = PF + 2, \therefore PE + PD = PE + PF + 2,$

当 P, E, F 三点共线时, $PE + PF$ 最小,

此时, 点 P, E 的横坐标都为 -4 , 将 $x = -4$ 代入 $y = -\frac{1}{8}x^2 + 8$, 得 $y = 6$,

$\therefore P(-4, 6)$, 此时 $\triangle PDE$ 周长最小, 且 $\triangle PDE$ 的面积为 12, 点 P 恰为“好点”.

$\therefore \triangle PDE$ 周长最小时点 P 的坐标为 $(-4, 6)$.

提示: $\triangle PDE$ 的面积 $S = -\frac{1}{4}x^2 - 3x + 4 = -\frac{1}{4}(x + 6)^2 + 13$.

由于 $-8 \leq x \leq 0$, 可得 $4 \leq S \leq 13$, 所以 S 的整数值为 10 个.

由图象可知, 当 $S = 12$ 时, 对应的“好点”有 2 个, 所以“好点”共有 11 个.