

2019 年广西玉林市中考数学试卷

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分.

1. (3 分) (2019•玉林) 9 的倒数是()

- A. $\frac{1}{9}$ B. $-\frac{1}{9}$ C. 9 D. -9

2. (3 分) (2019•玉林) 下列各数中，是有理数的是()

- A. π B. 1.2 C. $\sqrt{2}$ D. $\sqrt[3]{3}$

3. (3 分) (2019•玉林) 如图，圆柱底面圆半径为 2，高为 2，则圆柱的左视图是()



- A. 平行四边形 B. 正方形 C. 矩形 D. 圆

4. (3 分) (2019•玉林) 南宁到玉林城际铁路投资约 278 亿元，将数据 278 亿用科学记数法表示是()

- A. 278×10^8 B. 27.8×10^9 C. 2.78×10^{10} D. 2.78×10^8

5. (3 分) (2019•玉林) 若 $\alpha = 29^\circ 45'$ ，则 α 的余角等于()

- A. $60^\circ 55'$ B. $60^\circ 15'$ C. $150^\circ 55'$ D. $150^\circ 15'$

6. (3 分) (2019•玉林) 下列运算正确的是()

- A. $3a + 2a = 5a^2$
 B. $3a^2 - 2a = a$
 C. $(-a)^3 \square (-a^2) = -a^5$
 D. $(2a^3b^2 - 4ab^4) \div (-2ab^2) = 2b^2 - a^2$

7. (3 分) (2019•玉林) 菱形不具备的性质是()

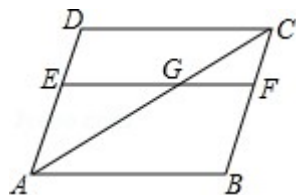
- A. 是轴对称图形 B. 是中心对称图形
 C. 对角线互相垂直 D. 对角线一定相等

8. (3 分) (2019•玉林) 若一元二次方程 $x^2 - x - 2 = 0$ 的两根为 x_1 , x_2 ，则

$(1 + x_1) + x_2(1 - x_1)$ 的值是()

- A. 4 B. 2 C. 1 D. -2

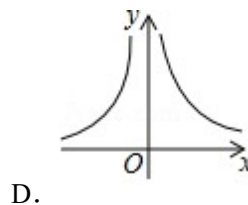
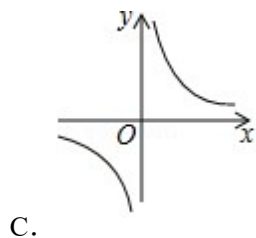
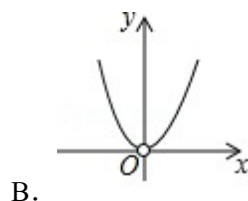
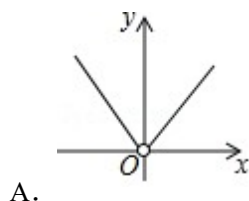
9. (3 分) (2019•玉林) 如图, $AB \parallel EF \parallel DC$, $AD \parallel BC$, EF 与 AC 交于点 G , 则是相似三角形共有()



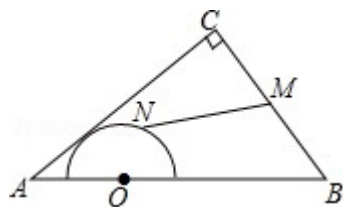
- A. 3 对 B. 5 对 C. 6 对 D. 8 对

10. (3 分) (2019•玉林) 定义新运算: $p \oplus q = \begin{cases} \frac{p}{q} (q > 0) \\ -\frac{p}{q} (q < 0) \end{cases}$, 例如: $3 \oplus 5 = \frac{3}{5}$,

$3 \oplus (-5) = -\frac{3}{5}$, 则 $y = 2 \oplus x (x \neq 0)$ 的图象是()

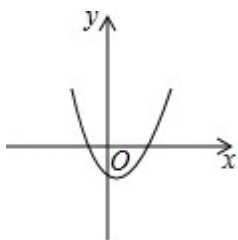


11. (3 分) (2019•玉林) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = 4$, $BC = 3$, 点 O 是 AB 的三等分点, 半圆 O 与 AC 相切, M , N 分别是 BC 与半圆弧上的动点, 则 MN 的最小值和最大值之和是()



- A. 5 B. 6 C. 7 D. 8

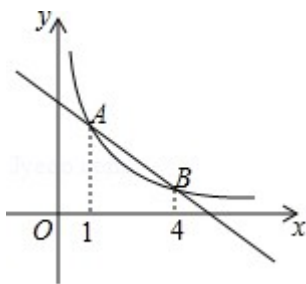
12. (3分) (2019•玉林) 已知抛物线 $C: y = \frac{1}{2}(x-1)^2 - 1$, 顶点为 D , 将 C 沿水平方向向右 (或向左) 平移 m 个单位, 得到抛物线 C_1 , 顶点为 D_1 , C 与 C_1 相交于点 Q , 若 $\angle DQD_1 = 60^\circ$, 则 m 等于 ()



- A. $\pm 4\sqrt{3}$ B. $\pm 2\sqrt{3}$ C. -2 或 $2\sqrt{3}$ D. -4 或 $4\sqrt{3}$

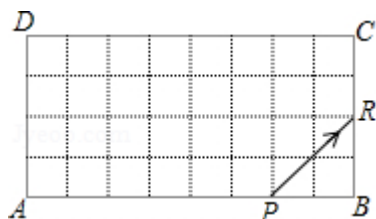
二、填空题 (共6小题, 每小题3分, 满分18分)

13. (3分) (2019•玉林) 计算: $(-6) - (+4) = \underline{\hspace{2cm}}$.
14. (3分) (2019•玉林) 样本数据 $-2, 0, 3, 4, -1$ 的中位数是 $\underline{\hspace{2cm}}$.
15. (3分) (2019•玉林) 我市博览馆有 A, B, C 三个入口和 D, E 两个出口, 小明入馆游览, 他从 A 口进 E 口出的概率是 $\underline{\hspace{2cm}}$.
16. (3分) (2019•玉林) 如图, 一次函数 $y_1 = (k-5)x + b$ 的图象在第一象限与反比例函数 $y_2 = \frac{k}{x}$ 的图象相交于 A, B 两点, 当 $y_1 > y_2$ 时, x 的取值范围是 $1 < x < 4$, 则 $k = \underline{\hspace{2cm}}$.



17. (3分) (2019•玉林) 设 $0 < \frac{b}{a} < 1$, 则 $m = \frac{a^2 - 4b^2}{a^2 + 2ab}$, 则 m 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.
18. (3分) (2019•玉林) 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB = 8$, $BC = 4$, 一发光电子开始置于 AB 边的点 P 处, 并设定此时为发光电子第一次与矩形的边碰撞, 将发光电子沿着 PR

方向发射, 碰撞到矩形的边时均反射, 每次反射的反射角和入射角都等于 45° , 若发光电子与矩形的边碰撞次数经过 2019 次后, 则它与 AB 边的碰撞次数是_____.



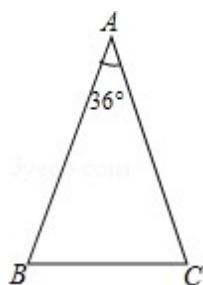
三、解答题 (共 8 小题, 满分 66 分)

19. (6 分) (2019•玉林) 计算: $|\sqrt{3}-1| - (-2)^3 - \frac{\sqrt{12}}{2} + (\pi - \cos 60^\circ)^0$.

20. (6 分) (2019•玉林) 解方程: $\frac{x}{x-1} - \frac{3}{(x-1)(x+2)} = 1$.

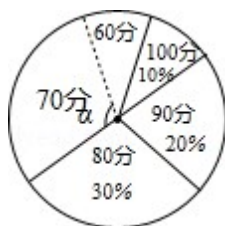
21. (6 分) (2019•玉林) 如图, 已知等腰 $\triangle ABC$ 顶角 $\angle A = 30^\circ$.

- (1) 在 AC 上作一点 D , 使 $AD = BD$ (要求: 尺规作图, 保留作图痕迹, 不必写作法和证明, 最后用黑色墨水笔加墨);
- (2) 求证: $\triangle BCD$ 是等腰三角形.



22. (8 分) (2019•玉林) 某校有 20 名同学参加市举办的“文明环保, 从我做起”征文比赛, 成绩分别记为 60 分、70 分、80 分、90 分、100 分, 为方便奖励, 现统计出 80 分、90 分、100 分的人数, 制成如图不完整的扇形统计图, 设 70 分所对扇形圆心角为 α .

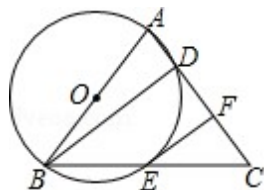
- (1) 若从这 20 份征文中, 随机抽取一份, 则抽到试卷的分数为低于 80 分的概率是_____;
- (2) 当 $\alpha = 180^\circ$ 时, 求成绩是 60 分的人数;
- (3) 设 80 分为唯一众数, 求这 20 名同学的平均成绩的最大值.



23. (9 分) (2019•玉林) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 5$, $BC = 6$, 以 AB 为直径作 $\odot O$ 分别交于 AC , BC 于点 D , E , 过点 E 作 $\odot O$ 的切线 EF 交 AC 于点 F , 连接 BD .

(1) 求证: EF 是 $\triangle CDB$ 的中位线;

(2) 求 EF 的长.



24. (9 分) (2019•玉林) 某养殖场为了响应党中央的扶贫政策, 今年起采用“场内 + 农户”养殖模式, 同时加强对蛋鸡的科学管理, 蛋鸡的产蛋率不断提高, 三月份和五月份的产蛋量分别是 2.5 万 kg 与 3.6 万 kg , 现假定该养殖场蛋鸡产蛋量的月增长率相同.

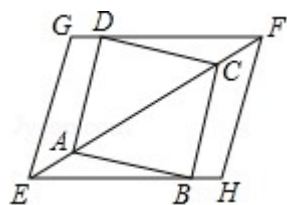
(1) 求该养殖场蛋鸡产蛋量的月平均增长率;

(2) 假定当月产的鸡蛋当月在各销售点全部销售出去, 且每个销售点每月平均销售量最多为 0.32 万 kg . 如果要完成六月份的鸡蛋销售任务, 那么该养殖场在五月份已有的销售点的基础上至少再增加多少个销售点?

25. (10 分) (2019•玉林) 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, 分别过顶点 B , D 作 $BE \parallel DF$ 交对角线 AC 所在直线于 E , F 点, 并分别延长 EB , FD 到点 H , G , 使 $BH = DG$, 连接 EG , FH .

(1) 求证: 四边形 $EHFG$ 是平行四边形;

(2) 已知: $AB = 2\sqrt{2}$, $EB = 4$, $\tan \angle GEH = 2\sqrt{3}$, 求四边形 $EHFG$ 的周长.



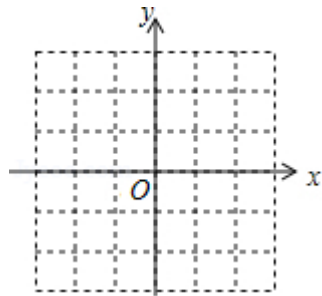
26. (12 分) (2019•玉林) 已知二次函数: $y = ax^2 + (2a+1)x + 2(a < 0)$.

(1) 求证: 二次函数的图象与 x 轴有两个交点;

(2) 当二次函数的图象与 x 轴的两个交点的横坐标均为整数, 且 a 为负整数时, 求 a 的值及二次函数的解析式并画出二次函数的图象 (不用列表, 只要求用其与 x 轴的两个交点 A , B (A 在 B 的左侧), 与 y 轴的交点 C 及其顶点 D 这四点画出二次函数的大致图象, 同时标

出 A, B, C, D 的位置)；

(3) 在 (2) 的条件下, 二次函数的图象上是否存在一点 P 使 $\angle PCA = 75^\circ$? 如果存在, 求出点 P 的坐标; 如果不存在, 请说明理由.



2019 年广西玉林市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分.

1. (3 分) 9 的倒数是()

- A. $\frac{1}{9}$ B. $-\frac{1}{9}$ C. 9 D. -9

【考点】17: 倒数

【专题】511: 实数

【分析】直接利用倒数的定义得出答案.

【解答】解: 9 的倒数是: $\frac{1}{9}$.

故选: A.

【点评】此题主要考查了倒数, 正确把握倒数的定义是解题关键.

2. (3 分) 下列各数中, 是有理数的是()

- A. π B. 1.2 C. $\sqrt{2}$ D. $\sqrt[3]{3}$

【考点】27: 实数

【专题】511: 实数

【分析】直接利用有理数的定义分析得出答案.

【解答】解: 四个选项中只有 1.2 是有理数.

故选: B.

【点评】此题主要考查了实数, 正确把握有理数的定义是解题关键.

3. (3 分) 如图, 圆柱底面圆半径为 2, 高为 2, 则圆柱的左视图是()



- A. 平行四边形 B. 正方形 C. 矩形 D. 圆

【考点】U1: 简单几何体的三视图

【专题】55F: 投影与视图

【分析】根据圆柱底面圆半径为 2, 高为 2, 即可得到底面直径为 4, 进而得出圆柱的左视图是长方形.

【解答】解：∵ 圆柱底面圆半径为 2，高为 2，

∴ 底面直径为 4，

∴ 圆柱的左视图是一个长为 4，宽为 2 的长方形，

故选：C.

【点评】本题主要考查了简单几何体的三视图，左视图是从物体的左面看得到的视图.

4. (3 分) 南宁到玉林城际铁路投资约 278 亿元，将数据 278 亿用科学记数法表示是 ()

- A. 278×10^8 B. 27.8×10^9 C. 2.78×10^{10} D. 2.78×10^8

【考点】11：科学记数法—表示较大的数

【专题】511：实数

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 1 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数.

【解答】解：278 亿用科学记数法表示应为 2.78×10^{10} ，

故选：C.

【点评】此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

5. (3 分) 若 $\alpha = 29^\circ 45'$ ，则 α 的余角等于 ()

- A. $60^\circ 55'$ B. $60^\circ 15'$ C. $150^\circ 55'$ D. $150^\circ 15'$

【考点】11：度分秒的换算；11：余角和补角

【专题】551：线段、角、相交线与平行线

【分析】根据互为余角的定义作答.

【解答】解：∵ $\alpha = 29^\circ 45'$ ，

∴ α 的余角等于： $90^\circ - 29^\circ 45' = 60^\circ 15'$.

故选：B.

【点评】本题考查了互为余角的定义：如果两个角的和为 90° ，那么这两个角互为余角.

6. (3 分) 下列运算正确的是 ()

- A. $3a + 2a = 5a^2$
B. $3a^2 - 2a = a$
C. $(-a)^3 \div (-a^2) = -a^5$

$$D. (2a^3b^2 - 4ab^4) \div (-2ab^2) = 2b^2 - a^2$$

【考点】35: 合并同类项; 4H: 整式的除法; 46: 同底数幂的乘法

【专题】512: 整式

【分析】直接利用合并同类项法则以及整式的乘除运算法则分别化简得出答案.

【解答】解: A 、 $3a + 2a = 5a$, 故此选项错误;

B 、 $3a^2 - 2a$, 无法计算, 故此选项错误;

C 、 $(-a)^3 \square (-a^2) = a^5$, 故此选项错误;

D 、 $(2a^3b^2 - 4ab^4) \div (-2ab^2) = 2b^2 - a^2$, 正确.

故选: D .

【点评】此题主要考查了合并同类项以及整式的乘除运算, 正确掌握相关运算法则是解题关键.

7. (3 分) 菱形不具备的性质是 ()

A. 是轴对称图形

B. 是中心对称图形

C. 对角线互相垂直

D. 对角线一定相等

【考点】R5: 中心对称图形; L8: 菱形的性质; P3: 轴对称图形

【专题】556: 矩形 菱形 正方形

【分析】根据菱形的性质对各个选项进行分析, 从而得到答案.

【解答】解: A 、是轴对称图形, 故正确;

B 、是中心对称图形, 故正确;

C 、对角线互相垂直, 故正确;

D 、对角线不一定相等, 故不正确;

故选: D .

【点评】本题考查了菱形的性质, 熟练掌握菱形的性质是解题的关键.

8. (3 分) 若一元二次方程 $x^2 - x - 2 = 0$ 的两根为 x_1 , x_2 , 则 $(1 + x_1) + x_2(1 - x_1)$ 的值是 ()

A. 4

B. 2

C. 1

D. -2

【考点】AB: 根与系数的关系

【专题】523: 一元二次方程及应用

【分析】根据根与系数的关系得到 $x_1 + x_2 = 1$, $x_1 x_2 = -2$, 然后利用整体代入的方法计算

$(1 + x_1) + x_2(1 - x_1)$ 的值.

【解答】解: 根据题意得 $x_1 + x_2 = 1$, $x_1 x_2 = -2$,

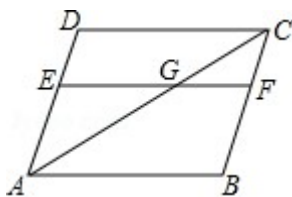
所以 $(1 + x_1) + x_2(1 - x_1) = 1 + x_1 + x_2 - x_1 x_2 = 1 + 1 - (-2) = 4$.

故选: A.

【点评】本题考查了根与系数的关系: 若 x_1, x_2 是一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 的两

根时, $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$, $x_1 x_2 = \frac{c}{a}$.

9. (3 分) 如图, $AB \parallel EF \parallel DC$, $AD \parallel BC$, EF 与 AC 交于点 G , 则是相似三角形共有 ()



- A. 3 对 B. 5 对 C. 6 对 D. 8 对

【考点】S8: 相似三角形的判定

【专题】55D: 图形的相似

【分析】图中三角形有: $\triangle AEG$, $\triangle ADC$, $\triangle CFG$, $\triangle CBA$, 因为 $AB \parallel EF \parallel DC$, $AD \parallel BC$, 所以 $\triangle AEG \sim \triangle ADC \sim \triangle CFG \sim \triangle CBA$, 有 6 种组合

【解答】解: 图中三角形有: $\triangle AEG$, $\triangle ADC$, $\triangle CFG$, $\triangle CBA$,

$\therefore AB \parallel EF \parallel DC$, $AD \parallel BC$

$\therefore \triangle AEG \sim \triangle ADC \sim \triangle CFG \sim \triangle CBA$

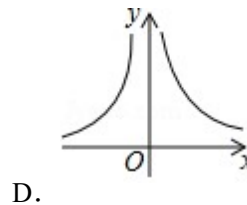
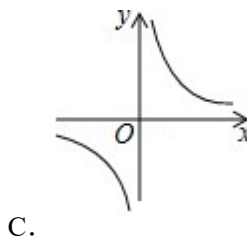
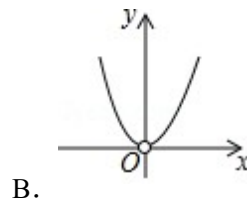
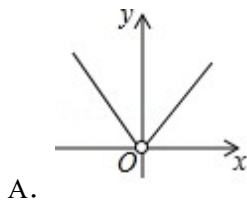
共有 6 个组合分别为: $\therefore \triangle AEG \sim \triangle ADC$, $\triangle AEG \sim \triangle CFG$, $\triangle AEG \sim \triangle CBA$, $\triangle ADC \sim \triangle CFG$, $\triangle ADC \sim \triangle CBA$, $\triangle CFG \sim \triangle CBA$

故选: C.

【点评】本题主要考查相似三角形的判定.

10. (3分) 定义新运算: $p \oplus q = \begin{cases} \frac{p}{q} (q > 0) \\ -\frac{p}{q} (q < 0) \end{cases}$, 例如: $3 \oplus 5 = \frac{3}{5}$, $3 \oplus (-5) = -\frac{3}{5}$, 则

$y = 2 \oplus x (x \neq 0)$ 的图象是 ()



【考点】E6: 函数的图象

【专题】53: 函数及其图象

【分析】根据题目中的新定义, 可以写出 $y = 2 \oplus x$ 函数解析式, 从而可以得到相应的函数

图象, 本题得以解决.

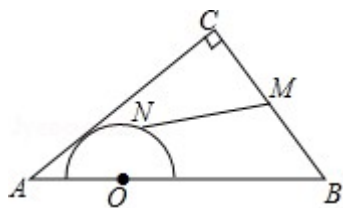
【解答】解: $\because p \oplus q = \begin{cases} \frac{p}{q} (q > 0) \\ -\frac{p}{q} (q < 0) \end{cases}$,

$$\therefore y = 2 \oplus x = \begin{cases} \frac{2}{x} & (x > 0) \\ -\frac{2}{x} & (x < 0) \end{cases},$$

故选: D.

【点评】本题考查函数的图象, 解答本题的关键是明确题意, 利用反比例函数的性质解答.

11. (3分) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = 4$, $BC = 3$, 点 O 是 AB 的三等分点, 半圆 O 与 AC 相切, M , N 分别是 BC 与半圆弧上的动点, 则 MN 的最小值和最大值之和是 ()



A. 5

B. 6

C. 7

D. 8

【考点】MC：切线的性质

【专题】559：圆的有关概念及性质

【分析】设 $\odot O$ 与 AC 相切于点 D ，连接 OD ，作 $OP \perp BC$ 垂足为 P 交 $\odot O$ 于 F ，此时垂线

段 OP 最短， MN 最小值为 $OP - OF = \frac{5}{3}$ ，当 N 在 AB 边上时， M 与 B 重合时， MN 最大

值 $= \frac{10}{3} + 1 = \frac{13}{3}$ ，由此不难解决问题。

【解答】解：如图，设 $\odot O$ 与 AC 相切于点 D ，连接 OD ，作 $OP \perp BC$ 垂足为 P 交 $\odot O$ 于 F ，此时垂线段 OP 最短， PF 最小值为 $OP - OF$ ，

$$\because AC = 4, BC = 3,$$

$$\therefore AB = 5$$

$$\because \angle OPB = 90^\circ,$$

$$\therefore OP \parallel AC$$

$\because$ 点 O 是 AB 的三等分点，

$$\therefore OB = \frac{2}{3} \times 5 = \frac{10}{3}, \quad \frac{OP}{AC} = \frac{OB}{AB} = \frac{2}{3},$$

$$\therefore OP = \frac{8}{3},$$

$\because \odot O$ 与 AC 相切于点 D ，

$$\therefore OD \perp AC,$$

$$\therefore OD \parallel BC,$$

$$\therefore \frac{OD}{BC} = \frac{OQ}{AB} = \frac{1}{3},$$

$$\therefore OD = 1,$$

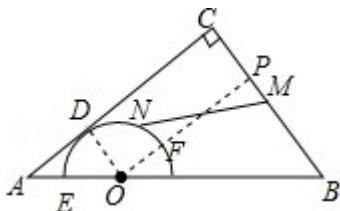
$$\therefore MN \text{ 最小值为 } OP - OF = \frac{8}{3} - 1 = \frac{5}{3},$$

如图，当 N 在 AB 边上时， M 与 B 重合时， MN 经过圆心，经过圆心的弦最长，

$$MN \text{ 最大值} = \frac{10}{3} + 1 = \frac{13}{3},$$

$\therefore MN$ 长的最大值与最小值的和是 6.

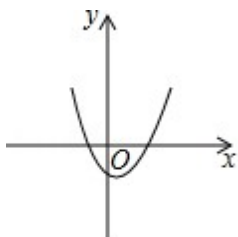
故选: B.



【点评】 本题考查切线的性质、三角形中位线定理等知识, 解题的关键是正确找到点 MN 取得最大值、最小值时的位置, 属于中考常考题型.

12. (3 分) 已知抛物线 $C: y = \frac{1}{2}(x-1)^2 - 1$, 顶点为 D , 将 C 沿水平方向向右 (或向左)

平移 m 个单位, 得到抛物线 C_1 , 顶点为 D_1 , C 与 C_1 相交于点 Q , 若 $\angle DQD_1 = 60^\circ$, 则 m 等于 ()



A. $\pm 4\sqrt{3}$

B. $\pm 2\sqrt{3}$

C. -2 或 $2\sqrt{3}$

D. -4 或 $4\sqrt{3}$

【考点】 H3: 二次函数的性质

【专题】 535: 二次函数图象及其性质

【分析】 根据平移的性质求得交点 Q 的横坐标, 代入 C 求得纵坐标, 然后根据题意和勾股定

理得到, $(\frac{m+2}{2}-1)^2 + (\frac{m^2}{8}-1+1)^2 = m^2$, 解方程即可求得.

【解答】 解: 抛物线 $CC: y = \frac{1}{2}(x-1)^2 - 1$ 沿水平方向向右 (或向左) 平移 m 个单位得到

$$y = \frac{1}{2}(x-m-1)^2 - 1,$$

$$\therefore D(1, -1), D(m+1, -1),$$

$$\therefore Q \text{ 点的横坐标为: } \frac{m+2}{2},$$

$$\text{代入 } y = \frac{1}{2}(x-1)^2 - 1 \text{ 求得 } Q\left(\frac{m+2}{2}, \frac{m^2}{8} - 1\right),$$

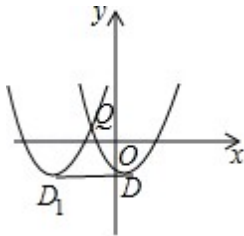
若 $\angle DQD_1 = 60^\circ$, 则 $\triangle DQD_1$ 是等腰直角三角形,

$$\therefore QD = DD_1 = |m|,$$

$$\text{由勾股定理得, } \left(\frac{m+2}{2} - 1\right)^2 + \left(\frac{m^2}{8} - 1 + 1\right)^2 = m^2,$$

$$\text{解得 } m = \pm 4\sqrt{3},$$

故选: A.



【点评】本题考查了二次函数的性质, 平移的性质, 求得 Q 的坐标是解题的关键.

二、填空题 (共 6 小题, 每小题 3 分, 满分 18 分)

13. (3 分) 计算: $(-6) - (+4) = \underline{-10}$.

【考点】1A: 有理数的减法

【专题】511: 实数

【分析】根据有理数的减法法则: 减去一个数, 等于加上这个数的相反数.

【解答】解: $(-6) - (+4) = (-6) + (-4) = -10$.

故答案为: -10

【点评】本题主要考查了有理数的加减法, 熟练掌握法则是解答本题的关键.

14. (3 分) 样本数据 $-2, 0, 3, 4, -1$ 的中位数是 $\underline{0}$.

【考点】W4: 中位数

【专题】542: 统计的应用

【分析】根据中位数的定义求解.

【解答】解: 按从小到大的顺序排列是: $-2, -1, 0, 3, 4$.

中间的是 1. 则中位数是: 0 .

故答案是: 0.

【点评】 本题考查中位数的定义, 中位数是将一组数据从小到大 (或从大到小) 重新排列后, 最中间的那个数 (最中间两个数的平均数), 叫做这组数据的中位数, 如果中位数的概念掌握得不好, 不把数据按要求重新排列, 就会出错.

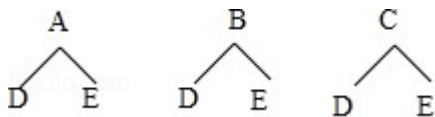
15. (3 分) 我市博览馆有 A, B, C 三个入口和 D, E 两个出口, 小明入馆游览, 他从 A 口进 E 口出的概率是 $\frac{1}{6}$.

【考点】 X6: 列表法与树状图法

【专题】 541: 数据的收集与整理

【分析】 依据题意先用列表法或画树状图法分析所有等可能的出现结果, 然后根据概率公式求出该事件的概率.

【解答】 解: 根据题意画树形图:



共有 6 种等情况数, 其中 “ A 口进 D 口出” 有一种情况,

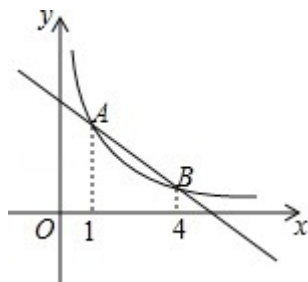
从 “ A 口进 D 口出” 的概率为 $\frac{1}{6}$;

故答案为: $\frac{1}{6}$.

【点评】 此题考查的是用列表法或树状图法求概率. 列表法可以不重复不遗漏的列出所有可能的结果, 适合于两步完成的事件; 树状图法适合两步或两步以上完成的事件; 解题时要注意此题是放回实验还是不放回实验. 用到的知识点为: 概率 = 所求情况数与总情况数之比.

16. (3 分) 如图, 一次函数 $y_1 = (k-5)x + b$ 的图象在第一象限与反比例函数 $y_2 = \frac{k}{x}$ 的图

象相交于 A, B 两点, 当 $y_1 > y_2$ 时, x 的取值范围是 $1 < x < 4$, 则 $k = 4$.



【考点】G8：反比例函数与一次函数的交点问题

【专题】534：反比例函数及其应用；533：一次函数及其应用

【分析】根据题意知，将反比例函数和一次函数联立， A 、 B 的横坐标分别为 1、4，代入方程求解得到 k 的值.

【解答】解：由已知得 A 、 B 的横坐标分别为 1，4，

$$\text{所以有} \begin{cases} k - 5 + b = k \\ 4(k - 5) + b = \frac{k}{4} \end{cases}$$

解得 $k = 4$ ，

故答案为 4.

【点评】本题考查了一次函数和二次函数的交点问题，交点坐标适合两个解析式是解题的关键.

17. (3 分) 设 $0 < \frac{b}{a} < 1$ ，则 $m = \frac{a^2 - 4b^2}{a^2 + 2ab}$ ，则 m 的取值范围是 $-1 < m < 1$.

【考点】C2：不等式的性质；66：约分

【专题】513：分式；524：一元一次不等式（组）及应用

【分析】把 $\frac{a^2 - 4b^2}{a^2 + 2ab}$ 的分子、分母分别因式分解，约分后可得 $m = \frac{a - 2b}{a} = 1 - \frac{2b}{a}$ ，再根据

$0 < \frac{b}{a} < 1$ 即可确定 m 的取值范围.

【解答】解： $m = \frac{a^2 - 4b^2}{a^2 + 2ab} = \frac{(a + 2b)(a - 2b)}{a(a + 2b)} = \frac{a - 2b}{a} = 1 - \frac{2b}{a}$ ，

$$\because 0 < \frac{b}{a} < 1,$$

$$\therefore -2 < -\frac{2b}{a} < 0,$$

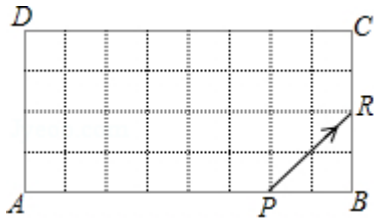
$$\therefore -1, 1 - \frac{2b}{a} < 1,$$

即 $-1 < m < 1$.

故答案为: $-1 < m < 1$

【点评】本题主要考查了分式的约分以及不等式的基本性质, 熟练掌握分解因式的方法是解答本题的关键.

18. (3 分) 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB = 8$, $BC = 4$, 一发光电子开始置于 AB 边的点 P 处, 并设定此时为发光电子第一次与矩形的边碰撞, 将发光电子沿着 PR 方向发射, 碰撞到矩形的边时均反射, 每次反射的反射角和入射角都等于 45° , 若发光电子与矩形的边碰撞次数经过 2019 次后, 则它与 AB 边的碰撞次数是 672.

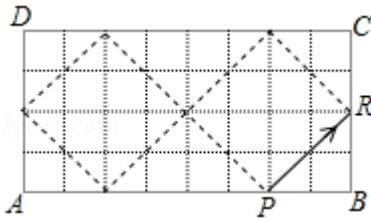


【考点】P1: 生活中的轴对称现象; LB: 矩形的性质

【专题】556: 矩形 菱形 正方形

【分析】根据反射角与入射角的定义可以在格点中作出图形, 可以发现, 在经过 6 次反射后, 发光电子回到起始的位置, 即可求解.

【解答】解: 如图



根据图形可以得到: 每 6 次反弹为一个循环组依次循环, 经过 6 次反弹后动点回到出发点 $(6,0)$, 且每次循环它与 AB 边的碰撞有 2 次,

$$\therefore 2019 \div 6 = 336 \dots 3,$$

当点 P 第 2019 次碰到矩形的边时为第 337 个循环组的第 3 次反弹, 点 P 的坐标为 $(6,4)$

$$\therefore \text{它与 } AB \text{ 边的碰撞次数是 } = 336 \times 2 = 672 \text{ 次}$$

故答案为 672

【点评】本题主要考查了矩形的性质, 点的坐标的规律, 作出图形, 观察出每 6 次反弹为一个循环组依次循环是解题的关键.

三、解答题 (共8小题, 满分66分)

19. (6分) 计算: $|\sqrt{3}-1| - (-2)^3 - \frac{\sqrt{12}}{2} + (\pi - \cos 60^\circ)^0$.

【考点】2C: 实数的运算; 6E: 零指数幂; T5: 特殊角的三角函数值

【专题】11: 计算题; 511: 实数

【分析】先取绝对值符号、乘方、二次根式和零指数幂, 再计算加减可得.

【解答】解: 原式 $= \sqrt{3} - 1 + 8 - \sqrt{3} + 1$

$= 8$.

【点评】本题主要考查实数的运算, 解题的关键是掌握乘方的定义、绝对值性质、算术平方根的定义及零指数幂的规定.

20. (6分) 解方程: $\frac{x}{x-1} - \frac{3}{(x-1)(x+2)} = 1$.

【考点】B3: 解分式方程

【专题】522: 分式方程及应用

【分析】化简所求方程为 $\frac{x^2+2x-3}{(x+2)(x-1)} = 1$, 将分式方程转化为整式方程

$x^2+2x-3 = (x-1)(x+2)$, 解得 $x=1$, 检验方程的根即可求解;

【解答】解: $\frac{x}{x-1} - \frac{3}{(x-1)(x+2)} = \frac{x(x+2)-3}{(x-1)(x+2)} = \frac{x^2+2x-3}{(x+2)(x-1)} = 1$,

$\therefore x^2+2x-3 = (x-1)(x+2)$,

$\therefore x=1$,

经检验 $x=1$ 是方程的增根,

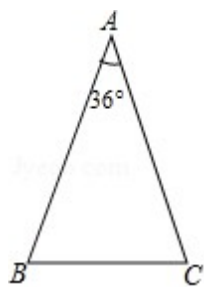
$\therefore$ 原方程无解;

【点评】本题考查分式方程的解法; 熟练掌握分式方程的解法, 验根是关键.

21. (6分) 如图, 已知等腰 $\triangle ABC$ 顶角 $\angle A = 30^\circ$.

(1) 在 AC 上作一点 D , 使 $AD = BD$ (要求: 尺规作图, 保留作图痕迹, 不必写作法和证明, 最后用黑色墨水笔加墨);

(2) 求证: $\triangle BCD$ 是等腰三角形.



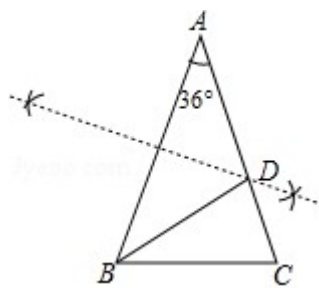
【考点】N3：作图—复杂作图；KJ：等腰三角形的判定与性质

【专题】13：作图题

【分析】(1) 作 AB 的垂直平分线交 AC 于 D ；

(2) 利用等腰三角形的性质和三角形内角和计算出 $\angle ABC = \angle C = 72^\circ$ ，再利用 $DA = DB$ 得到 $\angle ABD = \angle A = 36^\circ$ ，所以 $\angle BDC = 72^\circ$ ，从而可判断 $\triangle BCD$ 是等腰三角形.

【解答】(1) 解：如图，点 D 为所作；



(2) 证明： $\because AB = AC$ ，

$$\therefore \angle ABC = \angle C = \frac{1}{2}(180^\circ - 36^\circ) = 72^\circ,$$

$$\because DA = DB,$$

$$\therefore \angle ABD = \angle A = 36^\circ,$$

$$\therefore \angle BDC = \angle A + \angle ABD = 36^\circ + 36^\circ = 72^\circ,$$

$$\therefore \angle BDC = \angle C,$$

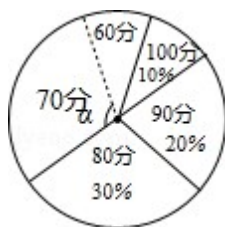
$\therefore \triangle BCD$ 是等腰三角形.

【点评】本题考查了作图—复杂作图：复杂作图是在五种基本作图的基础上进行作图，一般是结合了几何图形的性质和基本作图方法．解决此类题目的关键是熟悉基本几何图形的性质，结合几何图形的基本性质把复杂作图拆解成基本作图，逐步操作．也考查了等腰三角形的判定与性质.

22. (8分) 某校有 20 名同学参加市举办的“文明环保，从我做起”征文比赛，成绩分别记为 60 分、70 分、80 分、90 分、100 分，为方便奖励，现统计出 80 分、90 分、100 分的人数，

制成如图不完整的扇形统计图, 设 70 分所对扇形圆心角为 α .

- (1) 若从这 20 份征文中, 随机抽取一份, 则抽到试卷的分数为低于 80 分的概率是 $\frac{2}{5}$;
- (2) 当 $\alpha = 180^\circ$ 时, 求成绩是 60 分的人数;
- (3) 设 80 分为唯一众数, 求这 20 名同学的平均成绩的最大值.



【考点】 X4: 概率公式; VB: 扇形统计图; W5: 众数

【专题】 543: 概率及其应用

【分析】 (1) 求出低于 80 分的征文数量, 再根据概率公式计算可得;

(2) 当 $\alpha = 180^\circ$ 时, 成绩是 70 分的人数为 10 人, 据此求解可得;

(3) 根据题意得出各组人数进而求出平均数.

【解答】 解: (1) 低于 80 分的征文数量为 $20 \times (1 - 30\% - 20\% - 10\%) = 8$,

则抽到试卷的分数为低于 80 分的概率是 $\frac{8}{20} = \frac{2}{5}$,

故答案为: $\frac{2}{5}$.

(2) 当 $\alpha = 180^\circ$ 时, 成绩是 70 分的人数为 10 人,

则成绩是 60 分的人数 $20 - 10 - 20 \times (10\% + 20\% + 30\%) = 2$ (人);

(3) $\because$ 80 分的人数为: $20 \times 30\% = 6$ (人), 且 80 分为成绩的唯一众数,

所以当 70 分的人数为 5 人时, 这个班的平均数最大,

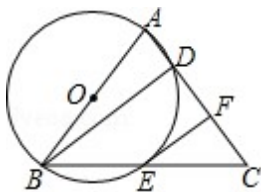
$\therefore$ 最大值为: $(20 \times 10\% \times 100 + 20 \times 20\% \times 90 + 20 \times 30\% \times 80 + 5 \times 70 + 3 \times 60) \div 20 = 78.5$ (分).

【点评】 此题主要考查了概率公式以及扇形统计图的应用, 正确获取信息得出各组人数是解题关键.

23. (9 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 5$, $BC = 6$, 以 AB 为直径作 $\odot O$ 分别交于 AC , BC 于点 D , E , 过点 E 作 $\odot O$ 的切线 EF 交 AC 于点 F , 连接 BD .

- (1) 求证: EF 是 $\triangle CDB$ 的中位线;

(2) 求 EF 的长.



【考点】 MC : 切线的性质; KH : 等腰三角形的性质; KQ : 勾股定理; $M5$: 圆周角定理; KX : 三角形中位线定理

【专题】55A: 与圆有关的位置关系; 559: 圆的有关概念及性质; 554: 等腰三角形与直角三角形

【分析】(1) 连接 AE , 由圆周角定理得 $\angle ADB = \angle AEB = 90^\circ$, 由等腰三角形的性质得出 $BE = CE = 3$, 证出 OE 是 $\triangle ABC$ 的中位线, 得出 $OE \parallel AC$, 得出 $BD \parallel EF$, 即可得出结论;

(2) 由勾股定理得出 $AE = \sqrt{AB^2 - BE^2} = 4$, 由三角形面积得出 $BD = \frac{BC \times AE}{AC} = \frac{24}{5}$, 由

三角形中位线定理即可得出 $EF = \frac{1}{2}BD = \frac{12}{5}$.

【解答】(1) 证明: 连接 AE , 如图所示:

$\because AB$ 为 $\odot O$ 的直径,

$\therefore \angle ADB = \angle AEB = 90^\circ$,

$\therefore AE \perp BC$, $BD \perp AC$,

$\because AB = AC$,

$\therefore BE = CE = 3$,

$\because EF$ 是 $\odot O$ 的切线,

$\therefore OE \perp EF$,

$\because OA = OB$,

$\therefore OE$ 是 $\triangle ABC$ 的中位线,

$\therefore OE \parallel AC$,

$\therefore OE \perp BD$,

$\therefore BD \parallel EF$,

$\because BE = CE$,

$\therefore CF = DF$,

$\therefore EF$ 是 $\triangle CDB$ 的中位线;

(2) 解: $\because \angle AEB = 90^\circ$,

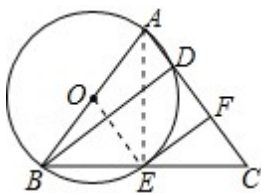
$$\therefore AE = \sqrt{AB^2 - BE^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4,$$

$$\therefore \triangle ABC \text{ 的面积} = \frac{1}{2} AC \times BD = \frac{1}{2} BC \times AE,$$

$$\therefore BD = \frac{BC \times AE}{AC} = \frac{6 \times 4}{5} = \frac{24}{5},$$

$\therefore EF$ 是 $\triangle CDB$ 的中位线,

$$\therefore EF = \frac{1}{2} BD = \frac{12}{5}.$$



【点评】本题考查了切线的性质、圆周角定理、等腰三角形的性质、三角形中位线定理、勾股定理等知识; 熟练掌握切线的性质和圆周角定理是解题的关键.

24. (9 分) 某养殖场为了响应党中央的扶贫政策, 今年起采用“场内 + 农户”养殖模式, 同时加强对蛋鸡的科学管理, 蛋鸡的产蛋率不断提高, 三月份和五月份的产蛋量分别是 2.5 万 kg 与 3.6 万 kg, 现假定该养殖场蛋鸡产蛋量的月增长率相同.

(1) 求该养殖场蛋鸡产蛋量的月平均增长率;

(2) 假定当月产的鸡蛋当月在各销售点全部销售出去, 且每个销售点每月平均销售量最多为 0.32 万 kg. 如果要完成六月份的鸡蛋销售任务, 那么该养殖场在五月份已有的销售点的基础上至少再增加多少个销售点?

【考点】CE: 一元一次不等式组的应用; AD: 一元二次方程的应用

【专题】523: 一元二次方程及应用; 524: 一元一次不等式(组)及应用

【分析】(1) 设该养殖场蛋鸡产蛋量的月平均增长率为 x , 根据题意列方程即可得到结论;

(2) 设至少再增加 y 个销售点, 根据题意列不等式即可得到结论.

【解答】解: (1) 设该养殖场蛋鸡产蛋量的月平均增长率为 x ,

$$\text{根据题意得, } 2.5(1+x)^2 = 3.6,$$

$$\text{解得: } x = 0.2, \quad x = -2.2 \text{ (不合题意舍去),}$$

答: 该养殖场蛋鸡产蛋量的月平均增长率为 20%;

(2) 设至少再增加 y 个销售点,

根据题意得, $3.6 + 0.32y \geq 3.6 \times (1 + 20\%)$,

解得: $y \geq \frac{9}{4}$,

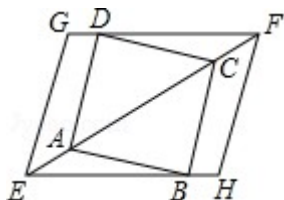
答: 至少再增加 3 个销售点.

【点评】 本题考查了一元二次方程的应用, 一元一次不等式的应用, 正确的理解题意是解题的关键.

25. (10分) 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, 分别过顶点 B, D 作 $BE \parallel DF$ 交对角线 AC 所在直线于 E, F 点, 并分别延长 EB, FD 到点 H, G , 使 $BH = DG$, 连接 EG, FH .

(1) 求证: 四边形 $EHFG$ 是平行四边形;

(2) 已知: $AB = 2\sqrt{2}$, $EB = 4$, $\tan \angle GEH = 2\sqrt{3}$, 求四边形 $EHFG$ 的周长.



【考点】 LE : 正方形的性质; KD : 全等三角形的判定与性质; $L7$: 平行四边形的判定与性质; $T7$: 解直角三角形

【专题】 11: 计算题; 14: 证明题; 556: 矩形 菱形 正方形

【分析】 (1) 证明 $\triangle ABE \cong \triangle CDF (AAS)$, 得 $BE = DF$, 根据一组对边平行且相等的四边形是平行四边形可得结论;

(2) 如图, 连接 BD , 交 EF 于 O , 计算 EO 和 BO 的长, 得 $\angle OEB = 30^\circ$, 根据三角函数可得 HM 的长, 从而得 EM 和 EH 的长, 利用勾股定理计算 FH 的长, 最后根据四边的和计算结论.

【解答】 解: (1) $\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$\therefore AB = CD, AB \parallel CD,$

$\therefore \angle DCA = \angle BAC,$

$\because DF \parallel BE,$

$\therefore \angle CFD = \angle BEA,$

$\therefore \angle BAC = \angle BEA + \angle ABE, \angle DCA = \angle CFD + \angle CDF,$

$\therefore \angle ABE = \angle CDF,$

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle CDF$ 中,

$$\therefore \begin{cases} \angle ABE = \angle CDF \\ \angle AEB = \angle CFD, \\ AB = CD \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle CDF (AAS),$$

$$\therefore BE = DF,$$

$$\therefore BH = DG,$$

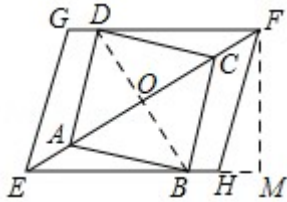
$$\therefore BE + BH = DF + DG,$$

$$\text{即 } EH = GF,$$

$$\therefore EH \parallel GF,$$

$\therefore$ 四边形 $EHFG$ 是平行四边形;

(2) 如图, 连接 BD , 交 EF 于 O ,



$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$$\therefore BD \perp AC,$$

$$\therefore \angle AOB = 90^\circ,$$

$$\therefore AB = 2\sqrt{2},$$

$$\therefore OA = OB = 2,$$

Rt $\triangle BOE$ 中, $EB = 4$,

$$\therefore \angle OEB = 30^\circ,$$

$$\therefore EO = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore OD = OB, \angle EOB = \angle DOF,$$

$$\therefore DF \parallel EB,$$

$$\therefore \angle DFC = \angle BEA,$$

$$\therefore \triangle DOF \cong \triangle BOE (AAS),$$

$$\therefore OF = OE = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore EF = 4\sqrt{3},$$

$$\therefore FM = 2\sqrt{3}, \quad EM = 6,$$

过 F 作 $FM \perp EH$ 于 M , 交 EH 的延长线于 M ,

$$\therefore EG \parallel FH,$$

$$\therefore \angle FHM = \angle GEH,$$

$$\therefore \tan \angle GEH = \tan \angle FHM = \frac{FM}{HM} = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore \frac{2\sqrt{3}}{HM} = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore HM = 1,$$

$$\therefore EH = EM - HM = 6 - 1 = 5, \quad FH = \sqrt{FM^2 + HM^2} = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 + 1^2} = \sqrt{13},$$

$$\therefore \text{四边形 } EHFG \text{ 的周长} = 2EH + 2FH = 2 \times 5 + 2\sqrt{13} = 10 + 2\sqrt{13}.$$

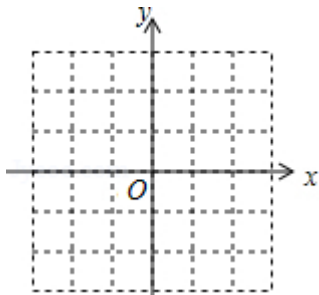
【点评】此题主要考查了正方形的性质, 平行四边形的判定和性质, 三角函数和全等三角形的判定等知识. 充分利用正方形的特殊性质来找到全等的条件从而判定全等后利用全等三角形的性质解题, 第二问有难度, 恰当地作出辅助线是关键.

26. (12分) 已知二次函数: $y = ax^2 + (2a+1)x + 2(a < 0)$.

(1) 求证: 二次函数的图象与 x 轴有两个交点;

(2) 当二次函数的图象与 x 轴的两个交点的横坐标均为整数, 且 a 为负整数时, 求 a 的值及二次函数的解析式并画出二次函数的图象 (不用列表, 只要求用其与 x 轴的两个交点 A , B (A 在 B 的左侧), 与 y 轴的交点 C 及其顶点 D 这四点画出二次函数的大致图象, 同时标出 A , B , C , D 的位置);

(3) 在 (2) 的条件下, 二次函数的图象上是否存在一点 P 使 $\angle PCA = 75^\circ$? 如果存在, 求出点 P 的坐标; 如果不存在, 请说明理由.



【考点】HF：二次函数综合题

【专题】537：函数的综合应用；151：代数综合题

【分析】(1) 将解析式右边因式分解得抛物线与 x 轴的交点为 $(-2, 0)$ 、 $(-\frac{1}{a}, 0)$ ，结合

$a < 0$ 即可得证；

(2) 结合 (1) 中一个交点坐标 $(-\frac{1}{a}, 0)$ 及横坐标均为整数，且 a 为负整数可得 a 的值，

从而得出抛物线解析式，继而求出点 C 、 D 坐标，从而画出函数图象；

(3) 分点 P 在 AC 上方和下方两种情况，结合 $\angle ACO = 45^\circ$ 得出直线 PC 与 x 轴所夹锐角度数，从而求出直线 PC 解析式，继而联立方程组，解之可得答案.

【解答】解：(1) $\because y = ax^2 + (2a+1)x + 2 = (x+2)(ax+1)$ ，且 $a < 0$ ，

$\therefore$ 抛物线与 x 轴的交点为 $(-2, 0)$ 、 $(-\frac{1}{a}, 0)$ ，

则二次函数的图象与 x 轴有两个交点；

(2) $\because$ 两个交点的横坐标均为整数，且 a 为负整数，

$\therefore a = -1$ ，

则抛物线与 x 轴的交点 A 的坐标为 $(-2, 0)$ 、 B 的坐标为 $(1, 0)$ ，

$\therefore$ 抛物线解析式为 $y = (x+2)(-x+1)$

$$= -x^2 - x + 2$$

$$= -(x + \frac{1}{2})^2 + \frac{9}{4},$$

当 $x = 0$ 时， $y = 2$ ，即 $C(0, 2)$ ，

函数图象如图 1 所示：

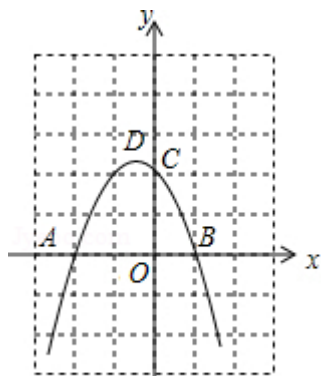


图 1

(3) 存在这样的点 P ,

$$\because OA = OC = 2,$$

$$\therefore \angle ACO = 45^\circ,$$

如图 2, 当点 P 在直线 AC 上方时, 记直线 PC 与 x 轴的交点为 E ,

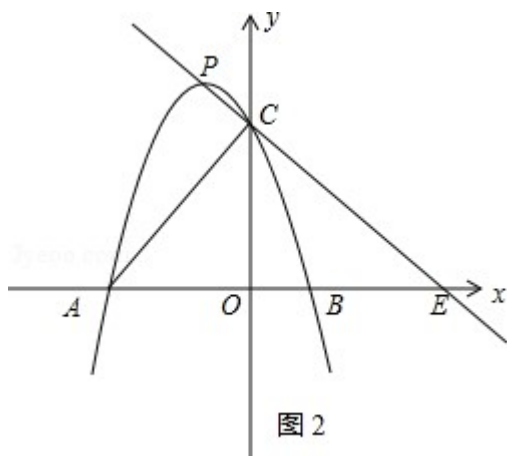


图 2

$$\because \angle PCA = 75^\circ,$$

$$\therefore \angle PCO = 120^\circ, \quad \angle OCB = 60^\circ,$$

则 $\angle OEC = 30^\circ$,

$$\therefore OE = \frac{OC}{\tan \angle OEC} = \frac{2}{\frac{\sqrt{3}}{3}} = 2\sqrt{3},$$

则 $E(2\sqrt{3}, 0)$,

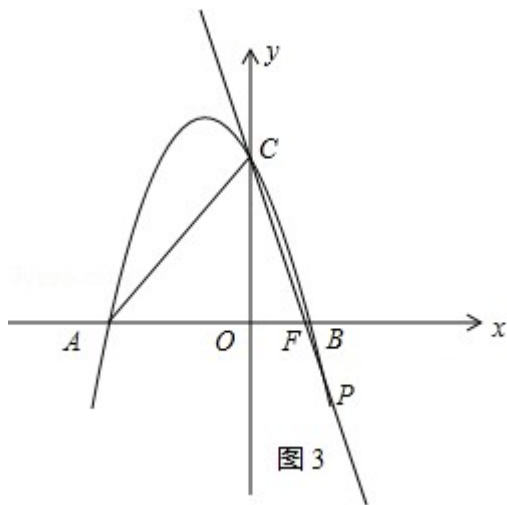
求得直线 CE 解析式为 $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + 2$,

$$\text{联立} \begin{cases} y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + 2, \\ y = -x^2 - x + 2 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} x = 0 \\ y = 2 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x = \frac{\sqrt{3}-3}{3} \\ y = \frac{\sqrt{3}-5}{3} \end{cases},$$

$$\therefore P\left(\frac{\sqrt{3}-3}{3}, \frac{\sqrt{3}-5}{3}\right);$$

如图 3, 当点 P 在直线 AC 下方时, 记直线 PC 与 x 轴的交点为 F ,



$$\because \angle ACP = 75^\circ, \angle ACO = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle OCF = 30^\circ,$$

$$\text{则 } OF = OC \tan \angle OCF = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{2\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore F\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}, 0\right),$$

求得直线 PC 解析式为 $y = -\sqrt{3}x + 2$,

$$\text{联立} \begin{cases} y = -\sqrt{3}x + 2 \\ y = -x^2 - x + 2 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} x = 0 \\ y = 2 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x = \sqrt{3}-1 \\ y = \sqrt{3}-1 \end{cases},$$

$$\therefore P(\sqrt{3}-1, \sqrt{3}-1),$$

综上, 点 P 的坐标为 $(\frac{\sqrt{3}-3}{3}, \frac{\sqrt{3}-5}{3})$ 或 $(\sqrt{3}-1, \sqrt{3}-1)$.

【点评】 本题是二次函数的综合问题, 解题的关键是掌握待定系数法求函数解析式、二次函数的图象和性质、直线与抛物线相交的问题等.

考点卡片

1. 倒数

(1) 倒数: 乘积是 1 的两数互为倒数.

一般地, $a \cdot 1$ ($a \neq 0$), 就说 a ($a \neq 0$) 的倒数是.

(2) 方法指引:

① 倒数是除法运算与乘法运算转化的“桥梁”和“渡船”. 正像减法转化为加法及相反数一样, 非常重要. 倒数是伴随着除法运算而产生的.

② 正数的倒数是正数, 负数的倒数是负数, 而 0 没有倒数, 这与相反数不同.

【规律方法】求相反数、倒数的方法

求一个数的相反数	求一个数的相反数时, 只需在这个数前面加上“-”即可
求一个数的倒数	求一个整数的倒数, 就是写成这个整数分之一
	求一个分数的倒数, 就是调换分子和分母的位置

注意: 0 没有倒数.

2. 有理数的减法

(1) 有理数减法法则: 减去一个数, 等于加上这个数的相反数. 即: $a - b = a + (-b)$

(2) 方法指引:

① 在进行减法运算时, 首先弄清减数的符号;

② 将有理数转化为加法时, 要同时改变两个符号: 一是运算符号(减号变加号); 二是减数的性质符号(减数变相反数);

【注意】: 在有理数减法运算时, 被减数与减数的位置不能随意交换; 因为减法没有交换律.

减法法则不能与加法法则类比, 0 加任何数都不变, 0 减任何数应依法则进行计算.

3. 科学记数法—表示较大的数

(1) 科学记数法: 把一个大于 10 的数记成 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 a 是整数数位只有一位的数, n 是正整数, 这种记数法叫做科学记数法. 【科学记数法形式: $a \times 10^n$, 其中 $1 \leq a < 10$, n 为正整数.】

(2) 规律方法总结:

- ① 科学记数法中 a 的要求和 10 的指数 n 的表示规律为关键, 由于 10 的指数比原来的整数位数少 1; 按此规律, 先数一下原数的整数位数, 即可求出 10 的指数 n .
- ② 记数法要求是大于 10 的数可用科学记数法表示, 实质上绝对值大于 10 的负数同样可用此法表示, 只是前面多一个负号.

4. 实数

(1) 实数的定义: 有理数和无理数统称实数.

(2) 实数的分类:

实数: 或 实数:

5. 实数的运算

(1) 实数的运算和在有理数范围内一样, 值得一提的是, 实数既可以进行加、减、乘、除、乘方运算, 又可以进行开方运算, 其中正实数可以开平方.

(2) 在进行实数运算时, 和有理数运算一样, 要从高级到低级, 即先算乘方、开方, 再算乘除, 最后算加减, 有括号的要先算括号里面的, 同级运算要按照从左到右的顺序进行. 另外, 有理数的运算律在实数范围内仍然适用.

【规律方法】实数运算的“三个关键”

- 1. 运算法则: 乘方和开方运算、幂的运算、指数 (特别是负整数指数, 0 指数) 运算、根式运算、特殊三角函数值的计算以及绝对值的化简等.
- 2. 运算顺序: 先乘方, 再乘除, 后加减, 有括号的先算括号里面的, 在同一级运算中要从左到右依次运算, 无论何种运算, 都要注意先定符号后运算.
- 3. 运算律的使用: 使用运算律可以简化运算, 提高运算速度和准确度.

6. 合并同类项

(1) 定义: 把多项式中同类项合成一项, 叫做合并同类项.

(2) 合并同类项的法则: 把同类项的系数相加, 所得结果作为系数, 字母和字母的指数不变.

(3) 合并同类项时要注意以下三点:

- ① 要掌握同类项的概念, 会辨别同类项, 并准确地掌握判断同类项的两条标准: 带有相同系数的代数项; 字母和字母指数;
- ② 明确合并同类项的含义是把多项式中的同类项合并成一项, 经过合并同类项, 式的项数会减少, 达到化简多项式的目的;
- ③ “合并”是指同类项的系数的相加, 并把得到的结果作为新的系数, 要保持同类项的字母

母和字母的指数不变.

7. 同底数幂的乘法

(1) 同底数幂的乘法法则: 同底数幂相乘, 底数不变, 指数相加.

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n} \quad (m, n \text{ 是正整数})$$

(2) 推广: $a^m \cdot a^n \cdot a^p = a^{m+n+p}$ (m, n, p 都是正整数)

在应用同底数幂的乘法法则时, 应注意: ①底数必须相同, 如 2^3 与 2^5 , $(a^2b^2)^3$ 与 $(a^2b^2)^4$, $(x-y)^2$ 与 $(x-y)^3$ 等; ② a 可以是单项式, 也可以是多项式; ③按照运算性质, 只有相乘时才是底数不变, 指数相加.

(3) 概括整合: 同底数幂的乘法, 是学习整式乘除运算的基础, 是学好整式运算的关键.

在运用时要抓住“同底数”这一关键点, 同时注意, 有的底数可能并不相同, 这时可以适当变形为同底数幂.

8. 整式的除法

整式的除法:

(1) 单项式除以单项式, 把系数, 同底数幂分别相除后, 作为商的因式; 对于只在被除式里含有的字母, 则连同他的指数一起作为商的一个因式.

关注: 从法则可以看出, 单项式除以单项式分为三个步骤: ①系数相除; ②同底数幂相除; ③对被除式里含有的字母直接作为商的一个因式.

(2) 多项式除以单项式, 先把这个多项式的每一项分别除以单项式, 再把所得的商相加.

说明: 多项式除以单项式实质就是转化为单项式除以单项式. 多项式除以单项式的结果仍是一个多项式.

9. 约分

(1) 约分的定义: 约去分式的分子与分母的公因式, 不改变分式的值, 这样的分式变形叫做分式的约分.

(2) 确定公因式要分为系数、字母、字母的指数来分别确定.

①分式约分的结果可能是最简分式, 也可能是整式.

②当分子与分母含有负号时, 一般把负号提到分式本身的前面.

③约分时, 分子与分母都必须是乘积式, 如果是多项式的, 必须先分解因式.

(3) 规律方法总结: 由约分的概念可知, 要首先将分子、分母转化为乘积的形式, 再找出分子、分母的最大公因式并约去, 注意不要忽视数字系数的约分.

10. 零指数幂

零指数幂: $a^0=1$ ($a \neq 0$)

由 $a^m \div a^m = 1$, $a^m \div a^m = a^{m-m} = a^0$ 可推出 $a^0=1$ ($a \neq 0$)

注意: $0^0 \neq 1$.

11. 根与系数的关系

(1) 若二次项系数为 1, 常用以下关系: x_1, x_2 是方程 $x^2+px+q=0$ 的两根时, $x_1+x_2 = -p$, $x_1x_2=q$, 反过来可得 $p = -(x_1+x_2)$, $q = x_1x_2$, 前者是已知系数确定根的相关问题, 后者是已知两根确定方程中未知系数.

(2) 若二次项系数不为 1, 则常用以下关系: x_1, x_2 是一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 的两根时, x_1+x_2, x_1x_2 , 反过来也成立, 即 $(x_1+x_2), x_1x_2$.

(3) 常用根与系数的关系解决以下问题:

① 不解方程, 判断两个数是不是一元二次方程的两个根. ② 已知方程及方程的一个根, 求另一个根及未知数. ③ 不解方程求关于根的式子的值, 如求, $x_1^2+x_2^2$ 等等. ④ 判断两根的符号. ⑤ 求作新方程. ⑥ 由给出的两根满足的条件, 确定字母的取值. 这类问题比较综合, 解题时除了利用根与系数的关系, 同时还要考虑 $a \neq 0$, $\Delta \geq 0$ 这两个前提条件.

12. 一元二次方程的应用

1、列方程解决实际问题的步骤是: 审清题意设未知数, 列出方程, 解所列方程求所列方程的解, 检验和作答.

2、列一元二次方程解应用题中常见问题:

(1) 数字问题: 个位数为 a , 十位数是 b , 则这个两位数表示为 $10b+a$.

(2) 增长率问题: 增长率 = 增长数量/原数量 $\times 100\%$. 如: 若原数是 a , 每次增长的百分率为 x , 则第一次增长后为 $a(1+x)$; 第二次增长后为 $a(1+x)^2$, 即 原数 $\times (1+\text{增长百分率})^2 = \text{后来数}$.

(3) 形积问题: ① 利用勾股定理列一元二次方程, 求三角形、矩形的边长. ② 利用三角形、矩形、菱形、梯形和圆的面积, 以及柱体体积公式建立等量关系列一元二次方程. ③ 利用相似三角形的对应比例关系, 列比例式, 通过两内项之积等于两外项之积, 得到一元二次方程.

(4) 运动点问题: 物体运动将会沿着一条路线或形成一条痕迹, 运行的路线与其他条件会构成直角三角形, 可运用直角三角形的性质列方程求解.

【规律方法】列一元二次方程解应用题的“六字诀”

1. 审: 理解题意, 明确未知量、已知量以及它们之间的数量关系.

2. 设: 根据题意, 可以直接设未知数, 也可以间接设未知数.
3. 列: 根据题中的等量关系, 用含所设未知数的代数式表示其他未知量, 从而列出方程.
4. 解: 准确求出方程的解.
5. 验: 检验所求出的根是否符合所列方程和实际问题.
6. 答: 写出答案.

13. 解分式方程

(1) 解分式方程的步骤: ①去分母; ②求出整式方程的解; ③检验; ④得出结论.

(2) 解分式方程时, 去分母后所得整式方程的解有可能使原方程中的分母为 0, 所以应如下检验:

① 将整式方程的解代入最简公分母, 如果最简公分母的值不为 0, 则整式方程的解是原分式方程的解.

② 将整式方程的解代入最简公分母, 如果最简公分母的值 0, 则整式方程的解不是原分式方程的解.

所以解分式方程时, 一定要检验.

14. 不等式的性质

(1) 不等式的基本性质

① 不等式的两边同时加上 (或减去) 同一个数或同一个含有字母的式子, 不等号的方向不变, 即:

若 $a > b$, 那么 $a \pm m > b \pm m$;

② 不等式的两边同时乘以 (或除以) 同一个正数, 不等号的方向不变, 即:

若 $a > b$, 且 $m > 0$, 那么 $am > bm$ 或;

③ 不等式的两边同时乘以 (或除以) 同一个负数, 不等号的方向改变, 即:

若 $a > b$, 且 $m < 0$, 那么 $am < bm$ 或;

(2) 不等式的变形: ①两边都加、减同一个数, 具体体现为“移项”, 此时不等号方向不变, 但移项要变号; ②两边都乘、除同一个数, 要注意只有乘、除负数时, 不等号方向才改变.

【规律方法】

1. 应用不等式的性质应注意的问题: 在不等式的两边都乘以 (或除以) 同一个负数时, 一定要改变不等号的方向; 当不等式的两边要乘以 (或除以) 含有字母的数时, 一定要对字母是否大于 0 进行分类讨论.

2. 不等式的传递性: 若 $a > b$, $b > c$, 则 $a > c$.

15. 一元一次不等式组的应用

对具有多种不等关系的问题, 考虑列一元一次不等式组, 并求解.

一元一次不等式组的应用主要是列一元一次不等式组解应用题, 其一般步骤:

- (1) 分析题意, 找出不等关系;
- (2) 设未知数, 列出不等式组;
- (3) 解不等式组;
- (4) 从不等式组解集中找出符合题意的答案;
- (5) 作答.

16. 函数的图象

函数的图象定义

对于一个函数, 如果把自变量与函数的每一对对应值分别作为点的横、纵坐标, 那么坐标平面内由这些点组成的图形就是这个函数的图象.

注意: ①函数图形上的任意点 (x, y) 都满足其函数的解析式; ②满足解析式的任意一对 x, y 的值, 所对应的点一定在函数图象上; ③判断点 $P(x, y)$ 是否在函数图象上的方法是: 将点 $P(x, y)$ 的 x, y 的值代入函数的解析式, 若能满足函数的解析式, 这个点就在函数的图象上; 如果不满足函数的解析式, 这个点就不在函数的图象上. .

17. 反比例函数与一次函数的交点问题

反比例函数与一次函数的交点问题

(1) 求反比例函数与一次函数的交点坐标, 把两个函数关系式联立成方程组求解, 若方程组有解则两者有交点, 方程组无解, 则两者无交点.

(2) 判断正比例函数 $y=k_1x$ 和反比例函数 y 在同一直角坐标系中的交点个数可总结为:

- ①当 k_1 与 k_2 同号时, 正比例函数 $y=k_1x$ 和反比例函数 y 在同一直角坐标系中有 2 个交点;
- ②当 k_1 与 k_2 异号时, 正比例函数 $y=k_1x$ 和反比例函数 y 在同一直角坐标系中有 0 个交点.

18. 二次函数的性质

二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的顶点坐标是 $(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a})$, 对称轴直线 $x=-\frac{b}{2a}$, 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的图象具有如下性质:

- ①当 $a > 0$ 时, 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的开口向上, $x < -\frac{b}{2a}$ 时, y 随 x 的增大而减小; $x > -\frac{b}{2a}$ 时, y 随 x 的增大而增大; $x = -\frac{b}{2a}$ 时, y 取得最小值, 即顶点是抛物线的最低点.
- ②当 $a < 0$ 时, 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的开口向下, $x < -\frac{b}{2a}$ 时, y 随 x 的增大而增大; $x > -\frac{b}{2a}$ 时, y 随 x 的增大而减小; $x = -\frac{b}{2a}$ 时, y 取得最大值, 即顶点是抛物线的最高点.

③ 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的图象可由抛物线 $y=ax^2$ 的图象向右或向左平移 $||$ 个单位, 再向上或向下平移 $||$ 个单位得到的.

19. 二次函数综合题

(1) 二次函数图象与其他函数图象相结合问题

解决此类问题时, 先根据给定的函数或函数图象判断出系数的符号, 然后判断新的函数关系式中系数的符号, 再根据系数与图象的位置关系判断出图象特征, 则符合所有特征的图象即为正确选项.

(2) 二次函数与方程、几何知识的综合应用

将函数知识与方程、几何知识有机地结合在一起. 这类试题一般难度较大. 解这类问题关键是善于将函数问题转化为方程问题, 善于利用几何图形的有关性质、定理和二次函数的知识, 并注意挖掘题目中的一些隐含条件.

(3) 二次函数在实际生活中的应用题

从实际问题中分析变量之间的关系, 建立二次函数模型. 关键在于观察、分析、创建, 建立直角坐标系下的二次函数图象, 然后数形结合解决问题, 需要注意的是自变量及函数的取值范围要使实际问题有意义.

20. 度分秒的换算

(1) 度、分、秒是常用的角的度量单位. $1 \text{ 度} = 60 \text{ 分}$, 即 $1^\circ = 60'$, $1 \text{ 分} = 60 \text{ 秒}$, 即 $1' = 60''$.

(2) 具体换算可类比时钟上的时、分、秒来说明角的度量单位度、分、秒之间也是 60 进制, 将高级单位化为低级单位时, 乘以 60, 反之, 将低级单位转化为高级单位时除以 60. 同时, 在进行度、分、秒的运算时也应注意借位和进位的方法.

21. 余角和补角

(1) 余角: 如果两个角的和等于 90° (直角), 就说这两个角互为余角. 即其中一个角是另一个角的余角.

(2) 补角: 如果两个角的和等于 180° (平角), 就说这两个角互为补角. 即其中一个角是另一个角的补角.

(3) 性质: 等角的补角相等. 等角的余角相等.

(4) 余角和补角计算的应用, 常常与等式的性质、等量代换相关联.

注意: 余角 (补角) 与这两个角的位置没有关系. 不论这两个角在哪儿, 只要度数之和满足了定义, 则它们就具备相应的关系.

22. 全等三角形的判定与性质

(1) 全等三角形的判定是结合全等三角形的性质证明线段和角相等的重要工具. 在判定三角形全等时, 关键是选择恰当的判定条件.

(2) 在应用全等三角形的判定时, 要注意三角形间的公共边和公共角, 必要时添加适当辅助线构造三角形.

23. 等腰三角形的性质

(1) 等腰三角形的概念

有两条边相等的三角形叫做等腰三角形.

(2) 等腰三角形的性质

① 等腰三角形的两腰相等

② 等腰三角形的两个底角相等. 【简称: 等边对等角】

③ 等腰三角形的顶角平分线、底边上的中线、底边上的高相互重合. 【三线合一】

(3) 在①等腰; ②底边上的高; ③底边上的中线; ④顶角平分线. 以上四个元素中, 从中任意取出两个元素当成条件, 就可以得到另外两个元素为结论.

24. 等腰三角形的判定与性质

1、等腰三角形提供了好多相等的线段和相等的角, 判定三角形是等腰三角形是证明线段相等、角相等的重要手段.

2、在等腰三角形有关问题中, 会遇到一些添加辅助线的问题, 其顶角平分线、底边上的高、底边上的中线是常见的辅助线, 虽然“三线合一”, 但添加辅助线时, 有时作哪条线都可以, 有时不同的做法引起解决问题的复杂程度不同, 需要具体问题具体分析.

3、等腰三角形性质问题都可以利用三角形全等来解决, 但要注意纠正不顾条件, 一概依赖全等三角形的思维定势, 凡可以直接利用等腰三角形的问题, 应当优先选择简便方法来解决.

25. 勾股定理

(1) 勾股定理: 在任何一个直角三角形中, 两条直角边长的平方之和一定等于斜边长的平方.

如果直角三角形的两条直角边长分别是 a , b , 斜边长为 c , 那么 $a^2+b^2=c^2$.

(2) 勾股定理应用的前提条件是在直角三角形中.

(3) 勾股定理公式 $a^2+b^2=c^2$ 的变形有: a , b 及 c .

(4) 由于 $a^2+b^2=c^2 > a^2$, 所以 $c > a$, 同理 $c > b$, 即直角三角形的斜边大于该直角三角形

中的每一条直角边.

26. 三角形中位线定理

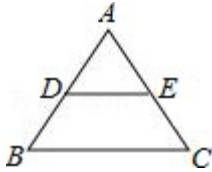
(1) 三角形中位线定理:

三角形的中位线平行于第三边, 并且等于第三边的一半.

(2) 几何语言:

如图, $\because$ 点 D 、 E 分别是 AB 、 AC 的中点

$\therefore DE \parallel BC, DE = \frac{1}{2}BC$.



27. 平行四边形的判定与性质

平行四边形的判定与性质的作用

平行四边形对应边相等, 对应角相等, 对角线互相平分及它的判定, 是我们证明直线的平行、线段相等、角相等的重要方法, 若要证明两直线平行和两线段相等、两角相等, 可考虑将要证的直线、线段、角、分别置于一个四边形的对边或对角的位置上, 通过证明四边形是平行四边形达到上述目的.

运用定义, 也可以判定某个图形是平行四边形, 这是常用的方法, 不要忘记平行四边形的定义, 有时用定义判定比用其他判定定理还简单.

凡是可以用平行四边形知识证明的问题, 不要再回到用三角形全等证明, 应直接运用平行四边形的性质和判定去解决问题.

28. 菱形的性质

(1) 菱形的定义: 有一组邻边相等的平行四边形叫做菱形.

(2) 菱形的性质

- ① 菱形具有平行四边形的一切性质;
- ② 菱形的四条边都相等;
- ③ 菱形的两条对角线互相垂直, 并且每一条对角线平分一组对角;
- ④ 菱形是轴对称图形, 它有 2 条对称轴, 分别是两条对角线所在直线.

(3) 菱形的面积计算

- ① 利用平行四边形的面积公式.
- ② 菱形面积 ab . (a 、 b 是两条对角线的长度)

29. 矩形的性质

(1) 矩形的定义: 有一个角是直角的平行四边形是矩形.

(2) 矩形的性质

- ① 平行四边形的性质矩形都具有;
 - ② 角: 矩形的四个角都是直角;
 - ③ 边: 邻边垂直;
 - ④ 对角线: 矩形的对角线相等;
 - ⑤ 矩形是轴对称图形, 又是中心对称图形. 它有 2 条对称轴, 分别是每组对边中点连线所在的直线; 对称中心是两条对角线的交点.
- (3) 由矩形的性质, 可以得到直角三角形的一个重要性质, 直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半.

30. 正方形的性质

(1) 正方形的定义: 有一组邻边相等并且有一个角是直角的平行四边形叫做正方形.

(2) 正方形的性质

- ① 正方形的四条边都相等, 四个角都是直角;
- ② 正方形的两条对角线相等, 互相垂直平分, 并且每条对角线平分一组对角;
- ③ 正方形具有四边形、平行四边形、矩形、菱形的一切性质.
- ④ 两条对角线将正方形分成四个全等的等腰直角三角形, 同时, 正方形又是轴对称图形, 有四条对称轴.

31. 圆周角定理

(1) 圆周角的定义: 顶点在圆上, 并且两边都与圆相交的角叫做圆周角.

注意: 圆周角必须满足两个条件: ① 顶点在圆上. ② 角的两条边都与圆相交, 二者缺一不可.

(2) 圆周角定理: 在同圆或等圆中, 同弧或等弧所对的圆周角相等, 都等于这条弧所对的圆心角的一半.

推论: 半圆 (或直径) 所对的圆周角是直角, 90° 的圆周角所对的弦是直径.

(3) 在解圆的有关问题时, 常常需要添加辅助线, 构成直径所对的圆周角, 这种基本技能技巧一定要掌握.

(4) 注意: ① 圆周角和圆心角的转化可通过作圆的半径构造等腰三角形. 利用等腰三角形的顶点和底角的关系进行转化. ② 圆周角和圆周角的转化可利用其 “桥梁” - - - 圆心角转化. ③ 定理成立的条件是 “同一条弧所对的” 两种角, 在运用定理时不要忽略了这个

条件, 把不同弧所对的圆周角与圆心角错当成同一条弧所对的圆周角和圆心角.

32. 切线的性质

(1) 切线的性质

- ① 圆的切线垂直于经过切点的半径.
- ② 经过圆心且垂直于切线的直线必经过切点.
- ③ 经过切点且垂直于切线的直线必经过圆心.

(2) 切线的性质可总结如下:

如果一条直线符合下列三个条件中的任意两个, 那么它一定满足第三个条件, 这三个条件是: ① 直线过圆心; ② 直线过切点; ③ 直线与圆的切线垂直.

(3) 切线性质的运用

由定理可知, 若出现圆的切线, 必连过切点的半径, 构造定理图, 得出垂直关系. 简记作见切点, 连半径, 见垂直.

33. 作图—复杂作图

复杂作图是在五种基本作图的基础上进行作图, 一般是结合了几何图形的性质和基本作图方法.

解决此类题目的关键是熟悉基本几何图形的性质, 结合几何图形的基本性质把复杂作图拆解成基本作图, 逐步操作.

34. 生活中的轴对称现象

(1) 轴对称的概念: 把一个图形沿某一条直线折叠, 如果它能够与另一个图形重合, 那么就说这两个图形关于这条直线对称, 也称轴对称; 这条直线叫做对称轴.

(2) 轴对称包含两层含义:

- ① 有两个图形, 且这两个图形能够完全重合, 即形状大小完全相同;
- ② 对重合的方式有限制, 只能是把它们沿一条直线对折后能够重合.

35. 轴对称图形

(1) 轴对称图形的概念:

如果一个图形沿一条直线折叠, 直线两旁的部分能够互相重合, 这个图形叫做轴对称图形. 这条直线叫做对称轴, 这时, 我们也可以说这个图形关于这条直线 (成轴) 对称.

(2) 轴对称图形是针对一个图形而言的, 是一种具有特殊性质图形, 被一条直线分割成的两部分沿着对称轴折叠时, 互相重合; 轴对称图形的对称轴可以是一条, 也可以是多条甚至无数条.

(3) 常见的轴对称图形:

等腰三角形, 矩形, 正方形, 等腰梯形, 圆等等.

36. 中心对称图形

(1) 定义

把一个图形绕某一点旋转 180° , 如果旋转后的图形能够与原来的图形重合, 那么这个图形就叫做中心对称图形, 这个点叫做对称中心.

注意: 中心对称图形和中心对称不同, 中心对称是两个图形之间的关系, 而中心对称图形是指一个图形自身的特点, 这点应注意区分, 它们性质相同, 应用方法相同.

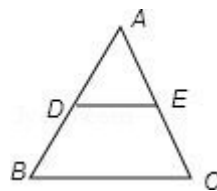
(2) 常见的中心对称图形

平行四边形、圆形、正方形、长方形等等.

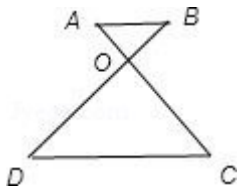
37. 相似三角形的判定

(1) 平行线法: 平行于三角形的一边的直线与其他两边相交, 所构成的三角形与原三角形相似;

这是判定三角形相似的一种基本方法. 相似的基本图形可分别记为 “A” 型和 “X” 型, 如



图所示在应用时要善于从复杂的图形中抽象出这些基本图形.



(2) 三边法: 三组对应边的比相等的两个三角形相似;

(3) 两边及其夹角法: 两组对应边的比相等且夹角对应相等的两个三角形相似;

(4) 两角法: 有两组角对应相等的两个三角形相似.

38. 特殊角的三角函数值

(1) 特指 30° 、 45° 、 60° 角的各种三角函数值.

$$\sin 30^\circ; \cos 30^\circ; \tan 30^\circ;$$

$$\sin 45^\circ; \cos 45^\circ; \tan 45^\circ = 1;$$

$\sin 60^\circ$; $\cos 60^\circ$; $\tan 60^\circ$;

(2) 应用中要熟记特殊角的三角函数值, 一是按值的变化规律去记, 正弦逐渐增大, 余弦逐渐减小, 正切逐渐增大; 二是按特殊直角三角形中各边特殊值规律去记.

(3) 特殊角的三角函数值应用广泛, 一是它可以当作数进行运算, 二是具有三角函数的特点, 在解直角三角形中应用较多.

39. 解直角三角形

(1) 解直角三角形的定义

在直角三角形中, 由已知元素求未知元素的过程就是解直角三角形.

(2) 解直角三角形要用到的关系

① 锐角直角的关系: $\angle A + \angle B = 90^\circ$;

② 三边之间的关系: $a^2 + b^2 = c^2$;

③ 边角之间的关系:

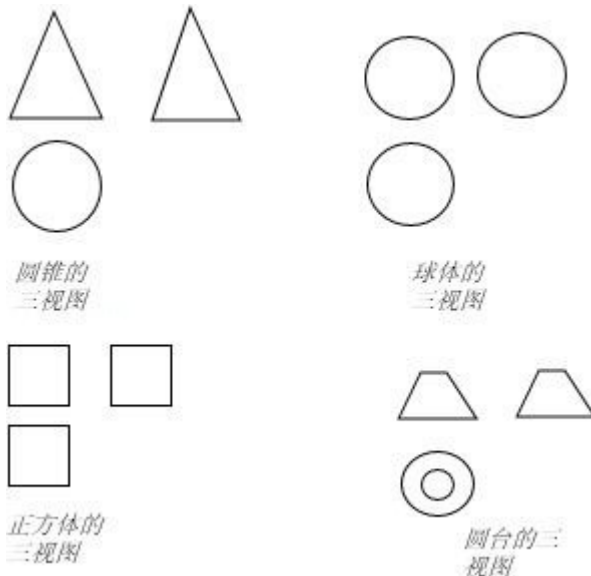
$\sin A = \angle A$ 的对边斜边 $= \frac{a}{c}$, $\cos A = \angle A$ 的邻边斜边 $= \frac{b}{c}$, $\tan A = \angle A$ 的对边 $\angle A$ 的邻边 $= \frac{a}{b}$.

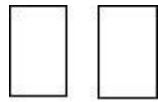
(a, b, c 分别是 $\angle A, \angle B, \angle C$ 的对边)

40. 简单几何体的三视图

(1) 画物体的主视图的口诀为: 主、俯: 长对正; 主、左: 高平齐; 俯、左: 宽相等.

(2) 常见的几何体的三视图:





圆柱的三视图:

41. 扇形统计图

(1) 扇形统计图是用整个圆表示总数用圆内各个扇形的大小表示各部分数量占总数的百分数. 通过扇形统计图可以很清楚地表示出各部分数量同总数之间的关系. 用整个圆的面积表示总数 (单位 1), 用圆的扇形面积表示各部分占总数的百分数.

(2) 扇形图的特点: 从扇形图上可以清楚地看出各部分数量和总数量之间的关系.

(3) 制作扇形图的步骤

- ① 根据有关数据先算出各部分在总体中所占的百分数, 再算出各部分圆心角的度数, 公式是各部分扇形圆心角的度数 = 部分占总体的百分比 $\times 360^\circ$. ———— ② 按比例取适当半径画一个圆; 按扇形圆心角的度数用量角器在圆内量出各个扇形的圆心角的度数;
- ④ 在各扇形内写上相应的名称及百分数, 并用不同的标记把各扇形区分开来.

42. 中位数

(1) 中位数:

将一组数据按照从小到大 (或从大到小) 的顺序排列, 如果数据的个数是奇数, 则处于中间位置的数就是这组数据的中位数.

如果这组数据的个数是偶数, 则中间两个数据的平均数就是这组数据的中位数.

(2) 中位数代表了这组数据值大小的“中点”, 不易受极端值影响, 但不能充分利用所有数据的信息.

(3) 中位数仅与数据的排列位置有关, 某些数据的移动对中位数没有影响, 中位数可能出现在所给数据中也可能不在所给的数据中出现, 当一组数据中的个别数据变动较大时, 可用中位数描述其趋势.

43. 众数

(1) 一组数据中出现次数最多的数据叫做众数.

(2) 求一组数据的众数的方法: 找出频数最多的那个数据, 若几个数据频数都是最多且相同, 此时众数就是这多个数据.

(3) 众数不易受数据中极端值的影响. 众数也是数据的一种代表数, 反映了一组数据的集中程度, 众数可作为描述一组数据集中趋势的量. .

44. 概率公式

- (1) 随机事件 A 的概率 $P(A) = \frac{\text{事件 } A \text{ 可能出现的结果数}}{\text{所有可能出现的结果数}}$.
- (2) $P(\text{必然事件}) = 1$.
- (3) $P(\text{不可能事件}) = 0$.

45. 列表法与树状图法

- (1) 当试验中存在两个元素且出现的所有可能的结果较多时, 我们常用列表的方式, 列出所有可能的结果, 再求出概率.
- (2) 列表的目的在于不重不漏地列举出所有可能的结果求出 n , 再从中选出符合事件 A 或 B 的结果数目 m , 求出概率.
- (3) 列举法 (树形图法) 求概率的关键在于列举出所有可能的结果, 列表法是一种, 但当一事件涉及三个或更多元素时, 为不重不漏地列出所有可能的结果, 通常采用树形图.
- (4) 树形图列举法一般是选择一个元素再和其他元素分别组合, 依次列出, 象树的枝丫形式, 最末端的枝丫个数就是总的可能的结果 n .
- (5) 当有两个元素时, 可用树形图列举, 也可以列表列举.