

2015 年广东省初中毕业生学业考试

数 学

满分 120 分, 考试时间 100 分钟

一、选择题(本大题 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分)

1. $|-2| =$ ()

A. 2

B. -2

C.

D.

【答案】A

2. 据国家统计局网站 2014 年 12 月 4 日发布消息, 2014 年广东省粮食总产量约为 13 573 000 吨, 将 13 573 000 用科学记数法表示为 ()

A. 1.3573×10^6

B. 1.3573×10^7

C. 1.3573×10^8

D. 1.3573×10^9

【答案】B

3. 一组数据 2, 6, 5, 2, 4, 则这组数据的中位数是 ()

A. 2

B. 4

C. 5

D. 6

【答案】B

【解答过程】解: 先将所给的一组数据按从小到大的顺序排列, 得: 2, 2, 4, 5, 6, $\therefore$ 处在最中间的数是 4, $\therefore$ 这 5 个数据的中位数是 4, 因此, 本题选 B.

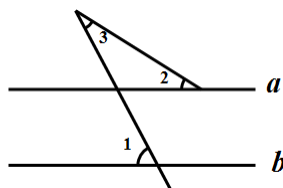
4. 如图, 直线 $a \parallel b$, $\angle 1 = 75^\circ$, $\angle 2 = 35^\circ$, 则 $\angle 3$ 的度数是 ()

A. 75°

B. 55°

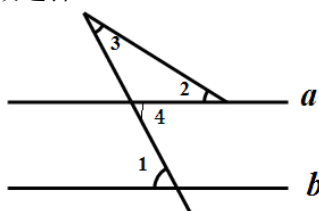
C. 40°

D. 35°



【答案】C

【解答过程】解: $\because$ 直线 $a \parallel b$, $\therefore \angle 1 = \angle 4$. $\because \angle 4 = \angle 2 + \angle 3$, $\therefore \angle 1 = \angle 2 + \angle 3$. $\because \angle 1 = 75^\circ$, $\angle 2 = 35^\circ$, $\therefore \angle 3 = 40^\circ$, 故选择 C.



5. 下列所述图形中, 既是中心对称图形, 又是轴对称图形的是 ()

A. 矩形

B. 平行四边形

C. 正五边形

D. 正三角形

【答案】A

【解答过程】解: 对各个支项逐一加以分析、讨论. 显然, 平行四边形只是中心对称图形, 正五边形、

正三角形只是轴对称图形, 只有矩形符合, 故选择 A.

6. $(-4x)^2 =$ ()
 A. $-8x^2$ B. $8x^2$ C. $-16x^2$ D. $16x^2$

【答案】D

【解答过程】解: 原式 $= (-4x)^2 = (-4)^2 x^2 = 16x^2$, 故选择 D.

7. 在 0, 2, $(-3)^0$, -5 这四个数中, 最大的数是 ()
 A. 0 B. 2 C. $(-3)^0$ D. -5

【答案】B

【解答过程】解: $\because (-3)^0 = 1$, $\therefore$ 在 0, 2, $(-3)^0$, -5 这四个数中, 最大的数为 2, 故选择 B.

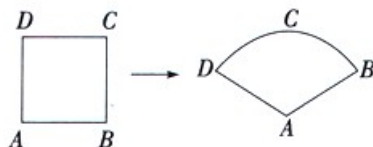
8. 若关于 x 的方程 $x^2 + x - a + \frac{9}{4} = 0$ 有两个不相等的实数根, 则实数 a 的取值范围是 ()
 A. $a \geq 2$ B. $a \leq 2$ C. $a > 2$ D. $a < 2$

【答案】C

【解答过程】解: 由题意得: $b^2 - 4ac = 1^2 - 4 \times 1 \times (-a + \frac{9}{4}) > 0$, 即 $1 + 4a - 9 > 0$, 解得 $a > 2$, 故选择

C.

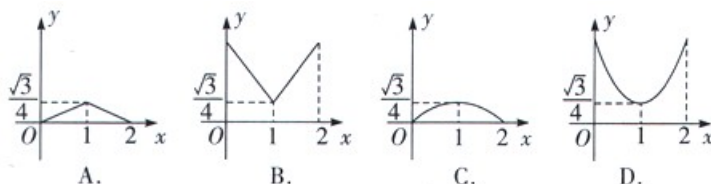
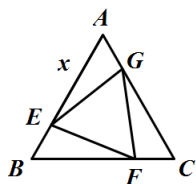
9. 如图, 某数学兴趣小组将边长为 3 的正方形铁丝框 $ABCD$ 变形为以 A 为圆心, AB 为半径的扇形 (忽略铁丝的粗细), 则所得的扇形 DAB 的面积为 ()
 A. 6 B. 7 C. 8 D. 9



【解答过程】解: 由条件可知: 扇形的弧 DCB 的长就是正方形的 BC 与 CD 长的和为 6, 半径为 3,

则 $S_{\text{扇形}} = \frac{1}{2} \times 6 \times 3 = 9$, 故选择 D.

10. 如图, 已知正 $\triangle ABC$ 的边长为 2, E, F, G 分别是 AB, BC, CA 上的点, 且 $AE = BF = CG$, 设 $\triangle EFG$ 的面积为 y , AE 的长为 x , 则 y 关于 x 的函数图象大致是 ()



【答案】D

【解答过程】解: 由题意知: $AE = BF = CG$, 且正三角形 ABC 的边长为 2, 则 $BE = CF = AG = 2 - x$, 所以可得 $\triangle AEG$ 、 $\triangle BEF$ 、 $\triangle CFG$ 这三个三角形都是全等的. 在 $\triangle AEG$ 中, $AE = x$, $AG = 2 - x$, 则 $S_{\triangle AEG} =$

$$\frac{1}{2} AE \times AG \times \sin A = \frac{\sqrt{3}}{4} x(2-x), \text{ 所以 } y = S_{\triangle ABC} - 3S_{\triangle AEG} = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 2^2 - 3 \times \frac{\sqrt{3}}{4} x(2-x) = \frac{\sqrt{3}}{4} (3x^2 - 6x + 4), \text{ 故可得}$$

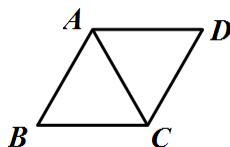
其图象为二次函数, 且开口向上, 故选择 D.

二、填空题(本大题 6 小题, 每小题 4 分, 共 24 分)

11. 正五边形的外角和等于_____度.

【答案】 360

12. 如图, 菱形 $ABCD$ 的边长为 6, $\angle ABC = 60^\circ$, 则对角线 AC 的长是_____.



【答案】 6

【解答过程】解: 由菱形的性质可知 $AB = BC$, 并根据 “ $\angle ABC = 60^\circ$ ” 可得 $\triangle ABC$ 为等边三角形, 从而知道 $AC = BC = 6$, 故答案为 6.

13. 分式方程 $\frac{3}{x+1} = \frac{2}{x}$ 的解是_____.

【答案】 $x=2$

【解答过程】解: 去分母, 得: $3x = 2x + 2$, 解得: $x = 2$. 经检验: 当 $x = 2$ 时, $x(x+1) \neq 0$, 所以原分式方程的解为 $x = 2$, 故答案为 $x = 2$.

14. 若两个相似三角形的周长比为 2:3, 则它们的面积比是_____.

【答案】 4:9

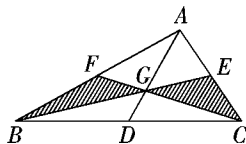
【解答过程】解: 因为两个相似三角形的周长比为 2:3, 所以这两个相似三角形的相似比为 2:3, 它们的面积比是 4:9, 故答案为 4:9.

15. 观察下列一组数: $\frac{1}{3}, \frac{2}{5}, \frac{3}{7}, \frac{4}{9}, \frac{5}{11}, \dots$, 根据该组数的排列规律, 可推出第 10 个数是_____.

【答案】 $\frac{10}{21}$

【解答过程】解: 分母为奇数, 分子为自然数, 所以, 它的规律用含 n 的代数式表示为 $\frac{n}{2n+1}$, 则 $n=10$ 时可得结果为 $\frac{10}{21}$, 故答案为 $\frac{10}{21}$.

16. 如图, $\triangle ABC$ 三边的中线 AD, BE, CF 的公共点 G , 若 $S_{\triangle ABC} = 12$, 则图中阴影部分面积是_____.



【答案】 4

【解答过程】解: 由三角形的重心性质, 可得 $AG=2GD$,

$$\text{则 } S_{\triangle BGF} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABG} = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} S_{\triangle ABC} = \frac{1}{6} \times 12 = 2,$$

$$\text{同理, } S_{\triangle CGE} = \frac{1}{2} S_{\triangle ACG} = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} S_{\triangle ABC} = \frac{1}{6} \times 12 = 2,$$

$\therefore$ 阴影部分的面积为 4, 故答案为 4.

三、解答题(一)(本大题 3 小题, 每小题 6 分, 共 18 分)

17. 解方程: $x^2 - 3x + 2 = 0$.

【解答过程】 方法 1: 原方程可化为 $(x-1)(x-2)=0$, $\therefore x-1=0$ 或 $x-2=0$, 因此 $x_1=1$, $x_2=2$;

$$\text{方法 2: 将 } a=1, b=-3, c=2 \text{ 代入 } x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \text{ 得: } x_1=1, x_2=2;$$

方法 3: 由方程 $x^2 - 3x + 2 = 0$, 得:

$$x^2 - 3x = -2, \text{ 则 } x^2 - 3x + \frac{9}{4} = -2 + \frac{9}{4}, \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{1}{4},$$

$$\text{开方得, } x - \frac{3}{2} = \pm \frac{1}{2},$$

$$\therefore x_1=1, x_2=2,$$

【易错点津】 此类问题容易出错的地方是方法不当、公式记忆不清.

18. 先化简, 再求值: $\frac{x}{x^2-1} \div (1 + \frac{1}{x-1})$, 其中 $x = \sqrt{2} - 1$.

$$\text{【解答过程】原式} = \frac{x}{(x+1)(x-1)} \cdot \frac{x-1}{x} = \frac{1}{x+1}$$

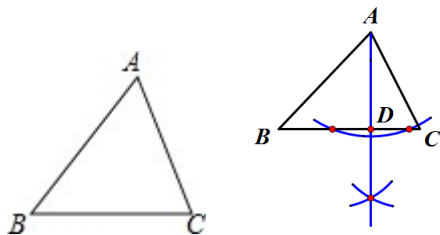
$$\text{当 } x = \sqrt{2} - 1 \text{ 时, 原式} = \frac{1}{\sqrt{2} - 1 + 1} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

【易错点津】 此类问题容易出错的地方是分式运算顺序出错或结果未化简或二次根式化简错误.

19. 如图, 已知锐角 $\triangle ABC$.

(1) 过点 A 作 BC 边的垂线 MN , 交 BC 于点 D (用尺规作图法, 保留作图痕迹, 不要求写作法);

(2) 在 (1) 条件下, 若 $BC=5$, $AD=4$, $\tan \angle BAD = \frac{3}{4}$, 求 DC 的长.



【解答过程】 (1) 如图所示, MN 为所作;

$$(2) \text{ 在 Rt} \triangle ABD \text{ 中, } \tan \angle BAD = \frac{AD}{BD} = \frac{3}{4},$$

$$\therefore \frac{BD}{4} = \frac{3}{4},$$

$$\therefore BD=3,$$

$$\therefore DC=BC-BD=5-3=2.$$

【易错点津】此类问题容易出错的地方是不会应用基本的尺规作图进行画图.

四、解答题(二)(本大题 3 小题, 每小题 7 分, 共 21 分)

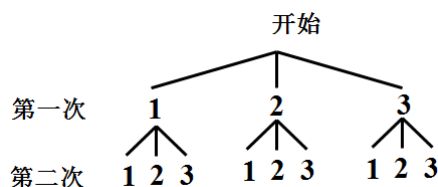
20. 老师和小明同学玩数学游戏, 老师取出一个不透明的口袋, 口袋中装有三张分别标有数字 1, 2, 3 的卡片, 卡片除数字外其余都相同, 老师要求小明同学两次随机抽取一张卡片, 并计算两次抽到卡片上的数字之积是奇数的概率, 于是小明同学用画树状图的方法寻求他两次抽取卡片的所有可能结果, 如图是小明同学所画的正确树状图的一部分.

(1) 补全小明同学所画的树状图;

(2) 求小明同学两次抽到卡片上的数字之积是奇数的概率.



【解答过程】(1) 如图, 补全树状图;



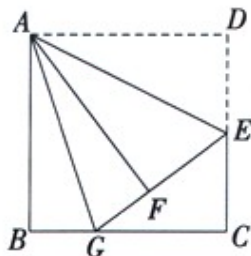
(2) 从树状图可知, 共有 9 种等可能结果, 其中两次抽取卡片上的数字之积为奇数的有 4 种结果,

$$\therefore P(\text{积为奇数}) = \frac{4}{9}.$$

【易错点津】此类问题容易出错的地方是误认为是不放回式试验.

21. 如图, 在边长为 6 的正方形 $ABCD$ 中, E 是边 CD 的中点, 将 $\triangle ADE$ 沿 AE 对折至 $\triangle AFE$, 延长交 BC 于点 G , 连接 AG .

(1) 求证: $\triangle ABG \cong \triangle AFG$;



(2) 求 BG 的长.

【解答过程】(1) $\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$$\therefore \angle B = \angle D = 90^\circ, AD = AB,$$

由折叠的性质可知

$$AD = AF, \angle AFE = \angle D = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AFG = 90^\circ, AB = AF,$$

$$\therefore \angle AFG = \angle B,$$

又 $AG=AG$,
 $\therefore \triangle ABG \cong \triangle AFG$ (HL);
 (2) $\because \triangle ABG \cong \triangle AFG$,
 $\therefore BG=FG$,
 设 $BG=FG=x$, 则 $GC=6-x$,
 $\because E$ 为 CD 的中点,
 $\therefore CF=EF=DE=3$,
 $\therefore EG=x+3$,
 $\therefore 3^2+(6-x)^2=(x+3)^2$,
 解得 $x=2$,
 $\therefore BG=2$.

【易错点津】 此类问题容易出错的地方是不能从图形折叠前后寻找相等的边或角.

22. 某电器商场销售 A, B 两种型号计算器, 两种计算器的进货价格分别为每台 30 元, 40 元. 商场销售 5 台 A 型号和 1 台 B 型号计算器, 可获利润 76 元; 销售 6 台 A 型号和 3 台 B 型号计算器可获利润 120 元.

- (1) 求商场销售 A, B 两种型号计算器的销售价格分别是多少元? (利润=销售价格 - 进货价格)
 (2) 商场准备用不多于 2500 元的资金购进 A, B 两种型号计算器共 70 台, 问最少需要购进 A 型号的计算器多少台?

【解答过程】 (1) 设 A, B 型号的计算机的销售价格分别是 x 元, y 元, 得:

$$\begin{cases} 5(x-30)+(y-40)=76, \\ 6(x-30)+3(y-40)=120 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} x=42, \\ y=56 \end{cases}$$

答: A, B 两种型号计算器的销售价格分别为 42 元、56 元;

- (2) 设需要购进 A 型号的计算 a 台, 得:

$$30a+40(70-a) \leq 2500, \text{ 解得 } a \geq 30.$$

答: 最少需要购进 A 型号的计算器 30 台.

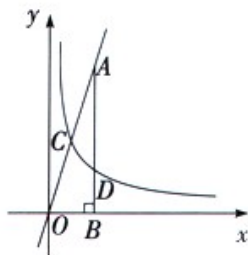
【易错点津】 此类问题容易出错的地方是审题不清, 找错不等关系.

五、解答题(三)(本大题 3 小题, 每小题 9 分, 共 27 分)

23. 如图, 反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($k \neq 0, x > 0$) 的图象与直线 $y=3x$ 相交于点 C, 过直线上点 A(1, 3) 作

$AB \perp x$ 轴于点 B, 交反比例函数图象于点 D, 且 $AB=3BD$.

- (1) 求 k 的值;
 (2) 求点 C 的坐标;
 (3) 在 y 轴上确定一点 M, 使点 M 到 C, D 两点距离之和 $d=MC+MD$ 最小, 求点 M 的坐标.



【解答过程】 (1) $\because A(1, 3)$,

$$\therefore OB=1, AB=3,$$

$$\text{又 } AB=3BD,$$

$$\therefore BD=1,$$

$$\therefore D(1, 1),$$

$$\therefore k=1 \times 1=1;$$

(2) 由(1)知反比例函数的解析式为 $y = \frac{1}{x}$,

$$\text{解方程组 } \begin{cases} y=3x, \\ y=\frac{1}{x} \end{cases}, \text{ 得 } \begin{cases} x=\frac{\sqrt{3}}{3}, \\ y=\sqrt{3} \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=-\frac{\sqrt{3}}{3}, \\ y=-\sqrt{3} \end{cases} \text{ (舍去),}$$

$$\therefore \text{点 } C \text{ 的坐标为 } \left(\frac{\sqrt{3}}{3}, \sqrt{3}\right);$$

(3) 如图, 作点 D 关于 y 轴对称点 E , 则 $E(-1, 1)$, 连接 CE 交 y 轴于点 M , 即为所求. 设直线 CE 的解析式为 $y=kx+b$, 则

$$\begin{cases} \frac{\sqrt{3}}{3}k+b=\sqrt{3}, \\ -k+b=1 \end{cases}, \text{ 解得 } k=2\sqrt{3}-3, b=2\sqrt{3}-2,$$

$$\therefore \text{直线 } CE \text{ 的解析式为 } y=(2\sqrt{3}-3)x+2\sqrt{3}-2,$$

$$\text{当 } x=0 \text{ 时, } y=2\sqrt{3}-2,$$

$$\therefore \text{点 } M \text{ 的坐标为 } (0, 2\sqrt{3}-2).$$

【易错点津】 此类问题容易出错的地方是不能探求某条直线上一个点到直线同旁的两点距离和最小

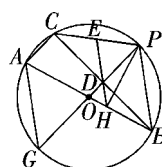
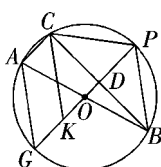
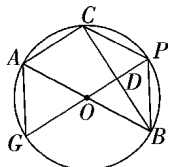
24. $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆, AB 是直径, 过 $\overset{\frown}{BC}$ 的中点 P 作 $\odot O$ 的直径 PG 交弦 BC 于点 D , 连接

AG, CP, PB .

(1) 如图①, 若 D 是线段 OP 的中点, 求 $\angle BAC$ 的度数;

(2) 如图②, 在 DG 上取一点 K , 使 $DK=DP$, 连接 CK , 求证: 四边形 $AGKC$ 是平行四边形;

(3) 如图③, 取 CP 的中点 E , 连接 ED 并延长 ED 交 AB 于点 H , 连接 PH , 求证: $PH \perp AB$.



【解答过程】 (1) 连接 OC . $\because AB$ 为 $\odot O$ 直径, $\therefore \angle ACB=90^\circ$,

$$\therefore \angle COP=\angle BOP.$$

$$\because \text{在 } \odot O \text{ 中, } OC=OB,$$

$$\therefore PG \perp BC, \text{ 即 } \angle ODB=90^\circ,$$

$$\because D \text{ 为 } OP \text{ 的中点,}$$

$$\therefore OD=\frac{1}{2}OP=\frac{1}{2}OB,$$

$$\therefore \cos \angle BOD = \frac{OD}{OB} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \angle BOD = 60^\circ,$$

$\therefore AB$ 为 $\odot O$ 直径,

$$\therefore \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ACB = \angle ODB,$$

$$\therefore AC \parallel PG,$$

$$\therefore \angle BAC = \angle BOD = 60^\circ;$$

(2) 由(1)知, $CD = BD$,

$$\therefore \angle BDP = \angle CDK, DK = DP,$$

$$\therefore \triangle PDB \cong \triangle CDK,$$

$$\therefore CK = BP, \angle OPB = \angle CKD,$$

$$\therefore \angle AOG = \angle BOP,$$

$$\therefore AG = BP,$$

$$\therefore AG = CK$$

$$\therefore OP = OB,$$

$$\therefore \angle OPB = \angle OBP,$$

$$\text{又 } \angle G = \angle OBP,$$

$$\therefore AG \parallel CK,$$

$\therefore$ 四边形 $AGCK$ 是平行四边形;

(3) $\therefore CE = PE, CD = BD$,

$$\therefore DE \parallel PB, \text{ 即 } DH \parallel PB$$

$$\therefore \angle G = \angle OPB,$$

$$\therefore PB \parallel AG,$$

$$\therefore DH \parallel AG,$$

$$\therefore \angle OAG = \angle OHD,$$

$$\therefore OA = OG,$$

$$\therefore \angle OAG = \angle G,$$

$$\therefore \angle ODH = \angle OHD,$$

$$\therefore OD = OH,$$

$$\text{又 } \angle ODB = \angle HOP, OB = OP,$$

$$\therefore \triangle OBD \cong \triangle HOP,$$

$$\therefore \angle OHP = \angle ODB = 90^\circ,$$

$$\therefore PH \perp AB.$$

【易错点津】 此类问题容易出错的地方是不能综合应用图形中所涉基本图形的相关性质

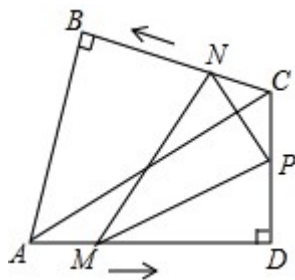
25. 如图, 在同一平面上, 两块斜边相等的直角三角板 $Rt\triangle ABC$ 与 $Rt\triangle ADC$ 拼在一起, 使斜边 AC 完全重合, 且顶点 B, D 分别在 AC 的两旁, $\angle ABC = \angle ADC = 90^\circ$, $\angle CAD = 30^\circ$, $AB = BC = 4\text{cm}$.

(1) 填空: $AD = \underline{\hspace{2cm}}(\text{cm})$, $DC = \underline{\hspace{2cm}}(\text{cm})$;

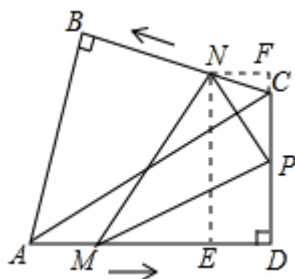
(2) 点 M, N 分别从 A 点, C 点同时以每秒 1cm 的速度等速出发, 且分别在 AD, CB 上沿 $A \rightarrow D, C \rightarrow B$ 的方向运动, 当 N 点运动到 B 点时, M, N 两点同时停止运动, 连结 MN , 求当 M, N 点运动了 x 秒时, 点 N 到 AD 的距离(用含 x 的式子表示);

(3) 在(2)的条件下, 取 DC 中点 P , 连结 MP, NP , 设 $\triangle PMN$ 的面积为 $y(\text{cm}^2)$, 在整个运动过程中, $\triangle PMN$ 的面积 y 存在最大值, 请求出这个最大值.

(参考数据: $\sin 75^\circ = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$, $\sin 15^\circ = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$)



【解答过程】(1) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $AB=BC=4\text{cm}$, $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2}$, 在 $\text{Rt}\triangle ADC$ 中, $\cos \angle CAD = \frac{AD}{AC}$, $AD = AC \cdot \cos \angle CAD = 4\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{6}}{2} = 2\sqrt{6}$; 在 $\text{Rt}\triangle ADC$ 中, $\sin \angle CAD = \frac{CD}{AC}$, $CD = AC \cdot \sin \angle CAD = 4\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 4$, 故答案为 $2\sqrt{6}$, 4 ;



(2) 如图, 过点 N 作 $NE \perp AD$ 于 E , 作 $NF \perp DC$ 延长线于 F , 则 $NE=DF$.

$$\because \angle ACD = 60^\circ, \angle ACB = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle NCF = 75^\circ, \angle FNC = 15^\circ,$$

$$\therefore \sin 15^\circ = \frac{FC}{NC},$$

$$\text{又 } NC = x, \therefore FC = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4} x,$$

$$\therefore NE = DF = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4} x + 2\sqrt{2}.$$

$$\therefore \text{点 } N \text{ 到 } AD \text{ 的距离为 } \left(\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4} x + 2\sqrt{2} \right) \text{ cm};$$

$$(3) \because \sin 75^\circ = \frac{FN}{NC}, \therefore FN = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4} x,$$

$$\because PD = CP = \sqrt{2},$$

$$\therefore PF = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4} x + \sqrt{2},$$

$$\therefore y = \frac{1}{2} \left(\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4} x + 2\sqrt{2} - x \right) \left(\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4} x + 2\sqrt{2} \right) - \frac{1}{2} (2\sqrt{2} - x) \times \sqrt{2} - \frac{1}{2} \left(\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4} x + \sqrt{2} \right) \cdot \left(\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4} x \right)$$

$$\text{即 } y = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{8} x^2 + \frac{7 - \sqrt{3} - 2\sqrt{2}}{4} x + 2\sqrt{3},$$

$$\because < 0, \text{ 当 } x = -\frac{7 - \sqrt{3} - 2\sqrt{2}}{2 \times \frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{8}} = \frac{7 - \sqrt{3} - 2\sqrt{2}}{\sqrt{6} - \sqrt{2}} \text{ 时, } y \text{ 有最大值为 } \frac{6\sqrt{6} + 7\sqrt{3} - 10\sqrt{2} - 30}{4\sqrt{2} - 4\sqrt{6}}$$

∴

【易错点津】 此类问题容易出错的地方是不能灵活应用三角函数和二次函数的数学模型进行解答.