

## 2019 年黑龙江省哈尔滨市中考数学试卷

### 一、选择题 (每小题 3 分, 共计 30 分)

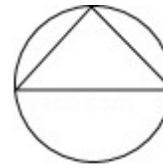
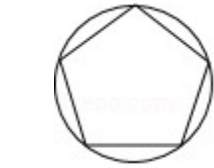
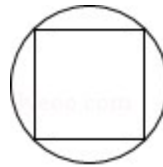
1. (3 分) (2019•哈尔滨)  $-9$  的相反数是( )

- A. 9                      B.  $-9$                       C.  $-\frac{1}{9}$                       D.  $\frac{1}{9}$

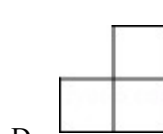
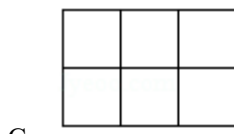
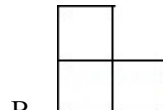
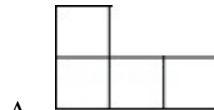
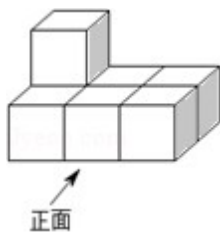
2. (3 分) (2019•哈尔滨) 下列运算一定正确的是( )

- A.  $2a + 2a = 2a^2$                       B.  $a^2 \cdot a^3 = a^6$   
C.  $(2a^2)^3 = 6a^6$                       D.  $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

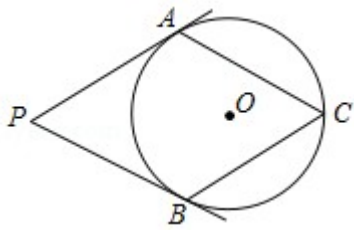
3. (3 分) (2019•哈尔滨) 下列图形中既是轴对称图形又是中心对称图形的是( )



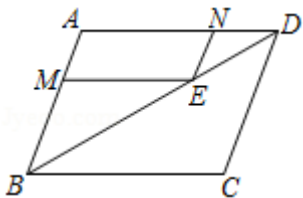
4. (3 分) (2019•哈尔滨) 七个大小相同的正方体搭成的几何体如图所示, 其左视图是( )



5. (3分) (2019•哈尔滨) 如图,  $PA$ 、 $PB$  分别与  $\odot O$  相切于  $A$ 、 $B$  两点, 点  $C$  为  $\odot O$  上一点, 连接  $AC$ 、 $BC$ , 若  $\angle P = 50^\circ$ , 则  $\angle ACB$  的度数为( )



- A.  $60^\circ$       B.  $75^\circ$       C.  $70^\circ$       D.  $65^\circ$
6. (3分) (2019•哈尔滨) 将抛物线  $y = 2x^2$  向上平移 3 个单位长度, 再向右平移 2 个单位长度, 所得到的抛物线为( )
- A.  $y = 2(x+2)^2 + 3$     B.  $y = 2(x-2)^2 + 3$     C.  $y = 2(x-2)^2 - 3$     D.  $y = 2(x+2)^2 - 3$
7. (3分) (2019•哈尔滨) 某商品经过连续两次降价, 售价由原来的每件 25 元降到每件 16 元, 则平均每次降价的百分率为( )
- A. 20%      B. 40%      C. 18%      D. 36%
8. (3分) (2019•哈尔滨) 方程  $\frac{2}{3x-1} = \frac{3}{x}$  的解为( )
- A.  $x = \frac{3}{11}$       B.  $x = \frac{11}{3}$       C.  $x = \frac{3}{7}$       D.  $x = \frac{7}{3}$
9. (3分) (2019•哈尔滨) 点  $(-1, 4)$  在反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  的图象上, 则下列各点在此函数图象上的是( )
- A.  $(4, -1)$       B.  $(-\frac{1}{4}, 1)$       C.  $(-4, -1)$       D.  $(\frac{1}{4}, 2)$
10. (3分) (2019•哈尔滨) 如图, 在  $\square ABCD$  中, 点  $E$  在对角线  $BD$  上,  $EM \parallel AD$ , 交  $AB$  于点  $M$ ,  $EN \parallel AB$ , 交  $AD$  于点  $N$ , 则下列式子一定正确的是( )



A.  $\frac{AM}{BM} = \frac{NE}{DE}$       B.  $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AD}$       C.  $\frac{BC}{ME} = \frac{BE}{BD}$       D.  $\frac{BD}{BE} = \frac{BC}{EM}$

## 二、填空题 (每小题3分, 共计30分)

11. (3分) (2019•哈尔滨) 数 6260000 用科学记数法可表示为\_\_\_\_\_.

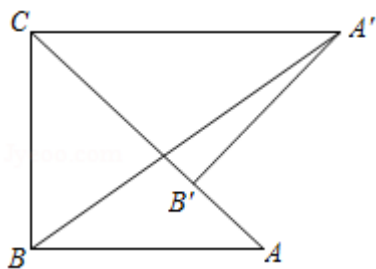
12. (3分) (2019•哈尔滨) 在函数  $y = \frac{3x}{2x-3}$  中, 自变量  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

13. (3分) (2019•哈尔滨) 把多项式  $a^3 - 6a^2b + 9ab^2$  分解因式的结果是\_\_\_\_\_.

14. (3分) (2019•哈尔滨) 不等式组  $\begin{cases} \frac{3-x}{2} \geq 0 \\ 3x+2 \leq 1 \end{cases}$  的解集是\_\_\_\_\_.

15. (3分) (2019•哈尔滨) 二次函数  $y = -(x-6)^2 + 8$  的最大值是\_\_\_\_\_.

16. (3分) (2019•哈尔滨) 如图, 将  $\triangle ABC$  绕点  $C$  逆时针旋转得到  $\triangle A'B'C$ , 其中点  $A'$  与  $A$  是对应点, 点  $B'$  与  $B$  是对应点, 点  $B'$  落在边  $AC$  上, 连接  $A'B$ , 若  $\angle ACB = 45^\circ$ ,  $AC = 3$ ,  $BC = 2$ , 则  $A'B$  的长为\_\_\_\_\_.

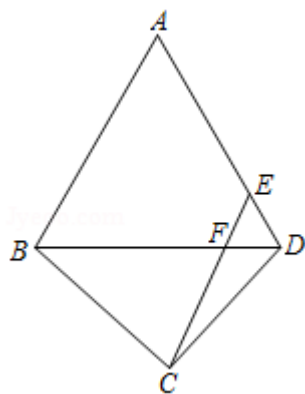


17. (3分) (2019•哈尔滨) 一个扇形的弧长是  $11\pi cm$ , 半径是  $18cm$ , 则此扇形的圆心角是\_\_\_\_\_度.

18. (3分) (2019•哈尔滨) 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle A = 50^\circ$ ,  $\angle B = 30^\circ$ , 点  $D$  在  $AB$  边上, 连接  $CD$ , 若  $\triangle ACD$  为直角三角形, 则  $\angle BCD$  的度数为\_\_\_\_\_度.

19. (3分) (2019•哈尔滨) 同时掷两枚质地均匀的骰子, 每枚骰子的六个面上分别刻有 1 到 6 的点数, 则这两枚骰子向上的一面出现的点数相同的概率为\_\_\_\_\_.

20. (3分) (2019•哈尔滨) 如图, 在四边形  $ABCD$  中,  $AB = AD$ ,  $BC = DC$ ,  $\angle A = 60^\circ$ , 点  $E$  为  $AD$  边上一点, 连接  $BD$ 、 $CE$ ,  $CE$  与  $BD$  交于点  $F$ , 且  $CE \parallel AB$ , 若  $AB = 8$ ,  $CE = 6$ , 则  $BC$  的长为\_\_\_\_\_.



三、解答题（其中21~22题各7分，23-24题各8分，25~27题各10分，共计60分）

21. （7分）（2019•哈尔滨）先化简再求值： $(\frac{x+2}{x-2} - \frac{x^2-2x}{x^2-4x+4}) \div \frac{x-4}{x-2}$ ，其中  $x = 4 \tan 45^\circ + 2 \cos 30^\circ$ .

22. （7分）（2019•哈尔滨）图1、2是两张形状和大小完全相同的方格纸，方格纸中每个小正方形的边长均为1，线段AC的两个端点均在小正方形的顶点上.

（1）在图1中画出以AC为底边的等腰直角三角形ABC，点B在小正方形顶点上；

（2）在图2中画出以AC为腰的等腰三角形ACD，点D在小正方形的顶点上，且 $\triangle ACD$ 的面积为8.

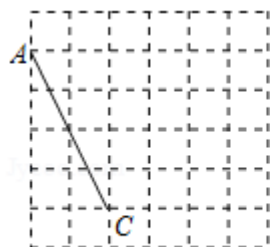


图1

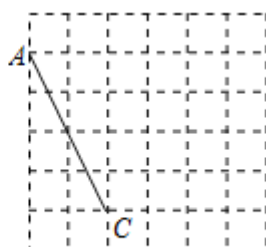


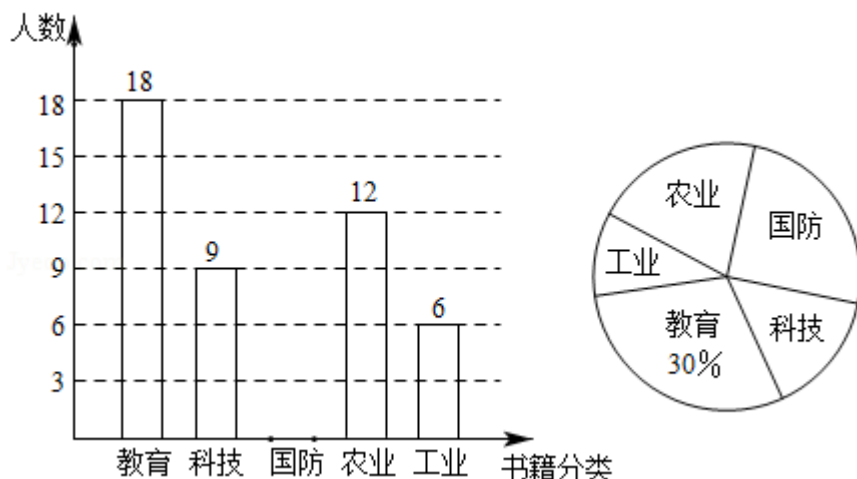
图2

23. （8分）（2019•哈尔滨）建国七十周年到来之际，海庆中学决定举办以“祖国在我心中”为主题的读书活动. 为了使活动更具有针对性，学校在全校范围内随机抽取部分学生进行问卷调查，要求学生在“教育、科技、国防、农业、工业”五类书籍中，选取自己最想读的一种（必选且只选一种），学校将收集到的调查结果适当整理后，绘制成如图所示的不完整的统计图. 请根据图中所给的信息解答下列问题：

（1）在这次调查中，一共抽取了多少名学生？

（2）请通过计算补全条形统计图；

(3) 如果海庆中学共有 1500 名学生, 请你估计该校最想读科技类书籍的学生有多少名.



24. (8 分) (2019•哈尔滨) 已知: 在矩形  $ABCD$  中,  $BD$  是对角线,  $AE \perp BD$  于点  $E$ ,  $CF \perp BD$  于点  $F$ .

(1) 如图 1, 求证:  $AE = CF$ ;

(2) 如图 2, 当  $\angle ADB = 30^\circ$  时, 连接  $AF$ 、 $CE$ , 在不添加任何辅助线的情况下, 请直接

写出图 2 中四个三角形, 使写出的每个三角形的面积都等于矩形  $ABCD$  面积的  $\frac{1}{8}$ .

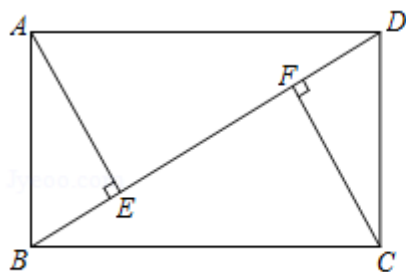


图1

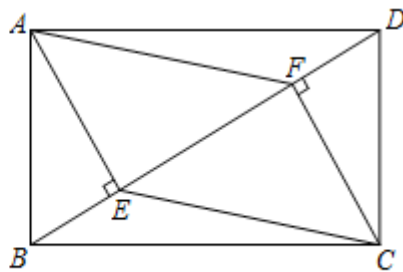


图2

25. (10 分) (2019•哈尔滨) 寒梅中学为了丰富学生的课余生活, 计划购买围棋和中国象棋供棋类兴趣小组活动使用. 若购买 3 副围棋和 5 副中国象棋需用 98 元; 若购买 8 副围棋和 3 副中国象棋需用 158 元;

(1) 求每副围棋和每副中国象棋各多少元;

(2) 寒梅中学决定购买围棋和中国象棋共 40 副, 总费用不超过 550 元, 那么寒梅中学最多可以购买多少副围棋?

26. (10 分) (2019•哈尔滨) 已知:  $MN$  为  $\odot O$  的直径,  $OE$  为  $\odot O$  的半径,  $AB$ 、 $CH$  是  $\odot O$  的两条弦,  $AB \perp OE$  于点  $D$ ,  $CH \perp MN$  于点  $K$ , 连接  $HN$ 、 $HE$ ,  $HE$  与  $MN$  交于点

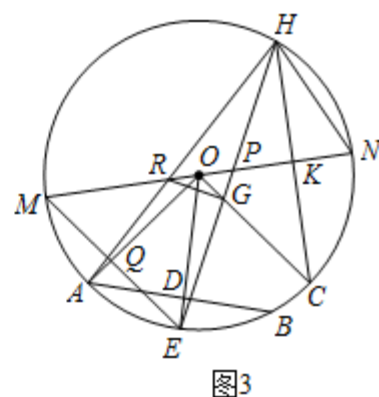
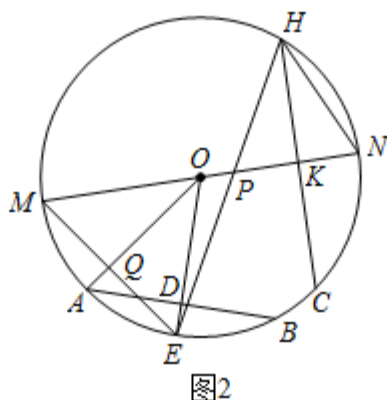
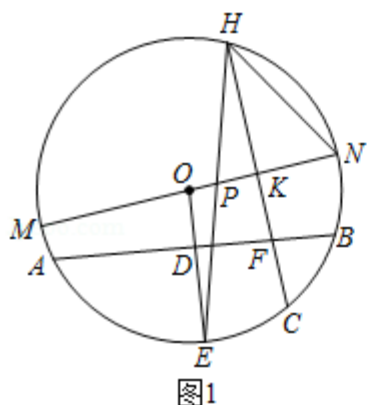
P.

(1) 如图1, 若  $AB$  与  $CH$  交于点  $F$ , 求证:  $\angle HFB = 2\angle EHN$ ;

(2) 如图2, 连接  $ME$ 、 $OA$ ,  $OA$  与  $ME$  交于点  $Q$ , 若  $OA \perp ME$ ,  $\angle EON = 4\angle CHN$ , 求证:  $MP = AB$ ;

(3) 如图3, 在 (2) 的条件下, 连接  $OC$ 、 $BC$ 、 $AH$ ,  $OC$  与  $EH$  交于点  $G$ ,  $AH$  与  $MN$

交于点  $R$ , 连接  $RG$ , 若  $HK:ME = 2:3$ ,  $BC = \sqrt{2}$ , 求  $RG$  的长.



27. (10分) (2019•哈尔滨) 如图, 在平面直角坐标系中, 点  $O$  为坐标原点, 直线

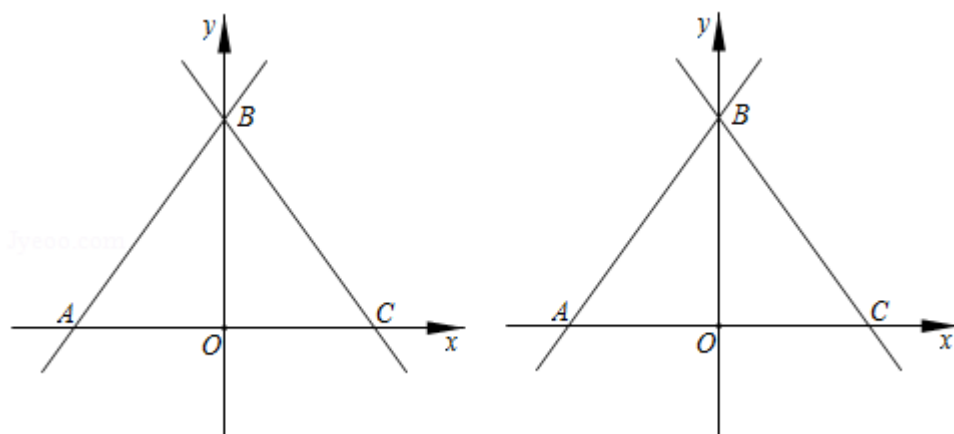
$y = \frac{4}{3}x + 4$  与  $x$  轴交于点  $A$ , 与  $y$  轴交于点  $B$ , 直线  $BC$  与  $x$  轴交于点  $C$ , 且点  $C$  与点  $A$  关于  $y$  轴对称;

(1) 求直线  $BC$  的解析式;

(2) 点  $P$  为线段  $AB$  上一点, 点  $Q$  为线段  $BC$  上一点,  $BQ = AP$ , 连接  $PQ$ , 设点  $P$  的横坐标为  $t$ ,  $\triangle PBQ$  的面积为  $S (S \neq 0)$ , 求  $S$  与  $t$  之间的函数关系式 (不要求写出自变量  $t$  的取值范围);

(3) 在 (2) 的条件下, 点  $E$  在线段  $OA$  上, 点  $R$  在线段  $BC$  的延长线上, 且点  $R$  的纵坐标为  $-\frac{2}{5}$ , 连接  $PE$ 、 $BE$ 、 $AQ$ ,  $AQ$  与  $BE$  交于点  $F$ ,  $\angle APE = \angle CBE$ , 连接  $PF$ ,  $PF$  的

延长线与  $y$  轴的负半轴交于点  $M$ , 连接  $QM$ 、 $MR$ , 若  $\tan \angle QMR = \frac{24}{23}$ , 求直线  $PM$  的解析式.



## 2019 年黑龙江省哈尔滨市中考数学试卷

### 参考答案与试题解析

#### 一、选择题 (每小题 3 分, 共计 30 分)

1. (3 分)  $-9$  的相反数是 ( )

- A. 9                      B.  $-9$                       C.  $-\frac{1}{9}$                       D.  $\frac{1}{9}$

【考点】14: 相反数

【分析】根据只有符号不同的两个数互为相反数, 可得一个数的相反数.

【解答】解:  $-9$  的相反数是 9,

故选: A.

【点评】本题考查了相反数, 在一个数的前面加上负号就是这个数的相反数.

2. (3 分) 下列运算一定正确的是 ( )

- A.  $2a + 2a = 2a^2$                       B.  $a^2 \cdot a^3 = a^6$   
C.  $(2a^2)^3 = 6a^6$                       D.  $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

【考点】47: 幂的乘方与积的乘方; 46: 同底数幂的乘法; 35: 合并同类项; 4F: 平方差公式

【专题】512: 整式

【分析】利用同底数幂的乘法, 幂的乘方与积的乘法法则, 平方差公式解题即可;

【解答】解:  $2a + 2a = 4a$ , A 错误;

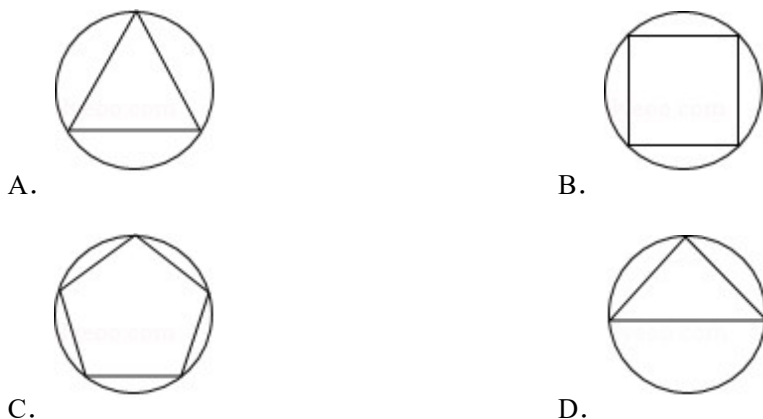
$a^2 \cdot a^3 = a^5$ , B 错误;

$(2a^2)^3 = 8a^6$ , C 错误;

故选: D.

【点评】本题考查整式的运算; 熟练掌握同底数幂的乘法, 幂的乘方与积的乘法法则, 平方差公式是解题的关键.

3. (3 分) 下列图形中既是轴对称图形又是中心对称图形的是 ( )



【考点】P3：轴对称图形；R5：中心对称图形

【专题】558：平移、旋转与对称

【分析】根据轴对称及中心对称图形的定义对各选项进行逐一分析即可.

【解答】解：A、是轴对称图形，但不是中心对称图形，故此选项错误；

B、是中心对称图形，也是轴对称图形，故此选项正确；

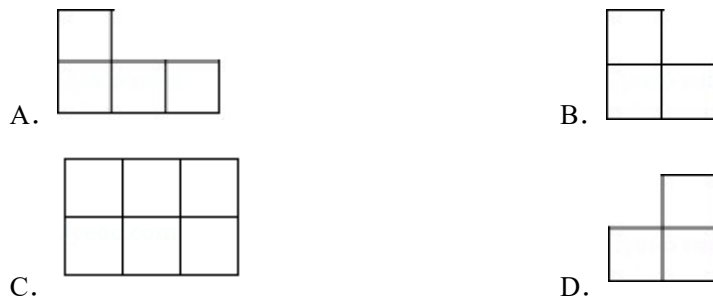
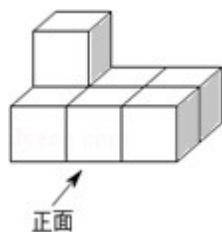
C、是轴对称图形，不是中心对称图形，故此选项错误；

D、是轴对称图形，不是中心对称图形，故此选项错误.

故选：B.

【点评】本题考查的是中心对称图形，熟知把一个图形绕某一点旋转 $180^\circ$ ，如果旋转后的图形能够与原来的图形重合，那么这个图形就叫做中心对称图形是解答此题的关键.

4. (3分) 七个大小相同的正方体搭成的几何体如图所示，其左视图是( )



【考点】U2：简单组合体的三视图

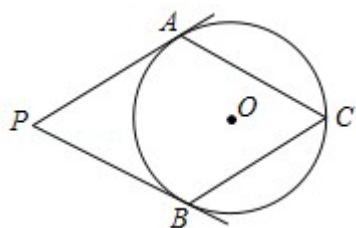
【专题】55F：投影与视图

【分析】左视图有 2 列，从左到右分别是 2，1 个正方形.

【解答】解：这个立体图形的左视图有 2 列，从左到右分别是 2，1 个正方形，  
故选：B.

【点评】此题主要考查了三视图的画法，正确掌握三视图观察的角度是解题关键.

5. (3 分) 如图， $PA$ 、 $PB$  分别与  $\odot O$  相切于  $A$ 、 $B$  两点，点  $C$  为  $\odot O$  上一点，连接  $AC$ 、 $BC$ ，若  $\angle P = 50^\circ$ ，则  $\angle ACB$  的度数为( )



- A.  $60^\circ$                       B.  $75^\circ$                       C.  $70^\circ$                       D.  $65^\circ$

【考点】M5：圆周角定理；MC：切线的性质

【专题】559：圆的有关概念及性质

【分析】先利用切线的性质得  $\angle OAP = \angle OBP = 90^\circ$ ，再利用四边形的内角和计算出  $\angle AOB$  的度数，然后根据圆周角定理计算  $\angle ACB$  的度数.

【解答】解：连接  $OA$ 、 $OB$ ，

$\because PA$ 、 $PB$  分别与  $\odot O$  相切于  $A$ 、 $B$  两点，

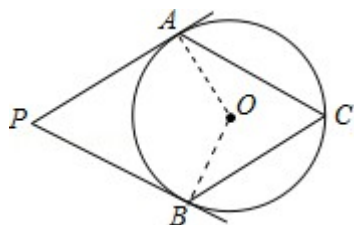
$\therefore OA \perp PA$ ， $OB \perp PB$ ，

$\therefore \angle OAP = \angle OBP = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle AOB = 180^\circ - \angle P = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$ ，

$\therefore \angle ACB = \frac{1}{2} \angle AOB = \frac{1}{2} \times 130^\circ = 65^\circ$ .

故选：D.



【点评】本题考查了切线的性质：圆的切线垂直于经过切点的半径. 也考查了圆周角定理.

6. (3 分) 将抛物线  $y = 2x^2$  向上平移 3 个单位长度, 再向右平移 2 个单位长度, 所得到的抛物线为( )

A.  $y = 2(x+2)^2 + 3$     B.  $y = 2(x-2)^2 + 3$     C.  $y = 2(x-2)^2 - 3$     D.  $y = 2(x+2)^2 - 3$

【考点】H6: 二次函数图象与几何变换

【专题】535: 二次函数图象及其性质

【分析】根据“上加下减、左加右减”的原则进行解答即可.

【解答】解: 将抛物线  $y = 2x^2$  向上平移 3 个单位长度, 再向右平移 2 个单位长度, 得到的抛物线的解析式为  $y = 2(x-2)^2 + 3$ ,

故选: B.

【点评】本题考查的是二次函数的图象与几何变换, 要求熟练掌握平移的规律: 左加右减, 上加下减.

7. (3 分) 某商品经过连续两次降价, 售价由原来的每件 25 元降到每件 16 元, 则平均每次降价的百分率为( )

A. 20%                      B. 40%                      C. 18%                      D. 36%

【考点】AD: 一元二次方程的应用

【专题】523: 一元二次方程及应用; 123: 增长率问题; 68: 模型思想; 37: 数学建模思想

【分析】设降价得百分率为  $x$ , 根据降低率的公式  $a(1-x)^2 = b$  建立方程, 求解即可.

【解答】解: 设降价的百分率为  $x$

根据题意可列方程为  $25(1-x)^2 = 16$

解方程得  $x_1 = \frac{1}{5}$ ,  $x_2 = \frac{9}{5}$  (舍)

$\therefore$  每次降价得百分率为 20%

故选: A.

【点评】本题考查了一元二次方程实际应用问题关于增长率的类型问题, 按照公式

$a(1-x)^2 = b$  对照参数位置代入值即可, 公式的记忆与运用是本题的解题关键.

8. (3分) 方程  $\frac{2}{3x-1} = \frac{3}{x}$  的解为( )

A.  $x = \frac{3}{11}$

B.  $x = \frac{11}{3}$

C.  $x = \frac{3}{7}$

D.  $x = \frac{7}{3}$

【考点】B3：解分式方程

【专题】522：分式方程及应用

【分析】将分式方程化为  $\frac{2x}{x(3x-1)} = \frac{3(3x-1)}{x(3x-1)}$ ，即可求解  $x = \frac{3}{7}$ ；同时要验根即可求解；

【解答】解：  $\frac{2}{3x-1} = \frac{3}{x}$ ，

$$\frac{2x}{x(3x-1)} = \frac{3(3x-1)}{x(3x-1)},$$

$$\therefore 2x = 9x - 3,$$

$$\therefore x = \frac{3}{7};$$

将检验  $x = \frac{3}{7}$  是方程的根，

$$\therefore \text{方程的解为 } x = \frac{3}{7};$$

故选：C.

【点评】本题考查解分式方程；熟练掌握分式方程的解法及验根是解题的关键.

9. (3分) 点  $(-1, 4)$  在反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  的图象上，则下列各点在此函数图象上的是( )

A.  $(4, -1)$

B.  $(-\frac{1}{4}, 1)$

C.  $(-4, -1)$

D.  $(\frac{1}{4}, 2)$

【考点】G6：反比例函数图象上点的坐标特征

【专题】534：反比例函数及其应用

【分析】将点  $(-1, 4)$  代入  $y = \frac{k}{x}$ ，求出函数解析式即可解题；

【解答】解：将点  $(-1, 4)$  代入  $y = \frac{k}{x}$ ，

$$\therefore k = -4,$$

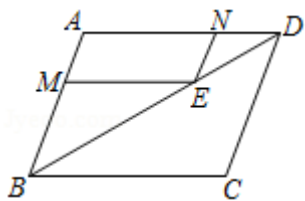
$$\therefore y = \frac{-4}{x},$$

$\therefore$  点  $(4, -1)$  在函数图象上,

故选:  $A$ .

**【点评】** 本题考查反比例函数的图象及性质; 熟练掌握待定系数法求函数解析式的方法是解题的关键.

10. (3 分) 如图, 在  $\square ABCD$  中, 点  $E$  在对角线  $BD$  上,  $EM \parallel AD$ , 交  $AB$  于点  $M$ ,  $EN \parallel AB$ , 交  $AD$  于点  $N$ , 则下列式子一定正确的是 ( )



A.  $\frac{AM}{BM} = \frac{NE}{DE}$       B.  $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AD}$       C.  $\frac{BC}{ME} = \frac{BE}{BD}$       D.  $\frac{BD}{BE} = \frac{BC}{EM}$

**【考点】**  $L5$ : 平行四边形的性质;  $S9$ : 相似三角形的判定与性质

**【专题】**  $555$ : 多边形与平行四边形;  $55D$ : 图形的相似

**【分析】** 根据平行四边形的性质以及相似三角形的性质.

**【解答】** 解:

$\because$  在  $\square ABCD$  中,  $EM \parallel AD$

$\therefore$  易证四边形  $AMEN$  为平行四边形

$\therefore$  易证  $\triangle BEM \sim \triangle BAD \sim \triangle END$

$$\therefore \frac{AM}{BM} = \frac{NE}{BM} = \frac{DE}{BE}, \quad A \text{ 项错误}$$

$$\frac{AM}{AB} = \frac{ND}{AD}, \quad B \text{ 项错误}$$

$$\frac{BC}{ME} = \frac{AD}{ME} = \frac{BD}{BE}, \quad C \text{ 项错误}$$

$$\frac{BD}{BE} = \frac{AC}{ME} = \frac{BC}{ME}, \quad D \text{ 项正确}$$

故选:  $D$ .

**【点评】** 此题主要考查相似三角形的性质及平行四边形的性质, 本题关键是要懂得找相似三角形, 利用相似三角形的性质求解.

## 二、填空题 (每小题 3 分, 共计 30 分)

11. (3 分) 数 6260000 用科学记数法可表示为  $6.26 \times 10^6$  .

【考点】1I: 科学记数法 - 表示较大的数

【分析】科学记数法的表示形式为  $a \times 10^n$  的形式, 其中  $1 \leq |a| < 10$ ,  $n$  为整数. 确定  $n$  的值时, 要看把原数变成  $a$  时, 小数点移动了多少位,  $n$  的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值  $> 1$  时,  $n$  是正数; 当原数的绝对值  $< 1$  时,  $n$  是负数.

【解答】解: 6260000 用科学记数法可表示为  $6.26 \times 10^6$  ,

故答案为:  $6.26 \times 10^6$  .

【点评】此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为  $a \times 10^n$  的形式, 其中  $1 \leq |a| < 10$ ,  $n$  为整数, 表示时关键要正确确定  $a$  的值以及  $n$  的值.

12. (3 分) 在函数  $y = \frac{3x}{2x-3}$  中, 自变量  $x$  的取值范围是  $x \neq \frac{3}{2}$  .

【考点】E4: 函数自变量的取值范围

【专题】532: 函数及其图象

【分析】函数中分母不为零是函数  $y = \frac{3x}{2x-3}$  有意义的条件, 因此  $2x-3 \neq 0$  即可;

【解答】解: 函数  $y = \frac{3x}{2x-3}$  中分母  $2x-3 \neq 0$  ,

$$\therefore x \neq \frac{3}{2};$$

故答案为  $x \neq \frac{3}{2}$  ;

【点评】本题考查函数自变量的取值范围; 熟练掌握函数中自变量的取值范围的求法是解题的关键.

13. (3 分) 把多项式  $a^3 - 6a^2b + 9ab^2$  分解因式的结果是  $a(a-3b)^2$  .

【考点】55: 提公因式法与公式法的综合运用

【专题】512: 整式

【分析】原式提取公因式, 再利用完全平方公式分解即可.

【解答】解:  $a^3 - 6a^2b + 9ab^2$

$$= a(a^2 - 6ab + 9b^2)$$

$$= a(a-3b)^2.$$

故答案为:  $a(a-3b)^2$ .

【点评】此题考查了提公因式法与公式法的综合运用, 熟练掌握因式分解的方法是解本题的关键.

14. (3 分) 不等式组  $\begin{cases} \frac{3-x}{2} \geq 0 \\ 3x+2 \leq 1 \end{cases}$  的解集是  $x \leq -\frac{1}{3}$ .

【考点】CB: 解一元一次不等式组

【专题】524: 一元一次不等式 (组) 及应用

【分析】分别求出每一个不等式的解集, 根据口诀: 同大取大、同小取小、大小小大中间找、大大小小无解了确定不等式组的解集.

【解答】解: 解不等式  $\frac{3-x}{2} \geq 0$ , 得:  $x \leq 3$ ,

解不等式  $3x+2 \leq 1$ , 得:  $x \leq -\frac{1}{3}$ ,

$\therefore$  不等式组的解集为  $x \leq -\frac{1}{3}$ ,

故答案为:  $x \leq -\frac{1}{3}$ .

【点评】本题考查的是解一元一次不等式组, 正确求出每一个不等式解集是基础, 熟知“同大取大; 同小取小; 大小小大中间找; 大大小小找不到”的原则是解答此题的关键.

15. (3 分) 二次函数  $y = -(x-6)^2 + 8$  的最大值是  $8$ .

【考点】H7: 二次函数的最值

【专题】535: 二次函数图象及其性质

【分析】利用二次函数的性质解决问题.

【解答】解:  $\because a = -1 < 0$ ,

$\therefore y$  有最大值,

当  $x = 6$  时,  $y$  有最大值 8.

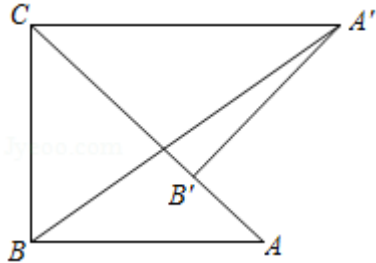
故答案为 8.

【点评】本题主要考查二次函数的最值, 熟练掌握二次函数的图象和性质是解题的关键.

16. (3 分) 如图, 将  $\triangle ABC$  绕点  $C$  逆时针旋转得到  $\triangle A'B'C$ , 其中点  $A'$  与  $A$  是对应点,

点  $B'$  与  $B$  是对应点, 点  $B'$  落在边  $AC$  上, 连接  $A'B$ , 若  $\angle ACB = 45^\circ$ ,  $AC = 3$ ,  $BC = 2$ ,

则  $A'B$  的长为  $\sqrt{13}$ .



【考点】KQ：勾股定理；R2：旋转的性质

【专题】558：平移、旋转与对称

【分析】由旋转的性质可得  $AC = A'C = 3$ ,  $\angle ACB = \angle ACA' = 45^\circ$ , 可得  $\angle A'CB = 90^\circ$ , 由勾股定理可求解.

【解答】解：∵ 将  $\triangle ABC$  绕点  $C$  逆时针旋转得到  $\triangle A'B'C$ ,

$$\therefore AC = A'C = 3, \quad \angle ACB = \angle ACA' = 45^\circ$$

$$\therefore \angle A'CB = 90^\circ$$

$$\therefore A'B = \sqrt{BC^2 + A'C^2} = \sqrt{13}$$

故答案为  $\sqrt{13}$

【点评】本题考查了旋转的性质, 勾股定理, 熟练掌握旋转的性质是本题的关键.

17. (3分) 一个扇形的弧长是  $11\pi\text{cm}$ , 半径是  $18\text{cm}$ , 则此扇形的圆心角是  $110$  度.

【考点】MN：弧长的计算

【专题】55C：与圆有关的计算

【分析】直接利用弧长公式  $l = \frac{n\pi r}{180}$  即可求出  $n$  的值, 计算即可.

$$\text{【解答】解: 根据 } l = \frac{n\pi r}{180} = \frac{n\pi \cdot 18}{180} = 11\pi,$$

解得:  $n = 110$ ,

故答案为: 110.

【点评】本题考查了扇形弧长公式计算, 注意公式的灵活运用是解题关键.

18. (3分) 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle A = 50^\circ$ ,  $\angle B = 30^\circ$ , 点  $D$  在  $AB$  边上, 连接  $CD$ , 若  $\triangle ACD$  为

直角三角形, 则  $\angle BCD$  的度数为  $60^\circ$  或  $10^\circ$  度.

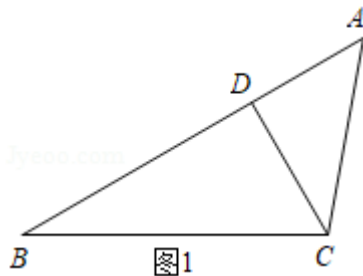
【考点】K8: 三角形的外角性质; K7: 三角形内角和定理

【专题】552: 三角形

【分析】当  $\triangle ACD$  为直角三角形时, 存在两种情况:  $\angle ADC = 90^\circ$  或  $\angle ACD = 90^\circ$ , 根据三角形的内角和定理可得结论.

【解答】解: 分两种情况:

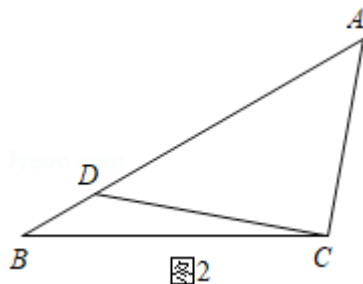
① 如图 1, 当  $\angle ADC = 90^\circ$  时,



$$\therefore \angle B = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle BCD = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ;$$

② 如图 2, 当  $\angle ACD = 90^\circ$  时,



$$\therefore \angle A = 50^\circ, \angle B = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle ACB = 180^\circ - 30^\circ - 50^\circ = 100^\circ,$$

$$\therefore \angle BCD = 100^\circ - 90^\circ = 10^\circ,$$

综上, 则  $\angle BCD$  的度数为  $60^\circ$  或  $10^\circ$ ;

故答案为:  $60^\circ$  或  $10^\circ$ ;

【点评】本题考查了三角形的内角和定理和三角形外角的性质, 分情况讨论是本题的关键.

19. (3 分) 同时掷两枚质地均匀的骰子, 每枚骰子的六个面上分别刻有 1 到 6 的点数, 则

这两枚骰子向上的一面出现的点数相同的概率为  $\frac{1}{6}$ .

【考点】X6: 列表法与树状图法

**【专题】543: 概率及其应用**

**【分析】**首先根据题意列出表格, 然后由表格即可求得所有等可能的结果与两枚骰子点数相同的情况, 再利用概率公式即可求得答案.

**【解答】**解: 列表得:

|       |       |       |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| (1,6) | (2,6) | (3,6) | (4,6) | (5,6) | (6,6) |
| (1,5) | (2,5) | (3,5) | (4,5) | (5,5) | (6,5) |
| (1,4) | (2,4) | (3,4) | (4,4) | (5,4) | (6,4) |
| (1,3) | (2,3) | (3,3) | (4,3) | (5,3) | (6,3) |
| (1,2) | (2,2) | (3,2) | (4,2) | (5,2) | (6,2) |
| (1,1) | (2,1) | (3,1) | (4,1) | (5,1) | (6,1) |

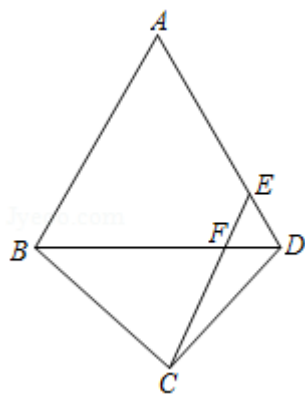
由表可知一共有 36 种情况, 两枚骰子点数相同的有 6 种,

所以两枚骰子点数相同的概率为  $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$ ,

故答案为:  $\frac{1}{6}$ .

**【点评】**本题考查了列表法与树状图法求随机事件的概率, 列表法可以不重复不遗漏的列出所有可能的结果, 适合于两步完成的事件; 解题时还要注意是放回试验还是不放回试验. 用到的知识点为: 概率 = 所求情况数与总情况数之比.

20. (3 分) 如图, 在四边形  $ABCD$  中,  $AB = AD$ ,  $BC = DC$ ,  $\angle A = 60^\circ$ , 点  $E$  为  $AD$  边上一点, 连接  $BD$ 、 $CE$ ,  $CE$  与  $BD$  交于点  $F$ , 且  $CE \parallel AB$ , 若  $AB = 8$ ,  $CE = 6$ , 则  $BC$  的长为  $2\sqrt{7}$ .

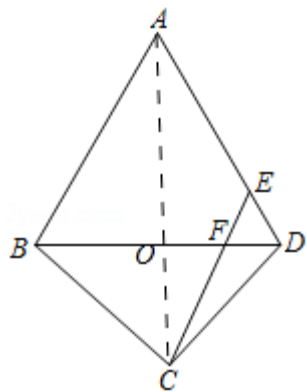


**【考点】**  $KM$ : 等边三角形的判定与性质

**【专题】** 554: 等腰三角形与直角三角形

【分析】连接  $AC$  交  $BD$  于点  $O$ ，由题意可证  $AC$  垂直平分  $BD$ ， $\triangle ABD$  是等边三角形，可得  $\angle BAO = \angle DAO = 30^\circ$ ， $AB = AD = BD = 8$ ， $BO = OD = 4$ ，通过证明  $\triangle EDF$  是等边三角形，可得  $DE = EF = DF = 2$ ，由勾股定理可求  $OC$ ， $BC$  的长。

【解答】解：如图，连接  $AC$  交  $BD$  于点  $O$



$$\begin{aligned}
 &\because AB = AD, \quad BC = DC, \quad \angle A = 60^\circ, \\
 &\therefore AC \text{ 垂直平分 } BD, \quad \triangle ABD \text{ 是等边三角形} \\
 &\therefore \angle BAO = \angle DAO = 30^\circ, \quad AB = AD = BD = 8, \\
 &\quad BO = OD = 4 \\
 &\because CE \parallel AB \\
 &\therefore \angle BAO = \angle ACE = 30^\circ, \quad \angle CED = \angle BAD = 60^\circ \\
 &\therefore \angle DAO = \angle ACE = 30^\circ \\
 &\therefore AE = CE = 6 \\
 &\therefore DE = AD - AE = 2 \\
 &\because \angle CED = \angle ADB = 60^\circ \\
 &\therefore \triangle EDF \text{ 是等边三角形} \\
 &\therefore DE = EF = DF = 2 \\
 &\therefore CF = CE - EF = 4, \quad OF = OD - DF = 2 \\
 &\therefore OC = \sqrt{CF^2 - OF^2} = 2\sqrt{3} \\
 &\therefore BC = \sqrt{BO^2 + OC^2} = 2\sqrt{7}
 \end{aligned}$$

【点评】本题考查了等边三角形的性质和判定，勾股定理，熟练运用等边三角形的判定是本题的关键。

三、解答题（其中 21~22 题各 7 分，23-24 题各 8 分，25~27 题各 10 分，共计 60 分）

21. (7分) 先化简再求值:  $(\frac{x+2}{x-2} - \frac{x^2-2x}{x^2-4x+4}) \div \frac{x-4}{x-2}$ , 其中  $x = 4 \tan 45^\circ + 2 \cos 30^\circ$ .

【考点】6D: 分式的化简求值; T5: 特殊角的三角函数值

【专题】513: 分式

【分析】先根据分式的混合运算顺序和运算法则化简原式, 再依据特殊锐角三角函数值求得  $x$  的值, 代入计算可得.

$$\begin{aligned} \text{【解答】解: 原式} &= \left[ \frac{x+2}{x-2} - \frac{x(x-2)}{(x-2)^2} \right] \div \frac{x-4}{x-2} \\ &= \left( \frac{x+2}{x-2} - \frac{x}{x-2} \right) \cdot \frac{x-2}{x-4} \\ &= \frac{x}{x-2} \cdot \frac{x-2}{x-4} \\ &= \frac{x}{x-4}, \end{aligned}$$

当  $x = 4 \tan 45^\circ + 2 \cos 30^\circ = 4 \times 1 + 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 4 + \sqrt{3}$  时,

$$\begin{aligned} \text{原式} &= \frac{4 + \sqrt{3}}{4 + \sqrt{3} - 4} \\ &= \frac{4 + \sqrt{3}}{\sqrt{3}} \\ &= \frac{4\sqrt{3} + 3}{3}. \end{aligned}$$

【点评】本题主要考查分式的化简求值, 解题的关键是掌握分式的混合运算顺序和运算法则.

22. (7分) 图 1、2 是两张形状和大小完全相同的方格纸, 方格纸中每个小正方形的边长均为 1, 线段  $AC$  的两个端点均在小正方形的顶点上.

(1) 在图 1 中画出以  $AC$  为底边的等腰直角三角形  $ABC$ , 点  $B$  在小正方形顶点上;

(2) 在图 2 中画出以  $AC$  为腰的等腰三角形  $ACD$ , 点  $D$  在小正方形的顶点上, 且  $\triangle ACD$  的面积为 8.

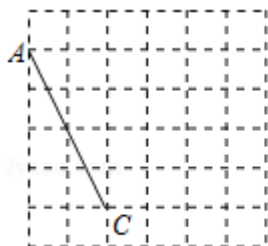


图1

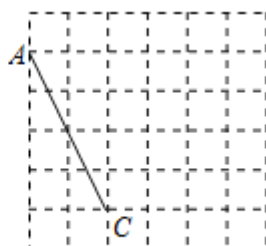


图2

【考点】 $KI$ ：等腰三角形的判定； $KS$ ：勾股定理的逆定理； $N4$ ：作图—应用与设计作图；

$KW$ ：等腰直角三角形； $KQ$ ：勾股定理

【专题】55G：尺规作图

【分析】（1）作  $AC$  的垂直平分线，作以  $AC$  为直径的圆，垂直平分线与圆的交点即为点  $B$ ；

（2）以  $C$  为圆心， $AC$  为半径作圆，格点即为点  $D$ ；

【解答】解：（1）作  $AC$  的垂直平分线，作以  $AC$  为直径的圆，垂直平分线与圆的交点即为点  $B$ ；

（2）以  $C$  为圆心， $AC$  为半径作圆，格点即为点  $D$ ；

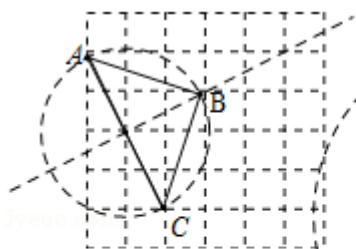


图1

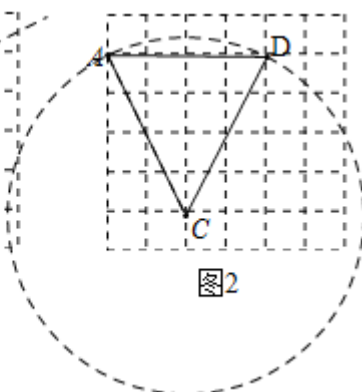
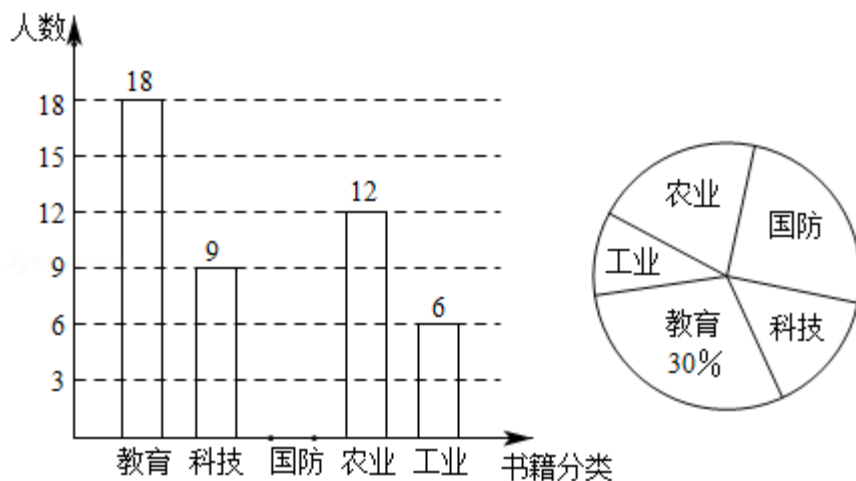


图2

【点评】本题考查尺规作图，等腰三角形的性质；熟练掌握等腰三角形和直角三角形的尺规作图方法是解题的关键．

23. （8分）建国七十周年到来之际，海庆中学决定举办以“祖国在我心中”为主题的读书活动．为了使活动更具有针对性，学校在全校范围内随机抽取部分学生进行问卷调查，要求学生在“教育、科技、国防、农业、工业”五类书籍中，选取自己最想读的一种（必选且只选一种），学校将收集到的调查结果适当整理后，绘制成如图所示的不完整的统计图．请根据图中所给的信息解答下列问题：

- (1) 在这次调查中, 一共抽取了多少名学生?
- (2) 请通过计算补全条形统计图;
- (3) 如果海庆中学共有 1500 名学生, 请你估计该校最想读科技类书籍的学生有多少名.



【考点】V5：用样本估计总体；VC：条形统计图；VB：扇形统计图

【专题】542：统计的应用

【分析】(1) 由最想读教育类书籍的学生数除以占的百分比求出总人数即可；

(2) 确定出最想读国防类书籍的学生数, 补全条形统计图即可；

(2) 求出最想读科技类书籍的学生占的百分比, 乘以 1500 即可得到结果.

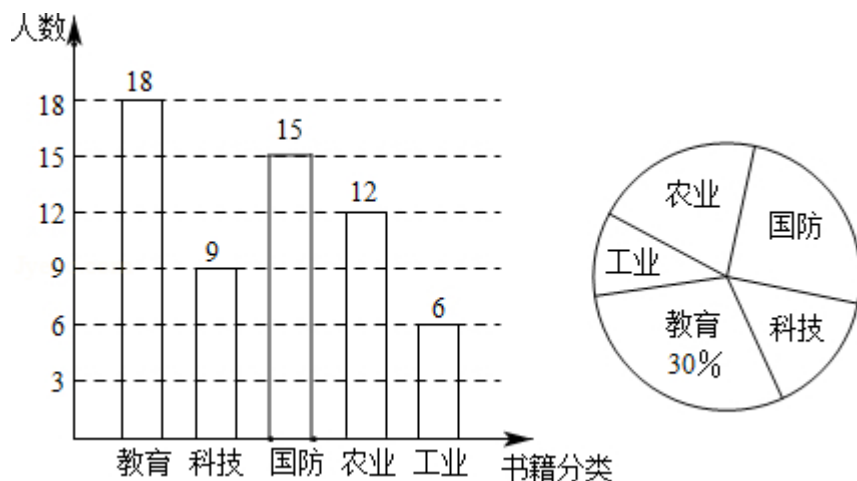
【解答】解：(1) 根据题意得： $18 \div 30\% = 60$  (名),

答：在这次调查中, 一共抽取了 60 名学生；

(2)  $60 - (18 + 9 + 12 + 6) = 15$  (名),

则本次调查中, 选取国防类书籍的学生有 15 名,

补全条形统计图, 如图所示:



(3) 根据题意得:  $1500 \times \frac{9}{60} = 225$  (名),

答: 该校最想读科技类书籍的学生有 225 名.

**【点评】**此题考查了条形统计图, 扇形统计图, 以及用样本估计总体, 弄清题意是解本题的关键.

24. (8分) 已知: 在矩形  $ABCD$  中,  $BD$  是对角线,  $AE \perp BD$  于点  $E$ ,  $CF \perp BD$  于点  $F$ .

(1) 如图 1, 求证:  $AE = CF$ ;

(2) 如图 2, 当  $\angle ADB = 30^\circ$  时, 连接  $AF$ 、 $CE$ , 在不添加任何辅助线的情况下, 请直接

写出图 2 中四个三角形, 使写出的每个三角形的面积都等于矩形  $ABCD$  面积的  $\frac{1}{8}$ .

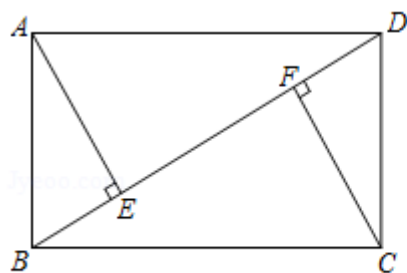


图1

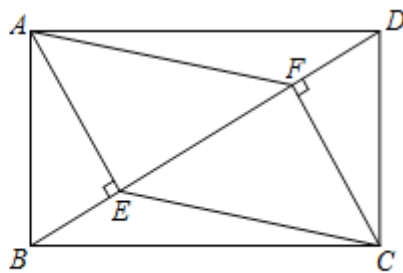


图2

**【考点】**  $LB$ : 矩形的性质;  $KD$ : 全等三角形的判定与性质

**【专题】** 553: 图形的全等; 554: 等腰三角形与直角三角形; 556: 矩形 菱形 正方形

**【分析】** (1) 由  $AAS$  证明  $\triangle ABE \cong \triangle CDF$ , 即可得出结论;

(2) 由平行线的性质得出  $\angle CBD = \angle ADB = 30^\circ$ , 由直角三角形的性质得出  $BE = \frac{1}{2}AB$ ,

$AE = \frac{1}{2}AD$ , 得出  $\triangle ABE$  的面积  $= \frac{1}{8}AB \times AD = \frac{1}{8}$  矩形  $ABCD$  的面积, 由全等三角形的性质

得出  $\triangle CDF$  的面积  $= \frac{1}{8}$  矩形  $ABCD$  的面积; 作  $EG \perp BC$  于  $G$ , 由直角三角形的性质得出

$EG = \frac{1}{2}BE = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}AB = \frac{1}{4}AB$ , 得出  $\triangle BCE$  的面积  $= \frac{1}{8}$  矩形  $ABCD$  的面积, 同理:  $\triangle ADF$  的

面积  $= \frac{1}{8}$  矩形  $ABCD$  的面积.

【解答】(1) 证明:  $\because$  四边形  $ABCD$  是矩形,

$\therefore AB = CD, AB \parallel CD, AD \parallel BC,$

$\therefore \angle ABE = \angle DCF,$

$\because AE \perp BD$  于点  $E, CF \perp BD$  于点  $F,$

$\therefore \angle AEB = \angle CFD = 90^\circ,$

在  $\triangle ABE$  和  $\triangle CDF$  中,  $\begin{cases} \angle ABE = \angle CDF \\ \angle AEB = \angle CFD \\ AB = CD \end{cases},$

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle CDF (AAS),$

$\therefore AE = CF;$

(2) 解:  $\triangle ABE$  的面积  $= \triangle CDF$  的面积  $= \triangle BCE$  的面积  $= \triangle ADF$  的面积  $=$  矩形  $ABCD$  面积

的  $\frac{1}{8}$ . 理由如下:

$\because AD \parallel BC,$

$\therefore \angle CBD = \angle ADB = 30^\circ,$

$\because \angle ABC = 90^\circ,$

$\therefore \angle ABE = 60^\circ,$

$\because AE \perp BD,$

$\therefore \angle BAE = 30^\circ,$

$\therefore BE = \frac{1}{2}AB, AE = \frac{1}{2}AD,$

$\therefore \triangle ABE$  的面积  $= \frac{1}{2}BE \times AE = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}AB \times \frac{1}{2}AD = \frac{1}{8}AB \times AD = \frac{1}{8}$  矩形  $ABCD$  的面积,

$$\because \triangle ABE \cong \triangle CDF,$$

$$\therefore \triangle CDF \text{ 的面积} = \frac{1}{8} \text{ 矩形 } ABCD \text{ 的面积};$$

作  $EG \perp BC$  于  $G$ , 如图所示:

$$\because \angle CBD = 30^\circ,$$

$$\therefore EG = \frac{1}{2} BE = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} AB = \frac{1}{4} AB,$$

$$\therefore \triangle BCE \text{ 的面积} = \frac{1}{2} BC \times EG = \frac{1}{2} BC \times \frac{1}{4} AB = \frac{1}{8} BC \times AB = \frac{1}{8} \text{ 矩形 } ABCD \text{ 的面积},$$

同理:  $\triangle ADF$  的面积  $= \frac{1}{8}$  矩形  $ABCD$  的面积.

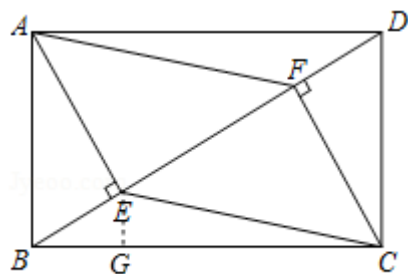


图2

**【点评】** 本题考查了矩形的性质、全等三角形的判定与性质、含  $30^\circ$  角的直角三角形的性质、平行线的性质、三角形面积公式等知识; 熟练掌握矩形的性质和含  $30^\circ$  角的直角三角形的性质, 证明三角形全等是解题的关键.

25. (10 分) 寒梅中学为了丰富学生的课余生活, 计划购买围棋和中国象棋供棋类兴趣小组活动使用. 若购买 3 副围棋和 5 副中国象棋需用 98 元; 若购买 8 副围棋和 3 副中国象棋需用 158 元;

(1) 求每副围棋和每副中国象棋各多少元;

(2) 寒梅中学决定购买围棋和中国象棋共 40 副, 总费用不超过 550 元, 那么寒梅中学最多可以购买多少副围棋?

**【考点】** C9: 一元一次不等式的应用; 9A: 二元一次方程组的应用

**【专题】** 524: 一元一次不等式 (组) 及应用

**【分析】** (1) 设每副围棋  $x$  元, 每副中国象棋  $y$  元, 根据题意得: 
$$\begin{cases} 3x + 5y = 98 \\ 8x + 3y = 158 \end{cases}$$
, 求解即可;

可;

(2) 设购买围棋  $z$  副, 则购买象棋  $(40-z)$  副, 根据题意得:  $16z + 10(40-z) \leq 550$ , 即可求解;

【解答】解: (1) 设每副围棋  $x$  元, 每副中国象棋  $y$  元,

$$\text{根据题意得: } \begin{cases} 3x + 5y = 98 \\ 8x + 3y = 158 \end{cases},$$

$$\therefore \begin{cases} x = 16 \\ y = 10 \end{cases},$$

$\therefore$  每副围棋 16 元, 每副中国象棋 10 元;

(2) 设购买围棋  $z$  副, 则购买象棋  $(40-z)$  副,

根据题意得:  $16z + 10(40-z) \leq 550$ ,

$$\therefore z \leq 25,$$

$\therefore$  最多可以购买 25 副围棋;

【点评】本题考查二元一次方程组, 一元一次不等式的应用; 能够通过已知条件列出准确的方程组和不等式是解题的关键.

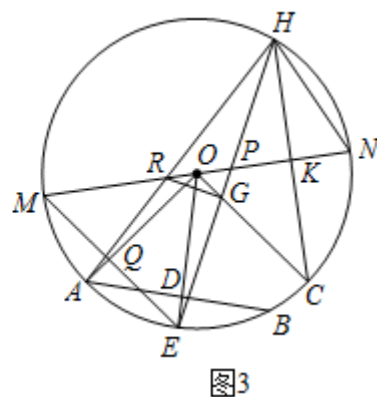
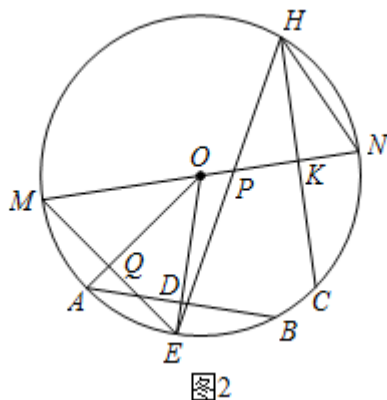
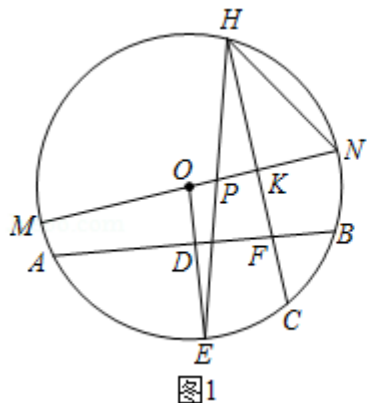
26. (10 分) 已知:  $MN$  为  $\odot O$  的直径,  $OE$  为  $\odot O$  的半径,  $AB$ 、 $CH$  是  $\odot O$  的两条弦,  $AB \perp OE$  于点  $D$ ,  $CH \perp MN$  于点  $K$ , 连接  $HN$ 、 $HE$ ,  $HE$  与  $MN$  交于点  $P$ .

(1) 如图 1, 若  $AB$  与  $CH$  交于点  $F$ , 求证:  $\angle HFB = 2\angle EHN$ ;

(2) 如图 2, 连接  $ME$ 、 $OA$ ,  $OA$  与  $ME$  交于点  $Q$ , 若  $OA \perp ME$ ,  $\angle EON = 4\angle CHN$ , 求证:  $MP = AB$ ;

(3) 如图 3, 在 (2) 的条件下, 连接  $OC$ 、 $BC$ 、 $AH$ ,  $OC$  与  $EH$  交于点  $G$ ,  $AH$  与  $MN$

交于点  $R$ , 连接  $RG$ , 若  $HK:ME = 2:3$ ,  $BC = \sqrt{2}$ , 求  $RG$  的长.



【考点】MR：圆的综合题

【专题】48：构造法；35：转化思想；16：压轴题；152：几何综合题

【分析】（1）利用“四边形内角和为 $360^\circ$ ”、“同弧所对的圆周角是圆心角的一半”即可；

（2）根据同圆中，相等的圆心角所对的弦相等，先证 $AB = MB$ ，再根据“等角对等边”，证明 $MP = ME$ ；

（3）由全等三角形性质和垂径定理可将 $HK : ME = 2 : 3$ 转化为 $OQ : MQ = 4 : 3$ ；可设

Rt $\triangle OMQ$  两直角边为： $OQ = 4k$ ， $MQ = 3k$ ，再构造直角三角形利用 $BC = \sqrt{2}$ ，求出 $k$ 的

值；求得 $OP = OR = OG$ ，得 $\triangle PGR$ 为直角三角形，应用勾股定理求 $RG$ 。

【解答】解：（1）如图1， $\because AB \perp OE$ 于点 $D$ ， $CH \perp MN$ 于点 $K$

$$\therefore \angle ODB = \angle OKC = 90^\circ$$

$$\therefore \angle ODB + \angle DFK + \angle OKC + \angle EON = 360^\circ$$

$$\therefore \angle DFK + \angle EON = 180^\circ$$

$$\therefore \angle DFK + \angle HFB = 180^\circ$$

$$\therefore \angle HFB = \angle EON$$

$$\therefore \angle EON = 2\angle EHN$$

$$\therefore \angle HFB = 2\angle EHN$$

（2）如图2，连接 $OB$ ，

$$\therefore OA \perp ME，$$

$$\therefore \angle AOM = \angle AOE$$

$$\therefore AB \perp OE$$

$$\therefore \angle AOE = \angle BOE$$

$$\therefore \angle AOM + \angle AOE = \angle AOE + \angle BOE，$$

$$\text{即：} \angle MOE = \angle AOB$$

$$\therefore ME = AB$$

$$\therefore \angle EON = 4\angle CHN， \angle EON = 2\angle EHN$$

$$\therefore \angle EHN = 2\angle CHN$$

$$\therefore \angle EHC = \angle CHN$$

$$\therefore CH \perp MN$$

$$\therefore \angle HPN = \angle HNM$$

$$\therefore \angle HPN = \angle EPM， \angle HNM = \angle HEM$$

$$\therefore \angle EPM = \angle HEM$$

$$\therefore MP = ME$$

$$\therefore MP = AB$$

(3) 如图 3, 连接  $BC$ , 过点  $A$  作  $AF \perp BC$  于  $F$ , 过点  $A$  作  $AL \perp MN$  于  $L$ , 连接  $AM$ ,  $AC$ ,

由 (2) 知:  $\angle EHC = \angle CHN$ ,  $\angle AOM = \angle AOE$

$$\therefore \angle EOC = \angle CON$$

$$\therefore \angle EOC + \angle CON + \angle AOM + \angle AOE = 180^\circ$$

$$\therefore \angle AOE + \angle EOC = 90^\circ, \quad \angle AOM + \angle CON = 90^\circ$$

$$\therefore OA \perp ME, \quad CH \perp MN$$

$$\therefore \angle OQM = \angle OKC = 90^\circ, \quad CK = HK, \quad ME = 2MQ,$$

$$\therefore \angle AOM + \angle OMQ = 90^\circ$$

$$\therefore \angle CON = \angle OMQ$$

$$\therefore OC = OA$$

$$\therefore \triangle OCK \cong \triangle MOQ (AAS)$$

$$\therefore CK = OQ = HK$$

$$\therefore HK : ME = 2 : 3, \text{ 即: } OQ : 2MQ = 2 : 3$$

$$\therefore OQ : MQ = 4 : 3$$

$$\therefore \text{设 } OQ = 4k, \quad MQ = 3k,$$

$$\text{则 } OM = \sqrt{OQ^2 + MQ^2} = \sqrt{(4k)^2 + (3k)^2} = 5k, \quad AB = ME = 6k$$

$$\text{在 Rt}\triangle OAC \text{ 中, } AC = \sqrt{OA^2 + OC^2} = \sqrt{(5k)^2 + (5k)^2} = 5\sqrt{2}k$$

$$\therefore \text{四边形 } ABCH \text{ 内接于 } \square O, \quad \angle AHC = \frac{1}{2} \angle AOC = \frac{1}{2} \times 90^\circ = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle ABC = 180^\circ - \angle AHC = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ,$$

$$\therefore \angle ABF = 180^\circ - \angle ABC = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$$

$$\therefore AF = BF = AB \cdot \cos \angle ABF = 6k \cdot \cos 45^\circ = 3\sqrt{2}k$$

$$\text{在 Rt}\triangle ACF \text{ 中, } AF^2 + CF^2 = AC^2$$

$$\text{即: } (3\sqrt{2}k)^2 + (3\sqrt{2}k + \sqrt{2})^2 = (5\sqrt{2}k)^2, \text{ 解得: } k_1 = 1, \quad k_2 = -\frac{1}{7} \text{ (不符合题意, 舍去)}$$

$$\therefore OQ = HK = 4, \quad MQ = OK = 3, \quad OM = ON = 5$$

$$\therefore KN = KP = 2, \quad OP = ON - KN - KP = 5 - 2 - 2 = 1,$$

在  $\triangle HKR$  中,  $\angle HKR = 90^\circ$ ,  $\angle RHK = 45^\circ$ ,

$$\therefore \frac{RK}{HK} = \tan \angle RHK = \tan 45^\circ = 1$$

$$\therefore RK = HK = 4$$

$$\therefore OR = RN - ON = 4 + 2 - 5 = 1$$

$$\therefore \angle CON = \angle OMQ$$

$$\therefore OC \parallel ME$$

$$\therefore \angle PGO = \angle HEM$$

$$\therefore \angle EPM = \angle HEM$$

$$\therefore \angle PGO = \angle EPM$$

$$\therefore OG = OP = OR = 1$$

$$\therefore \angle PGR = 90^\circ$$

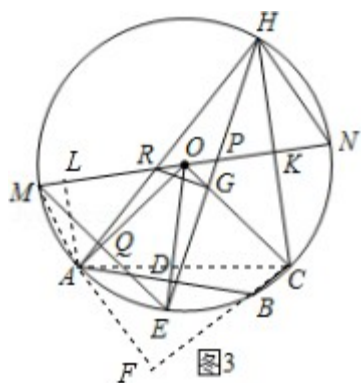
在  $\text{Rt}\triangle\text{HPK}$  中,  $PH = \sqrt{HK^2 + PK^2} = \sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5}$

$$\therefore \angle POG = \angle PHN, \quad \angle OPG = \angle HPN$$

$$\therefore \Delta POG \sim \Delta PHN$$

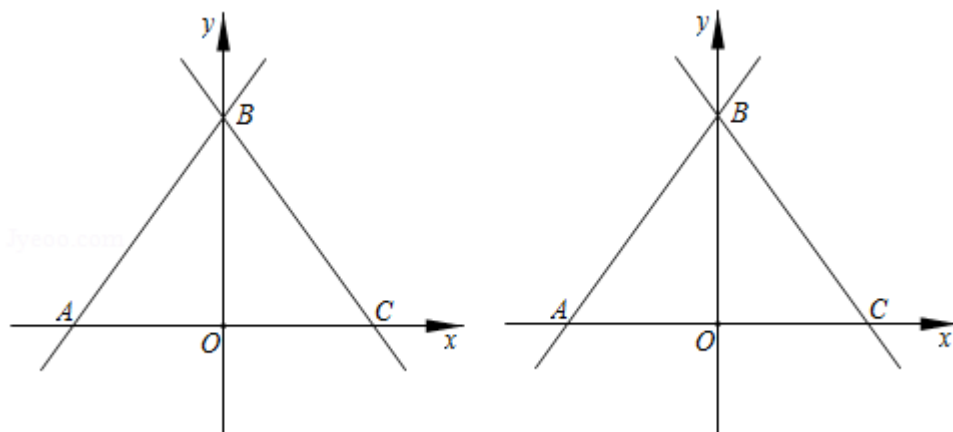
$$\therefore \frac{PG}{PO} = \frac{PN}{PH}, \text{ 即 } \frac{PG}{1} = \frac{4}{2\sqrt{5}}, PG = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

$$\therefore RG = \sqrt{RP^2 - PG^2} = \sqrt{2^2 - \left(\frac{2\sqrt{5}}{5}\right)^2} = \frac{4\sqrt{5}}{5}.$$





析式.



【考点】FI：一次函数综合题

【专题】533：一次函数及其应用

【分析】(1) 由  $y = \frac{4}{3}x + 4$ , 求出  $A(-3, 0)B(0, 4)$ , 所以  $C(3, 0)$ , 设直线  $BC$  的解析式

为  $y = kx + b$ , 将  $B(0, 4)$ ,  $C(3, 0)$  代入, 解得  $k = -\frac{4}{3}$ ,  $b = 4$ , 所以直线  $BC$  的解析式

$$y = -\frac{4}{3}x + 4;$$

(2) 过点  $A$  作  $AD \perp BC$  于点  $D$ , 过点  $P$  作  $PN \perp BC$  于  $N$ ,  $PG \perp OB$  于点  $G$ . 由

$$\sin \angle ACD = \frac{AD}{AC} = \frac{OB}{BC}, \quad \text{即} \quad \frac{AD}{6} = \frac{4}{5}, \quad \text{求出} \quad AD = \frac{24}{5}, \quad \text{设} \quad P(t, \frac{4}{3}t + 4), \quad \text{由}$$

$$\cos \angle BPG = \cos \angle BAO, \quad \text{即} \quad \frac{PG}{PB} = \frac{OA}{AB} = \frac{3}{5}, \quad \text{求出} \quad PB = -\frac{5}{3}t, \quad \text{由}$$

$$\sin \angle ABC = \frac{PN}{PB} = \frac{AD}{AB} = \frac{24}{5} = \frac{24}{25}, \quad \text{求得} \quad PN = \frac{24}{25}PB = \frac{24}{25} \times (-\frac{5}{3}t) = -\frac{8}{5}t, \quad BQ = 5 + \frac{5}{3}t, \quad \text{所}$$

$$\text{以} \quad S = \frac{1}{2}BQ \cdot PN = \frac{1}{2}(5 + \frac{5}{3}t)(-\frac{8}{5}t), \quad \text{即} \quad S = -\frac{4}{3}t^2 - 4t;$$

(3) 如图, 延长  $BE$  至  $T$  使  $ET = EP$ , 连接  $AT$ 、 $PT$ 、 $AM$ 、 $PT$  交  $OA$  于点  $S$ , 易证  $AT \parallel BC$ , 所以  $\angle TAE = \angle FQB$ ,  $\triangle ATF \cong \triangle QBF$ , 于是  $AF = QF$ ,  $TF = BF$ , 再证明

$\triangle MBF \cong \triangle PTF$ , 所以  $MF = PF$ ,  $BM = PT$ , 于是四边形  $AMPQ$  为平行四边形, 由

$$\sin \angle ABC = \sin \angle MQR = \frac{RH}{RQ} = \frac{24}{25}, \quad \text{设 } QR = 25a, \quad HR = 24a, \quad \text{则 } QH = 7a,$$

$$\tan \angle QMR = \frac{24}{23}, \quad \text{所以 } MH = 23a, \quad BQ = MQ = 23a + 7a = 30a, \quad BR = BQ + QR = 55a, \quad \text{过}$$

点  $R$  作  $RK \perp x$  轴于点  $K$ . 求得  $M(0, -\frac{4}{5})$ , 设直线  $PM$  的解析式为  $y = mx + n$ , 解得

$$\begin{cases} m = -\frac{8}{3} \\ n = -\frac{4}{5} \end{cases}, \quad \text{因此直线 } PM \text{ 的解析式为 } y = -\frac{8}{3}x - \frac{4}{5}.$$

**【解答】**解: (1)  $\because y = \frac{4}{3}x + 4$ ,

$$\therefore A(-3, 0) B(0, 4),$$

$\because$  点  $C$  与点  $A$  关于  $y$  轴对称,

$$\therefore C(3, 0),$$

设直线  $BC$  的解析式为  $y = kx + b$ ,

将  $B(0, 4)$ ,  $C(3, 0)$  代入,

$$\begin{cases} 3k + b = 0 \\ b = 4 \end{cases},$$

$$\text{解得 } k = -\frac{4}{3}, \quad b = 4,$$

$$\therefore \text{直线 } BC \text{ 的解析式 } y = -\frac{4}{3}x + 4;$$

(2) 如图 1, 过点  $A$  作  $AD \perp BC$  于点  $D$ , 过点  $P$  作  $PN \perp BC$  于  $N$ ,  $PG \perp OB$  于点  $G$ .

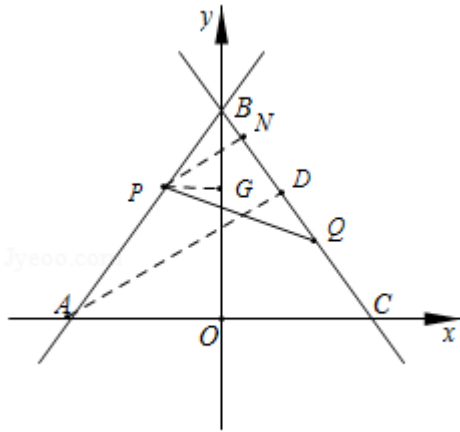


图1

$$\because OA = OC = 3, \quad OB = 4,$$

$$\therefore AC = 6, \quad AB = BC = 5,$$

$$\therefore \sin \angle ACD = \frac{AD}{AC} = \frac{OB}{BC},$$

$$\text{即 } \frac{AD}{6} = \frac{4}{5},$$

$$\therefore AD = \frac{24}{5},$$

$$\because \text{点 } P \text{ 为直线 } y = \frac{4}{3}x + 4 \text{ 上},$$

$$\therefore \text{设 } P(t, \frac{4}{3}t + 4),$$

$$\therefore PG = -t, \quad \cos \angle BPG = \cos \angle BAO,$$

$$\text{即 } \frac{PG}{PB} = \frac{OA}{AB} = \frac{3}{5},$$

$$\therefore PB = -\frac{5}{3}t,$$

$$\therefore \sin \angle ABC = \frac{PN}{PB} = \frac{AD}{AB} = \frac{\frac{24}{5}}{5} = \frac{24}{25},$$

$$\therefore PN = \frac{24}{25}PB = \frac{24}{25} \times (-\frac{5}{3}t) = -\frac{8}{5}t,$$

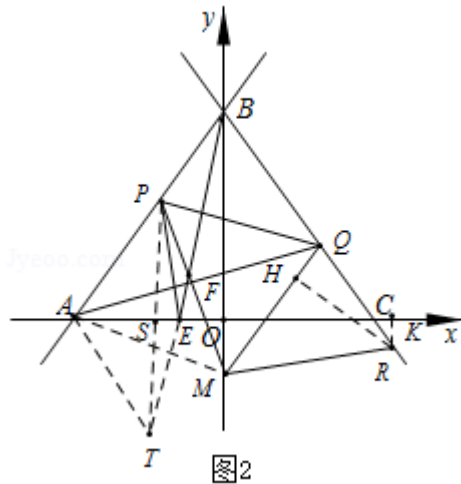
$$\therefore AP = BQ,$$

$$\therefore BQ = 5 + \frac{5}{3}t,$$

$$\therefore S = \frac{1}{2} BQ \cdot PN = \frac{1}{2} \left(5 + \frac{5}{3}t\right) \left(-\frac{8}{5}t\right),$$

$$\text{即 } S = -\frac{4}{3}t^2 - 4t;$$

(3) 如图, 延长  $BE$  至  $T$  使  $ET = EP$ , 连接  $AT$ 、 $PT$ 、 $AM$ 、 $PT$  交  $OA$  于点  $S$ .



$\because \angle APE = \angle EBC, \angle BAC = \angle BCA,$   
 $\therefore 180^\circ - \angle APE - \angle BAC = 180^\circ - \angle EBC - \angle ACB,$   
 $\therefore \angle PEA = \angle BEC = \angle AET,$   
 $\therefore PT \perp AE, PS = ST,$   
 $\therefore AP = AT, \angle TAE = \angle PAE = \angle ACB,$   
 $AT \parallel BC,$   
 $\therefore \angle TAE = \angle FQB,$   
 $\because \angle AFT = \angle BFQ, AT = AP = BQ,$   
 $\therefore \triangle ATF \cong \triangle QBF,$   
 $\therefore AF = QF, TF = BF,$   
 $\because \angle PSA = \angle BOA = 90^\circ,$   
 $\therefore PT \parallel BM,$   
 $\therefore \angle TBM = \angle PTB,$   
 $\because \angle BFM = \angle PFT,$   
 $\therefore \triangle MBF \cong \triangle PTF,$   
 $\therefore MF = PF, BM = PT,$   
 $\therefore \text{四边形 } AMPQ \text{ 为平行四边形},$

$$\therefore AP \parallel MQ, \quad MQ = AP = BQ,$$

$$\therefore \angle MQR = \angle ABC,$$

过点  $R$  作  $RH \perp MQ$  于点  $H$ ,

$$\therefore \sin \angle ABC = \sin \angle MQR = \frac{RH}{RQ} = \frac{24}{25},$$

设  $QR = 25a$ ,  $HR = 24a$ , 则  $QH = 7a$ ,

$$\therefore \tan \angle QMR = \frac{24}{23},$$

$$\therefore MH = 23a, \quad BQ = MQ = 23a + 7a = 30a, \quad BR = BQ + QR = 55a,$$

过点  $R$  作  $RK \perp x$  轴于点  $K$ .

$$\therefore \text{点 } R \text{ 的纵坐标为 } -\frac{2}{5},$$

$$\therefore RK = \frac{2}{5},$$

$$\therefore \sin \angle BCO = \frac{BO}{BC} = \sin \angle KCR = \frac{KR}{CR} = \frac{4}{5},$$

$$\therefore CR = \frac{1}{2}, \quad BR = \frac{11}{2},$$

$$\therefore 55a = \frac{11}{2}, \quad a = \frac{1}{10},$$

$$\therefore BQ = 30a = 3,$$

$$\therefore 5 + \frac{5}{3}t = 3, \quad t = -\frac{6}{5},$$

$$\therefore P(-\frac{6}{5}, \frac{12}{5}),$$

$$\therefore PS = \frac{12}{5},$$

$$\therefore BM = PT = 2PS = \frac{24}{5}, \quad BO = 4,$$

$$\therefore OM = \frac{4}{5},$$

$$\therefore M(0, -\frac{4}{5}),$$

设直线  $PM$  的解析式为  $y = mx + n$ ,

$$\therefore \begin{cases} -\frac{6}{5}m + n = \frac{12}{5}, \\ n = -\frac{4}{5} \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} m = -\frac{8}{3}, \\ n = -\frac{4}{5} \end{cases},$$

$\therefore$  直线  $PM$  的解析式为  $y = -\frac{8}{3}x - \frac{4}{5}$ .

**【点评】** 本题考查了一次函数, 熟练运用待定系数法、三角形全等以及三角函数是解题的关键.

## 考点卡片

### 1. 相反数

(1) 相反数的概念: 只有符号不同的两个数叫做互为相反数.

(2) 相反数的意义: 掌握相反数是成对出现的, 不能单独存在, 从数轴上看, 除 0 外, 互为相反数的两个数, 它们分别在原点两旁且到原点距离相等.

(3) 多重符号的化简: 与 “+” 个数无关, 有奇数个 “-” 号结果为负, 有偶数个 “-” 号, 结果为正.

(4) 规律方法总结: 求一个数的相反数的方法就是在这个数的前边添加 “-”, 如  $a$  的相反数是  $-a$ ,  $m+n$  的相反数是  $-(m+n)$ , 这时  $m+n$  是一个整体, 在整体前面添负号时, 要用小括号.

### 2. 科学记数法—表示较大的数

(1) 科学记数法: 把一个大于 10 的数记成  $a \times 10^n$  的形式, 其中  $a$  是整数数位只有一位的数,  $n$  是正整数, 这种记数法叫做科学记数法. 【科学记数法形式:  $a \times 10^n$ , 其中  $1 \leq a < 10$ ,  $n$  为正整数.】

(2) 规律方法总结:

① 科学记数法中  $a$  的要求和 10 的指数  $n$  的表示规律为关键, 由于 10 的指数比原来的整数位数少 1; 按此规律, 先数一下原数的整数位数, 即可求出 10 的指数  $n$ .

② 记数法要求是大于 10 的数可用科学记数法表示, 实质上绝对值大于 10 的负数同样可用此法表示, 只是前面多一个负号.

### 3. 合并同类项

(1) 定义: 把多项式中同类项合成一项, 叫做合并同类项.

(2) 合并同类项的法则: 把同类项的系数相加, 所得结果作为系数, 字母和字母的指数不变.

(3) 合并同类项时要注意以下三点:

① 要掌握同类项的概念, 会辨别同类项, 并准确地掌握判断同类项的两条标准: 带有相同系数的代数项; 字母和字母指数;

② 明确合并同类项的含义是把多项式中的同类项合并成一项, 经过合并同类项, 式的项数会减少, 达到化简多项式的目的;

③ “合并”是指同类项的系数的相加, 并把得到的结果作为新的系数, 要保持同类项的字母和字母的指数不变.

#### 4. 同底数幂的乘法

(1) 同底数幂的乘法法则: 同底数幂相乘, 底数不变, 指数相加.

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n} \quad (m, n \text{ 是正整数})$$

(2) 推广:  $a^m \cdot a^n \cdot a^p = a^{m+n+p}$  ( $m, n, p$  都是正整数)

在应用同底数幂的乘法法则时, 应注意: ①底数必须相同, 如  $2^3$  与  $2^5$ ,  $(a^2b^2)3$  与  $(a^2b^2)4$ ,  $(x-y)^2$  与  $(x-y)^3$  等; ②  $a$  可以是单项式, 也可以多项式; ③按照运算性质, 只有相乘时才是底数不变, 指数相加.

(3) 概括整合: 同底数幂的乘法, 是学习整式乘除运算的基础, 是学好整式运算的关键.

在运用时要抓住“同底数”这一关键点, 同时注意, 有的底数可能并不相同, 这时可以适当变形为同底数幂.

#### 5. 幂的乘方与积的乘方

(1) 幂的乘方法则: 底数不变, 指数相乘.

$$(a^m)^n = a^{mn} \quad (m, n \text{ 是正整数})$$

注意: ①幂的乘方的底数指的是幂的底数; ②性质中“指数相乘”指的是幂的指数与乘方的指数相乘, 这里注意与同底数幂的乘法中“指数相加”的区别.

(2) 积的乘方法则: 把每一个因式分别乘方, 再把所得的幂相乘.

$$(ab)^n = a^n b^n \quad (n \text{ 是正整数})$$

注意: ①因式是三个或三个以上积的乘方, 法则仍适用; ②运用时数字因数的乘方应根据乘方的意义, 计算出最后的结果.

#### 6. 平方差公式

(1) 平方差公式: 两个数的和与这两个数的差相乘, 等于这两个数的平方差.

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

(2) 应用平方差公式计算时, 应注意以下几个问题:

- ① 左边是两个二项式相乘, 并且这两个二项式中有一项完全相同, 另一项互为相反数;
- ② 右边是相同项的平方减去相反项的平方;
- ③ 公式中的  $a$  和  $b$  可以是具体数, 也可以是单项式或多项式;
- ④ 对形如两数和与这两数差相乘的算式, 都可以运用这个公式计算, 且会比用多项式乘以多项式法则简便.

## 7. 提公因式法与公式法的综合运用

提公因式法与公式法的综合运用.

## 8. 分式的化简求值

先把分式化简后, 再把分式中未知数对应的值代入求出分式的值.

在化简的过程中要注意运算顺序和分式的化简. 化简的最后结果分子、分母要进行约分, 注意运算的结果要化成最简分式或整式.

【规律方法】分式化简求值时需注意的问题

1. 化简求值, 一般是先化简为最简分式或整式, 再代入求值. 化简时不能跨度太大, 而缺少必要的步骤, 代入求值的模式一般为“当...时, 原式=...”.
2. 代入求值时, 有直接代入法, 整体代入法等常用方法. 解题时可根据题目的具体条件选择合适的方法. 当未知数的值没有明确给出时, 所选取的未知数的值必须使原式中的各分式都有意义, 且除数不能为 0.

## 9. 二元一次方程组的应用

(一)、列二元一次方程组解决实际问题的一般步骤:

- (1) 审题: 找出问题中的已知条件和未知量及它们之间的关系.
- (2) 设元: 找出题中的两个关键的未知量, 并用字母表示出来.
- (3) 列方程组: 挖掘题目中的关系, 找出两个等量关系, 列出方程组.
- (4) 求解.
- (5) 检验作答: 检验所求解是否符合实际意义, 并作答.

(二)、设元的方法: 直接设元与间接设元.

当问题较复杂时, 有时设与要求的未知量相关的另一些量为未知数, 即为间接设元. 无论怎样设元, 设几个未知数, 就要列几个方程.

## 10. 一元二次方程的应用

1、列方程解决实际问题的一般步骤是: 审清题意设未知数, 列出方程, 解所列方程求所列方程的解, 检验和作答.

2、列一元二次方程解应用题中常见问题:

- (1) 数字问题: 个位数为  $a$ , 十位数是  $b$ , 则这个两位数表示为  $10b+a$ .
- (2) 增长率问题: 增长率 = 增长数量 / 原数量  $\times 100\%$ . 如: 若原数是  $a$ , 每次增长的百分率为  $x$ , 则第一次增长后为  $a(1+x)$ ; 第二次增长后为  $a(1+x)^2$ , 即 原数  $\times (1 + \text{增长百分率})^2 = \text{后来数}$ .

(3) 形积问题: ①利用勾股定理列一元二次方程, 求三角形、矩形的边长. ②利用三角形、矩形、菱形、梯形和圆的面积, 以及柱体体积公式建立等量关系列一元二次方程. ③利用相似三角形的对应比例关系, 列比例式, 通过两内项之积等于两外项之积, 得到一元二次方程.

(4) 运动点问题: 物体运动将会沿着一条路线或形成一条痕迹, 运行的路线与其他条件会构成直角三角形, 可运用直角三角形的性质列方程求解.

**【规律方法】**列一元二次方程解应用题的“六字诀”

1. 审: 理解题意, 明确未知量、已知量以及它们之间的数量关系.
2. 设: 根据题意, 可以直接设未知数, 也可以间接设未知数.
3. 列: 根据题中的等量关系, 用含所设未知数的代数式表示其他未知量, 从而列出方程.
4. 解: 准确求出方程的解.
5. 验: 检验所求出的根是否符合所列方程和实际问题.
6. 答: 写出答案.

## 11. 解分式方程

(1) 解分式方程的步骤: ①去分母; ②求出整式方程的解; ③检验; ④得出结论.

(2) 解分式方程时, 去分母后所得整式方程的解有可能使原方程中的分母为 0, 所以应如下检验:

- ①将整式方程的解代入最简公分母, 如果最简公分母的值不为 0, 则整式方程的解是原分式方程的解.
- ②将整式方程的解代入最简公分母, 如果最简公分母的值为 0, 则整式方程的解不是原分式方程的解.

所以解分式方程时, 一定要检验.

## 12. 一元一次不等式的应用

(1) 由实际问题中的不等关系列出不等式, 建立解决问题的数学模型, 通过解不等式可以得到实际问题的答案.

(2) 列不等式解应用题需要以“至少”、“最多”、“不超过”、“不低于”等词来体现问题中的不等关系. 因此, 建立不等式要善于从“关键词”中挖掘其内涵.

(3) 列一元一次不等式解决实际问题的方法和步骤:

- ①弄清题中数量关系, 用字母表示未知数.
- ②根据题中的不等关系列出不等式.

③ 解不等式, 求出解集.

④ 写出符合题意的解.

### 13. 解一元一次不等式组

(1) 一元一次不等式组的解集: 几个一元一次不等式的解集的公共部分, 叫做由它们所组成的不等式组的解集.

(2) 解不等式组: 求不等式组的解集的过程叫解不等式组.

(3) 一元一次不等式组的解法: 解一元一次不等式组时, 一般先求出其中各不等式的解集, 再求出这些解集的公共部分, 利用数轴可以直观地表示不等式组的解集.

方法与步骤: ① 求不等式组中每个不等式的解集; ② 利用数轴求公共部分.

解集的规律: 同大取大; 同小取小; 大小小大中间找; 大大小小找不到.

### 14. 函数自变量的取值范围

自变量的取值范围必须使含有自变量的表达式都有意义.

① 当表达式的分母不含有自变量时, 自变量取全体实数. 例如  $y=2x+13$  中的  $x$ .

② 当表达式的分母中含有自变量时, 自变量取值要使分母不为零. 例如  $y=x+2x-1$ .

③ 当函数的表达式是偶次根式时, 自变量的取值范围必须使被开方数不小于零.

④ 对于实际问题中的函数关系式, 自变量的取值除必须使表达式有意义外, 还要保证实际问题有意义.

### 15. 一次函数综合题

(1) 一次函数与几何图形的面积问题

首先要根据题意画出草图, 结合图形分析其中的几何图形, 再求出面积.

(2) 一次函数的优化问题

通常一次函数的最值问题首先由不等式找到  $x$  的取值范围, 进而利用一次函数的增减性在前面范围内的前提下求出最值.

(3) 用函数图象解决实际问题

从已知函数图象中获取信息, 求出函数值、函数表达式, 并解答相应的问题.

### 16. 反比例函数图象上点的坐标特征

反比例函数  $y=k/x$  ( $k$  为常数,  $k \neq 0$ ) 的图象是双曲线,

① 图象上的点  $(x, y)$  的横纵坐标的积是定值  $k$ , 即  $xy=k$ ;

② 双曲线是关于原点对称的, 两个分支上的点也是关于原点对称;

③ 在  $y=k/x$  图象中任取一点, 过这一个点向  $x$  轴和  $y$  轴分别作垂线, 与坐标轴围成的矩形

的面积是定值 $|k|$ .

### 17. 二次函数图象与几何变换

由于抛物线平移后的形状不变, 故  $a$  不变, 所以求平移后的抛物线解析式通常可利用两种方法: 一是求出原抛物线上任意两点平移后的坐标, 利用待定系数法求出解析式; 二是只考虑平移后的顶点坐标, 即可求出解析式.

### 18. 二次函数的最值

(1) 当  $a > 0$  时, 抛物线在对称轴左侧,  $y$  随  $x$  的增大而减少; 在对称轴右侧,  $y$  随  $x$  的增大而增大, 因为图象有最低点, 所以函数有最小值, 当  $x$  时,  $y$ .

(2) 当  $a < 0$  时, 抛物线在对称轴左侧,  $y$  随  $x$  的增大而增大; 在对称轴右侧,  $y$  随  $x$  的增大而减少, 因为图象有最高点, 所以函数有最大值, 当  $x$  时,  $y$ .

(3) 确定一个二次函数的最值, 首先看自变量的取值范围, 当自变量取全体实数时, 其最值为抛物线顶点坐标的纵坐标; 当自变量取某个范围时, 要分别求出顶点和函数端点处的函数值, 比较这些函数值, 从而获得最值.

### 19. 三角形内角和定理

(1) 三角形内角的概念: 三角形内角是三角形三边的夹角. 每个三角形都有三个内角, 且每个内角均大于  $0^\circ$  且小于  $180^\circ$ .

(2) 三角形内角和定理: 三角形内角和是  $180^\circ$ .

(3) 三角形内角和定理的证明

证明方法, 不唯一, 但其思路都是设法将三角形的三个内角移到一起, 组合成一个平角. 在转化中借助平行线.

(4) 三角形内角和定理的应用

主要用在求三角形中角的度数. ①直接根据两已知角求第三个角; ②依据三角形中角的关系, 用代数方法求三个角; ③在直角三角形中, 已知一锐角可利用两锐角互余求另一锐角.

### 20. 三角形的外角性质

(1) 三角形外角的定义: 三角形的一边与另一边的延长线组成的角, 叫做三角形的外角. 三角形共有六个外角, 其中有公共顶点的两个相等, 因此共有三对.

(2) 三角形的外角性质:

① 三角形的外角和为  $360^\circ$ .

② 三角形的一个外角等于和它不相邻的两个内角的和.

③ 三角形的一个外角大于和它不相邻的任何一个内角.

(3) 若研究的角比较多, 要设法利用三角形的外角性质②将它们转化到一个三角形中去.

(4) 探究角度之间的不等关系, 多用外角的性质③, 先从最大角开始, 观察它是哪个三角形的外角.

## 21. 全等三角形的判定与性质

(1) 全等三角形的判定是结合全等三角形的性质证明线段和角相等的重要工具. 在判定三角形全等时, 关键是选择恰当的判定条件.

(2) 在应用全等三角形的判定时, 要注意三角形间的公共边和公共角, 必要时添加适当辅助线构造三角形.

## 22. 等腰三角形的判定

判定定理: 如果一个三角形有两个角相等, 那么这两个角所对的边也相等. 【简称: 等角对等边】

说明: ①等腰三角形是一个轴对称图形, 它的定义既作为性质, 又可作为判定办法.

②等腰三角形的判定和性质互逆;

③在判定定理的证明中, 可以作未来底边的高线也可以作未来顶角的角平分线, 但不能作未来底边的中线;

④判定定理在同一个三角形中才能适用.

## 23. 等边三角形的判定与性质

(1) 等边三角形是一个非常特殊的几何图形, 它的角的特殊性给有关角的计算奠定了基础, 它的边角性质为证明线段、角相等提供了便利条件. 同是等边三角形又是特殊的等腰三角形, 同样具备三线合一的性质, 解题时要善于挖掘图形中的隐含条件广泛应用.

(2) 等边三角形的特性如: 三边相等、有三条对称轴、一边上的高可以把等边三角形分成含有  $30^\circ$  角的直角三角形、连接三边中点可以把等边三角形分成四个全等的小等边三角形等.

(3) 等边三角形判定最复杂, 在应用时要抓住已知条件的特点, 选取恰当的判定方法, 一般地, 若从一般三角形出发可以通过三条边相等判定、通过三个角相等判定; 若从等腰三角形出发, 则想法获取一个  $60^\circ$  的角判定.

## 24. 勾股定理

(1) 勾股定理: 在任何一个直角三角形中, 两条直角边长的平方之和一定等于斜边长的平方.

如果直角三角形的两条直角边长分别是  $a$ ,  $b$ , 斜边长为  $c$ , 那么  $a^2 + b^2 = c^2$ .

(2) 勾股定理应用的前提条件是在直角三角形中.

(3) 勾股定理公式  $a^2+b^2=c^2$  的变形有:  $a$ ,  $b$  及  $c$ .

(4) 由于  $a^2+b^2=c^2>a^2$ , 所以  $c>a$ , 同理  $c>b$ , 即直角三角形的斜边大于该直角三角形中的每一条直角边.

## 25. 勾股定理的逆定理

(1) 勾股定理的逆定理: 如果三角形的三边长  $a$ ,  $b$ ,  $c$  满足  $a^2+b^2=c^2$ , 那么这个三角形就是直角三角形.

说明:

① 勾股定理的逆定理验证利用了三角形的全等.

② 勾股定理的逆定理将数转化为形, 作用是判断一个三角形是不是直角三角形. 必须满足较小两边平方的和等于最大边的平方才能做出判断.

(2) 运用勾股定理的逆定理解决问题的实质就是判断一个角是不是直角. 然后进一步结合其他已知条件来解决问题.

注意: 要判断一个角是不是直角, 先要构造出三角形, 然后知道三条边的大小, 用较小的两条边的平方和与最大的边的平方比较, 如果相等, 则三角形为直角三角形; 否则不是.

## 26. 等腰直角三角形

(1) 两条直角边相等的直角三角形叫做等腰直角三角形.

(2) 等腰直角三角形是一种特殊的三角形, 具有所有三角形的性质, 还具备等腰三角形和直角三角形的所有性质. 即: 两个锐角都是  $45^\circ$ , 斜边上中线、角平分线、斜边上的高, 三线合一, 等腰直角三角形斜边上的高为外接圆的半径  $R$ , 而高又为内切圆的直径 (因为等腰直角三角形的两个小角均为  $45^\circ$ , 高又垂直于斜边, 所以两个小三角形均为等腰直角三角形, 则两腰相等);

(3) 若设等腰直角三角形内切圆的半径  $r=1$ , 则外接圆的半径  $R=1$ , 所以  $r: R=1: 1$ .

## 27. 平行四边形的性质

(1) 平行四边形的概念: 有两组对边分别平行的四边形叫做平行四边形.

(2) 平行四边形的性质:

① 边: 平行四边形的对边相等.

② 角: 平行四边形的对角相等.

③ 对角线: 平行四边形的对角线互相平分.

(3) 平行线间的距离处处相等.

(4) 平行四边形的面积:

- ① 平行四边形的面积等于它的底和这个底上的高的积.
- ② 同底 (等底) 同高 (等高) 的平行四边形面积相等.

## 28. 矩形的性质

(1) 矩形的定义: 有一个角是直角的平行四边形是矩形.

(2) 矩形的性质

- ① 平行四边形的性质矩形都具有;
- ② 角: 矩形的四个角都是直角;
- ③ 边: 邻边垂直;
- ④ 对角线: 矩形的对角线相等;
- ⑤ 矩形是轴对称图形, 又是中心对称图形. 它有 2 条对称轴, 分别是每组对边中点连线所在的直线; 对称中心是两条对角线的交点.

(3) 由矩形的性质, 可以得到直角三角形的一个重要性质, 直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半.

## 29. 圆周角定理

(1) 圆周角的定义: 顶点在圆上, 并且两边都与圆相交的角叫做圆周角.

注意: 圆周角必须满足两个条件: ① 顶点在圆上. ② 角的两条边都与圆相交, 二者缺一不可.

(2) 圆周角定理: 在同圆或等圆中, 同弧或等弧所对的圆周角相等, 都等于这条弧所对的圆心角的一半.

推论: 半圆 (或直径) 所对的圆周角是直角,  $90^\circ$  的圆周角所对的弦是直径.

(3) 在解圆的有关问题时, 常常需要添加辅助线, 构成直径所对的圆周角, 这种基本技能技巧一定要掌握.

(4) 注意: ① 圆周角和圆心角的转化可通过作圆的半径构造等腰三角形. 利用等腰三角形的顶点和底角的关系进行转化. ② 圆周角和圆周角的转化可利用其 “桥梁” - - - 圆心角转化. ③ 定理成立的条件是 “同一条弧所对的” 两种角, 在运用定理时不要忽略了这个条件, 把不同弧所对的圆周角与圆心角错当成同一条弧所对的圆周角和圆心角.

## 30. 切线的性质

(1) 切线的性质

- ① 圆的切线垂直于经过切点的半径.
- ② 经过圆心且垂直于切线的直线必经过切点.

③ 经过切点且垂直于切线的直线必经过圆心.

(2) 切线的性质可总结如下:

如果一条直线符合下列三个条件中的任意两个, 那么它一定满足第三个条件, 这三个条件是: ① 直线过圆心; ② 直线过切点; ③ 直线与圆的切线垂直.

(3) 切线性质的运用

由定理可知, 若出现圆的切线, 必连过切点的半径, 构造定理图, 得出垂直关系. 简记作见切点, 连半径, 见垂直.

### 31. 弧长的计算

(1) 圆周长公式:  $C=2\pi R$

(2) 弧长公式:  $l$  (弧长为  $l$ , 圆心角度数为  $n$ , 圆的半径为  $R$ )

① 在弧长的计算公式中,  $n$  是表示  $1^\circ$  的圆心角的倍数,  $n$  和 180 都不要带单位.

② 若圆心角的单位不全是度, 则需要先化为度后再计算弧长.

③ 题设未标明精确度的, 可以将弧长用  $\pi$  表示.

④ 正确区分弧、弧的度数、弧长三个概念, 度数相等的弧, 弧长不一定相等, 弧长相等的弧不一定是等弧, 只有在同圆或等圆中, 才有等弧的概念, 才是三者的统一.

### 32. 圆的综合题

圆的综合题.

### 33. 作图—应用与设计作图

应用与设计作图主要把简单作图放入实际问题中.

首先要理解题意, 弄清问题中对所作图形的要求, 结合对应几何图形的性质和基本作图的方法作图.

### 34. 轴对称图形

(1) 轴对称图形的概念:

如果一个图形沿一条直线折叠, 直线两旁的部分能够互相重合, 这个图形叫做轴对称图形. 这条直线叫做对称轴, 这时, 我们也可以说这个图形关于这条直线 (成轴) 对称.

(2) 轴对称图形是针对一个图形而言的, 是一种具有特殊性质图形, 被一条直线分割成的两部分沿着对称轴折叠时, 互相重合; 轴对称图形的对称轴可以是一条, 也可以是多条甚至无数条.

(3) 常见的轴对称图形:

等腰三角形, 矩形, 正方形, 等腰梯形, 圆等等.

### 35. 旋转的性质

(1) 旋转的性质:

\_\_\_\_ ①对应点到旋转中心的距离相等. \_\_\_\_ ②对应点与旋转中心所连线段的夹角等于旋转角. \_\_\_\_ ③旋转前、后的图形全等. \_\_\_\_ (2) 旋转三要素: ①旋转中心; ②旋转方向; ③旋转角度. \_\_\_\_ 注意: 三要素中只要任意改变一个, 图形就会不一样.

### 36. 中心对称图形

(1) 定义

把一个图形绕某一点旋转  $180^\circ$ , 如果旋转后的图形能够与原来的图形重合, 那么这个图形就叫做中心对称图形, 这个点叫做对称中心.

注意: 中心对称图形和中心对称不同, 中心对称是两个图形之间的关系, 而中心对称图形是指一个图形自身的特点, 这点应注意区分, 它们性质相同, 应用方法相同.

(2) 常见的中心对称图形

平行四边形、圆形、正方形、长方形等等.

### 37. 相似三角形的判定与性质

(1) 相似三角形相似多边形的特殊情形, 它沿袭相似多边形的定义, 从对应边的比相等和对应角相等两方面下定义; 反过来, 两个三角形相似也有对应角相等, 对应边的比相等.

(2) 三角形相似的判定一直是中考考查的热点之一, 在判定两个三角形相似时, 应注意利用图形中已有的公共角、公共边等隐含条件, 以充分发挥基本图形的作用, 寻找相似三角形的一般方法是通过作平行线构造相似三角形; 或依据基本图形对图形进行分解、组合; 或作辅助线构造相似三角形, 判定三角形相似的方法有事可单独使用, 有时需要综合运用. 无论是单独使用还是综合运用, 都要具备应有的条件方可.

### 38. 特殊角的三角函数值

(1) 特指  $30^\circ$ 、 $45^\circ$ 、 $60^\circ$  角的各种三角函数值.

$\sin 30^\circ$ ;  $\cos 30^\circ$ ;  $\tan 30^\circ$ ;

$\sin 45^\circ$ ;  $\cos 45^\circ$ ;  $\tan 45^\circ = 1$ ;

$\sin 60^\circ$ ;  $\cos 60^\circ$ ;  $\tan 60^\circ$ ;

(2) 应用中要熟记特殊角的三角函数值, 一是按值的变化规律去记, 正弦逐渐增大, 余弦逐渐减小, 正切逐渐增大; 二是按特殊直角三角形中各边特殊值规律去记.

(3) 特殊角的三角函数值应用广泛, 一是它可以当作数进行运算, 二是具有三角函数的特

点, 在解直角三角形中应用较多.

### 39. 简单组合体的三视图

(1) 画简单组合体的三视图要循序渐进, 通过仔细观察和想象, 再画它的三视图.

(2) 视图中每一个闭合的线框都表示物体上的一个平面, 而相连的两个闭合线框常不在一个平面上.

(3) 画物体的三视图的口诀为:

主、俯: 长对正;

主、左: 高平齐;

俯、左: 宽相等.

### 40. 用样本估计总体

用样本估计总体是统计的基本思想.

1、用样本的频率分布估计总体分布:

从一个总体得到一个包含大量数据的样本, 我们很难从一个个数字中直接看出样本所包含的信息. 这时, 我们用频率分布直方图来表示相应样本的频率分布, 从而去估计总体的分布情况.

2、用样本的数字特征估计总体的数字特征 (主要数据有众数、中位数、平均数、标准差与方差).

一般来说, 用样本去估计总体时, 样本越具有代表性、容量越大, 这时对总体的估计也就越精确.

### 41. 扇形统计图

(1) 扇形统计图是用整个圆表示总数用圆内各个扇形的大小表示各部分数量占总数的百分数. 通过扇形统计图可以很清楚地表示出各部分数量同总数之间的关系. 用整个圆的面积表示总数 (单位 1), 用圆的扇形面积表示各部分占总数的百分数.

(2) 扇形图的特点: 从扇形图上可以清楚地看出各部分数量和总数量之间的关系.

(3) 制作扇形图的步骤

- ① 根据有关数据先算出各部分在总体中所占的百分数, 再算出各部分圆心角的度数, 公式是各部分扇形圆心角的度数 = 部分占总体的百分比  $\times 360^\circ$ . \_\_\_\_
- ② 按比例取适当半径画一个圆; 按扇形圆心角的度数用量角器在圆内量出各个扇形的圆心角的度数;
- ④ 在各扇形内写上相应的名称及百分数, 并用不同的标记把各扇形区分开来.

### 42. 条形统计图

(1) 定义: 条形统计图是用线段长度表示数据, 根据数量的多少画成长短不同的矩形直条, 然后按顺序把这些直条排列起来.

(2) 特点: 从条形图可以很容易看出数据的大小, 便于比较.

(3) 制作条形图的一般步骤:

- ① 根据图纸的大小, 画出两条互相垂直的射线.
- ② 在水平射线上, 适当分配条形的位置, 确定直条的宽度和间隔.
- ③ 在与水平射线垂直的射线上, 根据数据大小的具体情况, 确定单位长度表示多少.
- ④ 按照数据大小, 画出长短不同的直条, 并注明数量.

#### 43. 列表法与树状图法

(1) 当试验中存在两个元素且出现的所有可能的结果较多时, 我们常用列表的方式, 列出所有可能的结果, 再求出概率.

(2) 列表的目的在于不重不漏地列举出所有可能的结果求出  $n$ , 再从中选出符合事件  $A$  或  $B$  的结果数目  $m$ , 求出概率.

(3) 列举法 (树形图法) 求概率的关键在于列举出所有可能的结果, 列表法是一种, 但当一事件涉及三个或更多元素时, 为不重不漏地列出所有可能的结果, 通常采用树形图.

(4) 树形图列举法一般是选择一个元素再和其他元素分别组合, 依次列出, 象树的枝丫形式, 最末端的枝丫个数就是总的可能的结果  $n$ .

(5) 当有两个元素时, 可用树形图列举, 也可以列表列举.