

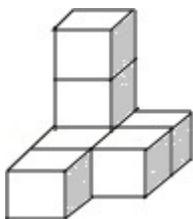
2019 贵州省遵义市中考数学试卷

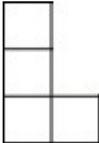
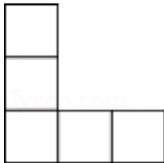
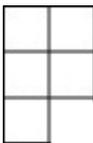
一、选择题 (本题共 12 小题、每小题 4 分, 共 48 分、在每小题给出的四个选项中, 只有一项符合题目要求, 请用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑、涂满)

1. (4 分) (2018•遵义) 遵义市 2019 年 6 月 1 日的最高气温是 25°C , 最低气温是 15°C , 遵义市这一天的最高气温比最低气温高()

- A. 25°C B. 15°C C. 10°C D. -10°C

2. (4 分) (2018•遵义) 如图是由 7 个相同的小正方体组合而成的几何体. 这个几何体的左视图是()

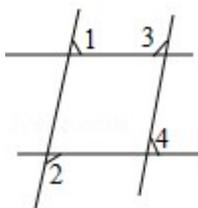


- A.  B.  C.  D. 

3. (4 分) (2018•遵义) 今年 5 月 26 日 -5 月 29 日, 2019 中国国际大数据产业博览会在贵阳举行, 贵州省共签约项目 125 个, 金额约 1008 亿元. 1008 亿用科学记数法表示为()

- A. 1008×10^8 B. 1.008×10^9 C. 1.008×10^{10} D. 1.008×10^{11}

4. (4 分) (2018•遵义) 如图, $\angle 1 + \angle 2 = 180^{\circ}$, $\angle 3 = 104^{\circ}$, 则 $\angle 4$ 的度数是()



- A. 74° B. 76° C. 84° D. 86°

5. (4 分) (2018•遵义) 下列计算正确的是()

- A. $(a+b)^2 = a^2 + b^2$ B. $-(2a^2)^2 = 4a^2$ C. $a^2 \square a^3 = a^6$ D. $a^6 \div a^3 = a^3$

6. (4 分) (2018•遵义) 为参加全市中学生足球赛, 某中学从全校学生中选拔 22 名足球

运动员组建校足球队, 这 22 名运动员的年龄 (岁) 如下表所示, 该足球队队员的平均年龄是 ()

| | | | | |
|--------|----|----|----|----|
| 年龄 (岁) | 12 | 13 | 14 | 15 |
| 人数 | 7 | 10 | 3 | 2 |

- A. 12 岁 B. 13 岁 C. 14 岁 D. 15 岁

7. (4 分) (2018·遵义) 圆锥的底面半径是 5cm , 侧面展开图的圆心角是 180° , 圆锥的高是 ()

- A. $5\sqrt{3}\text{cm}$ B. 10cm C. 6cm D. 5cm

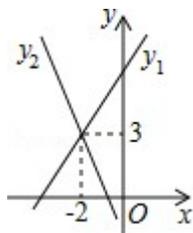
8. (4 分) (2018·遵义) 一元二次方程 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 的两个根为 x_1, x_2 , 则

$x_1^2 + 3x_2 + x_1x_2 - 2$ 的值是 ()

- A. 10 B. 9 C. 8 D. 7

9. (4 分) (2018·遵义) 如图所示, 直线 $l_1: y = \frac{3}{2}x + 6$ 与直线 $l_2: y = -\frac{5}{2}x - 2$ 交于点

$P(-2, 3)$, 不等式 $\frac{3}{2}x + 6 > -\frac{5}{2}x - 2$ 的解集是 ()



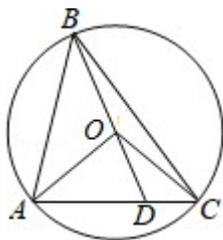
- A. $x > -2$ B. $x \leq -2$ C. $x < -2$ D. $x \geq -2$

10. (4 分) (2018·遵义) 我们把顺次连接任意一个四边形各边中点所得的四边形叫做中点四边形. 已知四边形 $ABCD$ 的中点四边形是正方形, 对角线 AC 与 BD 的关系, 下列说法正确的是 ()

- A. AC, BD 相等且互相平分 B. AC, BD 垂直且互相平分
C. AC, BD 相等且互相垂直 D. AC, BD 垂直且平分对角

11. (4 分) (2018·遵义) 新能源汽车节能、环保, 越来越受消费者喜爱, 各种品牌相继投放市场, 我国新能源汽车近几年销量全球第一, 2016 年销量为 50.7 万辆, 销量逐年增加, 到 2018 年销量为 125.6 万辆. 设年平均增长率为 x , 可列方程为 ()

$AB = AC$, 延长 BO 交 AC 于点 D , 连接 OA , OC , 若 $AD^2 = AB \cdot DC$, 则 $OD = \underline{\hspace{2cm}}$.



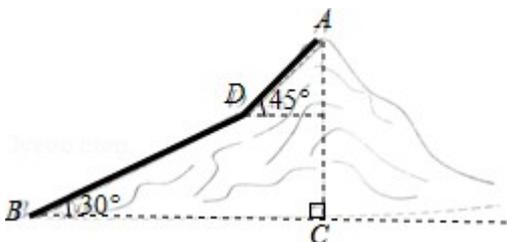
三、解答题 (本题共 8 小题, 共 86 分. 答题请用黑色墨水笔或黑色签字笔书写在答题卡相应位置上解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

17. (6分) (2018•遵义) 计算: $2\sin 60^\circ + |\sqrt{3} - 2| + (-1)^{-1} - \sqrt[3]{-8}$

18. (8分) (2018•遵义) 化简式子 $(\frac{a^2 - 2a}{a^2 - 4a + 4} + 1) \div \frac{a^2 - 1}{a^2 + a}$, 并在 $-2, -1, 0, 1, 2$ 中

选取一个合适的数作为 a 的值代入求值.

19. (10分) (2018•遵义) 某地为打造宜游环境, 对旅游道路进行改造. 如图是风景秀美的观景山, 从山脚 B 到山腰 D 沿斜坡已建成步行道, 为方便游客登顶观景, 欲从 D 到 A 修建电动扶梯, 经测量, 山高 $AC = 154$ 米, 步行道 $BD = 168$ 米, $\angle DBC = 30^\circ$, 在 D 处测得山顶 A 的仰角为 45° . 求电动扶梯 DA 的长 (结果保留根号).



20. (12分) (2018•遵义) 电子政务、数字经济、智慧社会... 一场数字革命正在神州大地激荡. 在第二届数字中国建设峰会召开之际, 某校举行了第二届“掌握新技术, 走进数时代”信息技术应用大赛, 将该校八年级参加竞赛的学生成绩统计后, 绘制成如下统计图表 (不完整):

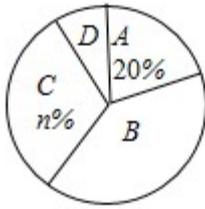
“掌握新技术, 走进数时代”信息技术应用大赛成绩频数分布统计表

| 组别 | 成绩 x (分) | 人数 |
|----|--------------|-----|
| A | $60, x < 70$ | 10 |
| B | $70, x < 80$ | m |
| C | $80, x < 90$ | 16 |
| D | $90, x, 100$ | 4 |

请观察上面的图表, 解答下列问题:

- (1) 统计表中 $m = \underline{\quad}$; 统计图中 $n = \underline{\quad}$, D 组的圆心角是 $\underline{\quad}$ 度.
- (2) D 组的 4 名学生中, 有 2 名男生和 2 名女生. 从 D 组随机抽取 2 名学生参加 5G 体验活动, 请你画出树状图或用列表法求:
- ① 恰好 1 名男生和 1 名女生被抽取参加 5G 体验活动的概率;
- ② 至少 1 名女生被抽取参加 5G 体验活动的概率.

**"掌握新技术, 走进数时代"信息
技术应用大赛成绩扇形统计图**

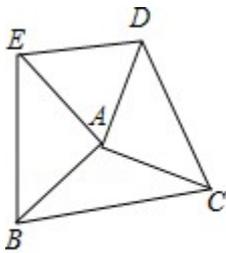


21. (12分) (2018•遵义) 某校计划组织 240 名师生到红色教育基地开展革命传统教育活动. 旅游公司有 A , B 两种客车可供租用, A 型客车每辆载客量 45 人, B 型客车每辆载客量 30 人. 若租用 4 辆 A 型客车和 3 辆 B 型客车共需费用 10700 元; 若租用 3 辆 A 型客车和 4 辆 B 型客车共需费用 10300 元.

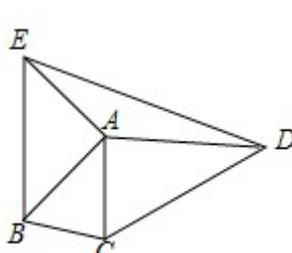
- (1) 求租用 A , B 两型客车, 每辆费用分别是多少元;
- (2) 为使 240 名师生有车坐, 且租车总费用不超过 1 万元, 你有哪几种租车方案? 哪种方案最省钱?

22. (12分) (2018•遵义) 将在同一平面内如图放置的两块三角板绕公共顶点 A 旋转,

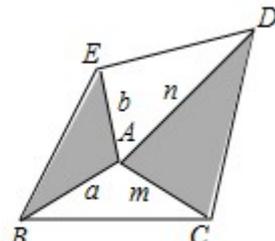
连接 BC , DE . 探究 $S_{\triangle ABC}$ 与 $S_{\triangle ADC}$ 的比是否为定值.



图①



图②



图③

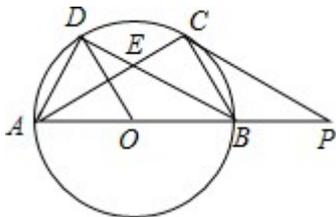
- (1) 两块三角板是完全相同的等腰直角三角板时, $S_{\triangle ABC} : S_{\triangle ADE}$ 是否为定值? 如果是, 求出此定值, 如果不是, 说明理由. (图①)

(2) 一块是等腰直角三角板, 另一块是含有 30° 角的直角三角板时, $S_{\triangle ABC} : S_{\triangle ADE}$ 是否为定值? 如果是, 求出此定值, 如果不是, 说明理由. (图②)

(3) 两块三角板中, $\angle BAE + \angle CAD = 180^\circ$, $AB = a$, $AE = b$, $AC = m$, $AD = n(a, b, m, n$ 为常数), $S_{\triangle ABC} : S_{\triangle ADE}$ 是否为定值? 如果是, 用含 a, b, m, n 的式子表示此定值 (直接写出结论, 不写推理过程), 如果不是, 说明理由. (图③)

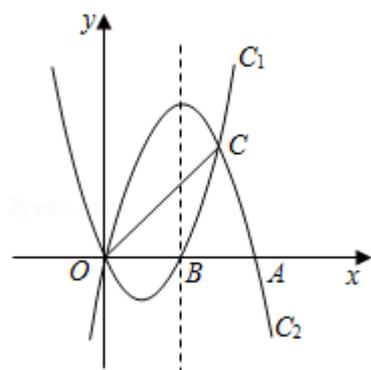
23. (12 分) (2018·遵义) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 弦 AC 与 BD 交于点 E , 且 $AC = BD$, 连接 AD, BC .

- (1) 求证: $\triangle ADB \cong \triangle BCA$;
- (2) 若 $OD \perp AC$, $AB = 4$, 求弦 AC 的长;
- (3) 在 (2) 的条件下, 延长 AB 至点 P , 使 $BP = 2$, 连接 PC . 求证: PC 是 $\odot O$ 的切线.



24. (14 分) (2018·遵义) 如图, 抛物线 $C_1: y = x^2 - 2x$ 与抛物线 $C_2: y = ax^2 + bx$ 开口大小相同、方向相反, 它们相交于 O, C 两点, 且分别与 x 轴的正半轴交于点 B, A , $OA = 2OB$.

- (1) 求抛物线 C_2 的解析式;
- (2) 在抛物线 C_2 的对称轴上是否存在点 P , 使 $PA + PC$ 的值最小? 若存在, 求出点 P 的坐标, 若不存在, 说明理由;
- (3) M 是直线 OC 上方抛物线 C_2 上的一个动点, 连接 MO, MC , M 运动到什么位置时, $\triangle MOC$ 面积最大? 并求出最大面积.



2019 贵州省遵义市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题 (本题共 12 小题、每小题 4 分, 共 48 分、在每小题给出的四个选项中, 只有一项符合题目要求, 请用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑、涂满)

1. (4 分) 遵义市 2019 年 6 月 1 日的最高气温是 25°C , 最低气温是 15°C , 遵义市这一天的最高气温比最低气温高 ()

- A. 25°C B. 15°C C. 10°C D. -10°C

【考点】1A: 有理数的减法

【专题】511: 实数

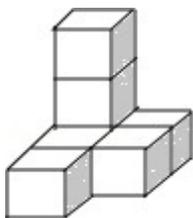
【分析】所求的数值就是最高气温与最低气温的差, 利用有理数的减法法则即可求解.

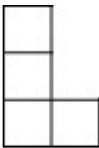
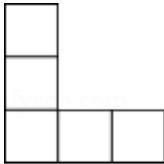
【解答】解: $25 - 15 = 10^{\circ}\text{C}$.

故选: C.

【点评】本题主要考查有理数的减法法则: 减去一个数等于加上这个数的相反数. 这是需要熟记的内容.

2. (4 分) 如图是由 7 个相同的小正方体组合而成的几何体. 这个几何体的左视图是 ()



- A.  B.  C.  D. 

【考点】U2: 简单组合体的三视图

【专题】55F: 投影与视图

【分析】细心观察图中几何体中正方体摆放的位置, 根据左视图是从左面看到的图形判定则可.

【解答】解: 从左边看, 从左往右小正方形的个数依次为: 3, 1, 1.

故选: B.

【点评】本题主要考查了几何体的三种视图和学生的空间想象能力, 正确把握观察方向是解题关键.

3. (4分) 今年5月26日-5月29日, 2019中国国际大数据产业博览会在贵阳举行, 贵州省共签约项目125个, 金额约1008亿元. 1008亿用科学记数法表示为()

- A. 1008×10^8 B. 1.008×10^9 C. 1.008×10^{10} D. 1.008×10^{11}

【考点】1I: 科学记数法-表示较大的数

【专题】511: 实数

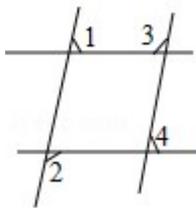
【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 > 10 时, n 是正数; 当原数的绝对值 < 1 时, n 是负数.

【解答】解: 1008 亿 $= 1.008 \times 10^{11}$,

故选: D.

【点评】此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数, 表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

4. (4分) 如图, $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$, $\angle 3 = 104^\circ$, 则 $\angle 4$ 的度数是()

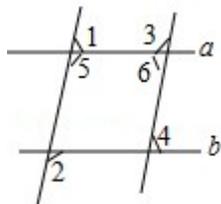


- A. 74° B. 76° C. 84° D. 86°

【考点】JB: 平行线的判定与性质

【专题】551: 线段、角、相交线与平行线

【分析】求出 $\angle 5 = \angle 2$, 根据平行线的判定得出 $a \parallel b$, 根据平行线的性质得出即可.



【解答】解:

$$\because \angle 1 + \angle 2 = 180^\circ, \quad \angle 1 + \angle 5 = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 = \angle 5,$$

$$\therefore a \parallel b,$$

$$\therefore \angle 4 = \angle 6,$$

$$\therefore \angle 3 = 104^\circ,$$

$$\therefore \angle 6 = 180^\circ - \angle 3 = 76^\circ,$$

$$\therefore \angle 4 = 76^\circ,$$

故选: B.

【点评】 本题考查了平行线的性质和判定, 能正确利用定理进行推理是解此题的关键.

5. (4分) 下列计算正确的是()

A. $(a+b)^2 = a^2 + b^2$ B. $-(2a^2)^2 = 4a^2$ C. $a^2 \square a^3 = a^6$ D. $a^6 \div a^3 = a^3$

【考点】 4C: 完全平方公式; 48: 同底数幂的除法; 47: 幂的乘方与积的乘方; 46: 同底数幂的乘法

【专题】 512: 整式

【分析】 根据同底数幂相乘, 底数不变指数相加; 幂的乘方, 底数不变指数相乘; 同底数幂相除, 底数不变指数相减, 对各选项分析判断后利用排除法求解.

【解答】 解:

A 选项, 完全平方公式, $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, 错误;

B 选项, 积的乘方, $-(2a^2)^2 = -4a^4$, 错误;

C 选项, 同底数幂相乘, $a^2 \square a^3 = a^5$, 错误;

D 选项, 同底数幂相除, $a^6 \div a^3 = a^3$, 正确.

故选: D.

【点评】 本题考查同底数幂的乘法、幂的乘方、同底数幂的除法, 熟练掌握运算性质和法则是解题的关键.

6. (4分) 为参加全市中学生足球赛, 某中学从全校学生中选拔 22 名足球运动员组建校足球队, 这 22 名运动员的年龄 (岁) 如下表所示, 该足球队队员的平均年龄是()

| | | | | |
|--------|----|----|----|----|
| 年龄 (岁) | 12 | 13 | 14 | 15 |
| 人数 | 7 | 10 | 3 | 2 |

A. 12 岁

B. 13 岁

C. 14 岁

D. 15 岁

【考点】 W2: 加权平均数

【专题】 524: 一元一次不等式 (组) 及应用

【分析】 直接利用加权平均数的定义计算可得.

【解答】 解: 该足球队队员的平均年龄是 $\frac{12 \times 7 + 13 \times 10 + 14 \times 3 + 15 \times 2}{22} = 13$ (岁),

故选: B.

【点评】 本题主要考查加权平均数, 解题的关键是掌握加权平均数的定义.

7. (4分) 圆锥的底面半径是 5cm , 侧面展开图的圆心角是 180° , 圆锥的高是()

- A. $5\sqrt{3}\text{cm}$ B. 10cm C. 6cm D. 5cm

【考点】 MP: 圆锥的计算

【专题】 55C: 与圆有关的计算

【分析】 设圆锥的母线长为 R , 根据圆锥的侧面展开图为一扇形, 这个扇形的弧长等于圆锥

底面的周长, 扇形的半径等于圆锥的母线长和弧长公式得到 $2\pi \cdot 5 = \frac{180\pi R}{180}$, 然后解方程即

可母线长, 然后利用勾股定理求得圆锥的高即可.

【解答】 解: 设圆锥的母线长为 R ,

根据题意得 $2\pi \cdot 5 = \frac{180\pi R}{180}$,

解得 $R = 10$.

即圆锥的母线长为 10cm ,

\therefore 圆锥的高为: $\sqrt{10^2 - 5^2} = 5\sqrt{3}\text{cm}$.

故选: A.

【点评】 本题考查了圆锥的计算: 圆锥的侧面展开图为一扇形, 这个扇形的弧长等于圆锥底面的周长, 扇形的半径等于圆锥的母线长.

8. (4分) 一元二次方程 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 的两个根为 x_1, x_2 , 则 $x_1^2 + 3x_2 + x_1x_2 - 2$ 的值是()

- A. 10 B. 9 C. 8 D. 7

【考点】 AB: 根与系数的关系

【专题】 523: 一元二次方程及应用

【分析】 先利用一元二次方程的解的定义得到 $x_1^2 = 3x_1 - 1$, 则

$x_1^2 + 3x_2 + x_1x_2 - 2 = 3(x_1 + x_2) + x_1x_2 - 3$, 接着利用根与系数的关系得到 $x_1 + x_2 = 3$, $x_1x_2 = 1$,

然后利用整体代入的方法计算.

【解答】解: $\because x_1$ 为一元二次方程 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 的根,

$$\therefore x_1^2 - 3x_1 + 1 = 0,$$

$$\therefore x_1^2 = 3x_1 - 1,$$

$$\therefore x_1^2 + 3x_2 + x_1x_2 - 2 = 3x_1 - 1 + 3x_2 + x_1x_2 - 2 = 3(x_1 + x_2) + x_1x_2 - 3,$$

根据题意得 $x_1 + x_2 = 3$, $x_1x_2 = 1$,

$$\therefore x_1^2 + 3x_2 + x_1x_2 - 2 = 3 \times 3 + 1 - 3 = 7.$$

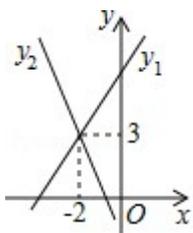
故选: D.

【点评】本题考查了根与系数的关系: 若 x_1, x_2 是一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 的两

根时, $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$, $x_1x_2 = \frac{c}{a}$.

9. (4分) 如图所示, 直线 $l_1: y = \frac{3}{2}x + 6$ 与直线 $l_2: y = -\frac{5}{2}x - 2$ 交于点 $P(-2, 3)$, 不等式

$\frac{3}{2}x + 6 > -\frac{5}{2}x - 2$ 的解集是 ()



A. $x > -2$

B. $x < -2$

C. $x < -2$

D. $x > -2$

【考点】FD: 一次函数与一元一次不等式

【专题】538: 用函数的观点看方程 (组) 或不等式

【分析】利用函数图象写出直线 $l_1: y = \frac{3}{2}x + 6$ 与在直线 $l_2: y = -\frac{5}{2}x - 2$ 上方所对应的自变量的

范围即可.

【解答】解: 当 $x > -2$ 时, $\frac{3}{2}x + 6 > -\frac{5}{2}x - 2$,

所以不等式 $\frac{3}{2}x + 6 > -\frac{5}{2}x - 2$ 的解集是 $x > -2$.

故选: A.

【点评】 本题考查了一次函数与一元一次不等式: 从函数的角度看, 就是寻求使一次函数 $y = kx + b$ 的值大于 (或小于) 0 的自变量 x 的取值范围; 从函数图象的角度看, 就是确定直线 $y = kx + b$ 在 x 轴上 (或下) 方部分所有的点的横坐标所构成的集合.

10. (4分) 我们把顺次连接任意一个四边形各边中点所得的四边形叫做中点四边形. 已知四边形 $ABCD$ 的中点四边形是正方形, 对角线 AC 与 BD 的关系, 下列说法正确的是 ()

- A. AC, BD 相等且互相平分 B. AC, BD 垂直且互相平分
C. AC, BD 相等且互相垂直 D. AC, BD 垂直且平分对角

【考点】 KG : 线段垂直平分线的性质; LN : 中点四边形; LE : 正方形的性质

【专题】 556: 矩形 菱形 正方形

【分析】 利用中点四边形的判定方法得到答案即可.

【解答】解: 顺次连接对角线相等的四边形的四边中点得到的是菱形,
顺次连接对角线垂直的四边形的四边中点得到的是矩形,
顺次连接对角线相等且垂直的四边形的四边中点得到的四边形是正方形,
故选: C.

【点评】 考查了中点四边形的知识, 牢记其规律是解答本题的关键.

11. (4分) 新能源汽车节能、环保, 越来越受消费者喜爱, 各种品牌相继投放市场, 我国新能源汽车近几年销量全球第一, 2016年销量为 50.7 万辆, 销量逐年增加, 到 2018 年销量为 125.6 万辆. 设年平均增长率为 x , 可列方程为 ()

- A. $50.7(1+x)^2 = 125.6$ B. $125.6(1-x)^2 = 50.7$
C. $50.7(1+2x) = 125.6$ D. $50.7(1+x^2) = 125.6$

【考点】 AC : 由实际问题抽象出一元二次方程

【专题】 123: 增长率问题

【分析】 设投入的年平均增长率为 x , 由题意得等量关系: 2016 年销量 $\times (1 + \text{增长率})$

$^2=2018$ 年销量, 根据等量关系列出方程.

【解答】解: 设年平均增长率为 x , 可列方程为:

$$50.7(1+x)^2 = 125.6,$$

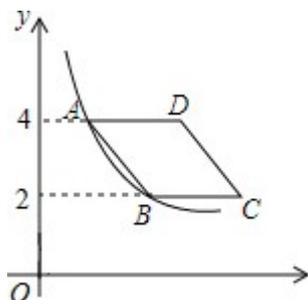
故选: A .

【点评】此题主要考查了由实际问题抽象出一元二次方程, 关键是正确理解题意, 找出题目中的等量关系, 设出未知数, 列出方程.

12. (4分) 如图, 在平面直角坐标系中, 菱形 $ABCD$ 在第一象限内, 边 BC 与 x 轴平行,

A, B 两点的纵坐标分别为 4, 2, 反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图象经过 A, B 两点, 若菱

形 $ABCD$ 的面积为 $2\sqrt{5}$, 则 k 的值为()



A. 2

B. 3

C. 4

D. 6

【考点】 $L8$: 菱形的性质; $G5$: 反比例函数系数 k 的几何意义; $G6$: 反比例函数图象上点的坐标特征

【专题】 534: 反比例函数及其应用

【分析】 过点 A 作 x 轴的垂线, 交 CB 的延长线于点 E , 根据 A, B 两点的纵坐标分别为

4, 2, 可得出横坐标, 即可求得 AE, BE 的长, 根据菱形的面积为 $2\sqrt{5}$, 求得 AE 的长,

在 $Rt\triangle AEB$ 中, 即可得出 k 的值.

【解答】解: 过点 A 作 x 轴的垂线, 交 CB 的延长线于点 E ,

$\because A, B$ 两点在反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图象, 且纵坐标分别为 4, 2,

$$\therefore A\left(\frac{k}{4}, 4\right), B\left(\frac{k}{2}, 2\right),$$

$$\therefore AE = 2, \quad BE = \frac{1}{2}k - \frac{1}{4}k = \frac{1}{4}k,$$

\therefore 菱形 $ABCD$ 的面积为 $2\sqrt{5}$,

$$\therefore BC \times AE = 2\sqrt{5}, \quad \text{即 } BC = \sqrt{5},$$

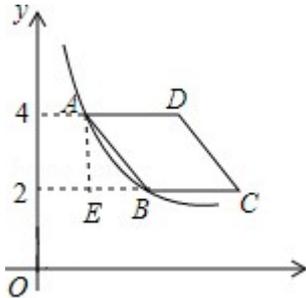
$$\therefore AB = BC = \sqrt{5},$$

在 $\text{Rt}\triangle AEB$ 中, $BE = \sqrt{AB^2 - AE^2} = 1$

$$\therefore \frac{1}{4}k = 1,$$

$$\therefore k = 4.$$

故选: C .



【点评】 本题考查了菱形的性质以及反比例函数图象上点的坐标特征, 熟记菱形的面积公式是解题的关键.

二、填空题 (本题共 4 小题, 每小题 4 分, 共 16 分答题请用黑色墨水笔或黑色签字笔直接答在答题卡的相应位置上.)

13. (4 分) 计算 $3\sqrt{5} - \sqrt{20}$ 的结果是 $-\sqrt{5}$.

【考点】 78: 二次根式的加减法

【专题】 514: 二次根式

【分析】 首先化简二次根式进而计算得出答案.

【解答】 解: 原式 $= 3\sqrt{5} - 2\sqrt{5}$

$$= \sqrt{5}.$$

故答案为: $\sqrt{5}$.

【点评】 此题主要考查了二次根式的加减, 正确化简二次根式是解题关键.

14. (4分) 小明用 0-9 中的数字给手机设置了六位开机密码, 但他把最后一位数字忘记

了, 小明只输入一次密码就能打开手机的概率是 $\frac{1}{10}$.

【考点】 X4: 概率公式

【专题】 543: 概率及其应用

【分析】 最后一个数字可能是 0~9 中任一个. 总共有十种情况, 其中开锁只有一种情况. 利用概率公式进行计算即可.

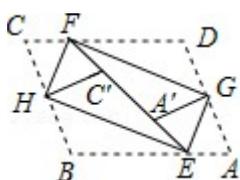
【解答】 解: 随意拨动最后一位号码正好开锁的概率是: $\frac{1}{10}$.

故答案为: $\frac{1}{10}$.

【点评】 本题考查了概率公式. 如果一个事件有 n 种可能, 而且这些事件的可能性相同, 其

中事件 A 出现 m 种结果, 那么事件 A 的概率 $P(A) = \frac{m}{n}$.

15. (4分) 如图, 平行四边形纸片 $ABCD$ 的边 AB , BC 的长分别是 10cm 和 7.5cm , 将其四个角向内对折后, 点 B 与点 C 重合于点 C' , 点 A 与点 D 重合于点 A' . 四条折痕围成一个“信封四边形” $EHFG$, 其顶点分别在平行四边形 $ABCD$ 的四条边上, 则 $EF = 10\text{cm}$.

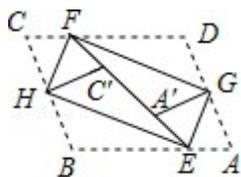


【考点】 PB: 翻折变换 (折叠问题); L5: 平行四边形的性质

【专题】 558: 平移、旋转与对称

【分析】 先根据有三个角是直角的四边形是矩形证明四边形 $EHFG$ 是矩形, 再证明 $\triangle FCH \cong \triangle EAG$, 可得 $CF = AE = FC'$, 可知 $EF = AB$, 即可得结论.

【解答】 解: 如图中,



由翻折可知: $\angle CHF = \angle FHC'$, $\angle BHE = \angle EHC'$,

$$\therefore \angle FHE = \angle FHC' + \angle EHC' = \frac{1}{2}(\angle CHC' + \angle BHC') = 90^\circ,$$

同法可证: $\angle HFG = \angle GEH = 90^\circ$,

\therefore 四边形 $EFGH$ 是矩形.

$$\therefore FH = EG, FH \parallel EG,$$

$$\therefore \angle HFC' = \angle FEG,$$

$$\therefore \angle CFH = \angle HFC', \angle AEG = \angle GEA',$$

$$\therefore \angle CFH = \angle AEG,$$

\because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore \angle C = \angle A, BC = AD,$$

$$\text{由翻折得: } CH = C'H = BH = \frac{1}{2}BC, AG = A'G = DG = \frac{1}{2}AD,$$

$$\therefore CH = AG,$$

$$\therefore \triangle HCF \cong \triangle GAE(AAS),$$

$$\therefore CF = AE,$$

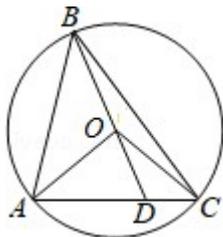
$$\therefore EF = FC' + EC' = AE + BE = AB = 10\text{cm},$$

故答案为: 10.

【点评】 本题考查了平行四边形的性质, 翻折变换, 矩形的判定和性质, 三角形全等的性质和判定等知识, 解题的关键是理解题意, 灵活运用所学知识解决问题.

16. (4分) 如图, 已知 $\odot O$ 的半径为 1, AB, AC 是 $\odot O$ 的两条弦, 且 $AB = AC$, 延长

BO 交 AC 于点 D , 连接 OA, OC , 若 $AD^2 = AB \cdot DC$, 则 $OD = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$.



【考点】 M4: 圆心角、弧、弦的关系; M5: 圆周角定理; S9: 相似三角形的判定与性质

【专题】 559: 圆的有关概念及性质; 553: 图形的全等; 55D: 图形的相似

【分析】 可证 $\triangle AOB \cong \triangle AOC$, 推出 $\angle ACO = \angle ABD$, $OA = OC$, $\angle OAC = \angle ACO = \angle ABD$, $\angle ADO = \angle ADB$, 即可证明 $\triangle OAD \sim \triangle ABD$; 依据对应边成比例, 设 $OD = x$, 表示出 AB 、 AD , 根据 $AD^2 = AB \cdot DC$, 列方程求解即可.

【解答】 解: 在 $\triangle AOB$ 和 $\triangle AOC$ 中,

$$\because AB = AC, OB = OC, OA = OA,$$

$$\therefore \triangle AOB \cong \triangle AOC (SSS),$$

$$\therefore \angle ABO = \angle ACO,$$

$$\because OA = OA,$$

$$\therefore \angle ACO = \angle OAD,$$

$$\because \angle ADO = \angle BDA,$$

$$\therefore \triangle ADO \sim \triangle BDA,$$

$$\therefore \frac{AD}{BD} = \frac{OD}{AD} = \frac{AO}{AB},$$

设 $OD = x$, 则 $BD = 1 + x$,

$$\therefore \frac{AD}{1+x} = \frac{x}{AD} = \frac{1}{AB},$$

$$\therefore AD = \sqrt{x(x+1)}, AB = \frac{\sqrt{x(x+1)}}{x},$$

$$\because DC = AC - AD = AB - AD, AD^2 = AB \cdot DC,$$

$$(\sqrt{x(x+1)})^2 = \frac{\sqrt{x(x+1)}}{x} (\frac{\sqrt{x(x+1)}}{x} - \sqrt{x(x+1)}),$$

整理得: $x^2 + x - 1 = 0$,

$$\text{解得: } x = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \text{ 或 } x = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} \text{ (舍去),}$$

$$\text{因此 } AD = \frac{\sqrt{5} - 1}{2},$$

$$\text{故答案为: } \frac{\sqrt{5} - 1}{2}.$$

【点评】 考查圆的综合题、全等三角形的判定和性质、相似三角形的判定和性质、比例中项等知识, 解题的关键是灵活运用所学知识解决问题, 利用参数解决问题是数学解题中经常用到的方法.

三、解答题 (本题共 8 小题, 共 86 分. 答题请用黑色墨水笔或黑色签字笔书写在答题卡相应位置上. 解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

17. (6 分) 计算: $2\sin 60^\circ + |\sqrt{3} - 2| + (-1)^{-1} - \sqrt[3]{-8}$

【考点】 T5: 特殊角的三角函数值; 2C: 实数的运算; 6F: 负整数指数幂

【专题】 511: 实数

【分析】 首先计算乘方、开方, 然后计算乘法, 最后从左向右依次计算, 求出算式的值是多少即可.

【解答】 解: $2\sin 60^\circ + |\sqrt{3} - 2| + (-1)^{-1} - \sqrt[3]{-8}$

$$= 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + 2 - \sqrt{3} - 1 - (-2)$$

$$= \sqrt{3} + 2 - \sqrt{3} + 1$$

$$= 3$$

【点评】 此题主要考查了实数的运算, 要熟练掌握, 解答此题的关键是要明确: 在进行实数运算时, 和有理数运算一样, 要从高级到低级, 即先算乘方、开方, 再算乘除, 最后算加减, 有括号的要先算括号里面的, 同级运算要按照从左到右的顺序进行. 另外, 有理数的运算律在实数范围内仍然适用.

18. (8 分) 化简式子 $(\frac{a^2 - 2a}{a^2 - 4a + 4} + 1) \div \frac{a^2 - 1}{a^2 + a}$, 并在 $-2, -1, 0, 1, 2$ 中选取一个合适的

数作为 a 的值代入求值.

【考点】 6D: 分式的化简求值

【专题】 513: 分式; 11: 计算题

【分析】 根据分式的加法和除法可以化简题目中的式子, 然后从 $-2, -1, 0, 1, 2$ 中选取一个使得原分式有意义的值代入化简后的式子即可解答本题.

【解答】 解: $(\frac{a^2 - 2a}{a^2 - 4a + 4} + 1) \div \frac{a^2 - 1}{a^2 + a}$

$$= [\frac{a(a-2)}{(a-2)^2} + 1] \cdot \frac{a(a+1)}{(a+1)(a-1)}$$

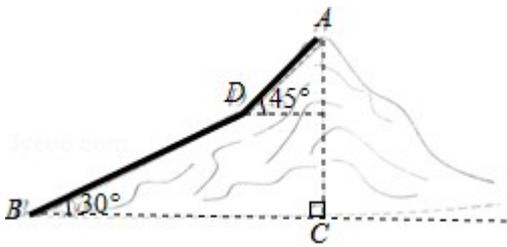
$$= (\frac{a}{a-2} + 1) \cdot \frac{a(a+1)}{(a+1)(a-1)}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{a+a-2}{a-2} \cdot \frac{a(a+1)}{(a+1)(a-1)} \\
 &= \frac{2(a-1)}{a-2} \cdot \frac{a(a+1)}{(a+1)(a-1)} \\
 &= \frac{2a}{a-2},
 \end{aligned}$$

当 $a = -2$ 时, 原式 $= \frac{2 \times (-2)}{-2-2} = 1$.

【点评】 本题考查分式的化简求值, 解答本题的关键是明确分式化简求值的方法.

19. (10分) 某地为打造宜游环境, 对旅游道路进行改造. 如图是风景秀美的观景山, 从山脚 B 到山腰 D 沿斜坡已建成步行道, 为方便游客登顶观景, 欲从 D 到 A 修建电动扶梯, 经测量, 山高 $AC = 154$ 米, 步行道 $BD = 168$ 米, $\angle DBC = 30^\circ$, 在 D 处测得山顶 A 的仰角为 45° . 求电动扶梯 DA 的长 (结果保留根号).



【考点】 TA : 解直角三角形的应用-仰角俯角问题; $T9$: 解直角三角形的应用-坡度坡角问题

【专题】 $55E$: 解直角三角形及其应用

【分析】 作 $DE \perp BC$ 于 E , 根据矩形的性质得到 $FC = DE$, $DF = EC$, 根据直角三角形的性质求出 FC , 得到 AF 的长, 根据正弦的定义计算即可.

【解答】 解: 作 $DE \perp BC$ 于 E ,

则四边形 $DECF$ 为矩形,

$$\therefore FC = DE, \quad DF = EC,$$

在 $\text{Rt}\triangle DBE$ 中, $\angle DBC = 30^\circ$,

$$\therefore DE = \frac{1}{2}BD = 84,$$

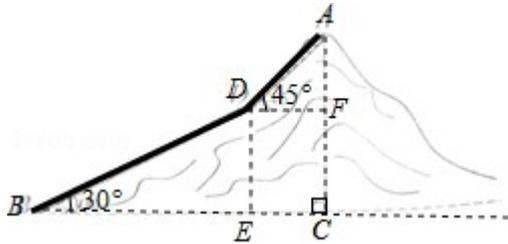
$$\therefore FC = DE = 84,$$

$$\therefore AF = AC - FC = 154 - 84 = 70,$$

在 $\text{Rt}\triangle ADF$ 中, $\angle ADF = 45^\circ$,

$\therefore AD = \sqrt{2}AF = 70\sqrt{2}$ (米),

答: 电动扶梯 DA 的长为 $70\sqrt{2}$ 米.



【点评】 本题考查的是解直角三角形的应用—仰角俯角问题, 掌握仰角俯角的概念、熟记锐角三角函数的定义是解题的关键.

20. (12分) 电子政务、数字经济、智慧社会... 一场数字革命正在神州大地激荡. 在第二届数字中国建设峰会召开之际, 某校举行了第二届“掌握新技术, 走进数时代”信息技术应用大赛, 将该校八年级参加竞赛的学生成绩统计后, 绘制成如下统计图表(不完整):

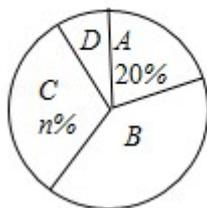
“掌握新技术, 走进数时代”信息技术应用大赛成绩频数分布统计表

| 组别 | 成绩 x (分) | 人数 |
|----|--------------|-----|
| A | $60, x < 70$ | 10 |
| B | $70, x < 80$ | m |
| C | $80, x < 90$ | 16 |
| D | $90, x, 100$ | 4 |

请观察上面的图表, 解答下列问题:

- (1) 统计表中 $m = \underline{20}$; 统计图中 $n = \underline{\quad}$, D 组的圆心角是 $\underline{\quad}$ 度.
- (2) D 组的 4 名学生中, 有 2 名男生和 2 名女生. 从 D 组随机抽取 2 名学生参加 5G 体验活动, 请你画出树状图或用列表法求:
 - ① 恰好 1 名男生和 1 名女生被抽取参加 5G 体验活动的概率;
 - ② 至少 1 名女生被抽取参加 5G 体验活动的概率.

“掌握新技术, 走进数时代”信息技术应用大赛成绩扇形统计图



【考点】 $V7$: 频数(率)分布表; $X6$: 列表法与树状图法; VB : 扇形统计图

【专题】543: 概率及其应用

【分析】(1) 先根据 A 组人数及其所占百分比求出总人数, 由各组人数之和等于总人数求出 B 组人数 m 的值, 用 360° 乘以 D 组人数所占比例可得;

(2) 列表得出所有等可能结果, 从中找到符合条件的结果数, 再根据概率公式计算可得.

【解答】解: (1) 被调查的总人数为 $10 \div 20\% = 50$,

则 $m = 50 - (10 + 16 + 4) = 20$,

$$n\% = \frac{16}{50} \times 100\% = 32\%, \text{ 即 } n = 32,$$

$$D \text{ 组的圆心角是 } 360^\circ \times \frac{4}{50} = 28.8^\circ,$$

故答案为: 20、32、28.8;

(2) ① 设男同学标记为 A 、 B ; 女学生标记为 1、2, 可能出现的所有结果列表如下:

| | | | | |
|-----|----------|----------|----------|----------|
| | A | B | 1 | 2 |
| A | / | (B, A) | $(1, A)$ | $(2, A)$ |
| B | (A, B) | / | $(1, B)$ | $(2, B)$ |
| 1 | $(A, 1)$ | $(B, 1)$ | / | $(2, 1)$ |
| 2 | $(A, 2)$ | $(B, 2)$ | $(1, 2)$ | / |

共有 12 种可能的结果, 且每种的可能性相同, 其中刚好抽到一男一女的结果有 8 种,

$$\therefore \text{恰好 1 名男生和 1 名女生被抽取参加 5G 体验活动的概率为 } \frac{8}{12} = \frac{2}{3};$$

② \because 至少 1 名女生被抽取参加 5G 体验活动的有 10 种结果,

$$\therefore \text{至少 1 名女生被抽取参加 5G 体验活动的概率为 } \frac{10}{12} = \frac{5}{6}.$$

【点评】本题考查了频数分布表, 解题的关键是明确题意, 找出所求问题需要的条件, 利用统计图获取信息时, 必须认真观察、分析、研究统计图, 才能作出正确的判断和解决问题, 也考查了列表法和画树状图求概率.

21. (12 分) 某校计划组织 240 名师生到红色教育基地开展革命传统教育活动. 旅游公司有 A , B 两种客车可供租用, A 型客车每辆载客量 45 人, B 型客车每辆载客量 30 人. 若租用 4 辆 A 型客车和 3 辆 B 型客车共需费用 10700 元; 若租用 3 辆 A 型客车和 4 辆 B 型客车共需费用 10300 元.

(1) 求租用 A , B 两型客车, 每辆费用分别是多少元;

(2) 为使 240 名师生有车坐, 且租车总费用不超过 1 万元, 你有哪几种租车方案? 哪种方案最省钱?

【考点】 CE : 一元一次不等式组的应用; $9A$: 二元一次方程组的应用

【专题】 521: 一次方程 (组) 及应用; 524: 一元一次不等式 (组) 及应用

【分析】 (1) 根据题意可以列出相应的方程组, 从而可以求得租用 A , B 两型客车, 每辆的费用;

(2) 根据题意可以列出相应的不等式, 从而可以得到有哪几种租车方案和最省钱的方案.

【解答】 解: (1) 设租用 A , B 两型客车, 每辆费用分别是 x 元、 y 元,

$$\begin{cases} 4x + 3y = 10700 \\ 3x + 4y = 10300 \end{cases},$$

解得, $\begin{cases} x = 1700 \\ y = 1300 \end{cases},$

答: 租用 A , B 两型客车, 每辆费用分别是 1700 元、1300 元;

(2) 设租用 A 型客车 a 辆, 租用 B 型客车 b 辆,

$$\begin{cases} 45a + 30b \leq 240 \\ 1700a + 1300b \leq 10000 \end{cases},$$

解得, $\begin{cases} a = 2 \\ b = 5 \end{cases}, \begin{cases} a = 4 \\ b = 2 \end{cases}, \begin{cases} a = 5 \\ b = 1 \end{cases},$

\therefore 共有三种租车方案,

方案一: 租用 A 型客车 2 辆, B 型客车 5 辆, 费用为 9900 元,

方案二: 租用 A 型客车 4 辆, B 型客车 2 辆, 费用为 9400 元,

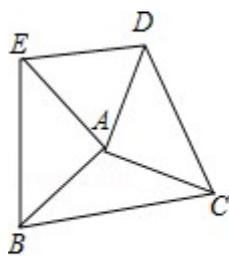
方案三: 租用 A 型客车 5 辆, B 型客车 1 辆, 费用为 9800 元,

由上可得, 方案二: 租用 A 型客车 4 辆, B 型客车 2 辆最省钱.

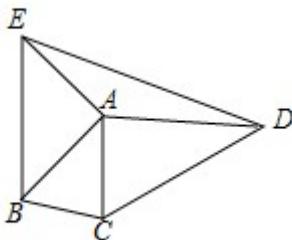
【点评】 本题考查二元一次方程组的应用、一元一次不等式的应用, 解答本题的关键是明确题意, 利用不等式的性质和方程的知识解答.

22. (12 分) 将在同一平面内如图放置的两块三角板绕公共顶点 A 旋转, 连接 BC , DE .

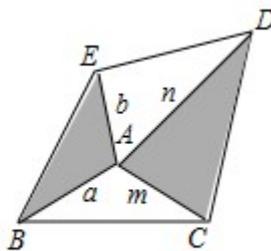
探究 $S_{\triangle ABC}$ 与 $S_{\triangle ADC}$ 的比是否为定值.



图①



图②



图③

(1) 两块三角板是完全相同的等腰直角三角板时, $S_{\triangle ABC} : S_{\triangle ADE}$ 是否为定值? 如果是, 求出此定值, 如果不是, 说明理由. (图①)

(2) 一块是等腰直角三角板, 另一块是含有 30° 角的直角三角板时, $S_{\triangle ABC} : S_{\triangle ADE}$ 是否为定值? 如果是, 求出此定值, 如果不是, 说明理由. (图②)

(3) 两块三角板中, $\angle BAE + \angle CAD = 180^\circ$, $AB = a$, $AE = b$, $AC = m$, $AD = n$ (a, b, m, n 为常数), $S_{\triangle ABC} : S_{\triangle ADE}$ 是否为定值? 如果是, 用含 a, b, m, n 的式子表示此定值 (直接写出结论, 不写推理过程), 如果不是, 说明理由. (图③)

【考点】 RB: 几何变换综合题

【专题】 152: 几何综合题

【分析】 (1) 结论: $S_{\triangle ABC} : S_{\triangle ADE} =$ 定值. 如图 1 中, 作 $DH \perp AE$ 于 H , $CG \perp BA$ 交 BA 的延长线于 G . 首先证明 $\angle DAE = \angle CAG$, 利用三角形的面积公式计算即可.

(2) 结论: $S_{\triangle ABC} : S_{\triangle ADE} =$ 定值. 如图 1 中, 作 $DH \perp AE$ 于 H , $CG \perp BA$ 交 BA 的延长线于 G . 首先证明 $\angle DAE = \angle CAG$, 利用三角形的面积公式计算即可.

(3) 结论: $S_{\triangle ABC} : S_{\triangle ADE} =$ 定值. 如图 1 中, 作 $DH \perp AE$ 于 H , $CG \perp BA$ 交 BA 的延长线于 G . 首先证明 $\angle DAE = \angle CAG$, 利用三角形的面积公式计算即可.

【解答】 解: (1) 结论: $S_{\triangle ABC} : S_{\triangle ADE} =$ 定值.

理由: 如图 1 中, 作 $DH \perp AE$ 于 H , $CG \perp BA$ 交 BA 的延长线于 G .

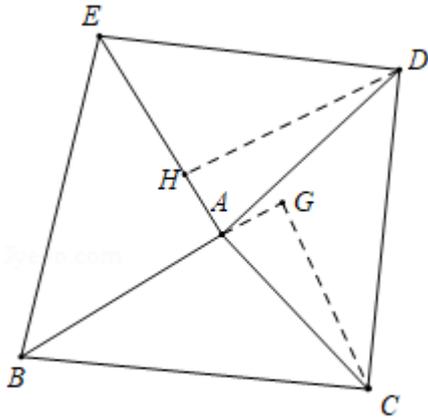


图 ①

$\because \angle BAE = \angle CAD = 90^\circ$,
 $\therefore \angle BAC + \angle EAD = 180^\circ$, $\angle BAC + \angle CAG = 180^\circ$,
 $\therefore \angle DAE = \angle CAG$,
 $\because AB = AE = AD = AC$,

$$\therefore \frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle AED}} = \frac{\frac{1}{2} \square AB \square AC \square \sin \angle CAG}{\frac{1}{2} \square AE \square AD \square \sin \angle DAE} = 1 .$$

(2) 如图 2 中, $S_{\triangle ABC} : S_{\triangle ADE} = \text{定值}$.

理由: 如图 1 中, 作 $DH \perp AE$ 于 H , $CG \perp BA$ 交 BA 的延长线于 G .

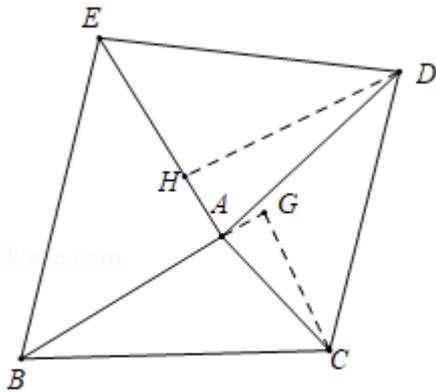


图 ②

不妨设 $\angle ADC = 30^\circ$, 则 $AD = \sqrt{3}AC$, $AE = AB$,

$\therefore \angle BAE = \angle CAD = 90^\circ$,

$$\therefore \angle BAC + \angle EAD = 180^\circ, \quad \angle BAC + \angle CAG = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle DAE = \angle CAG,$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle AED}} = \frac{\frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin \angle CAG}{\frac{1}{2} AE \cdot AD \cdot \sin \angle DAE} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

(3) 如图 3 中, 如图 2 中, $S_{\triangle ABC} : S_{\triangle ADE} =$ 定值.

理由: 如图 1 中, 作 $DH \perp AE$ 于 H , $CG \perp BA$ 交 BA 的延长线于 G .

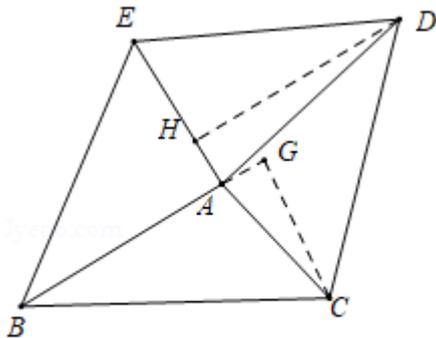


图 ③

$$\therefore \angle BAE = \angle CAD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC + \angle EAD = 180^\circ, \quad \angle BAC + \angle CAG = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle DAE = \angle CAG,$$

$$\therefore AB = a, \quad AE = b, \quad AC = m, \quad AD = n$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle AED}} = \frac{\frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin \angle CAG}{\frac{1}{2} AE \cdot AD \cdot \sin \angle DAE} = \frac{ma}{nb}.$$

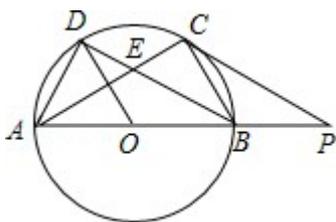
【点评】 本题属于几何变换综合题, 考查了等腰直角三角形的性质, 30 度的直角三角形的性质, 三角形的面积等知识, 解题的关键是学会添加常用辅助线, 属于中考常考题型.

23. (12 分) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 弦 AC 与 BD 交于点 E , 且 $AC = BD$, 连接 AD , BC .

(1) 求证: $\triangle ADB \cong \triangle BCA$;

(2) 若 $OD \perp AC$, $AB = 4$, 求弦 AC 的长;

(3) 在 (2) 的条件下, 延长 AB 至点 P , 使 $BP=2$, 连接 PC . 求证: PC 是 $\odot O$ 的切线.



【考点】 MR: 圆的综合题

【专题】 55A: 与圆有关的位置关系; 559: 圆的有关概念及性质; 15: 综合题

【分析】 (1) 可证 $\angle ACB = \angle ADB = 90^\circ$, 则由 HL 定理可证明结论;

(2) 可证 $AD = BC = DC$, 则 $\angle AOD = \angle ABC = 60^\circ$, 由直角三角形的性质可求出 AC 的长;

(3) 可得出 $BC = BP = 2$, $\angle BCP = 30^\circ$, 连接 OC , 可证出 $\angle OCP = 90^\circ$, 则结论得证.

【解答】 (1) 证明: $\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径,

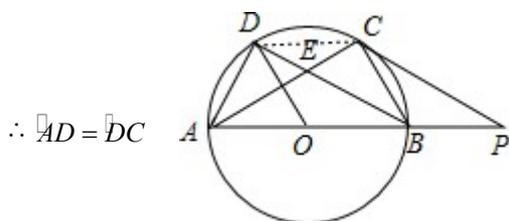
$$\therefore \angle ACB = \angle ADB = 90^\circ,$$

$$\because AB = AB,$$

$$\therefore \triangle ADB \cong \triangle BCA (HL);$$

(2) 解: 如图, 连接 DC ,

$$\because OD \perp AC,$$



$$\therefore \overset{\frown}{AD} = \overset{\frown}{DC}$$

$$\therefore AD = DC,$$

$$\therefore \triangle ADB \cong \triangle BCA,$$

$$\therefore AD = BC,$$

$$\therefore AD = DC = BC,$$

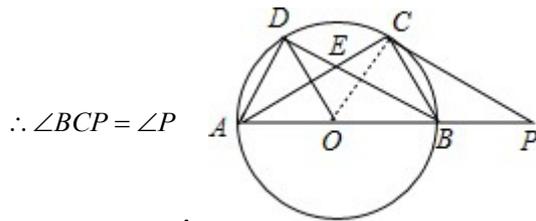
$$\therefore \angle AOD = \angle ABC = 60^\circ,$$

$$\therefore AB = 4,$$

$$\therefore AC = AB \sin 60^\circ = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3};$$

(3) 证明: 如图, 连接 OC ,

$$\therefore BC = BP = 2$$



$\therefore \angle BCP = \angle P$

$\therefore \angle ABC = 60^\circ$,

$\therefore \angle BCP = 30^\circ$,

$\therefore OC = OB$, $\angle ABC = 60^\circ$,

$\therefore \triangle OBC$ 是等边三角形,

$\therefore \angle OCB = 60^\circ$,

$\therefore \angle OCP = \angle OCB + \angle BCP = 60^\circ + 30^\circ = 90^\circ$,

$\therefore OC \perp PC$,

$\therefore PC$ 是 $\odot O$ 的切线.

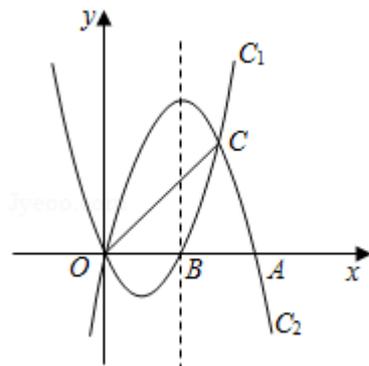
【点评】 本题是圆的综合题, 考查了圆的有关知识, 全等三角形的判定和性质, 等边三角形的性质, 直角三角形的性质, 添加恰当辅助线是本题的关键.

24. (14分) 如图, 抛物线 $C_1: y = x^2 - 2x$ 与抛物线 $C_2: y = ax^2 + bx$ 开口大小相同、方向相反, 它们相交于 O, C 两点, 且分别与 x 轴的正半轴交于点 B, A , $OA = 2OB$.

(1) 求抛物线 C_2 的解析式;

(2) 在抛物线 C_2 的对称轴上是否存在点 P , 使 $PA + PC$ 的值最小? 若存在, 求出点 P 的坐标, 若不存在, 说明理由;

(3) M 是直线 OC 上方抛物线 C_2 上的一个动点, 连接 MO, MC , M 运动到什么位置时, $\triangle MOC$ 面积最大? 并求出最大面积.



【考点】HF：二次函数综合题

【专题】16：压轴题；41：待定系数法；64：几何直观；31：数形结合

【分析】(1) C_1 、 C_2 : $y = ax^2 + bx$ 开口大小相同、方向相反, 则 $a = -1$, 将点 A 的坐标代入

C_2 的表达式, 即可求解;

(2) 作点 C 关于 C_1 对称轴的对称点 $C'(-1,3)$, 连接 AC' 交函数 C_2 的对称轴与点 P , 此时

$PA + PC$ 的值最小, 即可求解;

(3) $S_{\Delta MOC} = \frac{1}{2}MH \times x_C = \frac{3}{2}(-x^2 + 4x - x) = -\frac{3}{2}x^2 + \frac{9}{2}$, 即可求解.

【解答】解: (1) 令: $y = x^2 - 2x = 0$, 则 $x = 0$ 或 2 , 即点 $B(2,0)$,

$\therefore C_1$ 、 C_2 : $y = ax^2 + bx$ 开口大小相同、方向相反, 则 $a = -1$,

则点 $A(4,0)$, 将点 A 的坐标代入 C_2 的表达式得:

$0 = -16 + 4b$, 解得: $b = 4$,

故抛物线 C_2 的解析式为: $y = -x^2 + 4x$;

(2) 联立 C_1 、 C_2 表达式并解得: $x = 0$ 或 3 ,

故点 $C(3,3)$,

作点 C 关于 C_1 对称轴的对称点 $C'(-1,3)$,

连接 AC' 交函数 C_2 的对称轴与点 P ,

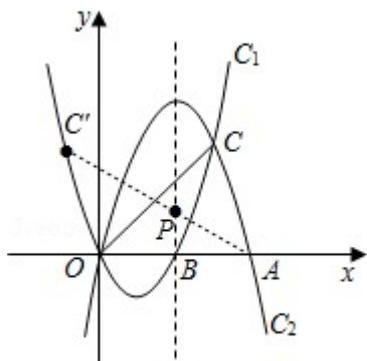


图1

此时 $PA + PC$ 的值最小为: 线段 AC' 的长度 $= \sqrt{(4+1)^2 + 3^2} = \sqrt{34}$;

(3) 直线 OC 的表达式为: $y = x$,

过点 M 作 y 轴的平行线交 OC 于点 H ,

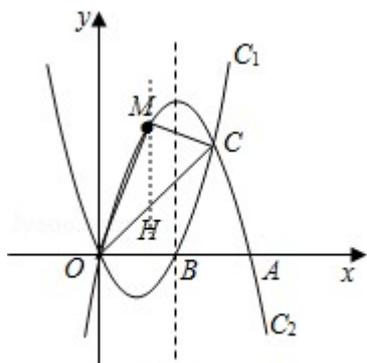


图2

设点 $M(x, -x^2 + 4x)$, 则点 $H(x, x)$,

$$\text{则 } S_{\triangle MOC} = \frac{1}{2} MH \times x_C = \frac{3}{2} (-x^2 + 4x - x) = -\frac{3}{2}x^2 + \frac{9}{2},$$

$$\because -\frac{3}{2} < 0, \text{ 故 } x = \frac{3}{2},$$

$$S_{\triangle MOC} \text{ 最大值为 } \frac{45}{8}.$$

【点评】此题考查了待定系数法求解析式, 还考查了三角形的面积, 要注意将三角形分解成两个三角形求解; 还要注意求最大值可以借助于二次函数.

考点卡片

1. 有理数的减法

(1) 有理数减法法则: 减去一个数, 等于加上这个数的相反数. 即: $a - b = a + (-b)$

(2) 方法指引:

① 在进行减法运算时, 首先弄清减数的符号;

② 将有理数转化为加法时, 要同时改变两个符号: 一是运算符号 (减号变加号); 二是减数的性质符号 (减数变相反数);

【注意】: 在有理数减法运算时, 被减数与减数的位置不能随意交换; 因为减法没有交换律.

减法法则不能与加法法则类比, 0 加任何数都不变, 0 减任何数应依法则进行计算.

2. 科学记数法—表示较大的数

(1) 科学记数法: 把一个大于 10 的数记成 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 a 是整数数位只有一位的数, n 是正整数, 这种记数法叫做科学记数法. **【科学记数法形式: $a \times 10^n$, 其中 $1 \leq a < 10$, n 为正整数.】**

(2) 规律方法总结:

① 科学记数法中 a 的要求和 10 的指数 n 的表示规律为关键, 由于 10 的指数比原来的整数位数少 1; 按此规律, 先数一下原数的整数位数, 即可求出 10 的指数 n .

② 记数法要求是大于 10 的数可用科学记数法表示, 实质上绝对值大于 10 的负数同样可用此法表示, 只是前面多一个负号.

3. 实数的运算

(1) 实数的运算和在有理数范围内一样, 值得一提的是, 实数既可以进行加、减、乘、除、乘方运算, 又可以进行开方运算, 其中正实数可以开平方.

(2) 在进行实数运算时, 和有理数运算一样, 要从高级到低级, 即先算乘方、开方, 再算乘除, 最后算加减, 有括号的要先算括号里面的, 同级运算要按照从左到右的顺序进行. 另外, 有理数的运算律在实数范围内仍然适用.

【规律方法】 实数运算的“三个关键”

1. 运算法则: 乘方和开方运算、幂的运算、指数 (特别是负整数指数, 0 指数) 运算、根式运算、特殊三角函数值的计算以及绝对值的化简等.

2. 运算顺序: 先乘方, 再乘除, 后加减, 有括号的先算括号里面的, 在同一级运算中要从左到右依次运算, 无论何种运算, 都要注意先定符号后运算.

3. 运算律的使用: 使用运算律可以简化运算, 提高运算速度和准确度.

4. 同底数幂的乘法

(1) 同底数幂的乘法法则: 同底数幂相乘, 底数不变, 指数相加.

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n} \quad (m, n \text{ 是正整数})$$

(2) 推广: $a^m \cdot a^n \cdot a^p = a^{m+n+p}$ (m, n, p 都是正整数)

在应用同底数幂的乘法法则时, 应注意: ①底数必须相同, 如 2^3 与 2^5 , $(a^2b^2)^3$ 与 $(a^2b^2)^4$, $(x-y)^2$ 与 $(x-y)^3$ 等; ② a 可以是单项式, 也可以是多项式; ③按照运算性质, 只有相乘时才是底数不变, 指数相加.

(3) 概括整合: 同底数幂的乘法, 是学习整式乘除运算的基础, 是学好整式运算的关键.

在运用时要抓住“同底数”这一关键点, 同时注意, 有的底数可能并不相同, 这时可以适当变形为同底数幂.

5. 幂的乘方与积的乘方

(1) 幂的乘方法则: 底数不变, 指数相乘.

$$(a^m)^n = a^{mn} \quad (m, n \text{ 是正整数})$$

注意: ①幂的乘方的底数指的是幂的底数; ②性质中“指数相乘”指的是幂的指数与乘方的指数相乘, 这里注意与同底数幂的乘法中“指数相加”的区别.

(2) 积的乘方法则: 把每一个因式分别乘方, 再把所得的幂相乘.

$$(ab)^n = a^n b^n \quad (n \text{ 是正整数})$$

注意: ①因式是三个或三个以上积的乘方, 法则仍适用; ②运用时数字因数的乘方应根据乘方的意义, 计算出最后的结果.

6. 同底数幂的除法

同底数幂的除法法则: 底数不变, 指数相减.

$$a^m \div a^n = a^{m-n} \quad (a \neq 0, m, n \text{ 是正整数, } m > n)$$

①底数 $a \neq 0$, 因为 0 不能做除数;

②单独的一个字母, 其指数是 1, 而不是 0;

③应用同底数幂除法的法则时, 底数 a 可是单项式, 也可以是多项式, 但必须明确底数是什么, 指数是什么.

7. 完全平方公式

(1) 完全平方公式: $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$.

可巧记为: “首平方, 末平方, 首末两倍中间放”.

(2) 完全平方公式有以下几个特征: ① 左边是两个数的和的平方; ② 右边是一个三项式, 其中首末两项分别是两项的平方, 都为正, 中间一项是两项积的 2 倍; 其符号与左边的运算符号相同.

(3) 应用完全平方公式时, 要注意: ① 公式中的 a, b 可是单项式, 也可以是多项式; ② 对形如两数和 (或差) 的平方的计算, 都可以用这个公式; ③ 对于三项的可以把其中的两项看做一项后, 也可以用完全平方公式.

8. 分式的化简求值

先把分式化简后, 再把分式中未知数对应的值代入求出分式的值.

在化简的过程中要注意运算顺序和分式的化简. 化简的最后结果分子、分母要进行约分, 注意运算的结果要化成最简分式或整式.

【规律方法】分式化简求值时需注意的问题

1. 化简求值, 一般是先化简为最简分式或整式, 再代入求值. 化简时不能跨度太大, 而缺少必要的步骤, 代入求值的模式一般为“当...时, 原式=...”.
2. 代入求值时, 有直接代入法, 整体代入法等常用方法. 解题时可根据题目的具体条件选择合适的方法. 当未知数的值没有明确给出时, 所选取的未知数的值必须使原式中的各分式都有意义, 且除数不能为 0.

9. 负整数指数幂

负整数指数幂: $a^{-p} = \frac{1}{a^p}$ ($a \neq 0, p$ 为正整数)

注意: ① $a \neq 0$;

- ② 计算负整数指数幂时, 一定要根据负整数指数幂的意义计算, 避免出现 $(-3)^{-2} = (-3) \times (-2)$ 的错误.
- ③ 当底数是分数时, 只要把分子、分母颠倒, 负指数就可变为正指数.
- ④ 在混合运算中, 始终要注意运算的顺序.

10. 二次根式的加减法

(1) 法则: 二次根式相加减, 先把各个二次根式化成最简二次根式, 再把被开方数相同的二次根式进行合并, 合并方法为系数相加减, 根式不变.

(2) 步骤:

- ① 如果有括号, 根据去括号法则去掉括号.

② 把不是最简二次根式的二次根式进行化简.

③ 合并被开方数相同的二次根式.

(3) 合并被开方数相同的二次根式的方法:

二次根式化成最简二次根式, 如果被开方数相同则可以进行合并. 合并时, 只合并根式外的因式, 即系数相加减, 被开方数和根指数不变.

11. 二元一次方程组的应用

(一)、列二元一次方程组解决实际问题的一般步骤:

(1) 审题: 找出问题中的已知条件和未知量及它们之间的关系.

(2) 设元: 找出题中的两个关键的未知量, 并用字母表示出来.

(3) 列方程组: 挖掘题目中的关系, 找出两个等量关系, 列出方程组.

(4) 求解.

(5) 检验作答: 检验所求解是否符合实际意义, 并作答.

(二)、设元的方法: 直接设元与间接设元.

当问题较复杂时, 有时设与要求的未知量相关的另一些量为未知数, 即为间接设元. 无论怎样设元, 设几个未知数, 就要列几个方程.

12. 根与系数的关系

(1) 若二次项系数为 1, 常用以下关系: x_1, x_2 是方程 $x^2+px+q=0$ 的两根时, $x_1+x_2 = -p$, $x_1x_2=q$, 反过来可得 $p = -(x_1+x_2)$, $q = x_1x_2$, 前者是已知系数确定根的相关问题, 后者是已知两根确定方程中未知系数.

(2) 若二次项系数不为 1, 则常用以下关系: x_1, x_2 是一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 的两根时, x_1+x_2, x_1x_2 , 反过来也成立, 即 $(x_1+x_2), x_1x_2$.

(3) 常用根与系数的关系解决以下问题:

① 不解方程, 判断两个数是不是一元二次方程的两个根. ② 已知方程及方程的一个根, 求另一个根及未知数. ③ 不解方程求关于根的式子的值, 如求, $x_1^2+x_2^2$ 等等. ④ 判断两根的符号. ⑤ 求作新方程. ⑥ 由给出的两根满足的条件, 确定字母的取值. 这类问题比较综合, 解题时除了利用根与系数的关系, 同时还要考虑 $a \neq 0, \Delta \geq 0$ 这两个前提条件.

13. 由实际问题抽象出一元二次方程

在解决实际问题时, 要全面、系统地弄清问题的已知和未知, 以及它们之间的数量关系, 找出并全面表示问题的相等关系, 设出未知数, 用方程表示出已知量与未知量之间的等量关系, 即列出一元二次方程.

14. 一元一次不等式组的应用

对具有多种不等关系的问题, 考虑列一元一次不等式组, 并求解.

一元一次不等式组的应用主要是列一元一次不等式组解应用题, 其一般步骤:

- (1) 分析题意, 找出不等关系;
- (2) 设未知数, 列出不等式组;
- (3) 解不等式组;
- (4) 从不等式组解集中找出符合题意的答案;
- (5) 作答.

15. 一次函数与一元一次不等式

- (1) 一次函数与一元一次不等式的关系

从函数的角度看, 就是寻求使一次函数 $y=kx+b$ 的值大于 (或小于) 0 的自变量 x 的取值范围;

从函数图象的角度看, 就是确定直线 $y=kx+b$ 在 x 轴上 (或下) 方部分所有的点的横坐标所构成的集合.

- (2) 用画函数图象的方法解不等式 $kx+b>0$ (或 <0)

对应一次函数 $y=kx+b$, 它与 x 轴交点为 $(-b/k, 0)$.

当 $k>0$ 时, 不等式 $kx+b>0$ 的解为: $x > -b/k$, 不等式 $kx+b<0$ 的解为: $x < -b/k$;

当 $k<0$, 不等式 $kx+b>0$ 的解为: $x < -b/k$, 不等式 $kx+b<0$ 的解为: $x > -b/k$.

16. 反比例函数系数 k 的几何意义

比例系数 k 的几何意义

在反比例函数 $y=k/x$ 图象中任取一点, 过这一个点向 x 轴和 y 轴分别作垂线, 与坐标轴围成的矩形的面积是定值 $|k|$.

在反比例函数的图象上任意一点向坐标轴作垂线, 这一点和垂足以及坐标原点所构成的三角形的面积是 $|k|/2$, 且保持不变.

17. 反比例函数图象上点的坐标特征

反比例函数 $y=k/x$ (k 为常数, $k \neq 0$) 的图象是双曲线,

- ① 图象上的点 (x, y) 的横纵坐标的积是定值 k , 即 $xy=k$;
- ② 双曲线是关于原点对称的, 两个分支上的点也是关于原点对称;
- ③ 在 $y=k/x$ 图象中任取一点, 过这一个点向 x 轴和 y 轴分别作垂线, 与坐标轴围成的矩形的面积是定值 $|k|$.

18. 二次函数综合题

(1) 二次函数图象与其他函数图象相结合问题

解决此类问题时, 先根据给定的函数或函数图象判断出系数的符号, 然后判断新的函数关系式中系数的符号, 再根据系数与图象的位置关系判断出图象特征, 则符合所有特征的图象即为正确选项.

(2) 二次函数与方程、几何知识的综合应用

将函数知识与方程、几何知识有机地结合在一起. 这类试题一般难度较大. 解这类问题关键是善于将函数问题转化为方程问题, 善于利用几何图形的有关性质、定理和二次函数的知识, 并注意挖掘题目中的一些隐含条件.

(3) 二次函数在实际生活中的应用题

从实际问题中分析变量之间的关系, 建立二次函数模型. 关键在于观察、分析、创建, 建立直角坐标系下的二次函数图象, 然后数形结合解决问题, 需要我们注意的是自变量及函数的取值范围要使实际问题有意义.

19. 平行线的判定与性质

(1) 平行线的判定是由角的数量关系判断两直线的位置关系. 平行线的性质是由平行关系来寻找角的数量关系.

(2) 应用平行线的判定和性质定理时, 一定要弄清题设和结论, 切莫混淆.

(3) 平行线的判定与性质的联系与区别

区别: 性质由形到数, 用于推导角的关系并计算; 判定由数到形, 用于判定两直线平行.

联系: 性质与判定的已知和结论正好相反, 都是角的关系与平行线相关.

(4) 辅助线规律, 经常作出两平行线平行的直线或作出联系两直线的截线, 构造出三类角.

20. 线段垂直平分线的性质

(1) 定义: 经过某一条线段的中点, 并且垂直于这条线段的直线, 叫做这条线段的垂直平分线 (中垂线) 垂直平分线, 简称“中垂线”.

(2) 性质: ①垂直平分线垂直且平分其所在线段. ____ ②垂直平分线上任意一点, 到线段两端点的距离相等. ____ ③三角形三条边的垂直平分线相交于一点, 该点叫外心, 并且这一点到三个顶点的距离相等.

21. 平行四边形的性质

(1) 平行四边形的概念: 有两组对边分别平行的四边形叫做平行四边形.

(2) 平行四边形的性质:

①边: 平行四边形的对边相等.

- ② 角: 平行四边形的对角相等.
- ③ 对角线: 平行四边形的对角线互相平分.

(3) 平行线间的距离处处相等.

(4) 平行四边形的面积:

- ① 平行四边形的面积等于它的底和这个底上的高的积.
- ② 同底 (等底) 同高 (等高) 的平行四边形面积相等.

22. 菱形的性质

(1) 菱形的定义: 有一组邻边相等的平行四边形叫做菱形.

(2) 菱形的性质

- ① 菱形具有平行四边形的一切性质;
- ② 菱形的四条边都相等;
- ③ 菱形的两条对角线互相垂直, 并且每一条对角线平分一组对角;
- ④ 菱形是轴对称图形, 它有 2 条对称轴, 分别是两条对角线所在直线.

(3) 菱形的面积计算

- ① 利用平行四边形的面积公式.
- ② 菱形面积 ab . (a 、 b 是两条对角线的长度)

23. 正方形的性质

(1) 正方形的定义: 有一组邻边相等并且有一个角是直角的平行四边形叫做正方形.

(2) 正方形的性质

- ① 正方形的四条边都相等, 四个角都是直角;
- ② 正方形的两条对角线相等, 互相垂直平分, 并且每条对角线平分一组对角;
- ③ 正方形具有四边形、平行四边形、矩形、菱形的一切性质.
- ④ 两条对角线将正方形分成四个全等的等腰直角三角形, 同时, 正方形又是轴对称图形, 有四条对称轴.

24. 中点四边形

中点四边形.

25. 圆心角、弧、弦的关系

(1) 定理: 在同圆和等圆中, 相等的圆心角所对的弧相等, 所对的弦也相等.

(2) 推论: 在同圆或等圆中, 如果两个圆心角、两条弧、两条弦中有一组量相等, 那么它们所对应的其余各量都分别相等.

说明: 同一条弦对应两条弧, 其中一条是优弧, 一条是劣弧, 而在本定理和推论中的

“弧”是指同为优弧或劣弧.

(3) 正确理解和使用圆心角、弧、弦三者的关系

三者关系可理解为: 在同圆或等圆中, ①圆心角相等, ②所对的弧相等, ③所对的弦相等, 三项“知一推二”, 一项相等, 其余二项皆相等. 这源于圆的旋转不变性, 即: 圆绕其圆心旋转任意角度, 所得图形与原图形完全重合.

(4) 在具体应用上述定理解决问题时, 可根据需要, 选择其有关部分.

26. 圆周角定理

(1) 圆周角的定义: 顶点在圆上, 并且两边都与圆相交的角叫做圆周角.

注意: 圆周角必须满足两个条件: ①顶点在圆上. ②角的两条边都与圆相交, 二者缺一不可.

(2) 圆周角定理: 在同圆或等圆中, 同弧或等弧所对的圆周角相等, 都等于这条弧所对的圆心角的一半.

推论: 半圆 (或直径) 所对的圆周角是直角, 90° 的圆周角所对的弦是直径.

(3) 在解圆的有关问题时, 常常需要添加辅助线, 构成直径所对的圆周角, 这种基本技能技巧一定要掌握.

(4) 注意: ①圆周角和圆心角的转化可通过作圆的半径构造等腰三角形. 利用等腰三角形的顶点和底角的关系进行转化. ②圆周角和圆心角的转化可利用其“桥梁”——圆心角转化. ③定理成立的条件是“同一条弧所对的”两种角, 在运用定理时不要忽略了这个条件, 把不同弧所对的圆周角与圆心角错当成同一条弧所对的圆周角和圆心角.

27. 圆锥的计算

(1) 连接圆锥顶点和底面圆周上任意一点的线段叫做圆锥的母线. 连接顶点与底面圆心的线段叫圆锥的高.

(2) 圆锥的侧面展开图为一扇形, 这个扇形的弧长等于圆锥底面的周长, 扇形的半径等于圆锥的母线长.

(3) 圆锥的侧面积: $S_{\text{侧}} \cdot 2\pi r \cdot l = \pi r l$.

(4) 圆锥的全面积: $S_{\text{全}} = S_{\text{底}} + S_{\text{侧}} = \pi r^2 + \pi r l$

(5) 圆锥的体积底面积 \times 高

注意: ①圆锥的母线与展开后所得扇形的半径相等.

②圆锥的底面周长与展开后所得扇形的弧长相等.

28. 圆的综合题

圆的综合题.

29. 翻折变换 (折叠问题)

1、翻折变换 (折叠问题) 实质上就是轴对称变换.

2、折叠的性质: 折叠是一种对称变换, 它属于轴对称, 折叠前后图形的形状和大小不变, 位置变化, 对应边和对应角相等.

3、在解决实际问题时, 对于折叠较为复杂的问题可以实际操作图形的折叠, 这样便于找到图形间的关系.

首先清楚折叠和轴对称能够提供给我们隐含的并且可利用的条件. 解题时, 我们常常设要求的线段长为 x , 然后根据折叠和轴对称的性质用含 x 的代数式表示其他线段的长度, 选择适当的直角三角形, 运用勾股定理列出方程求出答案. 我们运用方程解决时, 应认真审题设出正确的未知数.

30. 几何变换综合题

几何变换综合题.

31. 相似三角形的判定与性质

(1) 相似三角形相似多边形的特殊情形, 它沿袭相似多边形的定义, 从对应边的比相等和对应角相等两方面下定义; 反过来, 两个三角形相似也有对应角相等, 对应边的比相等.

(2) 三角形相似的判定一直是中考考查的热点之一, 在判定两个三角形相似时, 应注意利用图形中已有的公共角、公共边等隐含条件, 以充分发挥基本图形的作用, 寻找相似三角形的一般方法是通过作平行线构造相似三角形; 或依据基本图形对图形进行分解、组合; 或作辅助线构造相似三角形, 判定三角形相似的方法有事可单独使用, 有时需要综合运用. 无论是单独使用还是综合运用, 都要具备应有的条件方可.

32. 特殊角的三角函数值

(1) 特指 30° 、 45° 、 60° 角的各种三角函数值.

$$\sin 30^\circ; \cos 30^\circ; \tan 30^\circ;$$

$$\sin 45^\circ; \cos 45^\circ; \tan 45^\circ = 1;$$

$$\sin 60^\circ; \cos 60^\circ; \tan 60^\circ;$$

(2) 应用中要熟记特殊角的三角函数值, 一是按值的变化规律去记, 正弦逐渐增大, 余弦逐渐减小, 正切逐渐增大; 二是按特殊直角三角形中各边特殊值规律去记.

(3) 特殊角的三角函数值应用广泛, 一是它可以当作数进行运算, 二是具有三角函数的特点, 在解直角三角形中应用较多.

33. 解直角三角形的应用-坡度坡角问题

(1) 坡度是坡面的铅直高度 h 和水平宽度 l 的比, 又叫做坡比, 它是一个比值, 反映了斜坡的陡峭程度, 一般用 i 表示, 常写成 $i=1:m$ 的形式.

(2) 把坡面与水平面的夹角 α 叫做坡角, 坡度 i 与坡角 α 之间的关系为: $i=h/l=\tan\alpha$.

(3) 在解决坡度的有关问题中, 一般通过作高构成直角三角形, 坡角即是一锐角, 坡度实际就是一锐角的正切值, 水平宽度或铅直高度都是直角边, 实质也是解直角三角形问题.

应用领域: ①测量领域; ②航空领域 ③航海领域: ④工程领域等.

34. 解直角三角形的应用-仰角俯角问题

(1) 概念: 仰角是向上看的视线与水平线的夹角; 俯角是向下看的视线与水平线的夹角.

(2) 解决此类问题要了解角之间的关系, 找到与已知和未知相关联的直角三角形, 当图形中没有直角三角形时, 要通过作高或垂线构造直角三角形, 另当问题以一个实际问题的形式给出时, 要善于读懂题意, 把实际问题划归为直角三角形中边角关系问题加以解决.

35. 简单组合体的三视图

(1) 画简单组合体的三视图要循序渐进, 通过仔细观察和想象, 再画它的三视图.

(2) 视图中每一个闭合的线框都表示物体上的一个平面, 而相连的两个闭合线框常不在一个平面上.

(3) 画物体的三视图的口诀为:

主、俯: 长对正;

主、左: 高平齐;

俯、左: 宽相等.

36. 频数(率)分布表

1、在统计数据时, 经常把数据按照不同的范围分成几个组, 分成的组的个数称为组数, 每一组两个端点的差称为组距, 称这样画出的统计图表为频数分布表.

2、列频率分布表的步骤:

(1) 计算极差, 即计算最大值与最小值的差.

(2) 决定组距与组数(组数与样本容量有关, 一般来说样本容量越大, 分组就越多, 样本容量不超过 100 时, 按数据的多少, 常分成 5~12 组).

(3) 将数据分组.

(4) 列频率分布表.

37. 扇形统计图

(1) 扇形统计图是用整个圆表示总数用圆内各个扇形的大小表示各部分数量占总数的百分

数. 通过扇形统计图可以很清楚地表示出各部分数量同总数之间的关系. 用整个圆的面积表示总数 (单位 1), 用圆的扇形面积表示各部分占总数的百分数.

(2) 扇形图的特点: 从扇形图上可以清楚地看出各部分数量和总数量之间的关系.

(3) 制作扇形图的步骤

① 根据有关数据先算出各部分在总体中所占的百分数, 再算出各部分圆心角的度数, 公式是各部分扇形圆心角的度数 = 部分占总体的百分比 $\times 360^\circ$. _____ ② 按比例取适当半径画一个圆;

按扇形圆心角的度数量角器在圆内量出各个扇形的圆心角的度数;

④ 在各扇形内写上相应的名称及百分数, 并用不同的标记把各扇形区分开来.

38. 加权平均数

(1) 加权平均数: 若 n 个数 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ 的权分别是 $w_1, w_2, w_3, \dots, w_n$, 则 $x_1w_1+x_2w_2+\dots+x_nw_nw_1+w_2+\dots+w_n$ 叫做这 n 个数的加权平均数.

(2) 权的表现形式, 一种是比的形式, 如 4: 3: 2, 另一种是百分比的形式, 如创新占 50%, 综合知识占 30%, 语言占 20%, 权的大小直接影响结果.

(3) 数据的权能够反映数据的相对“重要程度”, 要突出某个数据, 只需要给它较大的“权”, 权的差异对结果会产生直接的影响.

(4) 对于一组不同权重的数据, 加权平均数更能反映数据的真实信息.

39. 概率公式

(1) 随机事件 A 的概率 $P(A) = \frac{\text{事件 } A \text{ 可能出现的结果数}}{\text{所有可能出现的结果数}}$.

(2) $P(\text{必然事件}) = 1$.

(3) $P(\text{不可能事件}) = 0$.

40. 列表法与树状图法

(1) 当试验中存在两个元素且出现的所有可能的结果较多时, 我们常用列表的方式, 列出所有可能的结果, 再求出概率.

(2) 列表的目的在于不重不漏地列举出所有可能的结果求出 n , 再从中选出符合事件 A 或 B 的结果数目 m , 求出概率.

(3) 列举法 (树形图法) 求概率的关键在于列举出所有可能的结果, 列表法是一种, 但当一个事件涉及三个或更多元素时, 为不重不漏地列出所有可能的结果, 通常采用树形图.

(4) 树形图列举法一般是选择一个元素再和其他元素分别组合, 依次列出, 象树的枝丫形式, 最末端的枝丫个数就是总的可能的结果 n .

(5) 当有两个元素时, 可用树形图列举, 也可以列表列举.

