

2017 年河南省中考数学试卷

满分: 120 分

一、选择题 (每小题 3 分, 共 10 小题, 合计 30 分)

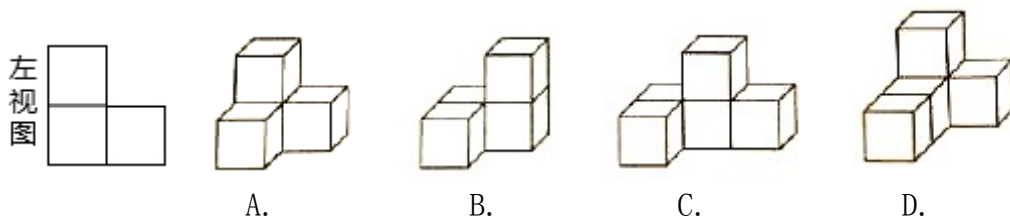
1. 下列各数中比 1 大的数是 ()

- A. 2 B. 0 C. -1 D. -3

2. 2016 年, 我国国内生产总值达到 74.4 万亿元, 数据 “74.4 万亿” 用科学记数法表示为 ()

- A. 74.4×10^{12} B. 7.44×10^{12} C. 7.44×10^{13} D. 7.44×10^{14}

3. 某几何体的左视图如下图所示, 则该几何体不可能是 ()

4. 解分式方程 $\frac{1}{x-1} - 2 = \frac{3}{1-x}$, 去分母得 ()

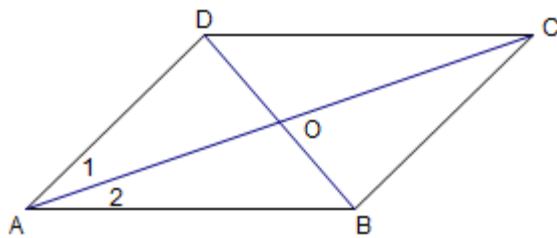
- A. $1 - 2(x-1) = -3$ B. $1 - 2(x-1) = 3$
C. $1 - 2x - 2 = -3$ D. $1 - 2x + 2 = 3$

5. 八年级某同学 6 次数学小测验的成绩分别为: 80 分, 85 分, 95 分, 95 分, 95 分, 100 分, 则该同学这 6 次成绩的众数和中位数分别是 ()

- A. 95 分, 95 分 B. 95 分, 90 分 C. 90 分, 95 分 D. 95 分, 85 分

6. 一元二次方程 $2x^2 - 5x - 2 = 0$ 的根的情况是 ()

- A. 有两个相等的实数根 B. 有两个不相等的实数根
C. 只有一个实数根 D. 没有实数根

7. 如图, 在 $\square ABCD$ 中, 对角线 AC , BD 相交于点 O , 添加下列条件不能判定 $\square ABCD$ 是菱形的只

有 ()

- A. $AC \perp BD$ B. $AB = BC$ C. $AC = BD$ D. $\angle 1 = \angle 2$

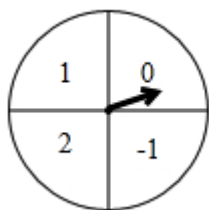
8. 如图是一次数学活动课制作的一个转盘, 盘面被等分成四个扇形区域, 并分别标有数学—1, 0, 1, 2. 若转动转盘两次, 每次转盘停止后记录指针所指区域的数字 (当指针恰好指在分界线上时, 不记, 重转), 则记录的两个数字都是正数的概率为 ()

A. $\frac{1}{8}$

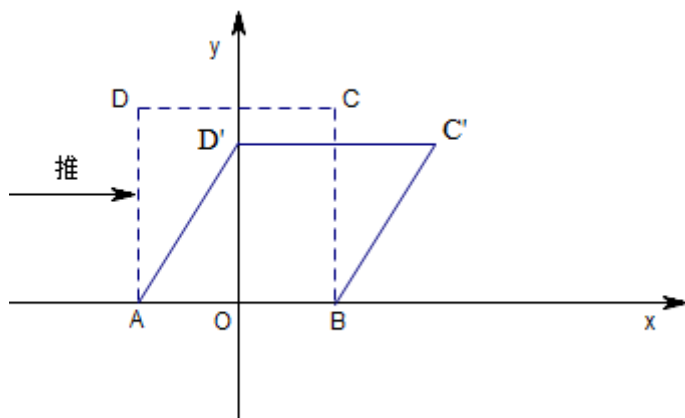
B. $\frac{1}{6}$

C. $\frac{1}{4}$

D. $\frac{1}{2}$



9. 我们知道：四边形具有不稳定性．如图，在平面直角坐标系中，边长为 2 的正方形 ABCD 的边 AB 在 x 轴上，AB 的中点是坐标原点 O，固定点 A，B，把正方形沿箭头方向推，使点 D 落在 y 轴正半轴上点 D' 处，则点 C 的对应点 C' 的坐标为（ ）



A. $(\sqrt{3}, 1)$

B. $(2, 1)$

C. $(1, \sqrt{3})$

D. $(2, \sqrt{3})$

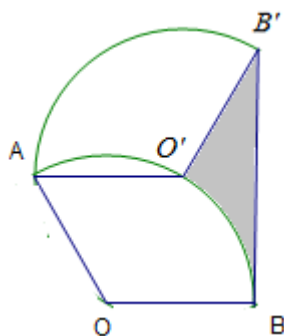
10. 如图，将半径为 2，圆心角为 120° 的扇形 OAB 绕点 A 逆时针旋转 60° ，点 O，B 的对应点分别为 O'，B'，连接 BB'，则图中阴影部分的面积是（ ）

A. $\frac{2\pi}{3}$

B. $2\sqrt{3} - \frac{\pi}{3}$

C. $2\sqrt{3} - \frac{2\pi}{3}$

D. $4\sqrt{3} - \frac{2\pi}{3}$



二、填空题：（每小题 3 分，共 5 小题，合计 15 分）

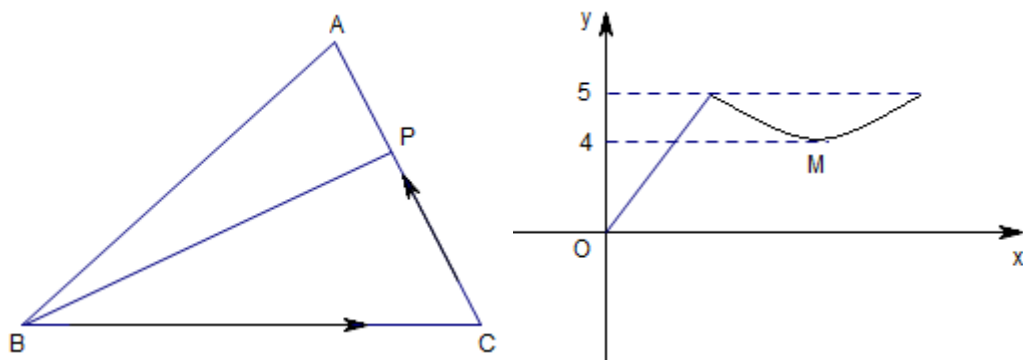
11. 计算： $2^3 - \sqrt{4} = \underline{\hspace{2cm}}$

$$x-2 \leq 0$$

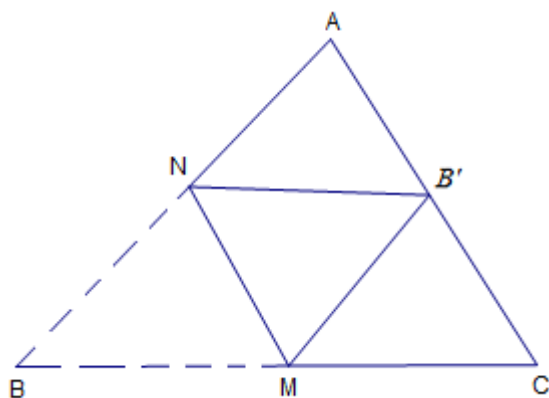
12. 不等式组的解集是_____

13. 已知点 A (1, m), B (2, n) 在反比例函数 $y = -\frac{2}{x}$ 的图象上, 则 m 与 n 的大小关系为_____.

14. 如图 1, 点 P 从 $\triangle ABC$ 的顶点 B 出发, 沿 $B \rightarrow C \rightarrow A$ 匀速运动到点 A, 图 2 是点 P 运动时, 线段 BP 的长度 y 随时间 x 变化的关系图象, 其中 M 为曲线部分的最低点, 则 $\triangle ABC$ 的面积是_____.



15. 如图, 在直角 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 90^\circ$, $AB = AC$, $BC = \sqrt{2} + 1$, 点 M、N 分别是边 BC、AB 上的动点, 沿 MN 所在的直线折叠 $\angle B$, 使点 B 的对应点 B' 始终落在边 AC 上, 若 $\triangle MB'C$ 为直角三角



形, 则 BM 的长为_____.

三、解答题: (本大题共 8 个小题, 满分 75 分)

16. 先化简, 再求值: $(2x+y)^2 + (x-y)(x+y) - 5x(x-y)$, 其中 $x = \sqrt{2} + 1$, $y = \sqrt{2} - 1$

17. 为了了解同学们每月零花钱的数量, 校园小记者随机调查了本校部分同学, 根据调查结果, 绘制了如下两个尚不完整的统计图表.

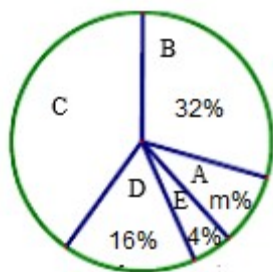
请根据以上图表, 解答下列问题:

- (1) 填空: 这次调查的同学共有_____人, $a+b=$ ____, $m=$ ____;
- (2) 求扇形统计图中扇形 C 的圆心角度数;
- (3) 该校共有学生 1000 人, 请估计每月零花钱的数额 x 在 $60 \leq x < 120$ 范围的人数.

调查结果统计表

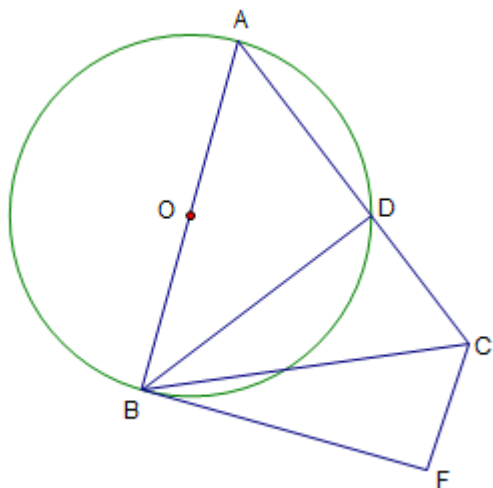
组别	分组 (单位: 元)	人数
A	$0 \leq x < 30$	4
B	$30 \leq x < 60$	16
C	$60 \leq x < 90$	a
D	$90 \leq x < 120$	b
E	$x \geq 120$	2

调查结果扇形统计图



18. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, 以 AB 为直径的 $\odot O$ 交 AC 边于点 D , 过点 C 作 $CF \parallel AB$, 与过点 B 的切线交于点 F , 连接 BD .

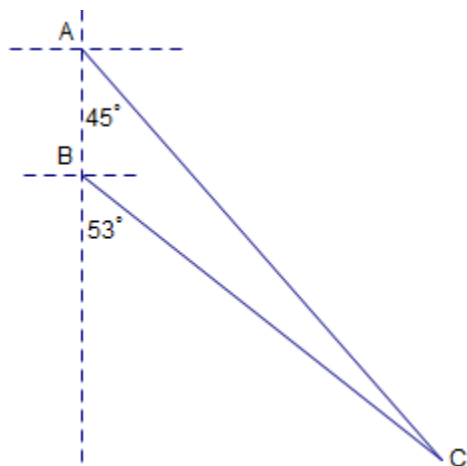
- (1) 求证: $BD=BF$;
- (2) 若 $AB=10$, $CD=4$, 求 BC 的长.



19. 如图所示, 我国两艘海监船 A, B 在南海海域巡航. 某一时刻, 两船同时收到指令, 立即前往救援遇险抛锚的渔船 C, 此时, B 船在 A 船的正南方向 5 海里处, A 船测得渔船 C 在其南偏东 45° 方向, B 船测得渔船 C 在其南偏东 53° 方向, 已知 A 船的航速为 30 海里/小时, B 船的航速为 25 海里/小时, 问 C 船至少要等待多长时间才能得到救援? (参考数据:

$$\sin 53^\circ \approx \frac{4}{5},$$

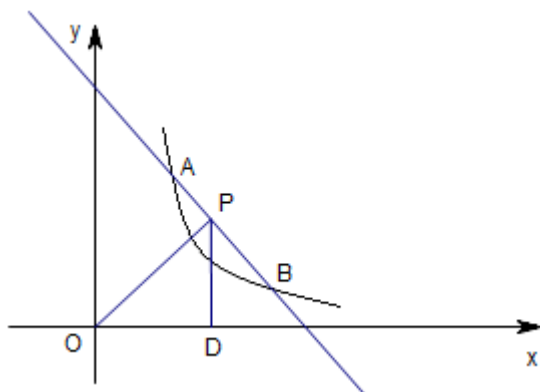
$$\cos 53^\circ \approx \frac{3}{5}, \quad \tan 53^\circ \approx \frac{4}{3}, \quad \sqrt{2} = 1.414)$$



20. 如图, 一次函数 $y = -x + b$ 与反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图象交于点 A ($m, 3$) 和 B ($3, 1$).

(1) 填空: 一次函数的解析式为_____, 反比例函数的解析式为_____;

(2) 点 P 是线段 AB 上一点, 过点 P 作 $PD \perp x$ 轴于点 D, 连接 OP, 若 $\triangle POD$ 的面积为 S, 求 S 的取值范围.



21. 学校“百变魔方”社团准备购买 A, B 两种魔方, 已知购买 2 个 A 种魔方和 6 个 B 种魔方共需 130 元, 购买 3 个 A 种魔方和 4 个 B 种魔方所需款数相同.

(1) 求这两种魔方的单价;

(2) 结合社员们的需求, 社团决定购买 A、B 两种魔方共 100 个 (其中 A 种魔方不超过 50 个), 某商店有两种优惠活动, 如图所示;

优惠活动:

活动一: “疯狂打折”, A 种魔方 8 折, B 种魔方 4 折.

活动二: 购买一个 A 种魔方送一个 B 种魔方.

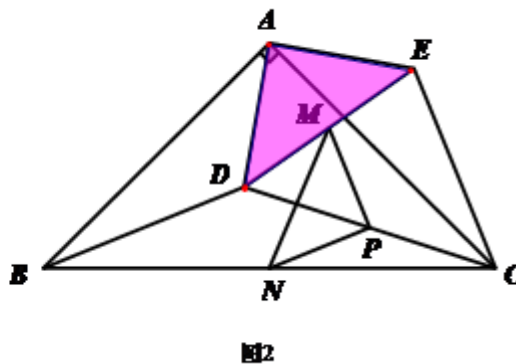
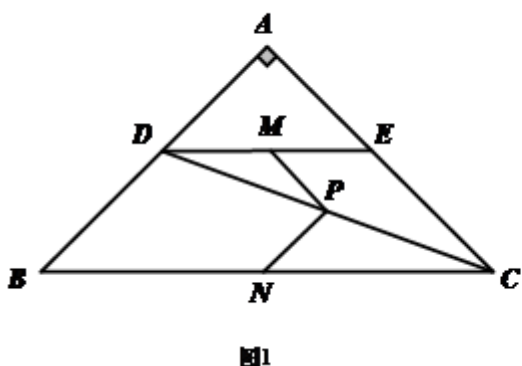
请根据以上信息, 说明选择哪种优惠活动购买魔方更实惠.

22. 如图 1, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, 点 D、E 分别在边 AB, AC 上, $AD=AE$, 连接 DC, 点 M, P, N 分别为 DE, DC, BC 的中点.

(1) 观察猜想: 图 1 中, 线段 PM 与 PN 的数量关系是 _____, 位置关系是 _____;

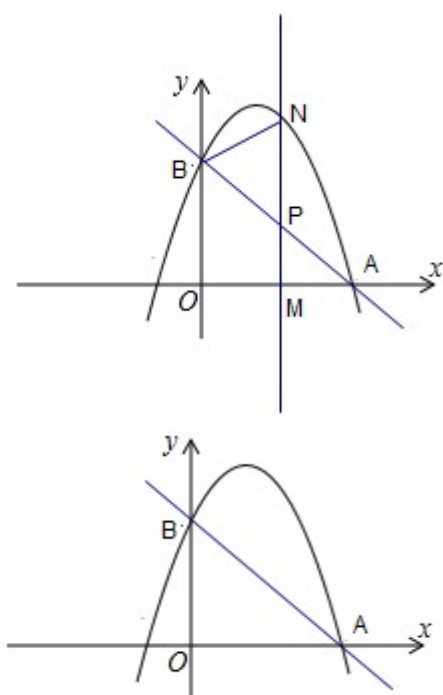
(2) 探究证明: 把 $\triangle ADE$ 绕点 A 逆时针方向旋转到图 2 的位置, 连接 MN, BD, CE, 判断 $\triangle PMN$ 的形状, 试说明理由;

(3) 拓展延伸: 把 $\triangle ADE$ 绕点 A 在平面内自由旋转, 若 $AD=4$, $AB=10$, 请直接写出 $\triangle PMN$ 面积的最大值.



23. 如图, 直线 $y = -\frac{2}{3}x + c$ 与 x 轴交于点 A (3, 0), 与 y 轴交于点 B, 抛物线

$y = -\frac{4}{3}x^2 + bx + c$ 经过点 A, B.



(1) 求 B 点的坐标和抛物线的解析式;

(2) $M(m, 0)$ 为 x 轴上一动点, 过点 M 且垂直于 x 轴的直线与直线 AB 及抛物线分别交于点 P, N .

①点 M 在线段 OA 上运动, 若以 B, P, N 为顶点的三角形与 $\triangle APM$ 相似, 求点 M 的坐标;

②点 M 在 x 轴上自由运动, 若三个点 M, P, N 中恰有一点是其它两点所连线段的中点 (三点重合除外), 则称 M, P, N 三点为 “共谐点”. 请直接写出使得 M, P, N 三点成为 “共谐点” 的 m 的值.

2017 年河南省中考数学试卷参考答案

一、选择题 (每小题 3 分, 共 10 小题, 合计 30 分)

1. A
2. C
3. D
4. A
5. A
6. B
7. C
8. C.
9. D
10. C

二、填空题: (每小题 3 分, 共 5 小题, 合计 15 分)

11. 6

12. $-1 < x \leq 2$

13. $m < n$.

14. 12

15. 1 或 $\frac{\sqrt{2}+1}{2}$

三、解答题: (本大题共 8 个小题, 满分 75 分)

16.

$$\begin{aligned} \text{解: } & (2x+y)^2 + (x-y)(x+y) - 5x(x-y) \\ &= 4x^2 + 4xy + y^2 + x^2 - y^2 - 5x^2 + 5xy \\ &= 5x^2 - 5x^2 + y^2 - y^2 + 4xy + 5xy \\ &= 9xy \end{aligned}$$

$$\text{当 } x = \sqrt{2} + 1, \quad y = \sqrt{2} - 1 \text{ 时, 原式} = 9 \times (\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} - 1) = 9 \times 1 = 9 .$$

17.

解: (1) 50, 28, 8;

$$(2) 1 - 32\% - 8\% - 4\% - 16\% = 40\%, \quad 360^\circ \times 40\% = 144^\circ;$$

$$(3) 1000 \times \frac{28}{50} = 560 \text{ (人)}, \text{ 答: 每月零花钱的数额 } x \text{ 在 } 60 \leq x < 120 \text{ 范围的人数为 560 人.}$$

18.

解: (1) 证明: $\because AB = AC$,

$$\therefore \angle ABC = \angle ACB,$$

$$\because AB \parallel CF,$$

$$\therefore \angle ABC = \angle BCF,$$

$$\therefore \angle ACB = \angle BCF,$$

又 $\because AB$ 为直径,

$$\therefore \angle ADB = \angle BDC = 90^\circ,$$

$$\because BF \text{ 是 } \odot O \text{ 切线}, \therefore AB \perp BF,$$

$$\because AB \parallel CF, \therefore \angle F = 90^\circ,$$

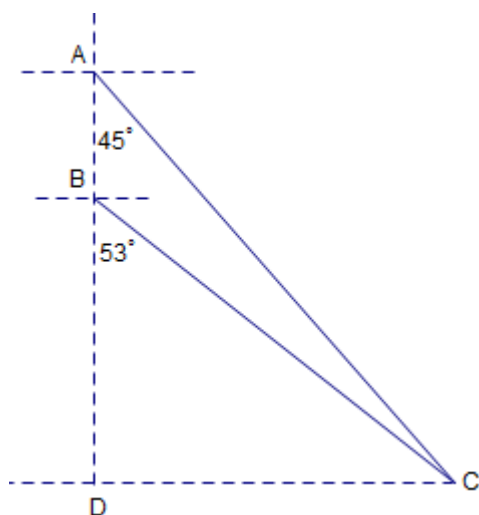
$$\therefore \triangle BDC \cong \triangle BFC,$$

$$\therefore BD = BF;$$

$$(2) \text{ 解: } \because AB = 10, AC = 4, \therefore AD = 6, \therefore BD = 8, \therefore BC = 4\sqrt{5} .$$

19.

解: 如图, 过点 C 作 $CD \perp AB$ 于点 D , 设 BD 为 x , 在 $\text{Rt}\triangle \angle ACD$ 中, $\angle A = 45^\circ$,



$$\therefore AD=DC=x+5,$$

在 $\text{Rt}\triangle BCD$ 中, 由 $\tan 53^\circ = \frac{CD}{BD}$, 得 $\frac{x+5}{x} = \frac{4}{3}$,

$$\therefore x=15,$$

$$\text{则 } BC = \sqrt{15^2 + 20^2} = 25, \quad AC = \sqrt{20^2 + 20^2} = 20\sqrt{2},$$

$$\therefore A \text{ 到 } C \text{ 用时为: } \frac{20\sqrt{2}}{30} \approx 0.94(h), \quad B \text{ 到 } C \text{ 用时为: } \frac{25}{25} = 1(h),$$

$\therefore 0.94 < 1$, $\therefore$ 至少要等 0.94 小时.

20.

$$\text{解: (1) } y = -x + 4, \quad y = \frac{3}{x};$$

(2) 解: 由 (1) 得 $3m=3$, $\therefore m=1$, 则 A 点的坐标为 (1, 3), 设 P 点的坐标为

$$(a, -a+4) \quad (1 \leq a \leq 3), \text{ 则 } S = \frac{1}{2} OD \cdot PD = \frac{1}{2} a \cdot (-a+4) = -\frac{1}{2}(a-2)^2 + 2,$$

$$\because -\frac{1}{2} < 0, \quad \therefore \text{当 } a=2 \text{ 时, } S \text{ 有最大值 } 2, \text{ 当 } a=1 \text{ 或 } 3 \text{ 时, } S \text{ 有最小值为}$$

$$S = -\frac{1}{2} \times (1-2)^2 + 2 = \frac{3}{2},$$

$$\therefore \frac{3}{2} \leq S \leq 2.$$

21.

解: (1) 设 A 型魔方的单价为 a 元, B 型魔方单价为 b 元, 则由题意, 得:

$$\begin{cases} 2a+6b=130 \\ a=20 \end{cases}, \text{解方程, 得:}$$

答: A 型魔方的单价为 20 元, B 型魔方单价为 15 元.

(2) 设 A 型魔方的数量为 x 个, B 型魔方数量为 $(100-x)$ 个, 设总费用为 W 元,

活动一: $W_1=0.8 \times 20x + 0.4 \times 15(100-x) = 10x+60$;

活动二: $W_2=20x+15[(100-x)-x] = -10x+1500$;

当 $W_1 < W_2$ 时, 即 $10x+60 < -10x+1500$, 解得 $x < 45$, $\therefore$ 当 $0 < x < 45$ 时, 活动一方案更优惠;

当 $W_1 = W_2$ 时, 即 $10x+60 = -10x+1500$, 解得 $x=45$, $\therefore$ 当 $x=45$ 时, 活动一和活动二均可;

当 $W_1 > W_2$ 时, 即 $10x+60 > -10x+1500$, 解得 $x > 45$, 又 $\because x \leq 50$, $\therefore$ 当 $45 < x \leq 50$ 时, 活动二方案更优惠;

综上所述, 当 $0 < x < 45$ 时, 活动一方案更优惠; 当 $x=45$ 时, 活动一和活动二均可; 当 $45 < x \leq 50$ 时, 活动二方案更优惠.

22.

解: (1) $PM=PN$; $PM \perp PN$;

(2) $\triangle PMN$ 为等腰直角三角形, 理由如下:

由题可知: $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 均为等腰直角三角形,

$\therefore AB=AC$, $AD=AE$, $\angle BAC=\angle DAE=90^\circ$,

$\therefore \angle BAD+\angle DAC=\angle CAE+\angle DAC$, $\therefore \angle BAD=\angle CAE$,

$\therefore \triangle BAD \cong \triangle CAE$, $\therefore \angle ABD=\angle ACE$, $BD=CE$,

又 $\because M$ 、 P 、 N 分别是 DE 、 CD 、 BC 的中点,

$\therefore PM$ 是 $\triangle CDE$ 的中位线,

$\therefore PM \parallel CE$ 且 $PM = \frac{1}{2} CE$, $\angle MPD = \angle ECD = \angle ACD + \angle ACE$;

同理, $PN \parallel BD$ 且 $PN = \frac{1}{2} BD$, $\angle DBC = \angle PNC$,

又 $\because BD=CE$, $\angle ABD = \angle ACE$,

$\therefore PM=PN$,

$\therefore \angle MPN = \angle MPD + \angle DPN = \angle ECD + \angle DCN + \angle CNP$

$= \angle ACD + \angle ACE + \angle DCN + \angle CBD$

$= \angle ACD + \angle DCN + \angle ABD + \angle CBD$

$= \angle ACB + \angle ABC = 90^\circ$,

$\therefore PM \perp PN$,

$\therefore \triangle PMN$ 为等腰直角三角形;

$$(3) \quad \frac{49}{2}$$

23. 解: (1) $\because$ 直线 $y = -\frac{2}{3}x + c$ 过 $A(3, 0)$,

$$\therefore -\frac{2}{3} \times 3 + c = 0, \text{ 解得: } c=2,$$

$$\therefore \text{直线 AB 的表达式为: } y = -\frac{2}{3}x + 2, \therefore \text{点 B 坐标为 } (0, 2).$$

$\therefore$ 抛物线过 A (3, 0), B (0, 2),

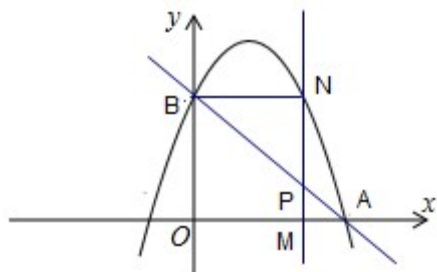
$$\therefore \begin{cases} -\frac{2}{3} \times 9 + 3b + c = 0 \\ \end{cases},$$

$$\therefore y = -\frac{4}{3}x^2 + \frac{10}{3}x + 2,$$

(2) 依题可知: M (m, 0),

$\therefore MN \perp x$ 轴交直线 $y = -\frac{2}{3}x + 2$ 于点 P, 交抛物线 $y = -\frac{4}{3}x^2 + \frac{10}{3}x + 2$ 于点 N,

$$\therefore N (m, -\frac{4}{3}m^2 + \frac{10}{3}m + 2), P (m, -\frac{2}{3}m + 2), \therefore \triangle APM \text{ 相似于 } \triangle BPN,$$



① $\triangle APM \sim \triangle BPN$, 则 $\angle AMP = \angle BNP = 90^\circ$,

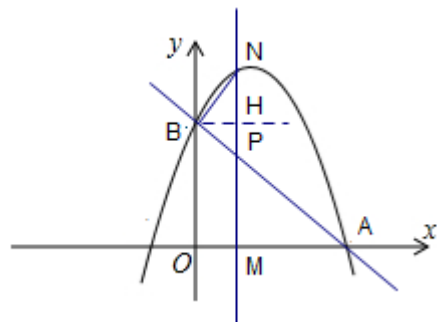
$\therefore BN \parallel y$ 轴, $\therefore B, N$ 的纵坐标相同为 2,

$$\therefore -\frac{4}{3}m^2 + \frac{10}{3}m + 2 = 2, \text{ 解得: } m_1 = 0, m_2 = \frac{5}{2},$$

$\therefore m = 0$ 时, B 与 N 重合, $\triangle BPN$ 不存在.

$$\therefore m = \frac{5}{2}, \text{ 此时 } M (\frac{5}{2}, 0);$$

② $\triangle APM \sim \triangle NPB$, 则 $\angle BNP = \angle MAP$, 过点作 $BH \perp MN$, 则 $H (m, 2)$,



$$\because \angle MAP = \angle BNP, \therefore \tan \angle MAP = \tan \angle BNP,$$

$$\therefore \frac{BH}{NH} = \frac{OB}{OA} = \frac{2}{3},$$

$$\therefore \frac{m}{-\frac{2}{3}m^2 + \frac{10}{3}m + 2} = \frac{2}{3},$$

, 解得: $m_1 = 0$ (舍去), $m_2 = \frac{11}{8}$,

$$\therefore m = \frac{11}{8}, \text{ 此时 } M\left(\frac{11}{8}, 0\right);$$

$$(3) \quad \frac{1}{2} \text{ 或 } -\frac{1}{4} \text{ 或 } -1.$$