

## 2019年甘肃省中考数学试卷

一、选择题：本大题共10小题，每小题3分，共30分，每小只有一个正确选项.

1. (3分) (2019•甘肃) 下列四个图案中，是中心对称图形的是( )



2. (3分) (2019•甘肃) 在0, 2, -3,  $-\frac{1}{2}$  这四个数中，最小的数是( )

- A. 0                      B. 2                      C. -3                      D.  $-\frac{1}{2}$

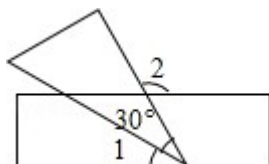
3. (3分) (2019•甘肃) 使得式子  $\frac{x}{\sqrt{4-x}}$  有意义的  $x$  的取值范围是( )

- A.  $x \leq 4$                       B.  $x > 4$                       C.  $x \neq 4$                       D.  $x < 4$

4. (3分) (2019•甘肃) 计算  $(-2a)^2 \cdot a^4$  的结果是( )

- A.  $-4a^6$                       B.  $4a^6$                       C.  $-2a^6$                       D.  $-4a^8$

5. (3分) (2019•甘肃) 如图，将一块含有  $30^\circ$  的直角三角板的顶点放在直尺的一边上，若  $\angle 1 = 48^\circ$ ，那么  $\angle 2$  的度数是( )



- A.  $48^\circ$                       B.  $78^\circ$                       C.  $92^\circ$                       D.  $102^\circ$

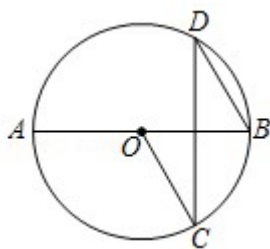
6. (3分) (2019•甘肃) 已知点  $P(m+2, 2m-4)$  在  $x$  轴上，则点  $P$  的坐标是( )

- A. (4,0)                      B. (0,4)                      C. (-4,0)                      D. (0,-4)

7. (3分) (2019•甘肃) 若一元二次方程  $x^2 - 2kx + k^2 = 0$  的一根为  $x = -1$ ，则  $k$  的值为( )

- A. -1                      B. 0                      C. 1 或 -1                      D. 2 或 0

8. (3分) (2019•甘肃) 如图， $AB$  是  $\odot O$  的直径，点  $C$ 、 $D$  是圆上两点，且  $\angle AOC = 126^\circ$ ，则  $\angle CDB =$  ( )



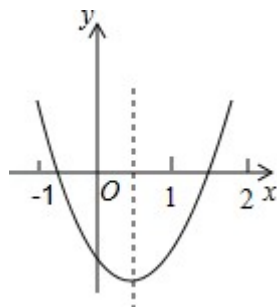
- A.  $54^\circ$                       B.  $64^\circ$                       C.  $27^\circ$                       D.  $37^\circ$

9. (3分) (2019•甘肃) 甲, 乙两个班参加了学校组织的 2019 年“国学小名士”国学知识竞赛选拔赛, 他们成绩的平均数、中位数、方差如下表所示, 规定成绩大于等于 95 分为优异, 则下列说法正确的是( )

|   | 参加人数 | 平均数 | 中位数 | 方差  |
|---|------|-----|-----|-----|
| 甲 | 45   | 94  | 93  | 5.3 |
| 乙 | 45   | 94  | 95  | 4.8 |

- A. 甲、乙两班的平均水平相同  
B. 甲、乙两班竞赛成绩的众数相同  
C. 甲班的成绩比乙班的成绩稳定  
D. 甲班成绩优异的人数比乙班多

10. (3分) (2019•甘肃) 如图是二次函数  $y = ax^2 + bx + c$  的图象, 对于下列说法: ①  $ac > 0$ , ②  $2a + b > 0$ , ③  $4ac < b^2$ , ④  $a + b + c < 0$ , ⑤ 当  $x > 0$  时,  $y$  随  $x$  的增大而减小, 其中正确的是( )



- A. ①②③                      B. ①②④                      C. ②③④                      D. ③④⑤

二、填空题: 本大题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分.

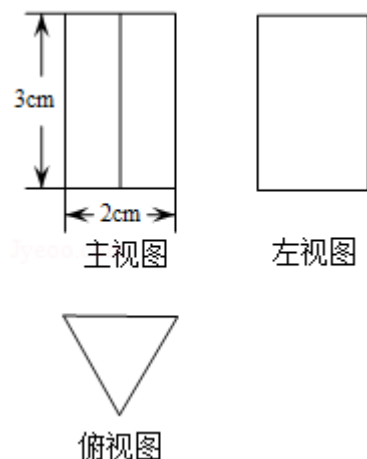
11. (3分) (2019•甘肃) 分解因式:  $x^3y - 4xy = \underline{\hspace{2cm}}$ .

12. (3分) (2019•甘肃) 不等式组  $\begin{cases} 2-x \leq 0 \\ 2x > x-1 \end{cases}$  的最小整数解是\_\_\_\_\_.

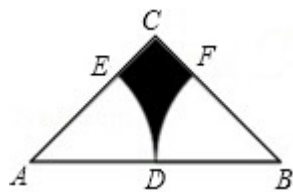
13. (3分) (2019•甘肃) 分式方程  $\frac{3}{x+1} = \frac{5}{x+2}$  的解为\_\_\_\_\_.

14. (3分) (2019•甘肃) 在  $\triangle ABC$  中  $\angle C = 90^\circ$ ,  $\tan A = \frac{\sqrt{3}}{3}$ , 则  $\cos B =$ \_\_\_\_\_.

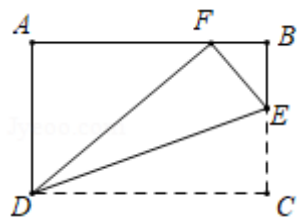
15. (3分) (2019•甘肃) 已知某几何体的三视图如图所示, 其中俯视图为等边三角形, 则该几何体的左视图的面积为\_\_\_\_\_.



16. (3分) (2019•甘肃) 如图, 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $AC = BC = 2$ , 点  $D$  是  $AB$  的中点, 以  $A$ 、 $B$  为圆心,  $AD$ 、 $BD$  长为半径画弧, 分别交  $AC$ 、 $BC$  于点  $E$ 、 $F$ , 则图中阴影部分的面积为\_\_\_\_\_.



17. (3分) (2019•甘肃) 如图, 在矩形  $ABCD$  中,  $AB = 10$ ,  $AD = 6$ ,  $E$  为  $BC$  上一点, 把  $\triangle CDE$  沿  $DE$  折叠, 使点  $C$  落在  $AB$  边上的  $F$  处, 则  $CE$  的长为\_\_\_\_\_.



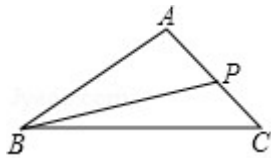
18. (3分) (2019•甘肃) 如图, 每一图中有若干个大小不同的菱形, 第1幅图中有1个菱形, 第2幅图中有3个菱形, 第3幅图中有5个菱形, 如果第 $n$ 幅图中有2019个菱形, 则 $n$  = \_\_\_\_.



三、解答题 (一) 本大共5小题, 共26分. 解答应写出必要的文字说明, 证明过程或演算步骤.

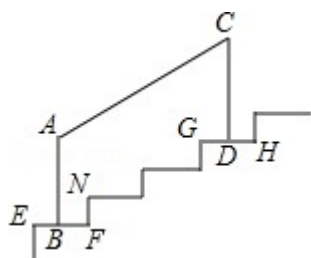
19. (4分) (2019•甘肃) 计算:  $(-\frac{1}{2})^{-2} + (2019 - \pi)^0 - \frac{\sqrt{3}}{3} \tan 60^\circ - |-3|$ .

20. (4分) (2019•甘肃) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 $P$ 是 $AC$ 上一点, 连接 $BP$ , 求作一点 $M$ , 使得点 $M$ 到 $AB$ 和 $AC$ 两边的距离相等, 并且到点 $B$ 和点 $P$ 的距离相等. (不写作法, 保留作图痕迹)



21. (6分) (2019•甘肃) 中国古代人民很早就在生产生活中发现了许多有趣的数学问题, 其中《孙子算经》中有个问题, 原文: 今有三人共车, 二车空; 二人共车, 九人步, 问人与车各几何? 译文为: 今有若干人乘车, 每3人共乘一车, 最终剩余2辆车, 若每2人共乘一车, 最终剩余9个人无车可乘, 问共有多少人, 多少辆车?

22. (6分) (2019•甘肃) 为了保证人们上下楼的安全, 楼梯踏步的宽度和高度都要加以限制. 中小学楼梯宽度的范围是 $260\text{mm} \sim 300\text{mm}$  (含 $300\text{mm}$ ), 高度的范围是 $120\text{mm} \sim 150\text{mm}$  (含 $150\text{mm}$ ). 如图是某中学的楼梯扶手的截面示意图, 测量结果如下:  $AB$ ,  $CD$ 分别垂直平分踏步 $EF$ ,  $GH$ , 各踏步互相平行,  $AB = CD$ ,  $AC = 900\text{mm}$ ,  $\angle ACD = 65^\circ$ , 试问该中学楼梯踏步的宽度和高度是否符合规定. (结果精确到 $1\text{mm}$ , 参考数据:  $\sin 65^\circ \approx 0.906$ ,  $\cos 65^\circ \approx 0.423$ )



23. (6分) (2019•甘肃) 在甲乙两个不透明的口袋中, 分别有大小、材质完全相同的小球, 其中甲口袋中的小球上分别标有数字 1, 2, 3, 4, 乙口袋中的小球上分别标有数字 2, 3, 4, 先从甲袋中任意摸出一个小球, 记下数字为  $m$ , 再从乙袋中摸出一个小球, 记下数字为  $n$ .

(1) 请用列表或画树状图的方法表示出所有  $(m, n)$  可能的结果;

(2) 若  $m, n$  都是方程  $x^2 - 5x + 6 = 0$  的解时, 则小明获胜; 若  $m, n$  都不是方程  $x^2 - 5x + 6 = 0$  的解时, 则小利获胜, 问他们两人谁获胜的概率大?

**四、解答题(二): 本大题共 5 小题, 共 40 分解答应写出必要的文字说明, 证明过程或演算步骤**

24. (7分) (2019•甘肃) 良好的饮食对学生的身体、智力发育和健康起到了极其重要的作用, 荤菜中蛋白质、钙、磷及脂溶性维生素优于素食, 而素食中不饱和脂肪酸、维生素和纤维素又优于荤食, 只有荤食与素食适当搭配, 才能强化初中生的身体素质. 某校为了了解学生的体质健康状况, 以便食堂为学生提供合理膳食, 对本校七年级、八年级学生的体质健康状况进行了调查, 过程如下:

收集数据:

从七、八年级两个年级中各抽取 15 名学生, 进行了体质健康测试, 测试成绩(百分制)如下:

七年级: 74 81 75 76 70 75 75 79 81 70 74 80 91 69 82

八年级: 81 94 83 77 83 80 81 70 81 73 78 82 80 70 50

整理数据:

| 年级  | $x < 60$ | $60 \leq x < 80$ | $80 \leq x < 90$ | $90 \leq x \leq 100$ |
|-----|----------|------------------|------------------|----------------------|
| 七年级 | 0        | 10               | 4                | 1                    |
| 八年级 | 1        | 5                | 8                | 1                    |

(说明: 90 分及以上为优秀, 80 ~ 90 分(不含 90 分)为良好, 60 ~ 80 分(不含 80 分)为及格, 60 分以下为不及格)

分析数据:

| 年级  | 平均数   | 中位数 | 众数    |
|-----|-------|-----|-------|
| 七年级 | _____ | 75  | 75    |
| 八年级 | 77.5  | 80  | _____ |

得出结论:

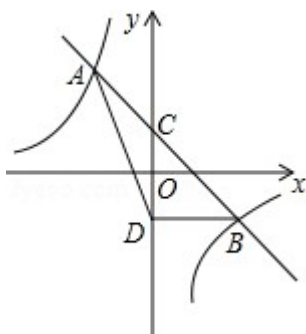
- (1) 根据上述数据, 将表格补充完整;
- (2) 可以推断出\_\_\_\_\_年级学生的体质健康状况更好一些, 并说明理由;
- (3) 若七年级共有 300 名学生, 请估计七年级体质健康成绩优秀的学生人数.

25. (7分) (2019•甘肃) 如图, 一次函数  $y = kx + b$  的图象与反比例函数  $y = \frac{m}{x}$  的图象相

交于  $A(-1, n)$ 、 $B(2, -1)$  两点, 与  $y$  轴相交于点  $C$ .

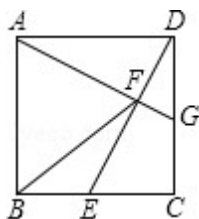
- (1) 求一次函数与反比例函数的解析式;
- (2) 若点  $D$  与点  $C$  关于  $x$  轴对称, 求  $\triangle ABD$  的面积;
- (3) 若  $M(x_1, y_1)$ 、 $N(x_2, y_2)$  是反比例函数  $y = \frac{m}{x}$  上的两点, 当  $x_1 < x_2 < 0$  时, 比较  $y_2$  与

$y_1$  的大小关系.



26. (8分) (2019•甘肃) 如图, 在正方形  $ABCD$  中, 点  $E$  是  $BC$  的中点, 连接  $DE$ , 过点  $A$  作  $AG \perp ED$  交  $DE$  于点  $F$ , 交  $CD$  于点  $G$ .

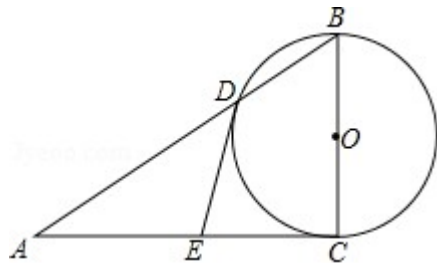
- (1) 证明:  $\triangle ADG \cong \triangle DCE$ ;
- (2) 连接  $BF$ , 证明:  $AB = FB$ .



27. (8分) (2019•甘肃) 如图, 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ$ , 以  $BC$  为直径的  $\odot O$  交  $AB$  于点  $D$ , 切线  $DE$  交  $AC$  于点  $E$ .

(1) 求证:  $\angle A = \angle ADE$ ;

(2) 若  $AD = 8$ ,  $DE = 5$ , 求  $BC$  的长.

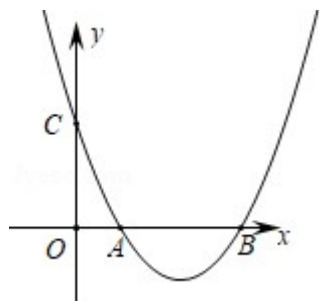


28. (10分) (2019•甘肃) 如图, 已知二次函数  $y = x^2 + bx + c$  的图象与  $x$  轴交于点  $A(1,0)$ 、 $B(3,0)$ , 与  $y$  轴交于点  $C$ .

(1) 求二次函数的解析式;

(2) 若点  $P$  为抛物线上的一点, 点  $F$  为对称轴上的一点, 且以点  $A$ 、 $B$ 、 $P$ 、 $F$  为顶点的四边形为平行四边形, 求点  $P$  的坐标;

(3) 点  $E$  是二次函数第四象限图象上一点, 过点  $E$  作  $x$  轴的垂线, 交直线  $BC$  于点  $D$ , 求四边形  $AEBD$  面积的最大值及此时点  $E$  的坐标.



## 2019 年甘肃省中考数学试卷

### 参考答案与试题解析

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分，每小只有一个正确选项.

1. (3 分) 下列四个图案中，是中心对称图形的是( )



【考点】R5：中心对称图形

【专题】558：平移、旋转与对称

【分析】根据中心对称图形的概念对各选项分析判断即可得解.

【解答】解：A. 此图案是中心对称图形，符合题意；

B. 此图案不是中心对称图形，不合题意；

C. 此图案不是中心对称图形，不合题意；

D. 此图案不是中心对称图形，不合题意；

故选：A.

【点评】本题考查了中心对称图形的概念，中心对称图形是要寻找对称中心，旋转 180 度后两部分重合.

2. (3 分) 在 0, 2, -3,  $-\frac{1}{2}$  这四个数中，最小的数是( )

A. 0

B. 2

C. -3

D.  $-\frac{1}{2}$

【考点】18：有理数大小比较

【专题】511：实数

【分析】正实数都大于 0，负实数都小于 0，正实数大于一切负实数，两个负实数绝对值大的反而小，据此判断即可.

【解答】解：根据实数比较大小的方法，可得

$$-3 < -\frac{1}{2} < 0 < 2,$$

所以最小的数是 -3.

故选：C.



【点评】此题主要考查了实数大小比较的方法, 要熟练掌握, 解答此题的关键是要明确: 正实数  $> 0 >$  负实数, 两个负实数绝对值大的反而小.

3. (3分) 使得式子  $\frac{x}{\sqrt{4-x}}$  有意义的  $x$  的取值范围是( )

- A.  $x \leq 4$                       B.  $x > 4$                       C.  $x \neq 4$                       D.  $x < 4$

【考点】72: 二次根式有意义的条件

【专题】514: 二次根式

【分析】直接利用二次根式有意义的条件分析得出答案.

【解答】解: 使得式子  $\frac{x}{\sqrt{4-x}}$  有意义, 则:  $4-x > 0$ ,

解得:  $x < 4$ ,

即  $x$  的取值范围是:  $x < 4$ .

故选: D.

【点评】此题主要考查了二次根式有意义的条件, 正确把握定义是解题关键.

4. (3分) 计算  $(-2a)^2 \cdot a^4$  的结果是( )

- A.  $-4a^6$                       B.  $4a^6$                       C.  $-2a^6$                       D.  $-4a^8$

【考点】49: 单项式乘单项式; 47: 幂的乘方与积的乘方

【专题】512: 整式

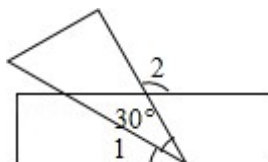
【分析】直接利用积的乘方运算法则化简, 再利用同底数幂的乘法运算法则计算得出答案.

【解答】解:  $(-2a)^2 \cdot a^4 = 4a^2 \cdot a^4 = 4a^6$ .

故选: B.

【点评】此题主要考查了积的乘方运算以及同底数幂的乘法运算, 正确掌握相关运算法则是解题关键.

5. (3分) 如图, 将一块含有  $30^\circ$  的直角三角板的顶点放在直尺的一边上, 若  $\angle 1 = 48^\circ$ , 那么  $\angle 2$  的度数是( )



- A.  $48^\circ$                       B.  $78^\circ$                       C.  $92^\circ$                       D.  $102^\circ$

【考点】JA: 平行线的性质

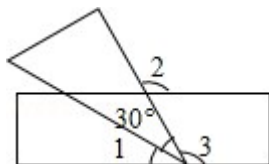
【专题】551: 线段、角、相交线与平行线

【分析】直接利用已知角的度数结合平行线的性质得出答案.

【解答】解:  $\because$  将一块含有  $30^\circ$  的直角三角板的顶点放在直尺的一边上,  $\angle 1 = 48^\circ$ ,

$$\therefore \angle 2 = \angle 3 = 180^\circ - 48^\circ - 30^\circ = 102^\circ.$$

故选: D.



【点评】此题主要考查了平行线的性质, 正确得出  $\angle 3$  的度数是解题关键.

6. (3 分) 已知点  $P(m+2, 2m-4)$  在  $x$  轴上, 则点  $P$  的坐标是( )

- A. (4,0)                      B. (0,4)                      C. (-4,0)                      D. (0,-4)

【考点】D1: 点的坐标

【专题】531: 平面直角坐标系

【分析】直接利用关于  $x$  轴上点的坐标特点得出  $m$  的值, 进而得出答案.

【解答】解:  $\because$  点  $P(m+2, 2m-4)$  在  $x$  轴上,

$$\therefore 2m-4=0,$$

$$\text{解得: } m=2,$$

$$\therefore m+2=4,$$

则点  $P$  的坐标是: (4,0).

故选: A.

【点评】此题主要考查了点的坐标, 正确得出  $m$  的值是解题关键.

7. (3 分) 若一元二次方程  $x^2 - 2kx + k^2 = 0$  的一根为  $x = -1$ , 则  $k$  的值为( )

- A. -1                      B. 0                      C. 1 或 -1                      D. 2 或 0

【考点】A3: 一元二次方程的解

【专题】11: 计算题; 521: 一次方程(组)及应用

【分析】把  $x = -1$  代入方程计算即可求出  $k$  的值.

【解答】解: 把  $x = -1$  代入方程得:  $1 + 2k + k^2 = 0$ ,

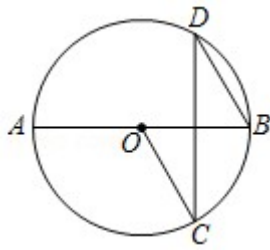
$$\text{解得: } k = -1,$$

故选: A.

【点评】此题考查了一元二次方程的解, 方程的解即为能使方程左右两边相等的未知数的值.

8. (3 分) 如图,  $AB$  是  $\odot O$  的直径, 点  $C$ 、 $D$  是圆上两点, 且  $\angle AOC = 126^\circ$ , 则

$\angle CDB = ( \quad )$



A.  $54^\circ$

B.  $64^\circ$

C.  $27^\circ$

D.  $37^\circ$

【考点】M4：圆心角、弧、弦的关系；M5：圆周角定理

【专题】559：圆的有关概念及性质

【分析】由  $\angle AOC = 126^\circ$ ，可求得  $\angle BOC$  的度数，然后由圆周角定理，求得  $\angle CDB$  的度数.

【解答】解： $\because \angle AOC = 126^\circ$ ，

$\therefore \angle BOC = 180^\circ - \angle AOC = 54^\circ$ ，

$\therefore \angle CDB = \frac{1}{2} \angle BOC = 27^\circ$ .

故选：C.

【点评】此题考查了圆周角定理. 注意在同圆或等圆中，同弧或等弧所对的圆周角相等，都等于这条弧所对的圆心角的一半.

9. (3分) 甲、乙两个班参加了学校组织的 2019 年“国学小名士”国学知识竞赛选拔赛，他们成绩的平均数、中位数、方差如下表所示，规定成绩大于等于 95 分为优异，则下列说法正确的是( )

|   | 参加人数 | 平均数 | 中位数 | 方差  |
|---|------|-----|-----|-----|
| 甲 | 45   | 94  | 93  | 5.3 |
| 乙 | 45   | 94  | 95  | 4.8 |

A. 甲、乙两班的平均水平相同

B. 甲、乙两班竞赛成绩的众数相同

C. 甲班的成绩比乙班的成绩稳定

D. 甲班成绩优异的人数比乙班多

【考点】W5：众数；W1：算术平均数；W4：中位数；W7：方差

【专题】542：统计的应用

【分析】由两个班的平均数相同得出选项 A 正确；由众数的定义得出选项 B 不正确；由方差的性质得出选项 C 不正确；由两个班的中位数得出选项 D 不正确；即可得出结论.

【解答】解:  $A$ 、甲、乙两班的平均水平相同; 正确;

$B$ 、甲、乙两班竞赛成绩的众数相同; 不正确;

$C$ 、甲班的成绩比乙班的成绩稳定; 不正确;

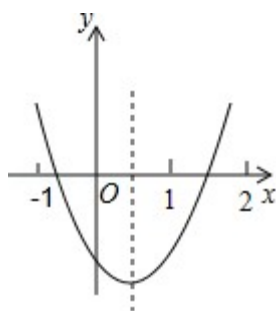
$D$ 、甲班成绩优异的人数比乙班多; 不正确;

故选:  $A$ .

【点评】本题考查了平均数, 众数, 中位数, 方差; 正确的理解题意是解题的关键.

10. (3分) 如图是二次函数  $y = ax^2 + bx + c$  的图象, 对于下列说法: ①  $ac > 0$ , ②

$2a + b > 0$ , ③  $4ac < b^2$ , ④  $a + b + c < 0$ , ⑤当  $x > 0$  时,  $y$  随  $x$  的增大而减小, 其中正确的是( )



A. ①②③

B. ①②④

C. ②③④

D. ③④⑤

【考点】H4: 二次函数图象与系数的关系

【专题】535: 二次函数图象及其性质

【分析】根据二次函数的图象与性质即可求出答案.

【解答】解: ①由图象可知:  $a > 0$ ,  $c < 0$ ,

$\therefore ac < 0$ , 故①错误;

②由于对称轴可知:  $-\frac{b}{2a} < 1$ ,

$\therefore 2a + b > 0$ , 故②正确;

③由于抛物线与  $x$  轴有两个交点,

$\therefore \Delta = b^2 - 4ac > 0$ , 故③正确;

④由图象可知:  $x = 1$  时,  $y = a + b + c < 0$ ,

故④正确;

⑤当  $x > -\frac{b}{2a}$  时,  $y$  随着  $x$  的增大而增大, 故⑤错误;

故选:  $C$ .

【点评】本题考查二次函数, 解题的关键是熟练运用二次函数的图象与性质, 本题属于基础题型.

二、填空题: 本大题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分.

11. (3 分) 分解因式:  $x^3y - 4xy = \underline{xy(x+2)(x-2)}$ .

【考点】55: 提公因式法与公式法的综合运用

【分析】先提取公因式  $xy$ , 再利用平方差公式对因式  $x^2 - 4$  进行分解.

【解答】解:  $x^3y - 4xy$ ,

$$= xy(x^2 - 4),$$

$$= xy(x+2)(x-2).$$

【点评】本题是考查学生对分解因式的掌握情况. 因式分解有两步, 第一步提取公因式  $xy$ , 第二步再利用平方差公式对因式  $x^2 - 4$  进行分解, 得到结果  $xy(x+2)(x-2)$ , 在作答试题时, 许多学生分解不到位, 提取公因式不完全, 或者只提取了公因式.

12. (3 分) 不等式组  $\begin{cases} 2-x \leq 0 \\ 2x > x-1 \end{cases}$  的最小整数解是 0.

【考点】CC: 一元一次不等式组的整数解

【专题】524: 一元一次不等式 (组) 及应用; 11: 计算题

【分析】求出不等式组的解集, 确定出最小整数解即可.

【解答】解: 不等式组整理得:  $\begin{cases} x \geq 2 \\ x > -1 \end{cases}$ ,

$\therefore$  不等式组的解集为  $-1 < x \leq 2$ ,

则最小的整数解为 0,

故答案为: 0

【点评】此题考查了一元一次不等式组的整数解, 熟练掌握运算法则是解本题的关键.

13. (3 分) 分式方程  $\frac{3}{x+1} = \frac{5}{x+2}$  的解为  $\frac{1}{2}$ .

【考点】B3: 解分式方程

【专题】11: 计算题; 522: 分式方程及应用

【分析】分式方程去分母转化为整式方程, 求出整式方程的解得到  $x$  的值, 经检验即可得到

分式方程的解.

【解答】解: 去分母得:  $3x + 6 = 5x + 5$ ,

解得:  $x = \frac{1}{2}$ ,

经检验  $x = \frac{1}{2}$  是分式方程的解.

故答案为:  $\frac{1}{2}$ .

【点评】此题考查了解分式方程, 利用了转化的思想, 解分式方程注意要检验.

14. (3 分) 在  $\triangle ABC$  中  $\angle C = 90^\circ$ ,  $\tan A = \frac{\sqrt{3}}{3}$ , 则  $\cos B = \underline{\frac{1}{2}}$ .

【考点】T5: 特殊角的三角函数值

【专题】11: 计算题

【分析】本题可以利用锐角三角函数的定义求解, 也可以利用互为余角的三角函数关系式求解.

【解答】解: 利用三角函数的定义及勾股定理求解.

$\therefore$  在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $\tan A = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ,

设  $a = \sqrt{3}x$ ,  $b = 3x$ , 则  $c = 2\sqrt{3}x$ ,

$\therefore \cos B = \frac{a}{c} = \frac{1}{2}$ .

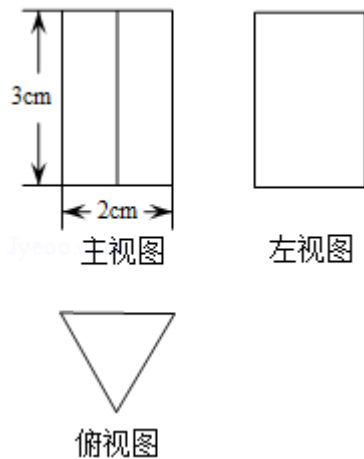
故答案为:  $\frac{1}{2}$ .

【点评】此题考查的知识点是特殊角的三角函数值, 关键明确求锐角的三角函数值的方法:

利用锐角三角函数的定义, 通过设参数的方法求三角函数值, 或者利用同角 (或余角) 的三角函数关系式求三角函数值.

15. (3 分) 已知某几何体的三视图如图所示, 其中俯视图为等边三角形, 则该几何体的

左视图的面积为  $\underline{(18 + 2\sqrt{3})\text{cm}^2}$ .



【考点】U2：简单组合体的三视图；U3：由三视图判断几何体

【专题】55F：投影与视图

【分析】由三视图想象几何体的形状，首先，应分别根据主视图、俯视图和左视图想象几何体的前面、上面和左侧面的形状，然后综合起来考虑整体形状．

【解答】解：该几何体是一个三棱柱，底面等边三角形边长为  $2cm$ ，高为  $\sqrt{3}cm$ ，三棱柱的

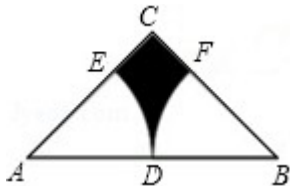
高为 3，所以，其表面积为  $3 \times 2 \times 3 + 2 \times \frac{1}{2} \times 2 \times \sqrt{3} = 18 + 2\sqrt{3}(cm^2)$ ．

故答案为  $(18 + 2\sqrt{3})cm^2$ ．

【点评】本题考查了三视图，三视图是中考经常考查的知识内容，难度不大，但要求对三视图画法规则要熟练掌握，对常见几何体的三视图要熟悉．

16. (3 分) 如图，在  $Rt\triangle ABC$  中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = BC = 2$ ，点  $D$  是  $AB$  的中点，以  $A$ 、 $B$  为圆心， $AD$ 、 $BD$  长为半径画弧，分别交  $AC$ 、 $BC$  于点  $E$ 、 $F$ ，则图中阴影部分的面积

为  $2 - \frac{\pi}{4}$ ．



【考点】KW：等腰直角三角形；MO：扇形面积的计算

【专题】55C：与圆有关的计算

【分析】根据  $S_{\text{阴}} = S_{\triangle ABC} - 2 \cdot S_{\text{扇形}ADE}$ , 计算即可.

【解答】解: 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\because \angle ACB = 90^\circ$ ,  $CA = CB = 2$ ,

$$\therefore AB = 2\sqrt{2}, \quad \angle A = \angle B = 45^\circ,$$

$\therefore D$  是  $AB$  的中点,

$$\therefore AD = DB = \sqrt{2},$$

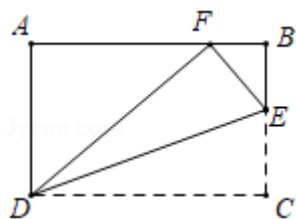
$$\therefore S_{\text{阴}} = S_{\triangle ABC} - 2 \cdot S_{\text{扇形}ADE} = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 - 2 \times \frac{45 \cdot \pi \cdot (\sqrt{2})^2}{360} = 2 - \frac{\pi}{4},$$

故答案为:  $2 - \frac{\pi}{4}$

【点评】本题考查扇形的面积, 等腰直角三角形的性质等知识, 解题的关键是学会用分割法求面积, 属于中考常考题型.

17. (3 分) 如图, 在矩形  $ABCD$  中,  $AB = 10$ ,  $AD = 6$ ,  $E$  为  $BC$  上一点, 把  $\triangle CDE$  沿

$DE$  折叠, 使点  $C$  落在  $AB$  边上的  $F$  处, 则  $CE$  的长为  $\frac{10}{3}$ .



【考点】 $LB$ : 矩形的性质;  $PB$ : 翻折变换 (折叠问题)

【分析】设  $CE = x$ , 则  $BE = 6 - x$  由折叠性质可知,  $EF = CE = x$ ,  $DF = CD = AB = 10$ , 所以  $AF = 8$ ,  $BF = AB - AF = 10 - 8 = 2$ , 在  $\text{Rt}\triangle BEF$  中,  $BE^2 + BF^2 = EF^2$ , 即

$$(6 - x)^2 + 2^2 = x^2, \quad \text{解得 } x = \frac{10}{3}.$$

【解答】解: 设  $CE = x$ , 则  $BE = 6 - x$  由折叠性质可知,  $EF = CE = x$ ,  $DF = CD = AB = 10$ , 在  $\text{Rt}\triangle DAF$  中,  $AD = 6$ ,  $DF = 10$ ,

$$\therefore AF = 8,$$

$$\therefore BF = AB - AF = 10 - 8 = 2,$$

在  $\text{Rt}\triangle BEF$  中,  $BE^2 + BF^2 = EF^2$ ,



即  $(6-x)^2 + 2^2 = x^2$ ,

解得  $x = \frac{10}{3}$ ,

故答案为  $\frac{10}{3}$ .

【点评】本题考查了矩形, 熟练掌握矩形的性质以及勾股定理是解题的关键.

18. (3 分) 如图, 每一图中有若干个大小不同的菱形, 第 1 幅图中有 1 个菱形, 第 2 幅图中有 3 个菱形, 第 3 幅图中有 5 个菱形, 如果第  $n$  幅图中有 2019 个菱形, 则  $n = \underline{1010}$



【考点】38: 规律型: 图形的变化类

【专题】2A: 规律型

【分析】根据题意分析可得: 第 1 幅图中有 1 个, 第 2 幅图中有  $2 \times 2 - 1 = 3$  个, 第 3 幅图中有  $2 \times 3 - 1 = 5$  个,  $\dots$ , 可以发现, 每个图形都比前一个图形多 2 个, 继而即可得出答案.

【解答】解: 根据题意分析可得: 第 1 幅图中有 1 个.

第 2 幅图中有  $2 \times 2 - 1 = 3$  个.

第 3 幅图中有  $2 \times 3 - 1 = 5$  个.

第 4 幅图中有  $2 \times 4 - 1 = 7$  个.

$\dots$ .

可以发现, 每个图形都比前一个图形多 2 个.

故第  $n$  幅图中共有  $(2n-1)$  个.

当图中有 2019 个菱形时,

$$2n-1=2019,$$

$$n=1010,$$

故答案为: 1010.

【点评】本题考查规律型中的图形变化问题, 难度适中, 要求学生通过观察, 分析、归纳并发现其中的规律.

三、解答题 (一) 本大共 5 小题, 共 26 分. 解答应写出必要的文字说明, 证明过程或演算步骤.

19. (4分) 计算:  $(-\frac{1}{2})^{-2} + (2019 - \pi)^0 - \frac{\sqrt{3}}{3} \tan 60^\circ - |-3|$ .

【考点】6F: 负整数指数幂; 2C: 实数的运算; 6E: 零指数幂; T5: 特殊角的三角函数值

【专题】11: 计算题; 511: 实数

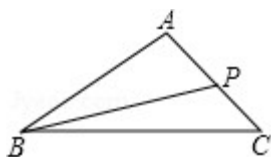
【分析】本题涉及零指数幂、负整数指数幂、绝对值、特殊角的三角函数值等4个考点. 在计算时, 需要针对每个考点分别进行计算, 然后根据实数的运算法则求得计算结果.

【解答】解: 原式  $= 4 + 1 - \frac{\sqrt{3}}{3} \times \sqrt{3} - 3$ ,

$= 1$ .

【点评】此题主要考查了实数运算, 正确化简各数是解题关键.

20. (4分) 如图, 在  $\triangle ABC$  中, 点  $P$  是  $AC$  上一点, 连接  $BP$ , 求作一点  $M$ , 使得点  $M$  到  $AB$  和  $AC$  两边的距离相等, 并且到点  $B$  和点  $P$  的距离相等. (不写作法, 保留作图痕迹)

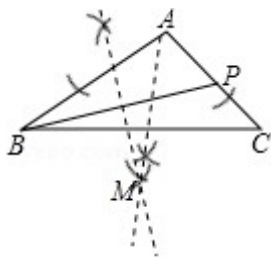


【考点】KG: 线段垂直平分线的性质; N3: 作图—复杂作图; KF: 角平分线的性质

【专题】13: 作图题

【分析】根据角平分线的作法、线段垂直平分线的作法作图即可.

【解答】解: 如图, 点  $M$  即为所求,



【点评】本题考查的是复杂作图、角平分线的性质、线段垂直平分线的性质, 掌握基本尺规作图的一般步骤是解题的关键.

21. (6分) 中国古代人民很早就在生产生活中发现了许多有趣的数学问题, 其中《孙子算经》中有个问题, 原文: 今有三人共车, 二车空; 二人共车, 九人步, 问人与车各几何? 译文为: 今有若干人乘车, 每3人共乘一车, 最终剩余2辆车, 若每2人共乘一车, 最终

剩余 9 个人无车可乘, 问共有多少人, 多少辆车?

【考点】8A: 一元一次方程的应用

【专题】521: 一次方程 (组) 及应用; 12: 应用题

【分析】设共有  $x$  人, 根据题意列出方程, 求出方程的解即可得到结果.

【解答】解: 设共有  $x$  人,

$$\text{根据题意得: } \frac{x}{3} + 2 = \frac{x-9}{2},$$

$$\text{去分母得: } 2x + 12 = 3x - 27,$$

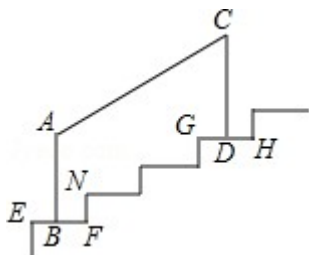
$$\text{解得: } x = 39,$$

$$\therefore \frac{39-9}{2} = 15,$$

则共有 39 人, 15 辆车.

【点评】此题考查了一元一次方程的应用, 弄清题意是解本题的关键.

22. (6 分) 为了保证人们上下楼的安全, 楼梯踏步的宽度和高度都要加以限制. 中小学楼梯宽度的范围是  $260\text{mm} \sim 300\text{mm}$  含  $(300\text{mm})$ , 高度的范围是  $120\text{mm} \sim 150\text{mm}$  (含  $150\text{mm}$ ). 如图是某中学的楼梯扶手的截面示意图, 测量结果如下:  $AB$ ,  $CD$  分别垂直平分踏步  $EF$ ,  $GH$ , 各踏步互相平行,  $AB = CD$ ,  $AC = 900\text{mm}$ ,  $\angle ACD = 65^\circ$ , 试问该中学楼梯踏步的宽度和高度是否符合规定. (结果精确到  $1\text{mm}$ , 参考数据:  $\sin 65^\circ \approx 0.906$ ,  $\cos 65^\circ \approx 0.423$ )



【考点】T9: 解直角三角形的应用 - 坡度坡角问题; KG: 线段垂直平分线的性质

【专题】55E: 解直角三角形及其应用

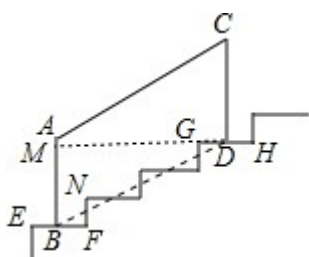
【分析】根据题意, 作出合适的辅助线, 然后根据锐角三角函数即可求得  $BM$  和  $DM$  的长, 然后计算出该中学楼梯踏步的宽度和高度, 再与规定的比较大小, 即可解答本题.

【解答】解: 连接  $BD$ , 作  $DM \perp AB$  于点  $M$ ,

$\because AB = CD$ ,  $AB$ ,  $CD$  分别垂直平分踏步  $EF$ ,  $GH$ ,

$\therefore AB \parallel CD$ ,  $AB = CD$ ,

$\therefore$  四边形  $ABCD$  是平行四边形,  
 $\therefore \angle C = \angle ABD$ ,  $AC = BD$ ,  
 $\because \angle C = 65^\circ$ ,  $AC = 900$ ,  
 $\therefore \angle ABD = 65^\circ$ ,  $BD = 900$ ,  
 $\therefore BM = BD \cos 65^\circ = 900 \times 0.423 \approx 381$ ,  $DM = BD \sin 65^\circ = 900 \times 0.906 \approx 815$ ,  
 $\because 381 \div 3 = 127$ ,  $120 < 127 < 150$ ,  
 $\therefore$  该中学楼梯踏步的高度符合规定,  
 $\because 815 \div 3 \approx 272$ ,  $260 < 272 < 300$ ,  
 $\therefore$  该中学楼梯踏步的宽度符合规定,  
 由上可得, 该中学楼梯踏步的宽度和高度都符合规定.



**【点评】** 本题考查解直角三角形的应用, 解答本题的关键是明确题意, 利用锐角三角函数和数形结合的思想解答.

23. (6分) 在甲乙两个不透明的口袋中, 分别有大小、材质完全相同的小球, 其中甲口袋中的小球上分别标有数字 1, 2, 3, 4, 乙口袋中的小球上分别标有数字 2, 3, 4, 先从甲袋中任意摸出一个小球, 记下数字为  $m$ , 再从乙袋中摸出一个小球, 记下数字为  $n$ .

(1) 请用列表或画树状图的方法表示出所有  $(m, n)$  可能的结果;

(2) 若  $m$ ,  $n$  都是方程  $x^2 - 5x + 6 = 0$  的解时, 则小明获胜; 若  $m$ ,  $n$  都不是方程  $x^2 - 5x + 6 = 0$  的解时, 则小利获胜, 问他们两人谁获胜的概率大?

**【考点】** X6: 列表法与树状图法; A8: 解一元二次方程-因式分解法

**【专题】** 543: 概率及其应用

**【分析】** (1) 首先根据题意画出树状图, 然后由树状图可得所有可能的结果;

(2) 画树状图展示所有 6 种等可能的结果数, 再找出数字之积能被 2 整除的结果数, 然后根据概率公式求解.

**【解答】** 解: (1) 树状图如图所示:

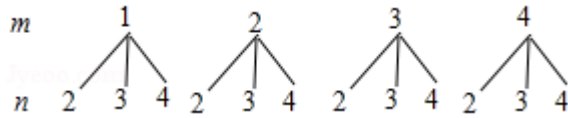
(2)  $\because m$ ,  $n$  都是方程  $x^2 - 5x + 6 = 0$  的解,

$\therefore m = 2$ ,  $n = 3$ , 或  $m = 3$ ,  $n = 2$ ,

由树状图得: 共有 12 个等可能的结果,  $m$ ,  $n$  都是方程  $x^2 - 5x + 6 = 0$  的解的结果有 2 个,  
 $m$ ,  $n$  都不是方程  $x^2 - 5x + 6 = 0$  的解的结果有 2 个,

小明获胜的概率为  $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$ , 小利获胜的概率为  $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$ ,

$\therefore$  小明、小利获胜的概率一样大.



**【点评】** 本题考查了列表法与树状图法、一元二次方程的解法以及概率公式; 画出树状图是解题的关键.

#### 四、解答题 (二): 本大题共 5 小题, 共 40 分解答应写出必要的文字说明, 证明过程或演算步骤

24. (7 分) 良好的饮食对学生的身体、智力发育和健康起到了极其重要的作用, 荤菜中蛋白质、钙、磷及脂溶性维生素优于素食, 而素食中不饱和脂肪酸、维生素和纤维素又优于荤食, 只有荤食与素食适当搭配, 才能强化初中生的身体素质. 某校为了了解学生的体质健康状况, 以便食堂为学生提供合理膳食, 对本校七年级、八年级学生的体质健康状况进行了调查, 过程如下:

收集数据:

从七、八年级两个年级中各抽取 15 名学生, 进行了体质健康测试, 测试成绩 (百分制) 如下:

七年级: 74 81 75 76 70 75 75 79 81 70 74 80 91 69 82

八年级: 81 94 83 77 83 80 81 70 81 73 78 82 80 70 50

整理数据:

| 年级  | $x < 60$ | $60 \leq x < 80$ | $80 \leq x < 90$ | $90 \leq x \leq 100$ |
|-----|----------|------------------|------------------|----------------------|
| 七年级 | 0        | 10               | 4                | 1                    |
| 八年级 | 1        | 5                | 8                | 1                    |

(说明: 90 分及以上为优秀, 80~90 分 (不含 90 分) 为良好, 60~80 分 (不含 80 分)

为及格, 60 分以下为不及格)

分析数据:

| 年级  | 平均数  | 中位数 | 众数 |
|-----|------|-----|----|
| 七年级 | 76.8 | 75  | 75 |
| 八年级 | 77.5 | 80  | —— |

得出结论:

- (1) 根据上述数据, 将表格补充完整;
- (2) 可以推断出\_\_\_\_年级学生的体质健康状况更好一些, 并说明理由;
- (3) 若七年级共有 300 名学生, 请估计七年级体质健康成绩优秀的学生人数.

**【考点】**W1: 算术平均数; V5: 用样本估计总体; W4: 中位数; V7: 频数 (率) 分布表;  
W5: 众数

**【专题】**542: 统计的应用

**【分析】**(1) 由平均数和众数的定义即可得出结果;

(2) 从平均数、中位数以及众数的角度分析, 即可得到哪个年级学生的体质健康情况更好一些;

(3) 由七年级总人数乘以优秀人数所占比例, 即可得出结果.

**【解 答】** 解 : ( 1 ) 七 年 级 的 平 均 数 为

$$\frac{1}{15}(74+81+75+76+70+75+75+79+81+70+74+80+91+69+82)=76.8,$$

八年级的众数为 81;

故答案为: 76.8; 81;

(2) 八年级学生的体质健康状况更好一些; 理由如下:

八年级学生的平均数、中位数以及众数均高于七年级, 说明八年级学生的体质健康情况更好一些;

故答案为: 八;

(3) 若七年级共有 300 名学生, 则七年级体质健康成绩优秀的学生人数  $= 300 \times \frac{1}{15} = 20$

(人).

**【点评】**本题主要考查了统计表, 众数, 中位数以及方差的综合运用, 利用统计图获取信息时, 必须认真观察、分析、研究统计图, 才能作出正确的判断和解决问题. 求一组数据的众数的方法: 找出频数最多的那个数据, 若几个数据频数都是最多且相同, 此时众数就是这多个数据.

25. (7 分) 如图, 一次函数  $y = kx + b$  的图象与反比例函数  $y = \frac{m}{x}$  的图象相交于  $A(-1, n)$ 、

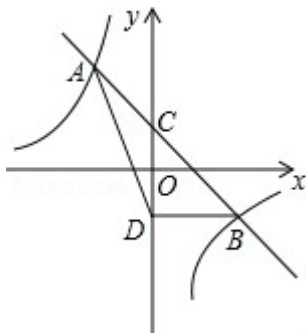
$B(2, -1)$  两点, 与  $y$  轴相交于点  $C$ .

(1) 求一次函数与反比例函数的解析式;

(2) 若点  $D$  与点  $C$  关于  $x$  轴对称, 求  $\triangle ABD$  的面积;

(3) 若  $M(x_1, y_1)$ 、 $N(x_2, y_2)$  是反比例函数  $y = \frac{m}{x}$  上的两点, 当  $x_1 < x_2 < 0$  时, 比较  $y_2$  与

$y_1$  的大小关系.



**【考点】** G8: 反比例函数与一次函数的交点问题

**【专题】** 534: 反比例函数及其应用

**【分析】** (1) 利用待定系数法即可解决问题.

(2) 根据对称性求出点  $D$  坐标, 发现  $BD \parallel x$  轴, 利用三角形的面积公式计算即可.

(3) 利用反比例函数的增减性解决问题即可.

**【解答】** 解: (1)  $\because$  反比例函数  $y = \frac{m}{x}$  经过点  $B(2, -1)$ ,

$$\therefore m = -2,$$

$$\because \text{点 } A(-1, n) \text{ 在 } y = \frac{-2}{x} \text{ 上,}$$

$$\therefore n = 2,$$

$$\therefore A(-1, 2),$$

$$\text{把 } A, B \text{ 坐标代入 } y = kx + b, \text{ 则有 } \begin{cases} -k + b = 2 \\ 2k + b = -1 \end{cases},$$

$$\text{解得 } \begin{cases} k = -1 \\ b = 1 \end{cases},$$

$$\therefore \text{一次函数的解析式为 } y = -x + 1, \text{ 反比例函数的解析式为 } y = -\frac{2}{x}.$$

(2)  $\because$  直线  $y = -x + 1$  交  $y$  轴于  $C$ ,

$$\therefore C(0,1),$$

$\therefore D, C$  关于  $x$  轴对称,

$$\therefore D(0,-1), \therefore B(2,-1)$$

$\therefore BD \parallel x$  轴,

$$\therefore S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2} \times 2 \times 3 = 3.$$

(3)  $\because M(x_1, y_1), N(x_2, y_2)$  是反比例函数  $y = -\frac{2}{x}$  上的两点, 且  $x_1 < x_2 < 0$ ,

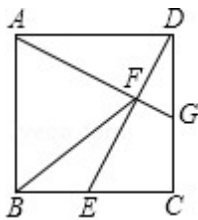
$$\therefore y_1 < y_2.$$

**【点评】** 本题考查反比例函数与一次函数的交点问题, 解题的关键是熟练掌握待定系数法解决问题, 学会利用函数的增减性, 比较函数值的大小.

26. (8 分) 如图, 在正方形  $ABCD$  中, 点  $E$  是  $BC$  的中点, 连接  $DE$ , 过点  $A$  作  $AG \perp ED$  交  $DE$  于点  $F$ , 交  $CD$  于点  $G$ .

(1) 证明:  $\triangle ADG \cong \triangle DCE$ ;

(2) 连接  $BF$ , 证明:  $AB = FB$ .



**【考点】**  $KD$ : 全等三角形的判定与性质;  $LE$ : 正方形的性质

**【专题】** 553: 图形的全等; 556: 矩形 菱形 正方形

**【分析】** (1) 依据正方形的性质以及垂线的定义, 即可得到  $\angle ADG = \angle C = 90^\circ$ ,  $AD = DC$ ,  $\angle DAG = \angle CDE$ , 即可得出  $\triangle ADG \cong \triangle DCE$ ;

(2) 延长  $DE$  交  $AB$  的延长线于  $H$ , 根据  $\triangle DCE \cong \triangle HBE$ , 即可得出  $B$  是  $AH$  的中点, 进而得到  $AB = FB$ .

**【解答】** 解: (1)  $\because$  四边形  $ABCD$  是正方形,

$$\therefore \angle ADG = \angle C = 90^\circ, AD = DC,$$

又  $\because AG \perp DE$ ,

$$\therefore \angle DAG + \angle ADF = 90^\circ = \angle CDE + \angle ADF,$$



$$\therefore \angle DAG = \angle CDE,$$

$$\therefore \triangle ADG \cong \triangle DCE(ASA);$$

(2) 如图所示, 延长  $DE$  交  $AB$  的延长线于  $H$ ,

$\therefore E$  是  $BC$  的中点,

$$\therefore BE = CE,$$

$$\text{又} \because \angle C = \angle HBE = 90^\circ, \angle DEC = \angle HEB,$$

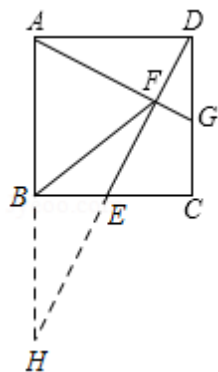
$$\therefore \triangle DCE \cong \triangle HBE(ASA),$$

$$\therefore BH = DC = AB,$$

即  $B$  是  $AH$  的中点,

$$\text{又} \because \angle AFH = 90^\circ,$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle AFH \text{ 中, } BF = \frac{1}{2} AH = AB.$$

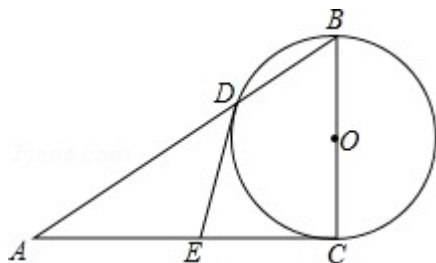


**【点评】** 本题主要考查了正方形的性质以及全等三角形的判定与性质, 在应用全等三角形的判定时, 要注意三角形间的公共边和公共角, 必要时添加适当辅助线构造三角形.

27. (8分) 如图, 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ$ , 以  $BC$  为直径的  $\odot O$  交  $AB$  于点  $D$ , 切线  $DE$  交  $AC$  于点  $E$ .

(1) 求证:  $\angle A = \angle ADE$ ;

(2) 若  $AD = 8$ ,  $DE = 5$ , 求  $BC$  的长.



**【考点】**  $M5$ : 圆周角定理;  $MC$ : 切线的性质

【专题】1: 常规题型

【分析】(1) 只要证明  $\angle A + \angle B = 90^\circ$ ,  $\angle ADE + \angle B = 90^\circ$  即可解决问题;

(2) 首先证明  $AC = 2DE = 10$ , 在  $\text{Rt}\triangle ADC$  中,  $DC = 6$ , 设  $BD = x$ , 在  $\text{Rt}\triangle BDC$  中,

$$BC^2 = x^2 + 6^2, \text{ 在 } \text{Rt}\triangle ABC \text{ 中, } BC^2 = (x+8)^2 - 10^2, \text{ 可得 } x^2 + 6^2 = (x+8)^2 - 10^2, \text{ 解方}$$

程即可解决问题.

【解答】(1) 证明: 连接  $OD$ ,

$\because DE$  是切线,

$$\therefore \angle ODE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ADE + \angle BDO = 90^\circ,$$

$$\because \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle A + \angle B = 90^\circ,$$

$$\because OD = OB,$$

$$\therefore \angle B = \angle BDO,$$

$$\therefore \angle ADE = \angle A.$$

(2) 解: 连接  $CD$ .

$$\because \angle ADE = \angle A,$$

$$\therefore AE = DE,$$

$$\because BC \text{ 是 } \odot O \text{ 的直径, } \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore EC \text{ 是 } \odot O \text{ 的切线,}$$

$$\therefore ED = EC,$$

$$\therefore AE = EC,$$

$$\therefore DE = 5,$$

$$\therefore AC = 2DE = 10,$$

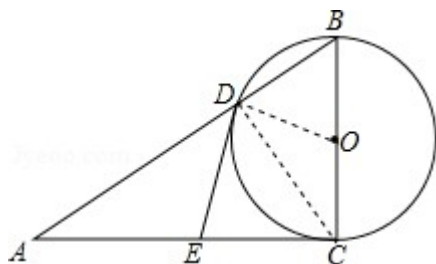
在  $\text{Rt}\triangle ADC$  中,  $DC = 6$ ,

设  $BD = x$ , 在  $\text{Rt}\triangle BDC$  中,  $BC^2 = x^2 + 6^2$ , 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $BC^2 = (x+8)^2 - 10^2$ ,

$$\therefore x^2 + 6^2 = (x+8)^2 - 10^2,$$

$$\text{解得 } x = \frac{9}{2},$$

$$\therefore BC = \sqrt{6^2 + \left(\frac{9}{2}\right)^2} = \frac{15}{2}.$$



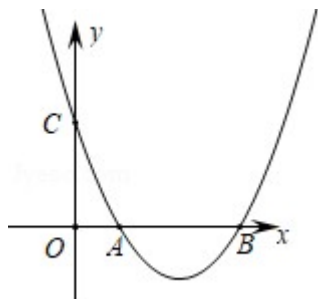
【点评】本题考查切线的性质、勾股定理、等腰三角形的判定和性质等知识，解题的关键是灵活运用所学知识解决问题，属于中考常考题型。

28. (10 分) 如图，已知二次函数  $y = x^2 + bx + c$  的图象与  $x$  轴交于点  $A(1, 0)$ 、 $B(3, 0)$ ，与  $y$  轴交于点  $C$ 。

(1) 求二次函数的解析式；

(2) 若点  $P$  为抛物线上的一点，点  $F$  为对称轴上的一点，且以点  $A$ 、 $B$ 、 $P$ 、 $F$  为顶点的四边形为平行四边形，求点  $P$  的坐标；

(3) 点  $E$  是二次函数第四象限图象上一点，过点  $E$  作  $x$  轴的垂线，交直线  $BC$  于点  $D$ ，求四边形  $AEBD$  面积的最大值及此时点  $E$  的坐标。



【考点】HF：二次函数综合题

【专题】16：压轴题；65：数据分析观念；32：分类讨论；31：数形结合

【分析】(1) 用交点式函数表达式，即可求解；

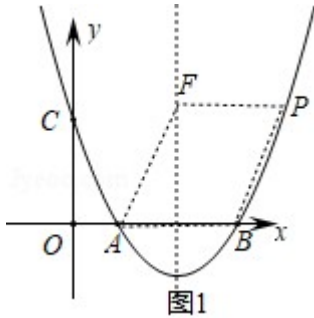
(2) 分当  $AB$  为平行四边形一条边、对角线，两种情况，分别求解即可；

(3) 利用  $S_{\text{四边形}AEBD} = \frac{1}{2}AB(y_D - y_E)$ ，即可求解。

【解答】解：(1) 用交点式函数表达式得：  $y = (x-1)(x-3) = x^2 - 4x + 3$ ；

故二次函数表达式为:  $y = x^2 - 4x + 3$ ;

(2) ① 当  $AB$  为平行四边形一条边时, 如图 1,



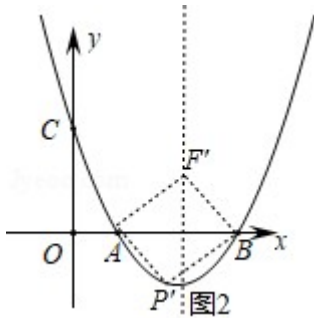
则  $AB = PE = 2$ ,

则点  $P$  坐标为  $(4, 3)$ ,

当点  $P$  在对称轴左侧时, 即点  $C$  的位置, 点  $A$ 、 $B$ 、 $P$ 、 $F$  为顶点的四边形为平行四边形,

故: 点  $P(4, 3)$  或  $(0, 3)$ ;

② 当  $AB$  是四边形的对角线时, 如图 2,



$AB$  中点坐标为  $(2, 0)$

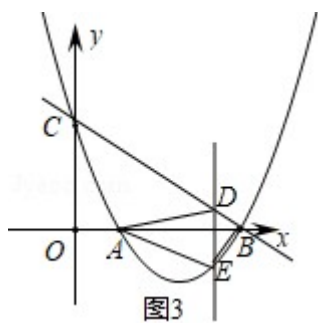
设点  $P$  的横坐标为  $m$ , 点  $F$  的横坐标为  $2$ , 其中点坐标为:  $\frac{m+2}{2}$ ,

即:  $\frac{m+2}{2} = 2$ , 解得:  $m = 2$ ,

故点  $P(2, -1)$ ;

故: 点  $P(4, 3)$  或  $(0, 3)$  或  $(2, -1)$ ;

(3) 直线  $BC$  的表达式为:  $y = -x + 3$ ,



设点  $E$  坐标为  $(x, x^2 - 4x + 3)$ , 则点  $D(x, -x + 3)$ ,

$$S_{\text{四边形}AEBC} = \frac{1}{2} AB (y_D - y_E) = -x + 3 - x^2 + 4x - 3 = -x^2 + 3x,$$

$\therefore -1 < 0$ , 故四边形  $AEBC$  面积有最大值,

当  $x = \frac{3}{2}$ , 其最大值为  $\frac{9}{4}$ , 此时点  $E(\frac{3}{2}, -\frac{3}{4})$ .

**【点评】**主要考查了二次函数的解析式的求法和与几何图形结合的综合能力的培养. 要会利用数形结合的思想把代数和几何图形结合起来, 利用点的坐标的意义表示线段的长度, 从而求出线段之间的关系.

## 考点卡片

### 1. 有理数大小比较

#### (1) 有理数的大小比较

比较有理数的大小可以利用数轴, 他们从右到左的顺序, 即从大到小的顺序 (在数轴上表示的两个有理数, 右边的数总比左边的数大); 也可以利用数的性质比较异号两数及 0 的大小, 利用绝对值比较两个负数的大小.

#### (2) 有理数大小比较的法则:

- ① 正数都大于 0;
- ② 负数都小于 0;
- ③ 正数大于一切负数;
- ④ 两个负数, 绝对值大的其值反而小.

【规律方法】有理数大小比较的三种方法

- 1. 法则比较: 正数都大于 0, 负数都小于 0, 正数大于一切负数. 两个负数比较大小, 绝对值大的反而小.
- 2. 数轴比较: 在数轴上右边的点表示的数大于左边的点表示的数.
- 3. 作差比较:

若  $a - b > 0$ , 则  $a > b$ ;

若  $a - b < 0$ , 则  $a < b$ ;

若  $a - b = 0$ , 则  $a = b$ .

### 2. 实数的运算

(1) 实数的运算和在有理数范围内一样, 值得一提的是, 实数既可以进行加、减、乘、除、乘方运算, 又可以进行开方运算, 其中正实数可以开平方.

(2) 在进行实数运算时, 和有理数运算一样, 要从高级到低级, 即先算乘方、开方, 再算乘除, 最后算加减, 有括号的要先算括号里面的, 同级运算要按照从左到右的顺序进行. 另外, 有理数的运算律在实数范围内仍然适用.

【规律方法】实数运算的“三个关键”

- 1. 运算法则: 乘方和开方运算、幂的运算、指数 (特别是负整数指数, 0 指数) 运算、根式运算、特殊三角函数值的计算以及绝对值的化简等.

2. 运算顺序: 先乘方, 再乘除, 后加减, 有括号的先算括号里面的, 在同一级运算中要从左到右依次运算, 无论何种运算, 都要注意先定符号后运算.

3. 运算律的使用: 使用运算律可以简化运算, 提高运算速度和准确度.

### 3. 规律型: 图形的变化类

图形的变化类的规律题

首先应找出图形哪些部分发生了变化, 是按照什么规律变化的, 通过分析找到各部分的变化规律后直接利用规律求解. 探寻规律要认真观察、仔细思考, 善用联想来解决这类问题.

### 4. 幂的乘方与积的乘方

(1) 幂的乘方法则: 底数不变, 指数相乘.

$$(a^m)^n = a^{mn} \quad (m, n \text{ 是正整数})$$

注意: ①幂的乘方的底数指的是幂的底数; ②性质中“指数相乘”指的是幂的指数与乘方的指数相乘, 这里注意与同底数幂的乘法中“指数相加”的区别.

(2) 积的乘方法则: 把每一个因式分别乘方, 再把所得的幂相乘.

$$(ab)^n = a^n b^n \quad (n \text{ 是正整数})$$

注意: ①因式是三个或三个以上积的乘方, 法则仍适用; ②运用时数字因数的乘方应根据乘方的意义, 计算出最后的结果.

### 5. 单项式乘单项式

运算性质: 单项式与单项式相乘, 把他们的系数, 相同字母分别相乘, 对于只在一个单项式里含有的字母, 则连同它的指数作为积的一个因式.

注意: ①在计算时, 应先进行符号运算, 积的系数等于各因式系数的积; ②注意按顺序运算; ③不要丢掉只在一个单项式里含有的字母因式; ④此性质对于多个单项式相乘仍然成立.

### 6. 提公因式法与公式法的综合运用

提公因式法与公式法的综合运用.

### 7. 零指数幂

$$a^0 = 1 \quad (a \neq 0)$$

$$\text{由 } a^m \div a^m = 1, a^m \div a^m = a^{m-m} = a^0 \text{ 可推出 } a^0 = 1 \quad (a \neq 0)$$

注意:  $0^0 \neq 1$ .

### 8. 负整数指数幂

$$\text{负整数指数幂: } a^{-p} = \frac{1}{a^p} \quad (a \neq 0, p \text{ 为正整数})$$

注意: ①  $a \neq 0$ ;

② 计算负整数指数幂时, 一定要根据负整数指数幂的意义计算, 避免出现  $(-3)^{-2} = (-3) \times (-2)$  的错误.

③ 当底数是分数时, 只要把分子、分母颠倒, 负指数就可变为正指数.

④ 在混合运算中, 始终要注意运算的顺序.

## 9. 二次根式有意义的条件

判断二次根式有意义的条件:

(1) 二次根式的概念. 形如  $(a \geq 0)$  的式子叫做二次根式.

(2) 二次根式中被开方数的取值范围. 二次根式中的被开方数是非负数.

(3) 二次根式具有非负性.  $(a \geq 0)$  是一个非负数.

学习要求:

能根据二次根式中的被开方数是非负数来确定二次根式被开方数中字母的取值范围, 并能利用二次根式的非负性解决相关问题.

【规律方法】二次根式有无意义的条件

1. 如果一个式子中含有多个二次根式, 那么它们有意义的条件是: 各个二次根式中的被开方数都必须是非负数.

2. 如果所给式子中含有分母, 则除了保证被开方数为非负数外, 还必须保证分母不为零.

## 10. 一元一次方程的应用

(一) 一元一次方程解应用题的类型有:

(1) 探索规律型问题;

(2) 数字问题;

(3) 销售问题 (利润 = 售价 - 进价, 利润率 100%); (4) 工程问题 (① 工作量 = 人均效率  $\times$  人数  $\times$  时间; ② 如果一件工作分几个阶段完成, 那么各阶段的工作量的和 = 工作总量);

(5) 行程问题 (路程 = 速度  $\times$  时间);

(6) 等值变换问题;

(7) 和, 差, 倍, 分问题;

(8) 分配问题;

(9) 比赛积分问题;

(10) 水流航行问题 (顺水速度 = 静水速度 + 水流速度; 逆水速度 = 静水速度 - 水流速度).



(二) 利用方程解决实际问题的基本思路如下: 首先审题找出题中的未知量和所有的已知量, 直接设要求的未知量或间接设一关键的未知量为  $x$ , 然后用含  $x$  的式子表示相关的量, 找出之间的相等关系列方程、求解、作答, 即设、列、解、答.

列一元一次方程解应用题的五个步骤

1. 审: 仔细审题, 确定已知量和未知量, 找出它们之间的等量关系.
2. 设: 设未知数 ( $x$ ), 根据实际情况, 可设直接未知数 (问什么设什么), 也可设间接未知数.
3. 列: 根据等量关系列出方程.
4. 解: 解方程, 求得未知数的值.
5. 答: 检验未知数的值是否正确, 是否符合题意, 完整地写出答句.

## 11. 一元二次方程的解

(1) 一元二次方程的解 (根) 的意义:

能使一元二次方程左右两边相等的未知数的值是一元二次方程的解. 又因为只含有一个未知数的方程的解也叫做这个方程的根, 所以, 一元二次方程的解也称为一元二次方程的根.

(2) 一元二次方程一定有两个解, 但不一定有两个实数解. 这  $x_1, x_2$  是一元二次方程  $ax^2+bx+c=0$  ( $a \neq 0$ ) 的两实数根, 则下列两等式成立, 并可利用这两个等式求解未知量.  
 $ax_1^2+bx_1+c=0$  ( $a \neq 0$ ),  $ax_2^2+bx_2+c=0$  ( $a \neq 0$ ).

## 12. 解一元二次方程-因式分解法

(1) 因式分解法解一元二次方程的意义

因式分解法就是利用因式分解求出方程的解的方法, 这种方法简便易用, 是解一元二次方程最常用的方法.

因式分解法就是先把方程的右边化为 0, 再把左边通过因式分解化为两个一次因式的积的形式, 那么这两个因式的值就都有可能为 0, 这就能得到两个一元一次方程的解, 这样也就把原方程进行了降次, 把解一元二次方程转化为解一元一次方程的问题了 (数学转化思想).

(2) 因式分解法解一元二次方程的一般步骤:

- ① 移项, 使方程的右边化为零;
- ② 将方程的左边分解为两个一次因式的乘积;
- ③ 令每个因式分别为零, 得到两个一元一次方程;
- ④ 解这两个一元一次方程, 它们的解就都是原方程的解.

## 13. 解分式方程

(1) 解分式方程的步骤: ①去分母; ②求出整式方程的解; ③检验; ④得出结论.

(2) 解分式方程时, 去分母后所得整式方程的解有可能使原方程中的分母为 0, 所以应如下检验:

① 将整式方程的解代入最简公分母, 如果最简公分母的值不为 0, 则整式方程的解是原分式方程的解.

② 将整式方程的解代入最简公分母, 如果最简公分母的值 0, 则整式方程的解不是原分式方程的解.

所以解分式方程时, 一定要检验.

#### 14. 一元一次不等式组的整数解

(1) 利用数轴确定不等式组的解 (整数解).

解决此类问题的关键在于正确解得不等式组或不等式的解集, 然后再根据题目中对于解集的限制得到下一步所需要的条件, 再根据得到的条件进而求得不等式组的整数解.

(2) 已知解集 (整数解) 求字母的取值.

一般思路为: 先把题目中除未知数外的字母当做常数看待解不等式组或方程组等, 然后再根据题目中对结果的限制的条件得到有关字母的代数式, 最后解代数式即可得到答案.

#### 15. 点的坐标

(1) 我们把有顺序的两个数  $a$  和  $b$  组成的数对, 叫做有序数对, 记作  $(a, b)$ .

(2) 平面直角坐标系的相关概念

① 建立平面直角坐标系的方法: 在同一平面内画; 两条有公共原点且垂直的数轴.

② 各部分名称: 水平数轴叫  $x$  轴 (横轴), 竖直数轴叫  $y$  轴 (纵轴),  $x$  轴一般取向右为正方向,  $y$  轴一般取向上为正方向, 两轴交点叫坐标系的原点. 它既属于  $x$  轴, 又属于  $y$  轴.

(3) 坐标平面的划分

建立了坐标系的平面叫做坐标平面, 两轴把此平面分成四部分, 分别叫第一象限, 第二象限, 第三象限, 第四象限. 坐标轴上的点不属于任何一个象限.

(4) 坐标平面内的点与有序实数对是一一对应的关系.

#### 16. 反比例函数与一次函数的交点问题

反比例函数与一次函数的交点问题

(1) 求反比例函数与一次函数的交点坐标, 把两个函数关系式联立成方程组求解, 若方程组有解则两者有交点, 方程组无解, 则两者无交点.

(2) 判断正比例函数  $y=k_1x$  和反比例函数  $y$  在同一直角坐标系中的交点个数可总结为:

① 当  $k_1$  与  $k_2$  同号时, 正比例函数  $y=k_1x$  和反比例函数  $y$  在同一直角坐标系中有 2 个交点;

② 当  $k_1$  与  $k_2$  异号时, 正比例函数  $y=k_1x$  和反比例函数  $y$  在同一直角坐标系中有 0 个交点.

## 17. 二次函数图象与系数的关系

二次函数  $y=ax^2+bx+c$  ( $a \neq 0$ )

① 二次项系数  $a$  决定抛物线的开口方向和大小.

当  $a > 0$  时, 抛物线向上开口; 当  $a < 0$  时, 抛物线向下开口;  $|a|$  还可以决定开口大小,  $|a|$  越大开口就越小.

② 一次项系数  $b$  和二次项系数  $a$  共同决定对称轴的位置.

当  $a$  与  $b$  同号时 (即  $ab > 0$ ), 对称轴在  $y$  轴左; 当  $a$  与  $b$  异号时 (即  $ab < 0$ ), 对称轴在  $y$  轴右. (简称: 左同右异)

③. 常数项  $c$  决定抛物线与  $y$  轴交点. 抛物线与  $y$  轴交于  $(0, c)$ .

④ 抛物线与  $x$  轴交点个数.

$\Delta = b^2 - 4ac > 0$  时, 抛物线与  $x$  轴有 2 个交点;  $\Delta = b^2 - 4ac = 0$  时, 抛物线与  $x$  轴有 1 个交点;  $\Delta = b^2 - 4ac < 0$  时, 抛物线与  $x$  轴没有交点.

## 18. 二次函数综合题

(1) 二次函数图象与其他函数图象相结合问题

解决此类问题时, 先根据给定的函数或函数图象判断出系数的符号, 然后判断新的函数关系式中系数的符号, 再根据系数与图象的位置关系判断出图象特征, 则符合所有特征的图象即为正确选项.

(2) 二次函数与方程、几何知识的综合应用

将函数知识与方程、几何知识有机地结合在一起. 这类试题一般难度较大. 解这类问题关键是善于将函数问题转化为方程问题, 善于利用几何图形的有关性质、定理和二次函数的知识, 并注意挖掘题目中的一些隐含条件.

(3) 二次函数在实际生活中的应用题

从实际问题中分析变量之间的关系, 建立二次函数模型. 关键在于观察、分析、创建, 建立直角坐标系下的二次函数图象, 然后数形结合解决问题, 需要注意的是自变量及函数的取值范围要使实际问题有意义.

## 19. 平行线的性质

1、平行线性质的定理

定理 1: 两条平行线被第三条直线所截, 同位角相等. 简单说成: 两直线平行, 同位角相等.

定理 2: 两条平行线被地三条直线所截, 同旁内角互补. . 简单说成: 两直线平行, 同旁内角互补.

定理 3: 两条平行线被第三条直线所截, 内错角相等. 简单说成: 两直线平行, 内错角相等.

2、两条平行线之间的距离处处相等.

## 20. 全等三角形的判定与性质

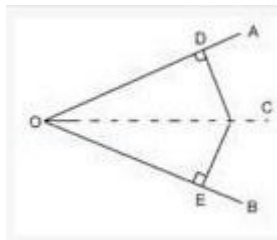
(1) 全等三角形的判定是结合全等三角形的性质证明线段和角相等的重要工具. 在判定三角形全等时, 关键是选择恰当的判定条件.

(2) 在应用全等三角形的判定时, 要注意三角形间的公共边和公共角, 必要时添加适当辅助线构造三角形.

## 21. 角平分线的性质

角平分线的性质: 角的平分线上的点到角的两边的距离相等.

注意: ①这里的距离是指点到角的两边垂线段的长; ②该性质可以独立作为证明两条线段相等的依据, 有时不必证明全等; ③使用该结论的前提条件是图中有角平分线, 有垂直角平分线的性质语言: 如图,  $\because C$  在  $\angle AOB$  的平分线上,  $CD \perp OA$ ,  $CE \perp OB \therefore CD = CE$



## 22. 线段垂直平分线的性质

(1) 定义: 经过某一条线段的中点, 并且垂直于这条线段的直线, 叫做这条线段的垂直平分线 (中垂线) 垂直平分线, 简称 “中垂线” .

(2) 性质: ①垂直平分线垂直且平分其所在线段. \_\_\_\_ ②垂直平分线上任意一点, 到线段两端点的距离相等. \_\_\_\_ ③三角形三条边的垂直平分线相交于一点, 该点叫外心, 并且这一点到三个顶点的距离相等.

## 23. 等腰直角三角形

(1) 两条直角边相等的直角三角形叫做等腰直角三角形.

(2) 等腰直角三角形是一种特殊的三角形, 具有所有三角形的性质, 还具备等腰三角形和直角三角形的所有性质. 即: 两个锐角都是  $45^\circ$ , 斜边上中线、角平分线、斜边上的高, 三线合一, 等腰直角三角形斜边上的高为外接圆的半径  $R$ , 而高又为内切圆的直径 (因为等

腰直角三角形的两个小角均为  $45^\circ$ , 高又垂直于斜边, 所以两个小三角形均为等腰直角三角形, 则两腰相等);

(3) 若设等腰直角三角形内切圆的半径  $r=1$ , 则外接圆的半径  $R$ , 所以  $r: R=1: 1$ .

## 24. 矩形的性质

(1) 矩形的定义: 有一个角是直角的平行四边形是矩形.

(2) 矩形的性质

- ① 平行四边形的性质矩形都具有;
- ② 角: 矩形的四个角都是直角;
- ③ 边: 邻边垂直;
- ④ 对角线: 矩形的对角线相等;
- ⑤ 矩形是轴对称图形, 又是中心对称图形. 它有 2 条对称轴, 分别是每组对边中点连线所在的直线; 对称中心是两条对角线的交点.

(3) 由矩形的性质, 可以得到直角三角形的一个重要性质, 直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半.

## 25. 正方形的性质

(1) 正方形的定义: 有一组邻边相等并且有一个角是直角的平行四边形叫做正方形.

(2) 正方形的性质

- ① 正方形的四条边都相等, 四个角都是直角;
- ② 正方形的两条对角线相等, 互相垂直平分, 并且每条对角线平分一组对角;
- ③ 正方形具有四边形、平行四边形、矩形、菱形的一切性质.
- ④ 两条对角线将正方形分成四个全等的等腰直角三角形, 同时, 正方形又是轴对称图形, 有四条对称轴.

## 26. 圆心角、弧、弦的关系

(1) 定理: 在同圆和等圆中, 相等的圆心角所对的弧相等, 所对的弦也相等.

(2) 推论: 在同圆或等圆中, 如果两个圆心角、两条弧、两条弦中有一组量相等, 那么它们所对应的其余各组量都分别相等.

说明: 同一条弦对应两条弧, 其中一条是优弧, 一条是劣弧, 而在本定理和推论中的“弧”是指同为优弧或劣弧.

(3) 正确理解和使用圆心角、弧、弦三者的关系

三者关系可理解为: 在同圆或等圆中, ①圆心角相等, ②所对的弧相等, ③所对的弦相等, 三项“知一推二”, 一项相等, 其余二项皆相等. 这源于圆的旋转不变性, 即: 圆绕

其圆心旋转任意角度, 所得图形与原图形完全重合.

(4) 在具体应用上述定理解决问题时, 可根据需要, 选择其有关部分.

## 27. 圆周角定理

(1) 圆周角的定义: 顶点在圆上, 并且两边都与圆相交的角叫做圆周角.

注意: 圆周角必须满足两个条件: ① 顶点在圆上. ② 角的两条边都与圆相交, 二者缺一不可.

(2) 圆周角定理: 在同圆或等圆中, 同弧或等弧所对的圆周角相等, 都等于这条弧所对的圆心角的一半.

推论: 半圆 (或直径) 所对的圆周角是直角,  $90^\circ$  的圆周角所对的弦是直径.

(3) 在解圆的有关问题时, 常常需要添加辅助线, 构成直径所对的圆周角, 这种基本技能技巧一定要掌握.

(4) 注意: ① 圆周角和圆心角的转化可通过作圆的半径构造等腰三角形. 利用等腰三角形的顶点和底角的关系进行转化. ② 圆周角和圆心角的转化可利用其 “桥梁” - - - 圆心角转化. ③ 定理成立的条件是 “同一条弧所对的” 两种角, 在运用定理时不要忽略了这个条件, 把不同弧所对的圆周角与圆心角错当成同一条弧所对的圆周角和圆心角.

## 28. 切线的性质

(1) 切线的性质

- ① 圆的切线垂直于经过切点的半径.
- ② 经过圆心且垂直于切线的直线必经过切点.
- ③ 经过切点且垂直于切线的直线必经过圆心.

(2) 切线的性质可总结如下:

如果一条直线符合下列三个条件中的任意两个, 那么它一定满足第三个条件, 这三个条件是: ① 直线过圆心; ② 直线过切点; ③ 直线与圆的切线垂直.

(3) 切线性质的运用

由定理可知, 若出现圆的切线, 必连过切点的半径, 构造定理图, 得出垂直关系. 简记作见切点, 连半径, 见垂直.

## 29. 扇形面积的计算

(1) 圆面积公式:  $S = \pi r^2$

(2) 扇形: 由组成圆心角的两条半径和圆心角所对的弧所围成的图形叫做扇形.

(3) 扇形面积计算公式: 设圆心角是  $n^\circ$ , 圆的半径为  $R$  的扇形面积为  $S$ , 则

$S_{\text{扇形}} = \frac{n}{360} \pi R^2$  或  $S_{\text{扇形}} = \frac{1}{2} l R$  (其中  $l$  为扇形的弧长)



(4) 求阴影面积常用的方法:

- ① 直接用公式法;
- ② 和差法;
- ③ 割补法.

(5) 求阴影面积的主要思路是将不规则图形面积转化为规则图形的面积.

### 30. 作图—复杂作图

复杂作图是在五种基本作图的基础上进行作图, 一般是结合了几何图形的性质和基本作图方法.

解决此类题目的关键是熟悉基本几何图形的性质, 结合几何图形的基本性质把复杂作图拆解成基本作图, 逐步操作.

### 31. 翻折变换(折叠问题)

- 1、翻折变换(折叠问题)实质上就是轴对称变换.
- 2、折叠的性质: 折叠是一种对称变换, 它属于轴对称, 折叠前后图形的形状和大小不变, 位置变化, 对应边和对应角相等.
- 3、在解决实际问题时, 对于折叠较为复杂的问题可以实际操作图形的折叠, 这样便于找到图形间的关系.

首先清楚折叠和轴对称能够提供给我们隐含的并且可利用的条件. 解题时, 我们常常设要求的线段长为  $x$ , 然后根据折叠和轴对称的性质用含  $x$  的代数式表示其他线段的长度, 选择适当的直角三角形, 运用勾股定理列出方程求出答案. 我们运用方程解决时, 应认真审题设出正确的未知数.

### 32. 中心对称图形

(1) 定义

把一个图形绕某一点旋转  $180^\circ$ , 如果旋转后的图形能够与原来的图形重合, 那么这个图形就叫做中心对称图形, 这个点叫做对称中心.

注意: 中心对称图形和中心对称不同, 中心对称是两个图形之间的关系, 而中心对称图形是指一个图形自身的特点, 这点应注意区分, 它们性质相同, 应用方法相同.

(2) 常见的中心对称图形

平行四边形、圆形、正方形、长方形等等.

### 33. 特殊角的三角函数值

(1) 特指  $30^\circ$ 、 $45^\circ$ 、 $60^\circ$  角的各种三角函数值.

$\sin 30^\circ$ ;  $\cos 30^\circ$ ;  $\tan 30^\circ$ ;

$\sin 45^\circ$ ;  $\cos 45^\circ$ ;  $\tan 45^\circ = 1$ ;

$\sin 60^\circ$ ;  $\cos 60^\circ$ ;  $\tan 60^\circ$ ;

(2) 应用中要熟记特殊角的三角函数值, 一是按值的变化规律去记, 正弦逐渐增大, 余弦逐渐减小, 正切逐渐增大; 二是按特殊直角三角形中各边特殊值规律去记.

(3) 特殊角的三角函数值应用广泛, 一是它可以当作数进行运算, 二是具有三角函数的特点, 在解直角三角形中应用较多.

#### 34. 解直角三角形的应用-坡度坡角问题

(1) 坡度是坡面的铅直高度  $h$  和水平宽度  $l$  的比, 又叫做坡比, 它是一个比值, 反映了斜坡的陡峭程度, 一般用  $i$  表示, 常写成  $i = 1:m$  的形式.

(2) 把坡面与水平面的夹角  $\alpha$  叫做坡角, 坡度  $i$  与坡角  $\alpha$  之间的关系为:  $i = h/l = \tan \alpha$ .

(3) 在解决坡度的有关问题中, 一般通过作高构成直角三角形, 坡角即是一锐角, 坡度实际就是一锐角的正切值, 水平宽度或铅直高度都是直角边, 实质也是解直角三角形问题.

应用领域: ①测量领域; ②航空领域 ③航海领域: ④工程领域等.

#### 35. 简单组合体的三视图

(1) 画简单组合体的三视图要循序渐进, 通过仔细观察和想象, 再画它的三视图.

(2) 视图中每一个闭合的线框都表示物体上的一个平面, 而相连的两个闭合线框常不在一个平面上.

(3) 画物体的三视图的口诀为:

主、俯: 长对正;

主、左: 高平齐;

俯、左: 宽相等.

#### 36. 由三视图判断几何体

(1) 由三视图想象几何体的形状, 首先, 应分别根据主视图、俯视图和左视图想象几何体的前面、上面和左侧面的形状, 然后综合起来考虑整体形状.

(2) 由物体的三视图想象几何体的形状是有一定难度的, 可以从以下途径进行分析:

① 根据主视图、俯视图和左视图想象几何体的前面、上面和左侧面的形状, 以及几何体的长、宽、高;

② 从实线和虚线想象几何体看得见部分和看不见部分的轮廓线;

③ 熟记一些简单的几何体的三视图对复杂几何体的想象会有帮助;

④ 利用由三视图画几何体与有几何体画三视图的互逆过程, 反复练习, 不断总结方法.



### 37. 用样本估计总体

用样本估计总体是统计的基本思想.

#### 1、用样本的频率分布估计总体分布:

从一个总体得到一个包含大量数据的样本, 我们很难从一个个数字中直接看出样本所包含的信息. 这时, 我们用频率分布直方图来表示相应样本的频率分布, 从而去估计总体的分布情况.

#### 2、用样本的数字特征估计总体的数字特征 (主要数据有众数、中位数、平均数、标准差与方差) .

一般来说, 用样本去估计总体时, 样本越具有代表性、容量越大, 这时对总体的估计也就越精确.

### 38. 频数 (率) 分布表

1、在统计数据时, 经常把数据按照不同的范围分成几个组, 分成的组的个数称为组数, 每一组两个端点的差称为组距, 称这样画出的统计图表为频数分布表.

#### 2、列频率分布表的步骤:

(1) 计算极差, 即计算最大值与最小值的差.

(2) 决定组距与组数 (组数与样本容量有关, 一般来说样本容量越大, 分组就越多, 样本容量不超过 100 时, 按数据的多少, 常分成 5~12 组) .

(3) 将数据分组.

(4) 列频率分布表.

### 39. 算术平均数

(1) 平均数是指在一组数据中所有数据之和再除以数据的个数. 它是反映数据集中趋势的一项指标.

(2) 算术平均数: 对于  $n$  个数  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , 则  $\bar{x} = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n)$  就叫做这  $n$  个数的算术平均数.

(3) 算术平均数是加权平均数的一种特殊情况, 加权平均数包含算术平均数, 当加权平均数中的权相等时, 就是算术平均数.

### 40. 中位数

(1) 中位数:

将一组数据按照从小到大 (或从大到小) 的顺序排列, 如果数据的个数是奇数, 则处于中间位置的数就是这组数据的中位数.

如果这组数据的个数是偶数, 则中间两个数据的平均数就是这组数据的中位数.

(2) 中位数代表了这组数据值大小的“中点”, 不易受极端值影响, 但不能充分利用所有数据的信息.

(3) 中位数仅与数据的排列位置有关, 某些数据的移动对中位数没有影响, 中位数可能出现在所给数据中也可能不在所给的数据中出现, 当一组数据中的个别数据变动较大时, 可用中位数描述其趋势.

#### 41. 众数

(1) 一组数据中出现次数最多的数据叫做众数.

(2) 求一组数据的众数的方法: 找出频数最多的那个数据, 若几个数据频数都是最多且相同, 此时众数就是这多个数据.

(3) 众数不易受数据中极端值的影响. 众数也是数据的一种代表数, 反映了一组数据的集中程度, 众数可作为描述一组数据集中趋势的量.

#### 42. 方差

(1) 方差: 一组数据中各数据与它们的平均数的差的平方的平均数, 叫做这组数据的方差.

(2) 用“先平均, 再求差, 然后平方, 最后再平均”得到的结果表示一组数据偏离平均值的情况, 这个结果叫方差, 通常用  $s^2$  来表示, 计算公式是:

$$s^2 = \frac{1}{n} [(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \cdots + (x_n - \bar{x})^2] \quad (\text{可简单记忆为“方差等于差方的平均数”})$$

(3) 方差是反映一组数据的波动大小的一个量. 方差越大, 则平均值的离散程度越大, 稳定性也越小; 反之, 则它与其平均值的离散程度越小, 稳定性越好.

#### 43. 列表法与树状图法

(1) 当试验中存在两个元素且出现的所有可能的结果较多时, 我们常用列表的方式, 列出所有可能的结果, 再求出概率.

(2) 列表的目的在于不重不漏地列举出所有可能的结果求出  $n$ , 再从中选出符合事件  $A$  或  $B$  的结果数目  $m$ , 求出概率.

(3) 列举法 (树形图法) 求概率的关键在于列举出所有可能的结果, 列表法是一种, 但当一事件涉及三个或更多元素时, 为不重不漏地列出所有可能的结果, 通常采用树形图.

(4) 树形图列举法一般是选择一个元素再和其他元素分别组合, 依次列出, 象树的枝丫形式, 最末端的枝丫个数就是总的可能的结果  $n$ .

(5) 当有两个元素时, 可用树形图列举, 也可以列表列举.

