2019 年广西桂林市中考数学试卷

一、选择题（共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分.在每小题给出的四个选项中只有一项是符合要求的，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑）

1．（3 分）（2019•桂林）$\frac{2}{3}$ 的倒数是(　　)

A．$\frac{3}{2}$　　B．$-\frac{3}{2}$　　C．$-\frac{2}{3}$　　D．$\frac{2}{3}$

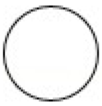
2．（3 分）（2019•桂林）若海平面以上 1045 米，记做 +1045 米，则海平面以下 155 米，记做(　　)

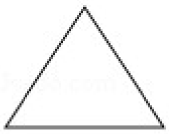
A．-1200 米　　B．-155 米　　C．155 米　　D．1200 米

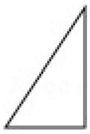
3．（3 分）（2019•桂林）将数 47300000 用科学记数法表示为(　　)

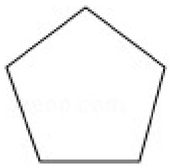
A．473×10^{5}　　B．47.3×10^{6}　　C．4.73×10^{7}　　D．4.73×10^{5}

4．（3 分）（2019•桂林）下列图形中，是中心对称图形的是(　　)

A． 圆

B． 等边三角形

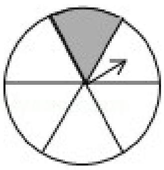
C． 直角三角形

D． 正五边形

5．（3 分）（2019•桂林）计算：9 的平方根是(　　)

A．3　　B．±3　　C．-3　　D．$\sqrt{3}$

6．（3 分）（2019•桂林）如图，一个圆形转盘被平均分成 6 个全等的扇形，任意旋转这个转盘 1 次，则当转盘停止转动时，指针指向阴影部分的概率是(　　)



A．$\frac{1}{2}$　　B．$\frac{1}{3}$　　C．$\frac{1}{4}$　　D．$\frac{1}{6}$

7．（3 分）（2019•桂林）下列命题中，是真命题的是(　　)

A．两直线平行，内错角相等　　B．两个锐角的和是钝角

C．直角三角形都相似　　D．正六边形的内角和为360°

8．（3分）（2019•桂林）下列计算正确的是(　　)

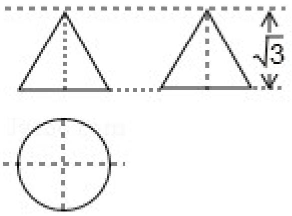
A．$a^{2}\square a^{3}=a^{6}$　　B．$a^{8}\div a^{2}=a^{4}$　　C．$a^{2}+a^{2}=2a^{2}$　　D．$(a+3)^{2}=a^{2}+9$

9．（3分）（2019•桂林）如果$a>b$，$c<0$，那么下列不等式成立的是(　　)

A．$a+c>b$　　B．$a+c>b-c$

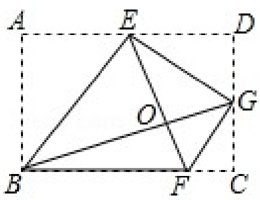
C．$ac-1>bc-1$　　D．$a(c-1)<b(c-1)$

10．（3分）（2019•桂林）一个物体的三视图如图所示，其中主视图和左视图是全等的等边三角形，俯视图是圆，根据图中所示数据，可求这个物体的表面积为(　　)



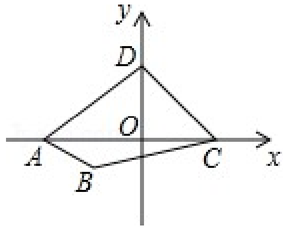
A．π　　B．2π　　C．3π　　D．$(\sqrt{3}+1)\pi$

11．（3分）（2019•桂林）将矩形$ABCD$按如图所示的方式折叠，BE，EG，FG为折痕，若顶点A，C，D都落在点O处，且点B，O，G在同一条直线上，同时点E，O，F在另一条直线上，则$\dfrac{AD}{AB}$的值为(　　)



A．$\dfrac{6}{5}$　　B．$\sqrt{2}$　　C．$\dfrac{3}{2}$　　D．$\sqrt{3}$

12．（3分）（2019•桂林）如图，四边形$ABCD$的顶点坐标分别为$A(-4,0)$，$B(-2,-1)$，$C(3,0)$，$D(0,3)$，当过点B的直线l将四边形$ABCD$分成面积相等的两部分时，直线l所表示的函数表达式为(　　)



A．$y=\frac{11}{10}x+\frac{6}{5}$　　B．$y=\frac{2}{3}x+\frac{1}{3}$　　C．$y=x+1$　　D．$y=\frac{5}{4}x+\frac{3}{2}$

二、填空题（共6小题．每小题3分，共18分，请将答案填在答题卡上）

13．（3分）（2019•桂林）$|-2019|=$____．

14．（3分）（2019•桂林）某班学生经常采用“小组合作学习”的方式进行学习，王老师每周对各小组合作学习的情况进行综合评分．下表是各小组其中一周的得分情况：

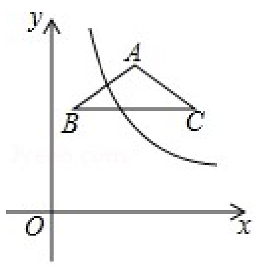
组别	一	二	三	四	五	六	七	八
得分	90	95	90	88	90	92	85	90

这组数据的众数是____．

15．（3分）（2019•桂林）一元二次方程$(x-3)(x-2)=0$的根是____．

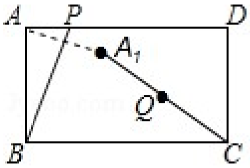
16．（3分）（2019•桂林）若$x^2+ax+4=(x-2)^2$，则$a=$____．

17．（3分）（2019•桂林）如图，在平面直角坐标系中，反比例$y=\frac{k}{x}(t>0)$的图象和ΔABC都在第一象限内，$AB=AC=\frac{5}{2}$，$BC//x$轴，且$BC=4$，点A的坐标为$(3,5)$．若将ΔABC向下平移m个单位长度，A，C两点同时落在反比例函数图象上，则m的值为．



18．（3分）（2019•桂林）如图，在矩形$ABCD$中，$AB=\sqrt{3}$，$AD=3$，点P是AD边上的一个动点，连接BP，作点A关于直线BP的对称点A_1，连接A_1C，设A_1C的中点为Q，

当点 P 从点 A 出发，沿边 AD 运动到点 D 时停止运动，点 Q 的运动路径长为____．



三.解答题（本大题共 8 题，共 66 分，请将解答过程写在答题卡上）

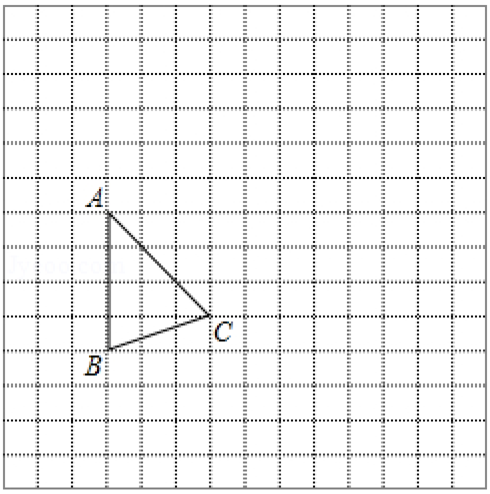
19．（6 分）（2019•桂林）计算：$(-1)^{2019}-\sqrt{12}+\tan 60^{\circ}+(\pi-3.14)^{0}$．

20．（6 分）（2019•桂林）如图，在网格中，每个小正方形的边长均为 1 个单位长度．我们将小正方形的顶点叫做格点，ΔABC 的三个顶点均在格点上．

（1）将 ΔABC 先向右平移 6 个单位长度，再向上平移 3 个单位长度，得到△ $A_1B_1C_1$，画出平移后的△ $A_1B_1C_1$；

（2）建立适当的平面直角坐标系，使得点 A 的坐为 $(-4,3)$；

（3）在（2）的条件下，直接写出点 A_1 的坐标．



21．（8 分）（2019•桂林）先化简，再求值：$(\frac{1}{y}-\frac{1}{x})\div\frac{x^{2}-2xy+y^{2}}{2xy}-\frac{1}{y-x}$，其中 $x=2+\sqrt{2}$，$y=2$．

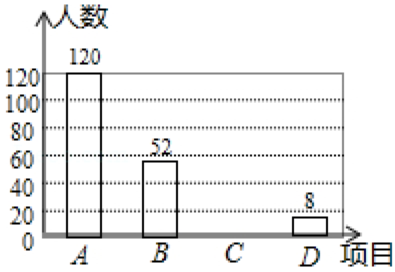
22．（8 分）（2019•桂林）某校在以“青春心向党，建功新时代”为主题的校园文化艺术节期间，举办了 A 合唱，B 群舞，C 书法，D 演讲共四个项目的比赛，要求每位学生必须

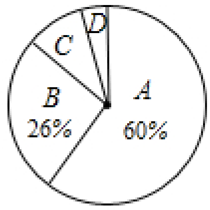
参加且仅参加一项，小红随机调查了部分学生的报名情况，并绘制了下列两幅不完整的统计图，请根据统计图中信息解答下列问题：

（1）本次调查的学生总人数是多少？扇形统计图中“D”部分的圆心角度数是多少？

（2）请将条形统计图补充完整；

（3）若全校共有 1800 名学生，请估计该校报名参加书法和演讲比赛的学生共有多少人？

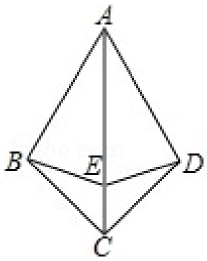




23．（8 分）（2019•桂林）如图，$AB=AD$，$BC=DC$，点 E 在 AC 上．

（1）求证：AC 平分 $\angle BAD$；

（2）求证：$BE=DE$．



24．（8 分）（2019•桂林）为响应国家“足球进校园”的号召，某校购买了 50 个 A 类足球和 25 个 B 类足球共花费 7500 元，已知购买一个 B 类足球比购买一个 A 类足球多花 30 元．

（1）求购买一个 A 类足球和一个 B 类足球各需多少元？

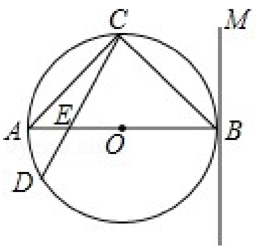
（2）通过全校师生的共同努力，今年该校被评为“足球特色学校”，学校计划用不超过 4800 元的经费再次购买 A 类足球和 B 类足球共 50 个，若单价不变，则本次至少可以购买多少个 A 类足球？

25．（10 分）（2019•桂林）如图，BM 是以 AB 为直径的$\odot O$ 的切线，B 为切点，BC 平分 $\angle ABM$，弦 CD 交 AB 于点 E，$DE=OE$．

（1）求证：ΔACB 是等腰直角三角形；

（2）求证：$OA^2=OE\cdot DC$；

（3）求 $\tan\angle ACD$ 的值．

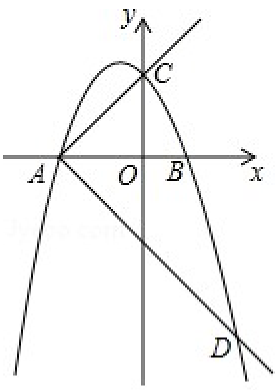


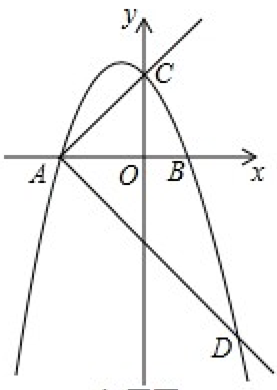
26．（12 分）（2019•桂林）如图，抛物线 $y=-x^2+bx+c$ 与 x 轴交于点 $A(-2,0)$ 和 $B(l,0)$，与 y 轴交于点 C．

（1）求抛物线的表达式；

（2）作射线 AC，将射线 AC 绕点 A 顺时针旋转 $90°$ 交抛物线于另一点 D，在射线 AD 上是否存在一点 H，使 ΔCHB 的周长最小．若存在，求出点 H 的坐标；若不存在，请说明理由；

（3）在（2）的条件下，点 Q 为抛物线的顶点，点 P 为射线 AD 上的一个动点，且点 P 的横坐标为 t，过点 P 作 x 轴的垂线 l，垂足为 E，点 P 从点 A 出发沿 AD 方向运动，直线 l 随之运动，当 $-2<t<1$ 时，直线 l 将四边形 $ABCQ$ 分割成左右两部分，设在直线 l 左侧部分的面积为 S，求 S 关于 t 的函数表达式．





备用图

2019年广西桂林市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共12小题，每小题3分，共36分.在每小题给出的四个选项中只有一项是符合要求的，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑）

1．（3分）$\frac{2}{3}$的倒数是(　　)

A．$\frac{3}{2}$　　B．$-\frac{3}{2}$　　C．$-\frac{2}{3}$　　D．$\frac{2}{3}$

【考点】17：倒数

【专题】511：实数

【分析】直接利用倒数的定义得出答案．

【解答】解：$\frac{2}{3}$的倒数是：$\frac{3}{2}$．

故选：A．

【点评】此题主要考查了倒数，正确把握定义是解题关键．

2．（3分）若海平面以上1045米，记做$+1045$米，则海平面以下155米，记做(　　)

A．-1200米　　B．-155米　　C．155米　　D．1200米

【考点】11：正数和负数

【专题】511：实数

【分析】首先审清题意，明确“正”和“负”所表示的意义；再根据题意作答．

【解答】解：若海平面以上1045米，记做$+1045$米，则海平面以下155米，记做-155米．

故选：B．

【点评】此题主要考查了正负数，解题关键是理解“正”和“负”的相对性，明确什么是一对具有相反意义的量．在一对具有相反意义的量中，先规定其中一个为正，则另一个就用负表示．

3．（3分）将数47300000用科学记数法表示为(　　)

A．473×10^{5}　　B．47.3×10^{6}　　C．4.73×10^{7}　　D．4.73×10^{5}

【考点】$1I$：科学记数法－表示较大的数

【专题】511：实数

【分析】科学记数法的表示形式为$a\times10^{n}$的形式，其中$1\leqslant |a|<10$，n为整数．确定n的值时，

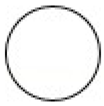
要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位，n 的绝对值与小数点移动的位数相同．当原数绝对值 >1 时，n 是正数；当原数的绝对值 <1 时，n 是负数．

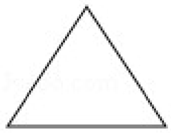
【解答】解：将 47300000 用科学记数法表示为 4.73×10^{7}，

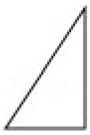
故选：C．

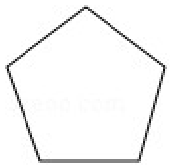
【点评】此题考查科学记数法的表示方法．科学记数法的表示形式为 $a\times10^{n}$ 的形式，其中 $1\leqslant|a|<10$，n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值．

4．（3 分）下列图形中，是中心对称图形的是(　　)

A． 圆

B． 等边三角形

C． 直角三角形

D． 正五边形

【考点】$R5$：中心对称图形

【专题】558：平移、旋转与对称

【分析】根据中心对称图形的概念求解即可．

【解答】解：A、是中心对称图形，本选项正确；

B、不是中心对称图形，本选项错误；

C、不是中心对称图形，本选项错误；

D、不是中心对称图形，本选项错误．

故选：A．

【点评】本题考查了中心对称图形的概念．中心对称图形是要寻找对称中心，旋转 180 度后两部分重合．

5．（3 分）计算：9 的平方根是(　　)

A．3　　B．±3　　C．-3　　D．$\sqrt{3}$

【考点】21：平方根

【分析】根据 $(\pm3)^{2}=9$，即可得出答案．

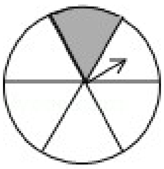
【解答】解：$\because(\pm3)^{2}=9$，

$\therefore 9$ 的平方根为：± 3．

故选：B．

【点评】本题考查了平方根的知识，掌握平方根的定义是关键，注意一个正数的平方根有两个且互为相反数．

6．（3 分）如图，一个圆形转盘被平均分成 6 个全等的扇形，任意旋转这个转盘 1 次，则当转盘停止转动时，指针指向阴影部分的概率是(　　)



A．$\dfrac{1}{2}$　　B．$\dfrac{1}{3}$　　C．$\dfrac{1}{4}$　　D．$\dfrac{1}{6}$

【考点】$X5$：几何概率

【专题】543：概率及其应用

【分析】用阴影部分扇形个数除以扇形的总个数即可得．

【解答】解：当转盘停止转动时，指针指向阴影部分的概率是 $\dfrac{1}{6}$，

故选：D．

【点评】本题主要考查几何概率，求概率时，已知和未知与几何有关的就是几何概率．计算方法是长度比，面积比，体积比等．

7．（3 分）下列命题中，是真命题的是(　　)

A．两直线平行，内错角相等　　B．两个锐角的和是钝角

C．直角三角形都相似　　D．正六边形的内角和为 360°

【考点】$O1$：命题与定理

【专题】$55D$：图形的相似；551：线段、角、相交线与平行线

【分析】利用平行线的性质、钝角及锐角的定义、相似三角形的判定及正多边形的内角和公式分别判断后即可确定正确的选项．

【解答】解：A、两直线平行，内错角相等，正确，是真命题；

B、两个锐角的和不一定是钝角，故错误，是假命题；

C、所有的直角三角形不一定相似，故错误，是假命题；

D、正六边形的内角和为 720°，故错误，是假命题；

故选：A．

【点评】本题考查了命题与定理的知识，解题的关键是了解平行线的性质、钝角及锐角的定义、相似三角形的判定及正多边形的内角和公式，难度不大．

8．（3 分）下列计算正确的是(　　)

A．$a^{2}\cdot a^{3}=a^{6}$　　B．$a^{8}\div a^{2}=a^{4}$　　C．$a^{2}+a^{2}=2a^{2}$　　D．$(a+3)^{2}=a^{2}+9$

【考点】46：同底数幂的乘法；48：同底数幂的除法；$4C$：完全平方公式；35：合并同类项

【专题】512：整式

【分析】直接利用同底数幂的乘除运算法则以及完全平方公式、合并同类项法则分别化简得出答案．

【解答】解：A、$a^{2}\cdot a^{3}=a^{5}$，故此选项错误；

B、$a^{8}\div a^{2}=a^{6}$，故此选项错误；

C、$a^{2}+a^{2}=2a^{2}$，正确；

D、$(a+3)^{2}=a^{2}+6a+9$，故此选项错误；

故选：C．

【点评】此题主要考查了同底数幂的乘除运算以及完全平方公式、合并同类项，正确掌握相关运算法则是解题关键．

9．（3 分）如果 $a>b$，$c<0$，那么下列不等式成立的是(　　)

A．$a+c>b$　　B．$a+c>b-c$

C．$ac-1>bc-1$　　D．$a(c-1)<b(c-1)$

【考点】$C2$：不等式的性质

【专题】524：一元一次不等式（组）及应用；66：运算能力

【分析】根据不等式的性质即可求出答案．

【解答】解：$\because c<0$，

$\therefore c-1<-1$，

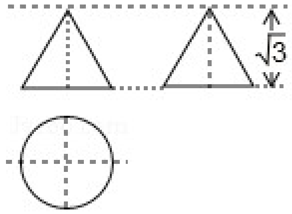
$\because a>b$，

$\therefore a(c-1)<b(c-1)$，

故选：D．

【点评】本题考查不等式的性质，解题的关键是熟练运用不等式的性质，本题属于中等题型．

10．（3 分）一个物体的三视图如图所示，其中主视图和左视图是全等的等边三角形，俯视图是圆，根据图中所示数据，可求这个物体的表面积为(　　)



A．π　　B．2π　　C．3π　　D．$(\sqrt{3}+1)\pi$

【考点】KK：等边三角形的性质；$U3$：由三视图判断几何体；$U1$：简单几何体的三视图

【专题】$55C$：与圆有关的计算；$55F$：投影与视图

【分析】由三视图可知：该几何体是一个圆锥，其轴截面是一个高为$\sqrt{3}$的正三角形．可计算边长为2，据此即可得出表面积．

【解答】解：由三视图可知：该几何体是一个圆锥，其轴截面是一个高为$\sqrt{3}$的正三角形．

$\therefore$正三角形的边长$=\dfrac{\sqrt{3}}{\sin 60}=2$．

$\therefore$圆锥的底面圆半径是1，母线长是2，

$\therefore$底面周长为2π

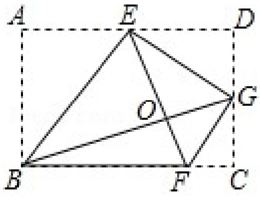
$\therefore$侧面积为$\dfrac{1}{2}\times 2\pi\times 2=2\pi$，$\because$底面积为$\pi r^2=\pi$，

$\therefore$全面积是3π．

故选：C．

【点评】本题考查了圆锥的计算，正确理解圆锥的侧面展开图与原来的扇形之间的关系是解决本题的关键，理解圆锥的母线长是扇形的半径，圆锥的底面圆周长是扇形的弧长．

11．（3分）将矩形$ABCD$按如图所示的方式折叠，BE，EG，FG为折痕，若顶点A，C，D都落在点O处，且点B，O，G在同一条直线上，同时点E，O，F在另一条直线上，则$\dfrac{AD}{AB}$的值为(　　)



A．$\frac{6}{5}$　　B．$\sqrt{2}$　　C．$\frac{3}{2}$　　D．$\sqrt{3}$

【考点】PB：翻折变换（折叠问题）；LB：矩形的性质

【专题】558：平移、旋转与对称

【分析】由折叠可得，E，G 分别为 AD，CD 的中点，设 $CD=2a$，$AD=2b$，根据 RtΔBCG 中，$CG^2+BC^2=BG^2$，可得即 $a^2+(2b)^2=(3a)^2$，进而得出 $\frac{AD}{AB}$ 的值．

【解答】解：由折叠可得，$AE=OE=DE$，$CG=OG=DG$，

$\therefore E$，G 分别为 AD，CD 的中点，

设 $CD=2a$，$AD=2b$，则 $AB=2a=OB$，$DG=OG=CG=a$，$BG=3a$，$BC=AD=2b$，

$\because \angle C=90°$，

$\therefore$ RtΔBCG 中，$CG^2+BC^2=BG^2$，

即 $a^2+(2b)^2=(3a)^2$，

$\therefore b^2=2a^2$，

即 $b=\sqrt{2}a$，

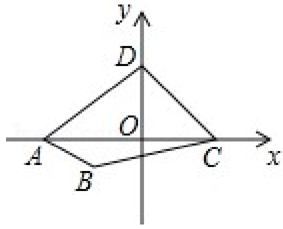
$\therefore \frac{b}{a}=\sqrt{2}$，

$\therefore \frac{AD}{AB}$ 的值为 $\sqrt{2}$，

故选：B．

【点评】本题主要考查了折叠问题，解题时，我们常常设要求的线段长为 x，然后根据折叠和轴对称的性质用含 x 的代数式表示其他线段的长度，选择适当的直角三角形，运用勾股定理列出方程求出答案．

12．（3 分）如图，四边形 $ABCD$ 的顶点坐标分别为 $A(-4,0)$，$B(-2,-1)$，$C(3,0)$，$D(0,3)$，当过点 B 的直线 l 将四边形 $ABCD$ 分成面积相等的两部分时，直线 l 所表示的函数表达式为(　　)



A．$y=\frac{11}{10}x+\frac{6}{5}$　　B．$y=\frac{2}{3}x+\frac{1}{3}$　　C．$y=x+1$　　D．$y=\frac{5}{4}x+\frac{3}{2}$

【考点】$F8$：一次函数图象上点的坐标特征；FA：待定系数法求一次函数解析式

【专题】533：一次函数及其应用

【分析】由已知点可求四边形 $ABCD$ 分成面积 $=\frac{1}{2}\times AC\times(|y_B|+3)=\frac{1}{2}\times7\times4=14$；求出 CD 的直线解析式为 $y=-x+3$，设过 B 的直线 l 为 $y=kx+b$，并求出两条直线的交点，直线 l 与 x 轴的交点坐标，根据面积有 $7=\frac{1}{2}\times(3-\frac{1-2k}{k})\times(\frac{5k-1}{k+1}+1)$，即可求 k；

【解答】解：由 $A(-4,0)$，$B(-2,-1)$，$C(3,0)$，$D(0,3)$，

$\therefore AC=7$，$DO=3$，

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 分成面积 $=\frac{1}{2}\times AC\times(|y_B|+3)=\frac{1}{2}\times7\times4=14$，

可求 CD 的直线解析式为 $y=-x+3$，

设过 B 的直线 l 为 $y=kx+b$，

将点 B 代入解析式得 $y=kx+2k-1$，

$\therefore$ 直线 CD 与该直线的交点为 $(\frac{4-2k}{k+1}$，$\frac{5k-1}{k+1})$，

直线 $y=kx+2k-1$ 与 x 轴的交点为 $(\frac{1-2k}{k}$，$0)$，

$\therefore 7=\frac{1}{2}\times(3-\frac{1-2k}{k})\times(\frac{5k-1}{k+1}+1)$，

$\therefore k=\frac{5}{4}$ 或 $k=0$，

$\therefore k=\frac{5}{4}$，

$\therefore$ 直线解析式为 $y=\frac{5}{4}x+\frac{3}{2}$；

故选：D．

【点评】本题考查一次函数的解析式求法；掌握平面内点的坐标与四边形面积的关系，熟练待定系数法求函数解析式的方法是解题的关键．

二、填空题（共 6 小题．每小题 3 分，共 18 分，请将答案填在答题卡上）

13．（3 分）$|-2019|=$ __2019__．

【考点】15：绝对值

【专题】511：实数

【分析】根据绝对值解答即可．

【解答】解：$|-2019|=2019$，

故答案为：2019．

【点评】此题考查绝对值问题，关键是根据负数的绝对值是其相反数解答．

14．（3 分）某班学生经常采用“小组合作学习”的方式进行学习，王老师每周对各小组合作学习的情况进行综合评分．下表是各小组其中一周的得分情况：

组别	一	二	三	四	五	六	七	八
得分	90	95	90	88	90	92	85	90

这组数据的众数是__90__．

【考点】$W5$：众数

【专题】541：数据的收集与整理

【分析】众数是一组数据中出现次数最多的数．

【解答】解：90 出现了 4 次，出现的次数最多，则众数是 90；

故答案为：90

【点评】此题考查了众数，注意中位数和众数的区别，中位数是将一组数据从小到大（或从大到小）重新排列后，最中间的那个数（最中间两个数的平均数），叫做这组数据的中位数；众数是一组数据中出现次数最多的数

15．（3 分）一元二次方程 $(x-3)(x-2)=0$ 的根是__$x_1=3$，__$x_2=2$__．

【考点】$A8$：解一元二次方程－因式分解法

【专题】523：一元二次方程及应用

【分析】利用因式分解法把方程化为 $x-3=0$ 或 $x-2=0$，然后解两个一次方程即可．

【解答】解：$x-3=0$ 或 $x-2=0$，

所以 $x_1=3$，$x_2=2$．

故答案为 $x_1=3$，$x_2=2$．

【点评】本题考查了解一元二次方程－因式分解法：因式分解法就是利用因式分解求出方程的解的方法，这种方法简便易用，是解一元二次方程最常用的方法．

16．（3 分）若 $x^2+ax+4=(x-2)^2$，则 $a=$__-4__．

【考点】54：因式分解－运用公式法

【专题】512：整式

【分析】直接利用完全平方公式得出 a 的值．

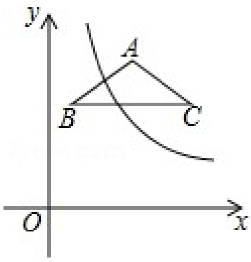
【解答】解：$\because x^2+ax+4=(x-2)^2$，

$\therefore a=-4$．

故答案为：-4．

【点评】此题主要考查了公式法分解因式，正确应用公式是解题关键．

17．（3 分）如图，在平面直角坐标系中，反比例 $y=\dfrac{k}{x}(t>0)$ 的图象和 ΔABC 都在第一象限内，$AB=AC=\dfrac{5}{2}$，$BC//x$ 轴，且 $BC=4$，点 A 的坐标为 $(3,5)$．若将 ΔABC 向下平移 m 个单位长度，A，C 两点同时落在反比例函数图象上，则 m 的值为__$\dfrac{5}{4}$__．



【考点】$G6$：反比例函数图象上点的坐标特征；$G2$：反比例函数的图象；$Q3$：坐标与图形变化－平移；KH：等腰三角形的性质

【专题】534：反比例函数及其应用

【分析】根据已知求出 B 与 C 点坐标，再表示出相应的平移后 A 与 C 坐标，将之代入反比例函数表达式即可求解；

【解答】解：$\because AB=AC=\dfrac{5}{2}$，$BC=4$，点 $A(3,5)$．

$\therefore B(1,\dfrac{7}{2})$，$C(5,\dfrac{7}{2})$，

将 ΔABC 向下平移 m 个单位长度，

$\therefore A(3,5-m)$，$C(5,\dfrac{7}{2}-m)$，

$\because A$，C 两点同时落在反比例函数图象上，

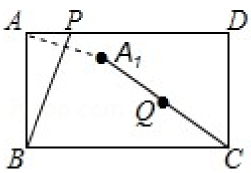
$\therefore 3(5-m)=5(\frac{7}{2}-m)$，

$\therefore m=\frac{5}{4}$；

故答案为$\frac{5}{4}$；

【点评】本题考查反比例函数的图象及性质；熟练掌握等腰三角形的性质，通过等腰三角形求出点的坐标是解题的关键．

18．（3 分）如图，在矩形 $ABCD$ 中，$AB=\sqrt{3}$，$AD=3$，点 P 是 AD 边上的一个动点，连接 BP，作点 A 关于直线 BP 的对称点 A_1，连接 A_1C，设 A_1C 的中点为 Q，当点 P 从点 A 出发，沿边 AD 运动到点 D 时停止运动，点 Q 的运动路径长为__$\frac{\sqrt{3}}{3}\pi$__．

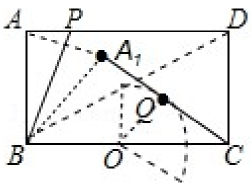


【考点】$P2$：轴对称的性质；$O4$：轨迹；LB：矩形的性质

【专题】556：矩形 菱形 正方形；558：平移、旋转与对称

【分析】如图，连接 BA_1，取 BC 使得中点 O，连接 OQ，BD．利用三角形的中位线定理证明 $OQ=\frac{\sqrt{3}}{2}=$定值，推出点 Q 的运动轨迹是以 O 为圆心，OQ 为半径的圆弧，圆心角为 120°，已解决可解决问题．

【解答】解：如图，连接 BA_1，取 BC 使得中点 O，连接 OQ，BD．



$\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形，

$\therefore \angle BAD=90^{\circ}$，

$\therefore \tan\angle ABD=\dfrac{AD}{AB}=\sqrt{3}$，

$\therefore \angle ABD=60^{\circ}$，

$\because A_1Q=QC$， $BO=OC$，

$\therefore OQ=\dfrac{1}{2}BA_1=\dfrac{1}{2}AB=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，

$\therefore$ 点 Q 的运动轨迹是以 O 为圆心， OQ 为半径的圆弧，圆心角为 120°，

$\therefore$ 点 Q 的运动路径长 $=\dfrac{120\cdot\pi\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}}{180}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}\pi$．

故答案为 $\dfrac{\sqrt{3}}{3}\pi$．

【点评】本题考查轨迹，矩形的性质，轴对称的性质等知识，解题的关键是灵活运用所学知识解决问题，属于中考常考题型．

三.解答题（本大题共 8 题，共 66 分，请将解答过程写在答题卡上）

19．（6 分）计算：$(-1)^{2019}-\sqrt{12}+\tan 60^{\circ}+(\pi-3.14)^{0}$．

【考点】$T5$：特殊角的三角函数值；$2C$：实数的运算；$6E$：零指数幂

【专题】511：实数

【分析】先计算乘方、化简二次根式、代入三角函数值、零指数幂，再计算加减可得．

【解答】解：原式 $=-1-2\sqrt{3}+\sqrt{3}+1$

$=-\sqrt{3}$．

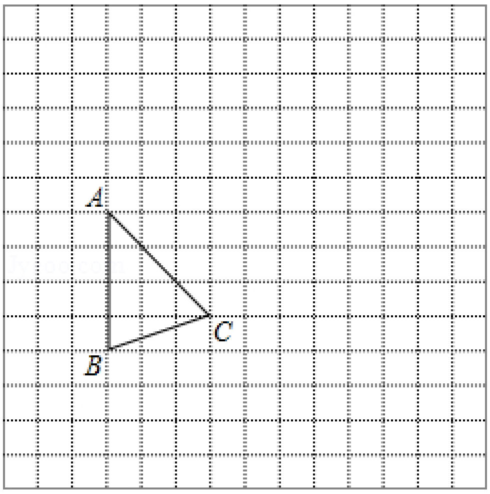
【点评】本题主要考查实数的运算，解题的关键是掌握乘方的定义、二次根式的性质及零指数幂的规定．

20．（6 分）如图，在网格中，每个小正方形的边长均为 1 个单位长度．我们将小正方形的顶点叫做格点，ΔABC 的三个顶点均在格点上．

（1）将 ΔABC 先向右平移 6 个单位长度，再向上平移 3 个单位长度，得到△ $A_1B_1C_1$，画出平移后的△ $A_1B_1C_1$；

（2）建立适当的平面直角坐标系，使得点 A 的坐为 $(-4,3)$；

（3）在（2）的条件下，直接写出点 A_1 的坐标．



【考点】$Q4$：作图－平移变换

【专题】13：作图题

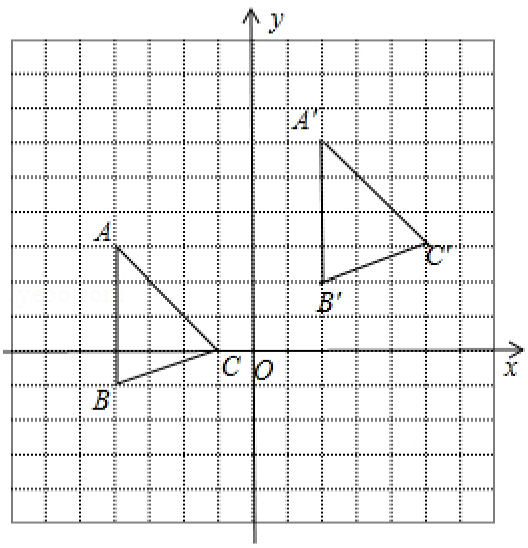
【分析】（1）利用网格特点和平移的性质画出 A、B、C 的对应点 A_1、B_1、C_1，从而得到△

$A_1B_1C_1$；

（2）利用 A 点坐标画出直角坐标系；

（3）利用第二象限点的坐标特征写出点 A_1 的坐标．

【解答】解：（1）如图，△ $A_1B_1C_1$ 为所作；



（2）如图，

（3）点 A_1 的坐标为 $(2,6)$.

【点评】本题考查了作图－平移变换：确定平移后图形的基本要素有两个：平移方向、平移距离．作图时要先找到图形的关键点，分别把这几个关键点按照平移的方向和距离确定对应点后，再顺次连接对应点即可得到平移后的图形．

21．（8 分）先化简，再求值：$(\dfrac{1}{y}-\dfrac{1}{x})\div\dfrac{x^2-2xy+y^2}{2xy}-\dfrac{1}{y-x}$，其中 $x=2+\sqrt{2}$，$y=2$.

【考点】$6D$：分式的化简求值

【专题】513：分式

【分析】先根据分式的混合运算顺序和运算法则化简原式，再将 x 、y 的值代入计算可得．

【解答】解：原式 $=\dfrac{x-y}{xy}\square\dfrac{2xy}{(x-y)^2}+\dfrac{1}{x-y}$

$=\dfrac{2}{x-y}+\dfrac{1}{x-y}$

$=\dfrac{3}{x-y}$，

当 $x=2+\sqrt{2}$，$y=2$ 时，

原式 $\dfrac{3}{2+\sqrt{2}-2}=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$.

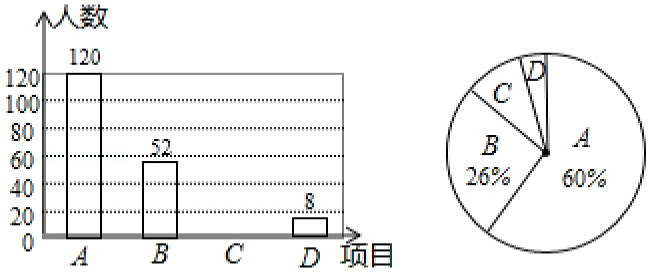
【点评】本题主要考查分式的化简求值，解题的关键是熟练掌握分式的混合运算顺序和运算法则．

22．（8 分）某校在以“青春心向党，建功新时代”为主题的校园文化艺术节期间，举办了 A 合唱，B 群舞，C 书法，D 演讲共四个项目的比赛，要求每位学生必须参加且仅参加一项，小红随机调查了部分学生的报名情况，并绘制了下列两幅不完整的统计图，请根据统计图中信息解答下列问题：

（1）本次调查的学生总人数是多少？扇形统计图中“D”部分的圆心角度数是多少？

（2）请将条形统计图补充完整；

（3）若全校共有 1800 名学生，请估计该校报名参加书法和演讲比赛的学生共有多少人？



【考点】VC：条形统计图；$V5$：用样本估计总体；VB：扇形统计图

【专题】542：统计的应用

【分析】（1）由 A 项目人数及其所占百分比可得总人数，用 $360°$ 乘以 D 项目人数所占比例可得；

（2）由各项目人数之和等于总人数可得 C 的人数，从而补全条形图；

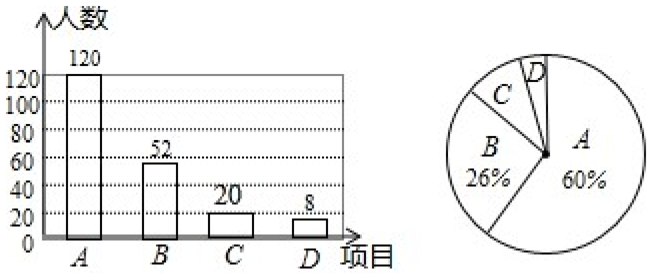
（3）利用样本估计总体思想求解可得．

【解答】解：（1）本次调查的学生总人数是 $120\div 60\%=200$（人），

扇形统计图中“D”部分的圆心角度数是 $360°\times\dfrac{8}{200}=14.4°$；

（2）C 项目人数为 $200-(120+52+8)=20$（人），

补全图形如下：



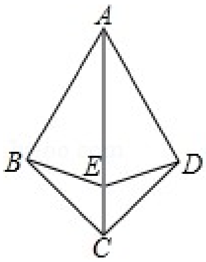
（3）估计该校报名参加书法和演讲比赛的学生共有 $1800\times\dfrac{20+8}{200}=252$（人）．

【点评】本题考查了条形统计图和扇形统计图，读懂统计图，从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键．条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据；扇形统计图直接反映部分占总体的百分比大小．

23．（8 分）如图，$AB=AD$，$BC=DC$，点 E 在 AC 上．

（1）求证：AC 平分 $\angle BAD$；

（2）求证：$BE=DE$．



【考点】KD：全等三角形的判定与性质；KF：角平分线的性质

【专题】553：图形的全等；552：三角形

【分析】（1）由题中条件易知：$\Delta ABC\cong\Delta ADC$，可得 AC 平分 $\angle BAD$；

（2）利用（1）的结论，可得 $\Delta BAE\cong\Delta DAE$，得出 $BE=DE$．

【解答】解：（1）在 ΔABC 与 ΔADC 中，$\begin{cases}AB=AD\\AC=AC\\BC=DC\end{cases}$

$\therefore\Delta ABC\cong\Delta ADC(SSS)$

$\therefore\angle BAC=\angle DAC$

即 AC 平分 $\angle BAD$；

（2）由（1）$\angle BAE=\angle DAE$

在 ΔBAE 与 ΔDAE 中，得 $\begin{cases}BA=DA\\\angle BAE=\angle DAE\\AE=AE\end{cases}$

$\therefore\Delta BAE\cong\Delta DAE(SAS)$

$\therefore BE=DE$

【点评】熟练运用三角形全等的判定，得出三角形全等，转化边角关系是解题关键．

24．（8 分）为响应国家“足球进校园”的号召，某校购买了 50 个 A 类足球和 25 个 B 类足球共花费 7500 元，已知购买一个 B 类足球比购买一个 A 类足球多花 30 元．

（1）求购买一个 A 类足球和一个 B 类足球各需多少元？

（2）通过全校师生的共同努力，今年该校被评为“足球特色学校”，学校计划用不超过 4800 元的经费再次购买 A 类足球和 B 类足球共 50 个，若单价不变，则本次至少可以购买多少个 A 类足球？

【考点】$C9$：一元一次不等式的应用；$9A$：二元一次方程组的应用

【专题】34：方程思想；524：一元一次不等式（组）及应用；521：一次方程（组）及应用

【分析】（1）设购买一个 A 类足球需要 x 元，购买一个 B 类足球需要 y 元，根据“购买 50 个 A 类足球和 25 个 B 类足球共花费 7500 元，购买一个 B 类足球比购买一个 A 类足球多花 30 元”，即可得出关于 x，y 的二元一次方程组，解之即可得出结论；

（2）设购买 m 个 A 类足球，则购买 $(50-m)$ 个 B 类足球，根据总价 = 单价 × 数量结合总费用不超过 4800 元，即可得出关于 m 的一元一次不等式，解之取其中的最小值即可得出结论．

【解答】解：（1）设购买一个 A 类足球需要 x 元，购买一个 B 类足球需要 y 元，

依题意，得：$\begin{cases}50x+25y=7500\\y-x=30\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}x=90\\y=120\end{cases}$．

答：购买一个 A 类足球需要 90 元，购买一个 B 类足球需要 120 元．

（2）设购买 m 个 A 类足球，则购买 $(50-m)$ 个 B 类足球，

依题意，得：$90m+120(50-m)\leqslant 4800$，

解得：$m\geqslant 40$．

答：本次至少可以购买 40 个 A 类足球．

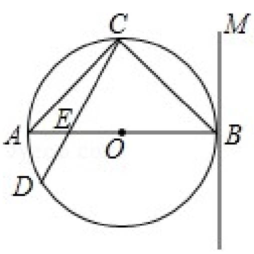
【点评】本题考查了二元一次方程组的应用以及一元一次不等式的应用，解题的关键是：（1）找准等量关系，正确列出二元一次方程组；（2）根据各数量之间的关系，正确列出一元一次不等式．

25．（10 分）如图，BM 是以 AB 为直径的$\odot O$ 的切线，B 为切点，BC 平分 $\angle ABM$，弦 CD 交 AB 于点 E，$DE=OE$．

（1）求证：ΔACB 是等腰直角三角形；

（2）求证：$OA^2=OE\cdot DC$；

（3）求 $\tan\angle ACD$ 的值．



【考点】MR：圆的综合题

【专题】$55A$：与圆有关的位置关系；559：圆的有关概念及性质；$55D$：图形的相似

【分析】（1）由切线的性质和圆周角定理可得 $\angle ACB=\angle ABM=90^{\circ}$，由角平分线的性质可得 $\angle CAB=\angle CBA=45^{\circ}$；

（2）通过证明 $\Delta EDO\backsim\Delta ODC$，可得 $\dfrac{OD}{DC}=\dfrac{DE}{DO}$，即可得结论；

（3）连接 BD，AD，DO，作 $\angle BAF=\angle DBA$，交 BD 于点 F，由外角的性质可得 $\angle CAB=\angle CDB=45^{\circ}=\angle EDO+\angle ODB=3\angle ODB$，可求 $\angle ODB=15^{\circ}=\angle OBD$，由直角三角形的性质可得 $BD=DF+BF=\sqrt{3}AD+2AD$，即可求 $\tan\angle ACD$ 的值．

【解答】证明：（1）$\because BM$ 是以 AB 为直径的$\odot O$ 的切线，

$\therefore\angle ABM=90^{\circ}$，

$\because BC$ 平分 $\angle ABM$，

$\therefore\angle ABC=\dfrac{1}{2}\angle ABM=45^{\circ}$

$\because AB$ 是直径

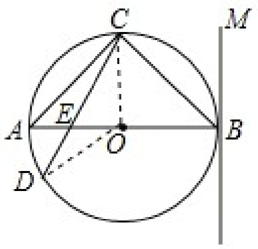
$\therefore\angle ACB=90^{\circ}$，

$\therefore\angle CAB=\angle CBA=45^{\circ}$

$\therefore AC=BC$

$\therefore\Delta ACB$ 是等腰直角三角形；

（2）如图，连接 OD，OC



$\because DE=EO$，$DO=CO$

$\therefore\angle EDO=\angle EOD$，$\angle EDO=\angle OCD$

$\therefore\angle EDO=\angle EDO$，$\angle EOD=\angle OCD$

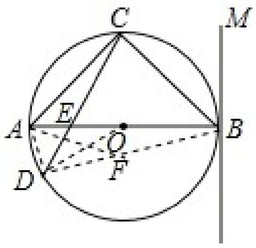
$\therefore\Delta EDO\backsim\Delta ODC$

$\therefore\dfrac{OD}{DC}=\dfrac{DE}{DO}$

$\therefore OD^{2}=DE\cdot DC$

$\therefore OA^2 = DE\cdot DC = EO\cdot DC$

（2）如图，连接 BD， AD， DO，作 $\angle BAF = \angle DBA$，交 BD 于点 F，



$\because DO = BO$

$\therefore \angle ODB = \angle OBD$，

$\therefore \angle AOD = 2\angle ODB = \angle EDO$，

$\because \angle CAB = \angle CDB = 45^\circ = \angle EDO + \angle ODB = 3\angle ODB$，

$\therefore \angle ODB = 15^\circ = \angle OBD$

$\because \angle BAF = \angle DBA = 15^\circ$

$\therefore AF = BF$， $\angle AFD = 30^\circ$

$\because AB$ 是直径

$\therefore \angle ADB = 90^\circ$

$\therefore AF = 2AD$， $DF = \sqrt{3}AD$

$\therefore BD = DF + BF = \sqrt{3}AD + 2AD$

$\therefore \tan\angle ACD = \tan\angle ABD = \dfrac{AD}{BD} = \dfrac{1}{2+\sqrt{3}} = 2-\sqrt{3}$

【点评】本题属于圆的综合题，考查了圆周角定理、垂径定理、相似三角形的判定与性质以及锐角三角函数等知识．注意准确作出辅助线是解此题的关键．

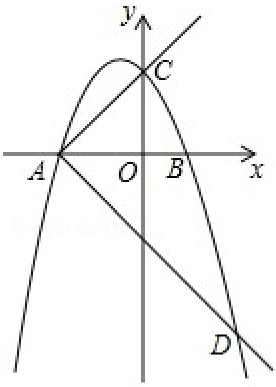
26．（12 分）如图，抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 与 x 轴交于点 $A(-2,0)$ 和 $B(l,0)$，与 y 轴交于点 C．

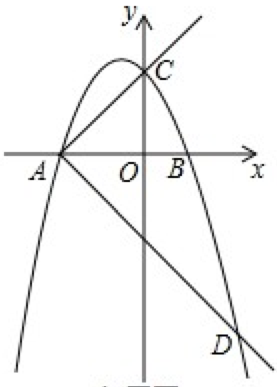
（1）求抛物线的表达式；

（2）作射线 AC，将射线 AC 绕点 A 顺时针旋转 90° 交抛物线于另一点 D，在射线 AD 上是否存在一点 H，使 ΔCHB 的周长最小．若存在，求出点 H 的坐标；若不存在，请说明理由；

（3）在（2）的条件下，点 Q 为抛物线的顶点，点 P 为射线 AD 上的一个动点，且点 P 的

横坐标为 t，过点 P 作 x 轴的垂线 l，垂足为 E，点 P 从点 A 出发沿 AD 方向运动，直线 l 随之运动，当 $-2<t<1$ 时，直线 l 将四边形 $ABCQ$ 分割成左右两部分，设在直线 l 左侧部分的面积为 S，求 S 关于 t 的函数表达式.





备用图

【考点】HF：二次函数综合题

【专题】533：一次函数及其应用；41：待定系数法；$2C$：存在型；46：几何变换；554：等腰三角形与直角三角形；153：代数几何综合题；535：二次函数图象及其性质；521：一次方程（组）及应用；25：动点型；558：平移、旋转与对称；32：分类讨论

【分析】（1）由抛物线与 x 轴两交点坐标，可得抛物线交点式为 $y=-(x+2)(x-1)$，去括号即得到抛物线的表达式.

（2）由于点 H 在射线 AD 上运动，点 C、B 在射线 AD 的同侧，求 ΔCHB 的周长最小即求 $CH+BH$ 最小，作点 C 关于直线 AD 的对称点 C' 即有 $CH=C'H$，只要点 C'、H、B 在同一直线上时，$CH+BH=C'H+BH=C'B$ 最小．求点 C 坐标，即求直线 AC 解析式，由射线 AD 是由射线 AC 旋转 $90°$ 得到可求得直线 AD 解析式．由点 A 为 CC' 中点求得点 C' 坐标，即求得直线 $C'B$ 解析式，把直线 AD 与直线 $C'B$ 解析式联立成方程组，求得的解即为点 H 坐标.

（3）求点 Q 坐标，画出图形，发现随着 t 的变化，直线 l 与四边形 $ABCQ$ 不同的边相交，即直线 l 左侧部分的形状不相同，需分直线 l 分别与线段 AQ、QC、CB 相交三种情况．当直线 l 与线段 AQ 相交于点 F 时，S 即为 ΔAEF 的面积，求直线 AQ 解析式，即能用 t 表示 F 的坐标进而表示 AE、EF 的长，代入面积公式即得到 S 与 t 的函数关系式；当直线 l 与线段 QC 相交于点 G 时，作 $QM\perp x$ 轴于点 M，S 为 ΔAQM 与梯形 $MEGQ$ 面积的和，求直线 QC 解析式，用 t 表示 G 的坐标进而表示 GE、ME 的长，再代入计算；当直线 l 与线段 BC 相交于点 N 时，S 为四边形 $ABCQ$ 与 ΔBEN 面积的差，求直线 BC 解析式，用 t 表示 N 的

坐标进而表示 NE 、 BE 的长，代入计算即可.

【解答】解：（1）抛物线与 x 轴交于点 $A(-2,0)$ 和 $B(l,0)$

$\therefore$ 交点式为 $y=-(x+2)(x-1)=-(x^{2}+x-2)$

$\therefore$ 抛物线的表示式为 $y=-x^{2}-x+2$

（2）在射线 AD 上存在一点 H ，使 ΔCHB 的周长最小.

如图1，延长 CA 到 C' ，使 $AC'=AC$ ，连接 BC' ， BC' 与 AD 交点即为满足条件的点 H

$\because x=0$ 时， $y=-x^{2}-x+2=2$

$\therefore C(0,2)$

$\therefore OA=OC=2$

$\therefore \angle CAO=45^{\circ}$ ，直线 AC 解析式为 $y=x+2$

$\because$ 射线 AC 绕点 A 顺时针旋转 90° 得射线 AD

$\therefore \angle CAD=90^{\circ}$

$\therefore \angle OAD=\angle CAD-\angle CAO=45^{\circ}$

$\therefore$ 直线 AD 解析式为 $y=-x-2$

$\because AC'=AC$ ， $AD\perp CC'$

$\therefore C'(-4,-2)$ ， AD 垂直平分 CC'

$\therefore CH=C'H$

$\therefore$ 当 C' 、 H 、 B 在同一直线上时， $C_{\Delta CHB}=CH+BH+BC=C'H+BH+BC=BC'+BC$ 最小

设直线 BC' 解析式为 $y=kx+a$

$\therefore \begin{cases}-4k+a=-2\\k+a=0\end{cases}$ 解得： $\begin{cases}k=\dfrac{2}{5}\\a=-\dfrac{2}{5}\end{cases}$

$\therefore$ 直线 $BC':y=\dfrac{2}{5}x-\dfrac{2}{5}$

$\because \begin{cases}y=\dfrac{2}{5}x-\dfrac{2}{5}\\y=-x-2\end{cases}$ 解得： $\begin{cases}x=-\dfrac{8}{7}\\y=-\dfrac{6}{7}\end{cases}$

$\therefore$ 点 H 坐标为 $(-\frac{8}{7}$，$-\frac{6}{7})$

（3）$\because y=-x^2-x+2=-(x+\frac{1}{2})^2+\frac{9}{4}$

$\therefore$ 抛物线顶点 $Q(-\frac{1}{2}$，$\frac{9}{4})$

① 当 $-2<t\leqslant -\frac{1}{2}$ 时，如图 2，直线 l 与线段 AQ 相交于点 F

设直线 AQ 解析式为 $y=mx+n$

$\therefore \begin{cases}-2m+n=0\\ -\frac{1}{2}m+n=\frac{9}{4}\end{cases}$ 解得：$\begin{cases}m=\frac{3}{2}\\ n=3\end{cases}$

$\therefore$ 直线 $AQ:y=\frac{3}{2}x+3$

$\because$ 点 P 横坐标为 t，$PF\perp x$ 轴于点 E

$\therefore F(t,\frac{3}{2}t+3)$

$\therefore AE=t-(-2)=t+2$，$FE=\frac{3}{2}t+3$

$\therefore S=S_{\Delta AEF}=\frac{1}{2}AE\cdot EF=\frac{1}{2}(t+2)(\frac{3}{2}t+3)=\frac{3}{4}t^2+3t+3$

② 当 $-\frac{1}{2}<t\leqslant 0$ 时，如图 3，直线 l 与线段 QC 相交于点 G，过点 Q 作 $QM\perp x$ 轴于 M

$\therefore AM=-\frac{1}{2}-(-2)=\frac{3}{2}$，$QM=\frac{9}{4}$

$\therefore S_{\Delta AQM}=\frac{1}{2}AM\cdot QM=\frac{1}{2}\times\frac{3}{2}\times\frac{9}{4}=\frac{27}{16}$

设直线 CQ 解析式为 $y=qx+2$

把点 Q 代入：$-\frac{1}{2}q+2=\frac{9}{4}$，解得：$q=-\frac{1}{2}$

$\therefore$ 直线 $CQ:y=-\frac{1}{2}x+2$

$\therefore G(t,-\frac{1}{2}t+2)$

$\therefore EM = t - (-\frac{1}{2}) = t + \frac{1}{2}$， $GE = -\frac{1}{2}t + 2$

$\therefore S_{梯形MEGQ} = \frac{1}{2}(QM + GE)\cdot ME = \frac{1}{2}\left(\frac{9}{4} - \frac{1}{2}t + 2\right)\left(t + \frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{4}t^2 + 2t + \frac{17}{16}$

$\therefore S = S_{\Delta AQM} + S_{梯形MEGQ} = \frac{27}{16} + \left(-\frac{1}{4}t^2 + 2t + \frac{17}{16}\right) = -\frac{1}{4}t^2 + 2t + \frac{11}{4}$

③ 当 $0 < t < 1$ 时，如图 4，直线 l 与线段 BC 相交于点 N

设直线 BC 解析式为 $y = rx + 2$

把点 B 代入： $r + 2 = 0$，解得： $r = -2$

$\therefore$ 直线 $BC: y = -2x + 2$

$\therefore N(t, -2t + 2)$

$\therefore BE = 1 - t$， $NE = -2t + 2$

$\therefore S_{\Delta BEN} = \frac{1}{2}BE\cdot NE = \frac{1}{2}(1 - t)(-2t + 2) = t^2 - 2t + 1$

$\because S_{梯形MOCQ} = \frac{1}{2}(QM + CO)\cdot OM = \frac{1}{2}\times\left(\frac{9}{4} + 2\right)\times\frac{1}{2} = \frac{17}{16}$， $S_{\Delta BOC} = \frac{1}{2}BO\cdot CO = \frac{1}{2}\times 1\times 2 = 1$

$\therefore S = S_{\Delta AQM} + S_{梯形MOCQ} + S_{\Delta BOC} - S_{\Delta BEN} = \frac{27}{16} + \frac{17}{16} + 1 - \left(t^2 - 2t + 1\right) = t^2 - 2t + \frac{11}{4}$

综上所述， $S = \begin{cases} \frac{3}{4}t^2 + 3t + 3(-2 < t \leqslant -\frac{1}{2}) \\ -\frac{1}{4}t^2 + 2t + \frac{11}{4}(-\frac{1}{2} < t \leqslant 0) \\ t^2 - 2t + \frac{11}{4}(0 < t < 1) \end{cases}$

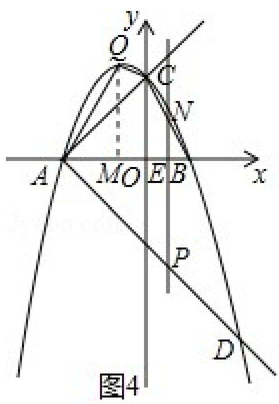


图4

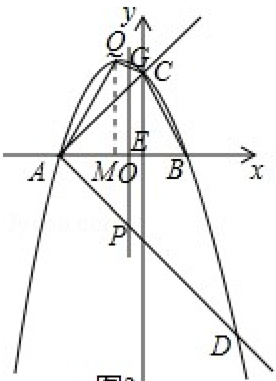


图3

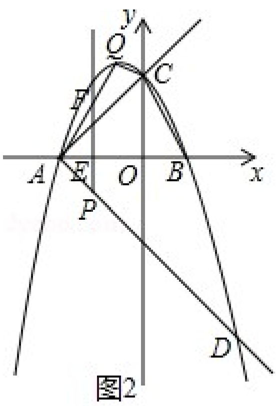


图2

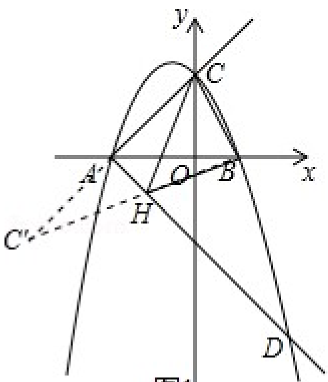


图1

【点评】本题考查了二次函数的图象与性质，旋转的性质，轴对称求最短路径，一次函数的图象与性质，解二元一次方程组．其中第（3）题画图分类讨论后计算较繁琐复杂，要细心运算．

考点卡片

1．正数和负数

1、在以前学过的 0 以外的数叫做正数，在正数前面加负号“﹣”，叫做负数，一个数前面的“+”“﹣”号叫做它的符号．

2、0 既不是正数也不是负数．0 是正负数的分界点，正数是大于 0 的数，负数是小于 0 的数．

3、用正负数表示两种具有相反意义的量．具有相反意义的量都是互相依存的两个量，它包含两个要素，一是它们的意义相反，二是它们都是数量．

2．绝对值

（1）概念：数轴上某个数与原点的距离叫做这个数的绝对值．

①互为相反数的两个数绝对值相等；

②绝对值等于一个正数的数有两个，绝对值等于 0 的数有一个，没有绝对值等于负数的数．

③有理数的绝对值都是非负数．

（2）如果用字母 a 表示有理数，则数 a 绝对值要由字母 a 本身的取值来确定：

①当 a 是正有理数时，a 的绝对值是它本身 a；

②当 a 是负有理数时，a 的绝对值是它的相反数﹣a；

③当 a 是零时，a 的绝对值是零．

即$|a|=\{a（a>0）0（a=0）-a（a<0）$

3．倒数

（1）倒数：乘积是 1 的两数互为倒数．

一般地，$a\cdot 1$ （$a\neq 0$），就说 a（$a\neq 0$）的倒数是．

（2）方法指引：

①倒数是除法运算与乘法运算转化的“桥梁”和“渡船”．正像减法转化为加法及相反数一样，非常重要．倒数是伴随着除法运算而产生的．

②正数的倒数是正数，负数的倒数是负数，而 0 没有倒数，这与相反数不同．

【规律方法】求相反数、倒数的方法

求一个数的相反数	求一个数的相反数时，只需在这个数前面加上“﹣”即可
求一个数的倒数	求一个整数的倒数，就是写成这个整数分之一

	求一个分数的倒数，就是调换分子和分母的位置

注意：0 没有倒数.

4．科学记数法—表示较大的数

（1）科学记数法：把一个大于 10 的数记成 $a\times10^n$ 的形式，其中 a 是整数数位只有一位的数，n 是正整数，这种记数法叫做科学记数法．【科学记数法形式：$a\times10^n$，其中 $1\leqslant a<10$，n 为正整数．】

（2）规律方法总结：

① 科学记数法中 a 的要求和 10 的指数 n 的表示规律为关键，由于 10 的指数比原来的整数位数少 1；按此规律，先数一下原数的整数位数，即可求出 10 的指数 n.

② 记数法要求是大于 10 的数可用科学记数法表示，实质上绝对值大于 10 的负数同样可用此法表示，只是前面多一个负号.

5．平方根

（1）定义：如果一个数的平方等于 a，这个数就叫做 a 的平方根，也叫做 a 的二次方根.

一个正数有两个平方根，这两个平方根互为相反数，零的平方根是零，负数没有平方根.

（2）求一个数 a 的平方根的运算，叫做开平方.

一个正数 a 的正的平方根表示为“”，负的平方根表示为“”.

正数 a 的正的平方根，叫做 a 的算术平方根，记作 a．零的算术平方根仍旧是零.

平方根和立方根的性质

1．平方根的性质：正数 a 有两个平方根，它们互为相反数；0 的平方根是 0；负数没有平方根.

2．立方根的性质：一个数的立方根只有一个，正数的立方根是正数，负数的立方根是负数，0 的立方根是 0.

6．实数的运算

（1）实数的运算和在有理数范围内一样，值得一提的是，实数既可以进行加、减、乘、除、乘方运算，又可以进行开方运算，其中正实数可以开平方.

（2）在进行实数运算时，和有理数运算一样，要从高级到低级，即先算乘方、开方，再算乘除，最后算加减，有括号的要先算括号里面的，同级运算要按照从左到有的顺序进行.

另外，有理数的运算律在实数范围内仍然适用.

【规律方法】实数运算的“三个关键”

1．运算法则：乘方和开方运算、幂的运算、指数（特别是负整数指数，0 指数）运算、根式

运算、特殊三角函数值的计算以及绝对值的化简等.

2．运算顺序：先乘方，再乘除，后加减，有括号的先算括号里面的，在同一级运算中要从左到右依次运算，无论何种运算，都要注意先定符号后运算.

3．运算律的使用：使用运算律可以简化运算，提高运算速度和准确度.

7．合并同类项

（1）定义：把多项式中同类项合成一项，叫做合并同类项.

（2）合并同类项的法则：把同类项的系数相加，所得结果作为系数，字母和字母的指数不变.

（3）合并同类项时要注意以下三点：

①要掌握同类项的概念，会辨别同类项，并准确地掌握判断同类项的两条标准：带有相同系数的代数项；字母和字母指数；

②明确合并同类项的含义是把多项式中的同类项合并成一项，经过合并同类项，式的项数会减少，达到化简多项式的目的；

③“合并”是指同类项的系数的相加，并把得到的结果作为新的系数，要保持同类项的字母和字母的指数不变.

8．同底数幂的乘法

（1）同底数幂的乘法法则：同底数幂相乘，底数不变，指数相加.

$a^m\bullet a^n=a^{m+n}$（m，n 是正整数）

（2）推广：$a^m\bullet a^n\bullet a^p=a^{m+n+p}$（$m$，$n$，$p$ 都是正整数）

在应用同底数幂的乘法法则时，应注意：①底数必须相同，如 2^3 与 2^5，（a^2b^2）3 与（a^2b^2）4，（$x-y$）^{2} 与（$x-y$）^{3} 等；②a 可以是单项式，也可以是多项式；③按照运算性质，只有相乘时才是底数不变，指数相加.

（3）概括整合：同底数幂的乘法，是学习整式乘除运算的基础，是学好整式运算的关键．在运用时要抓住“同底数”这一关键点，同时注意，有的底数可能并不相同，这时可以适当变形为同底数幂.

9．同底数幂的除法

同底数幂的除法法则：底数不变，指数相减.

$a^m\div a^n=a^{m-n}$（$a\neq0$，m，n 是正整数，$m>n$）

①底数 $a\neq0$，因为 0 不能做除数；

②单独的一个字母，其指数是 1，而不是 0；

③ 应用同底数幂除法的法则时，底数 a 可是单项式，也可以是多项式，但必须明确底数是什么，指数是什么．

10．完全平方公式

（1）完全平方公式：（$a\pm b$）^{2}＝$a^2\pm 2ab+b^2$．

可巧记为："首平方，末平方，首末两倍中间放"．

（2）完全平方公式有以下几个特征：①左边是两个数的和的平方；②右边是一个三项式，其中首末两项分别是两项的平方，都为正，中间一项是两项积的 2 倍；其符号与左边的运算符号相同．

（3）应用完全平方公式时，要注意：①公式中的 a，b 可是单项式，也可以是多项式；②对形如两数和（或差）的平方的计算，都可以用这个公式；③对于三项的可以把其中的两项看做一项后，也可以用完全平方公式．

11．因式分解-运用公式法

1、如果把乘法公式反过来，就可以把某些多项式分解因式，这种方法叫公式法．

平方差公式：a^2-b^2＝（$a+b$）（$a-b$）；

完全平方公式：$a^2\pm 2ab+b^2$＝（$a\pm b$）^{2}；

2、概括整合：

① 能够运用平方差公式分解因式的多项式必须是二项式，两项都能写成平方的形式，且符号相反．

② 能运用完全平方公式分解因式的多项式必须是三项式，其中有两项能写成两个数（或式）的平方和的形式，另一项是这两个数（或式）的积的 2 倍．

3、要注意公式的综合应用，分解到每一个因式都不能再分解为止．

12．分式的化简求值

先把分式化简后，再把分式中未知数对应的值代入求出分式的值．

在化简的过程中要注意运算顺序和分式的化简．化简的最后结果分子、分母要进行约分，注意运算的结果要化成最简分式或整式．

【规律方法】分式化简求值时需注意的问题

1．化简求值，一般是先化简为最简分式或整式，再代入求值．化简时不能跨度太大，而缺少必要的步骤，代入求值的模式一般为"当…时，原式＝…"．

2．代入求值时，有直接代入法，整体代入法等常用方法．解题时可根据题目的具体条件选择合适的方法．当未知数的值没有明确给出时，所选取的未知数的值必须使原式中的各分

式都有意义，且除数不能为0．

13．零指数幂

零指数幂：$a^0=1$（$a\neq0$）

由 $a^m\div a^m=1$，$a^m\div a^m=a^{m-m}=a^0$ 可推出 $a^0=1$（$a\neq0$）

注意：$0^0\neq1$．

14．二元一次方程组的应用

（一）、列二元一次方程组解决实际问题的一般步骤：

（1）审题：找出问题中的已知条件和未知量及它们之间的关系．

（2）设元：找出题中的两个关键的未知量，并用字母表示出来．

（3）列方程组：挖掘题目中的关系，找出两个等量关系，列出方程组．

（4）求解．

（5）检验作答：检验所求解是否符合实际意义，并作答．

（二）、设元的方法：直接设元与间接设元．

当问题较复杂时，有时设与要求的未知量相关的另一些量为未知数，即为间接设元．无论怎样设元，设几个未知数，就要列几个方程．

15．解一元二次方程-因式分解法

（1）因式分解法解一元二次方程的意义

因式分解法就是利用因式分解求出方程的解的方法，这种方法简便易用，是解一元二次方程最常用的方法．

因式分解法就是先把方程的右边化为0，再把左边通过因式分解化为两个一次因式的积的形式，那么这两个因式的值就都有可能为0，这就能得到两个一元一次方程的解，这样也就把原方程进行了降次，把解一元二次方程转化为解一元一次方程的问题了（数学转化思想）．

（2）因式分解法解一元二次方程的一般步骤：

①移项，使方程的右边化为零；②将方程的左边分解为两个一次因式的乘积；③令每个因式分别为零，得到两个一元一次方程；④解这两个一元一次方程，它们的解就都是原方程的解．

16．不等式的性质

（1）不等式的基本性质

①不等式的两边同时加上（或减去）同一个数或同一个含有字母的式子，不等号的方向不

变，即：

若 $a>b$，那么 $a\pm m>b\pm m$；

② 不等式的两边同时乘以（或除以）同一个正数，不等号的方向不变，即：

若 $a>b$，且 $m>0$，那么 $am>bm$ 或；

③ 不等式的两边同时乘以（或除以）同一个负数，不等号的方向改变，即：

若 $a>b$，且 $m<0$，那么 $am<bm$ 或；

（2）不等式的变形：①两边都加、减同一个数，具体体现为“移项”，此时不等号方向不变，但移项要变号；②两边都乘、除同一个数，要注意只有乘、除负数时，不等号方向才改变．

【规律方法】

1．应用不等式的性质应注意的问题：在不等式的两边都乘以（或除以）同一个负数时，一定要改变不等号的方向；当不等式的两边要乘以（或除以）含有字母的数时，一定要对字母是否大于 0 进行分类讨论．

2．不等式的传递性：若 $a>b$，$b>c$，则 $a>c$．

17．一元一次不等式的应用

（1）由实际问题中的不等关系列出不等式，建立解决问题的数学模型，通过解不等式可以得到实际问题的答案．

（2）列不等式解应用题需要以“至少”、“最多”、“不超过”、“不低于”等词来体现问题中的不等关系．因此，建立不等式要善于从“关键词”中挖掘其内涵．

（3）列一元一次不等式解决实际问题的方法和步骤：

① 弄清题中数量关系，用字母表示未知数．

② 根据题中的不等关系列出不等式．

③ 解不等式，求出解集．

④ 写出符合题意的解．

18．一次函数图象上点的坐标特征

一次函数 $y=kx+b$，（ $k\neq 0$，且 k，b 为常数）的图象是一条直线．它与 x 轴的交点坐标是（，0）；与 y 轴的交点坐标是（0，b）．

直线上任意一点的坐标都满足函数关系式 $y=kx+b$．

19．待定系数法求一次函数解析式

待定系数法求一次函数解析式一般步骤是：

（1）先设出函数的一般形式，如求一次函数的解析式时，先设 $y=kx+b$；

（2）将自变量 x 的值及与它对应的函数值 y 的值代入所设的解析式，得到关于待定系数的方程或方程组；

（3）解方程或方程组，求出待定系数的值，进而写出函数解析式．

注意：求正比例函数，只要一对 x，y 的值就可以，因为它只有一个待定系数；而求一次函数 $y=kx+b$，则需要两组 x，y 的值．

20．反比例函数的图象

用描点法画反比例函数的图象，步骤：列表－－－描点－－－连线．

（1）列表取值时，$x\neq0$，因为 $x=0$ 函数无意义，为了使描出的点具有代表性，可以以“0”为中心，向两边对称式取值，即正、负数各一半，且互为相反数，这样也便于求 y 值．

（2）由于函数图象的特征还不清楚，所以要尽量多取一些数值，多描一些点，这样便于连线，使画出的图象更精确．

（3）连线时要用平滑的曲线按照自变量从小到大的顺序连接，切忌画成折线．

（4）由于 $x\neq0$，$k\neq0$，所以 $y\neq0$，函数图象永远不会与 x 轴、y 轴相交，只是无限靠近两坐标轴．

21．反比例函数图象上点的坐标特征

反比例函数 $y=k/x$（k 为常数，$k\neq0$）的图象是双曲线，

① 图象上的点（x，y）的横纵坐标的积是定值 k，即 $xy=k$；

② 双曲线是关于原点对称的，两个分支上的点也是关于原点对称；

③ 在 $y=k/x$ 图象中任取一点，过这一个点向 x 轴和 y 轴分别作垂线，与坐标轴围成的矩形的面积是定值$|k|$．

22．二次函数综合题

（1）二次函数图象与其他函数图象相结合问题

解决此类问题时，先根据给定的函数或函数图象判断出系数的符号，然后判断新的函数关系式中系数的符号，再根据系数与图象的位置关系判断出图象特征，则符合所有特征的图象即为正确选项．

（2）二次函数与方程、几何知识的综合应用

将函数知识与方程、几何知识有机地结合在一起．这类试题一般难度较大．解这类问题关键是善于将函数问题转化为方程问题，善于利用几何图形的有关性质、定理和二次函数的知识，并注意挖掘题目中的一些隐含条件．

（3）二次函数在实际生活中的应用题

从实际问题中分析变量之间的关系，建立二次函数模型．关键在于观察、分析、创建，建立直角坐标系下的二次函数图象，然后数形结合解决问题，需要我们注意的是自变量及函数的取值范围要使实际问题有意义．

23．全等三角形的判定与性质

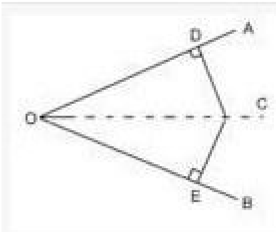
（1）全等三角形的判定是结合全等三角形的性质证明线段和角相等的重要工具．在判定三角形全等时，关键是选择恰当的判定条件．

（2）在应用全等三角形的判定时，要注意三角形间的公共边和公共角，必要时添加适当辅助线构造三角形．

24．角平分线的性质

角平分线的性质：角的平分线上的点到角的两边的距离相等．

注意：①这里的距离是指点到角的两边垂线段的长；②该性质可以独立作为证明两条线段相等的依据，有时不必证明全等；③使用该结论的前提条件是图中有角平分线，有垂直角平分线的性质语言：如图，∵C 在∠AOB 的平分线上，$CD\perp OA$，$CE\perp OB$∴$CD=CE$



25．等腰三角形的性质

（1）等腰三角形的概念

有两条边相等的三角形叫做等腰三角形．

（2）等腰三角形的性质

① 等腰三角形的两腰相等

② 等腰三角形的两个底角相等．【简称：等边对等角】

③ 等腰三角形的顶角平分线、底边上的中线、底边上的高相互重合．【三线合一】

（3）在①等腰；②底边上的高；③底边上的中线；④顶角平分线．以上四个元素中，从中任意取出两个元素当成条件，就可以得到另外两个元素为结论．

26．等边三角形的性质

（1）等边三角形的定义：三条边都相等的三角形叫做等边三角形，等边三角形是特殊的等腰三角形．

① 它可以作为判定一个三角形是否为等边三角形的方法；

②可以得到它与等腰三角形的关系：等边三角形是等腰三角形的特殊情况．在等边三角形中，腰和底、顶角和底角是相对而言的．

（2）等边三角形的性质：等边三角形的三个内角都相等，且都等于 60°．

等边三角形是轴对称图形，它有三条对称轴；它的任意一角的平分线都垂直平分对边，三边的垂直平分线是对称轴．

27．矩形的性质

（1）矩形的定义：有一个角是直角的平行四边形是矩形．

（2）矩形的性质

①平行四边形的性质矩形都具有；

②角：矩形的四个角都是直角；

③边：邻边垂直；

④对角线：矩形的对角线相等；

⑤矩形是轴对称图形，又是中心对称图形．它有 2 条对称轴，分别是每组对边中点连线所在的直线；对称中心是两条对角线的交点．

（3）由矩形的性质，可以得到直角三角形的一个重要性质，直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半．

28．圆的综合题

圆的综合题．

29．命题与定理

1、判断一件事情的语句，叫做命题．许多命题都是由题设和结论两部分组成，题设是已知事项，结论是由已知事项推出的事项，一个命题可以写成“如果…那么…”形式．

2、有些命题的正确性是用推理证实的，这样的真命题叫做定理．

3、定理是真命题，但真命题不一定是定理．

4、命题写成“如果…，那么…”的形式，这时，“如果”后面接的部分是题设，“那么”后面解的部分是结论．

5、命题的“真”“假”是就命题的内容而言．任何一个命题非真即假．要说明一个命题的正确性，一般需要推理、论证，而判断一个命题是假命题，只需举出一个反例即可．

30．轨迹

31．轴对称的性质

（1）如果两个图形关于某直线对称，那么对称轴是任何一对对应点所连线段的垂直平分线．由轴对称的性质得到一下结论：

①如果两个图形的对应点的连线被同一条直线垂直平分，那么这两个图形关于这条直线对称；

②如果两个图形成轴对称，我们只要找到一对对应点，作出连接它们的线段的垂直平分线，就可以得到这两个图形的对称轴．

（2）轴对称图形的对称轴也是任何一对对应点所连线段的垂直平分线．

32．翻折变换（折叠问题）

1、翻折变换（折叠问题）实质上就是轴对称变换．

2、折叠的性质：折叠是一种对称变换，它属于轴对称，折叠前后图形的形状和大小不变，位置变化，对应边和对应角相等．

3、在解决实际问题时，对于折叠较为复杂的问题可以实际操作图形的折叠，这样便于找到图形间的关系．

首先清楚折叠和轴对称能够提供给我们隐含的并且可利用的条件．解题时，我们常常设要求的线段长为 x，然后根据折叠和轴对称的性质用含 x 的代数式表示其他线段的长度，选择适当的直角三角形，运用勾股定理列出方程求出答案．我们运用方程解决时，应认真审题设出正确的未知数．

33．坐标与图形变化-平移

（1）平移变换与坐标变化

①向右平移 a 个单位，坐标 $P(x,y)\Rightarrow P(x+a,y)$

①向左平移 a 个单位，坐标 $P(x,y)\Rightarrow P(x-a,y)$

①向上平移 b 个单位，坐标 $P(x,y)\Rightarrow P(x,y+b)$

①向下平移 b 个单位，坐标 $P(x,y)\Rightarrow P(x,y-b)$

（2）在平面直角坐标系内，把一个图形各个点的横坐标都加上（或减去）一个整数 a，相应的新图形就是把原图形向右（或向左）平移 a 个单位长度；如果把它各个点的纵坐标都加（或减去）一个整数 a，相应的新图形就是把原图形向上（或向下）平移 a 个单位长度．（即：横坐标，右移加，左移减；纵坐标，上移加，下移减．）

34．作图-平移变换

（1）确定平移后图形的基本要素有两个：平移方向、平移距离．

（2）作图时要先找到图形的关键点，分别把这几个关键点按照平移的方向和距离确定对应点后，再顺次连接对应点即可得到平移后的图形．

35．中心对称图形

（1）定义

把一个图形绕某一点旋转180°，如果旋转后的图形能够与原来的图形重合，那么这个图形就叫做中心对称图形，这个点叫做对称中心.

注意：中心对称图形和中心对称不同，中心对称是两个图形之间的关系，而中心对称图形是指一个图形自身的特点，这点应注意区分，它们性质相同，应用方法相同.

（2）常见的中心对称图形

平行四边形、圆形、正方形、长方形等等.

36．特殊角的三角函数值

（1）特指30°、45°、60°角的各种三角函数值.

sin30°； cos30°；tan30°；

sin45°；cos45°；tan45°＝1；

sin60°；cos60°； tan60°；

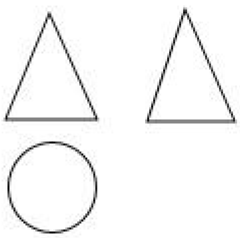
（2）应用中要熟记特殊角的三角函数值，一是按值的变化规律去记，正弦逐渐增大，余弦逐渐减小，正切逐渐增大；二是按特殊直角三角形中各边特殊值规律去记.

（3）特殊角的三角函数值应用广泛，一是它可以当作数进行运算，二是具有三角函数的特点，在解直角三角形中应用较多.

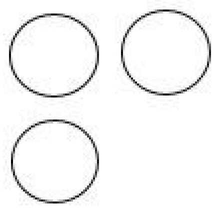
37．简单几何体的三视图

（1）画物体的主视图的口诀为：主、俯：长对正；主、左：高平齐；俯、左：宽相等.

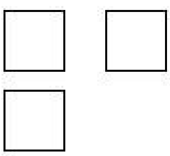
（2）常见的几何体的三视图：



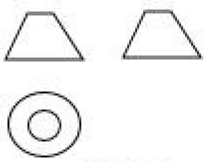
圆锥的三视图



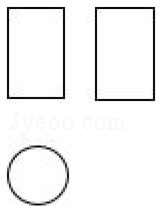
球体的三视图



正方体的三视图



圆台的三视图

圆柱的三视图：

38．由三视图判断几何体

（1）由三视图想象几何体的形状，首先，应分别根据主视图、俯视图和左视图想象几何体的前面、上面和左侧面的形状，然后综合起来考虑整体形状．

（2）由物体的三视图想象几何体的形状是有一定难度的，可以从以下途径进行分析：

①根据主视图、俯视图和左视图想象几何体的前面、上面和左侧面的形状，以及几何体的长、宽、高；

②从实线和虚线想象几何体看得见部分和看不见部分的轮廓线；

③熟记一些简单的几何体的三视图对复杂几何体的想象会有帮助；

④利用由三视图画几何体与有几何体画三视图的互逆过程，反复练习，不断总结方法．

39．用样本估计总体

用样本估计总体是统计的基本思想．

1、用样本的频率分布估计总体分布：

从一个总体得到一个包含大量数据的样本，我们很难从一个个数字中直接看出样本所包含的信息．这时，我们用频率分布直方图来表示相应样本的频率分布，从而去估计总体的分布情况．

2、用样本的数字特征估计总体的数字特征（主要数据有众数、中位数、平均数、标准差与方差）．

一般来说，用样本去估计总体时，样本越具有代表性、容量越大，这时对总体的估计也就越精确．

40．扇形统计图

（1）扇形统计图是用整个圆表示总数用圆内各个扇形的大小表示各部分数量占总数的百分数．通过扇形统计图可以很清楚地表示出各部分数量同总数之间的关系．用整个圆的面积表示总数（单位1），用圆的扇形面积表示各部分占总数的百分数．

（2）扇形图的特点：从扇形图上可以清楚地看出各部分数量和总数量之间的关系．

（3）制作扇形图的步骤

①根据有关数据先算出各部分在总体中所占的百分数，再算出各部分圆心角的度数，公式

是各部分扇形圆心角的度数＝部分占总体的百分比×360°．____②按比例取适当半径画一个圆；按扇形圆心角的度数用量角器在圆内量出各个扇形的圆心角的度数；

④在各扇形内写上相应的名称及百分数，并用不同的标记把各扇形区分开来．

41．条形统计图

（1）定义：条形统计图是用线段长度表示数据，根据数量的多少画成长短不同的矩形直条，然后按顺序把这些直条排列起来．

（2）特点：从条形图可以很容易看出数据的大小，便于比较．

（3）制作条形图的一般步骤：

①根据图纸的大小，画出两条互相垂直的射线．

②在水平射线上，适当分配条形的位置，确定直条的宽度和间隔．

③在与水平射线垂直的射线上，根据数据大小的具体情况，确定单位长度表示多少．

④按照数据大小，画出长短不同的直条，并注明数量．

42．众数

（1）一组数据中出现次数最多的数据叫做众数．

（2）求一组数据的众数的方法：找出频数最多的那个数据，若几个数据频数都是最多且相同，此时众数就是这多个数据．

（3）众数不易受数据中极端值的影响．众数也是数据的一种代表数，反映了一组数据的集中程度，众数可作为描述一组数据集中趋势的量．．

43．几何概率

所谓几何概型的概率问题，是指具有下列特征的一些随机现象的概率问题：设在空间上有一区域 G，又区域 g 包含在区域 G 内（如图），而区域 G 与 g 都是可以度量的（可求面积），现随机地向 G 内投掷一点 M，假设点 M 必落在 G 中，且点 M 落在区域 G 的任何部分区域 g 内的概率只与 g 的度量（长度、面积、体积等）成正比，而与 g 的位置和形状无关．具有这种性质的随机试验（掷点），称为几何概型．关于几何概型的随机事件“向区域 G 中任意投掷一个点 M，点 M 落在 G 内的部分区域 g”的概率 P 定义为：g 的度量与 G 的度量之比，即 P＝g 的测度 G 的测度

简单来说：求概率时，已知和未知与几何有关的就是几何概率．计算方法是长度比，面积比，体积比等．