

2018年衢州中考数学

数 学
卷 I

说明:本卷共有1大题,10小题,共30分.

一、选择题(本题有10小题,每小题3分,共30分)

1. -3 的相反数是(▲)

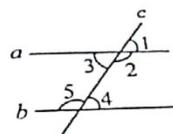
A. 3

B. -3

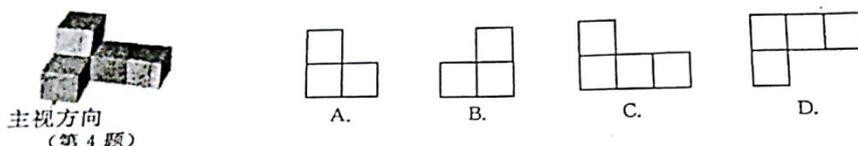
C. $\frac{1}{3}$

D. $-\frac{1}{3}$

2. 如图, 直线 a, b 被直线 c 所截, 那么 $\angle 1$ 的同位角是 (▲)
 A. $\angle 2$ B. $\angle 3$ C. $\angle 4$ D. $\angle 5$
3. 根据衢州市统计局发布的统计数据, 衢州市 2017 年全市生产总值为 138 000 000 000 元, 按可比价格计算, 比上年增长 7.3%, 数据 138 000 000 000 元用科学记数法表示为 (▲)
 A. 1.38×10^{10} 元 B. 1.38×10^{11} 元
 C. 1.38×10^{12} 元 D. 0.138×10^{12} 元
4. 由五个大小相同的正方体组成的几何体如图所示, 那么它的主视图是 (▲)

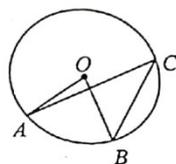


(第 2 题)

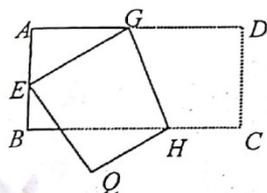


主视方向
(第 4 题)

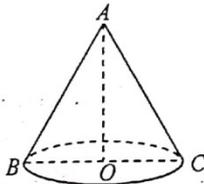
5. 如图, 点 A, B, C 在 $\odot O$ 上, $\angle ACB = 35^\circ$, 则 $\angle AOB$ 的度数是 (▲)
 A. 75° B. 70°
 C. 65° D. 35°
6. 某班共有 42 名同学, 其中有 2 名同学习惯用左手写字, 其余同学都习惯用右手写字, 老师随机请 1 名同学解答问题, 习惯用左手写字的同学被选中的概率是 (▲)
 A. 0 B. $\frac{1}{21}$ C. $\frac{1}{42}$ D. 1
7. 不等式 $3x + 2 \geq 5$ 的解集是 (▲)
 A. $x \geq 1$ B. $x \geq \frac{7}{3}$ C. $x \leq 1$ D. $x \leq -1$
8. 如图, 将矩形 $ABCD$ 沿 GH 折叠, 点 C 落在点 Q 处, 点 D 落在 AB 边上的点 E 处, 若 $\angle AGE = 32^\circ$, 则 $\angle GHC$ 等于 (▲)
 A. 112° B. 110° C. 108° D. 106°



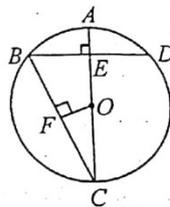
(第 5 题)



(第 8 题)



(第 9 题)



(第 10 题)

9. 如图, AB 是圆锥的母线, BC 为底面直径, 已知 $BC = 6\text{cm}$, 圆锥的侧面积为 $15\pi\text{cm}^2$, 则 $\sin \angle ABC$ 的值为 (▲)
 A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{3}{5}$ C. $\frac{4}{5}$ D. $\frac{5}{3}$
10. 如图, AC 是 $\odot O$ 的直径, 弦 $BD \perp AO$ 于 E , 连接 BC , 过点 O 作 $OF \perp BC$ 于 F , 若 $BD = 8\text{cm}$, $AE = 2\text{cm}$, 则 OF 的长度是 (▲)
 A. 3cm B. $\sqrt{6}\text{cm}$ C. 2.5cm D. $\sqrt{5}\text{cm}$

卷 II

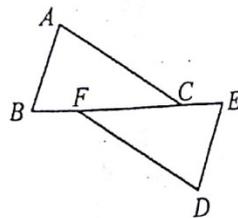
说明: 本卷共有 2 大题, 14 小题, 共 90 分.

二、填空题 (本题共有 6 小题, 每小题 4 分, 共 24 分)

11. 分解因式: $x^2 - 9 =$ ▲ .

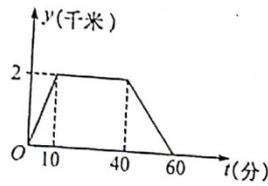
12. 数据 5, 5, 4, 2, 3, 7, 6 的中位数是 ▲ .

13. 如图, 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中, 点 B, F, C, E 在同一直线上, $BF = CE$, $AB \parallel DE$, 请添加一个条件, 使 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$, 这个添加的条件可以是 ▲ (只需写一个, 不添加辅助线).

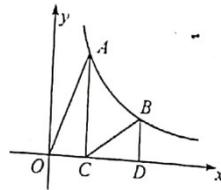


(第 13 题)

14. 星期天, 小明上午 8:00 从家里出发, 骑车到图书馆去借书, 再骑车回到家. 他离家的距离 y (千米) 与时间 t (分钟) 的关系如图所示, 则上午 8:45 小明离家的距离是 ▲ 千米.



(第14题)



(第15题)

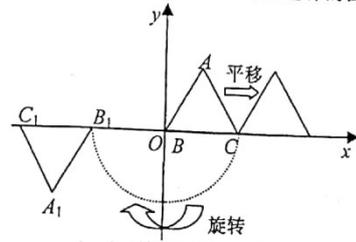
15. 如图, 点 A, B 是反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 图象上的两点, 过点 A, B 分别作 $AC \perp x$ 轴于点 $C, BD \perp x$ 轴于点 D , 连接 OA, BC , 已知点 $C(2, 0), BD = 2, S_{\triangle BCD} = 3$, 则 $S_{\triangle AOC} = \underline{\hspace{2cm}}$.

16. 定义: 在平面直角坐标系中, 一个图形先向右平移 a 个单位, 再绕原点按顺时针方向旋转 θ 角度, 这样的图形运动叫做图形的 $\gamma(a, \theta)$ 变换.

如图, 等边 $\triangle ABC$ 的边长为 1, 点 A 在第一象限, 点 B 与原点 O 重合, 点 C 在 x 轴的正半轴上. $\triangle A_1 B_1 C_1$ 就是 $\triangle ABC$ 经 $\gamma(1, 180^\circ)$ 变换后所得的图形.

若 $\triangle ABC$ 经 $\gamma(1, 180^\circ)$ 变换后得 $\triangle A_1 B_1 C_1$, $\triangle A_1 B_1 C_1$ 经 $\gamma(2, 180^\circ)$ 变换后得 $\triangle A_2 B_2 C_2$, $\triangle A_2 B_2 C_2$ 经 $\gamma(3, 180^\circ)$ 变换后得 $\triangle A_3 B_3 C_3$, 依此类推……

$\triangle A_{n-1} B_{n-1} C_{n-1}$ 经 $\gamma(n, 180^\circ)$ 变换后得 $\triangle A_n B_n C_n$, 则点 A_1 的坐标是 $\underline{\hspace{2cm}}$, 点 A_{2018} 的坐标是 $\underline{\hspace{2cm}}$.



(第16题)

三、解答题(本题共有 8 小题, 第 17~19 小题每小题 6 分, 第 20~

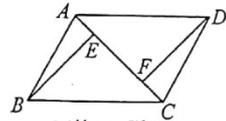
21 小题每小题 8 分, 第 22~23 小题每小题 10 分, 第 24 小题 12 分, 共 66 分. 请务必写出解答过程)

17. (本题满分 6 分)

计算: $|-2| - \sqrt{9} + 2^3 - (1 - \pi)^0$.

18. (本题满分 6 分) 如图, 在 $\square ABCD$ 中, AC 是对角线, $BE \perp AC, DF \perp AC$, 垂足分别为点 E, F .

求证: $AE = CF$.



(第18题)

19. (本题满分 6 分) 有一张边长为 a 厘米的正方形桌面, 因为实际需要, 需将正方形边长增加 b 厘米, 木工师傅设计了如图所示的三种方案:

小明发现这三种方案都能验证公式:

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2,$$

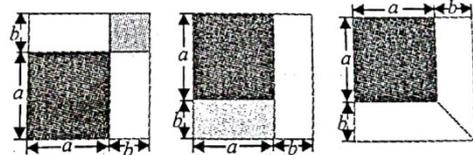
对于方案一, 小明是这样验证的:

$$a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

请你根据方案二、方案三, 写出公式的验证过程.

方案二:

方案三:



方案一

方案二

方案三

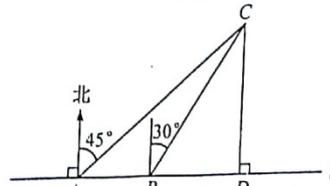
20. (本题满分 8 分) “五·一”期间, 小明到小陈家所在的美丽乡村游玩, 在村头 A 处小明接到小陈发来的定位, 发现小陈家 C 在自己的北偏东 45° 方向, 于是沿河边笔直的绿道 l 步行 200 米到达 B 处, 这时定位显示小陈家 C 在自己的北偏东 30° 方向, 如图所示.

根据以上信息和下面的对话, 请你帮小明算一算他还需沿绿道继续直走多少米才能到达桥头 D 处(精确到 1 米).

(备用数据: $\sqrt{2} \approx 1.414, \sqrt{3} \approx 1.732$)

你只要沿绿道继续直走就可以到达我家正南方的桥头 D 处, 我到哪里接你.

小陈, 我已经到达 B 处了.

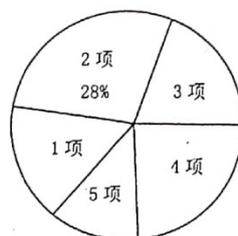
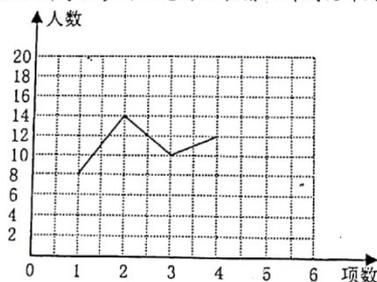


(第20题)

21. (本题满分 8 分) 为响应“学雷锋、树新风、做文明中学生”号召, 某校开展了志愿者服务活动, 活动项目有“禁毒宣传”、“文明交通岗”、“关爱老人”、“义务植树”、“社区服务”等五项, 活动期间, 随机抽取了部分学生

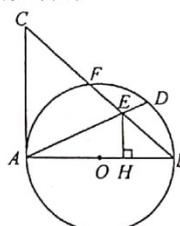
对志愿者服务情况进行调查. 结果发现, 被调查的每名同学都参与了活动, 最少的参与了1项, 最多的参与了5项, 根据调查结果绘制了如图所示不完整的折线统计图和扇形统计图.

被抽样学生参与志愿者活动情况折线统计图 被抽样学生参与志愿者活动情况扇形统计图



- (1) 被随机抽取的学生共有多少名?
 (2) 在扇形统计图中, 求活动数为3项的学生所对应的扇形圆心角的度数, 并补全折线统计图;
 (3) 该校共有学生2000人, 估计其中参与了4项或5项活动的学生共有多少人?

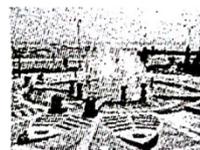
22. (本题满分10分) 如图, 已知 AB 为 $\odot O$ 直径, AC 是 $\odot O$ 的切线, 连接 BC 交 $\odot O$ 于点 F , 取 BF 的中点 D , 连接 AD 交 BC 于点 E , 过点 E 作 $EH \perp AB$ 于 H .



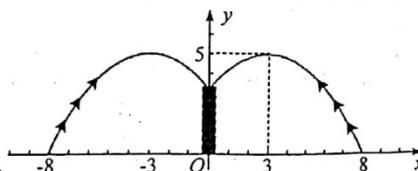
(第22题)

- (1) 求证: $\triangle HBE \sim \triangle ABC$;
 (2) 若 $CF=4, BF=5$, 求 AC 和 EH 的长.

23. (本题满分10分) 某游乐园有一个直径为16米的圆形喷水池, 喷水池的周边有一圈喷头, 喷出的水柱为抛物线, 在距水池中心3米处达到最高, 高度为5米, 且各方向喷出的水柱恰好在喷水池中心的装饰物处汇合. 如图所示, 以水平方向为 x 轴, 喷水池中心为原点建立直角坐标系.



- (1) 求水柱所在抛物线(第一象限部分)的函数表达式;
 (2) 王师傅在喷水池内维修设备期间, 水管意外喷水, 为了不被淋湿, 身高1.8米的王师傅站立时必须在离水池中心多少米以内?
 (3) 经检修评估, 游乐园决定对喷水设施做如下设计改进: 在喷出水柱的形状不变的前提下, 把水池的直径扩大到32米, 各方向喷出的水柱仍在喷水池中心保留的原装饰物(高度不变)处汇合, 请探究扩建改造后喷水池水柱的最大高度.

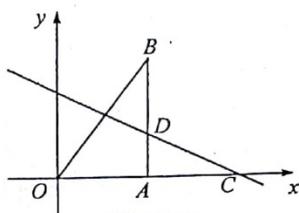


(第23题)

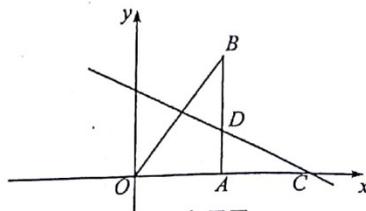
24. (本题满分12分)

如图, $Rt\triangle OAB$ 的直角边 OA 在 x 轴上, 顶点 B 的坐标为 $(6, 8)$, 直线 CD 交 AB 于点 $D(6, 3)$, 交 x 轴于点 $C(12, 0)$.

- (1) 求直线 CD 的函数表达式;
 (2) 动点 P 在 x 轴上从点 $(-10, 0)$ 出发, 以每秒1个单位的速度向 x 轴正方向运动, 过点 P 作直线 l 垂直于 x 轴, 设运动时间为 t .
 ① 点 P 在运动过程中, 是否存在某个位置, 使得 $\angle PDA = \angle B$, 若存在, 请求出点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由;
 ② 请探索当 t 为何值时, 在直线 l 上存在点 M , 在直线 CD 上存在点 Q , 使得以 OB 为一边, O, B, M, Q 为顶点的四边形为菱形, 并求出此时 t 的值.



(第24题)



备用图

数学试卷参考答案

一、选择题(本大题共 10 小题,每小题 3 分,共 30 分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	A	C	B	C	B	B	A	D	C	D

二、填空题(本大题共 6 小题,每小题 4 分,共 24 分.)

11. $(x+3)(x-3)$; 12. 5; 13. $AC \parallel DF, \angle A = \angle D$ 等; 14. 1.5;

15. 5; 16. $(-\frac{3}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2})$; $(-\frac{2017}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$.

三、解答题(本大题共 8 小题,第 17、18、19 小题各 6 分,第 20、21 小题各 8 分,第 22、23 小题各 10 分,第 24 小题 12 分,共 66 分.)

17. (本题满分 6 分)

解:原式 $= 2 - 3 + 8 - 1 = 6$

18. (本题满分 6 分)

证明: \because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, $\therefore AB \parallel CD, AB = CD. \therefore \angle BAE = \angle DCF.$
 $\because BE \perp AC, DF \perp AC, \therefore \angle AEB = \angle CFD = 90^\circ.$
 $\therefore \triangle ABE \cong \triangle CDF. \therefore AE = CF.$

19. (本题满分 6 分)

方案二: $a^2 + ab + b(a+b) = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2.$

方案三: $a^2 + \frac{1}{2}b(a+a+b) \times 2$
 $= a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2.$

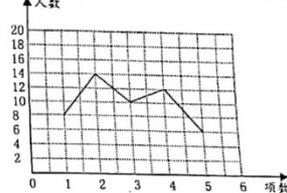
20. (本题满分 8 分)

解: 设 $BD = x$, 则 $AD = 200 + x$,
 在 $Rt\triangle ACD$ 中, $\because \angle CAD = 45^\circ, \therefore CD = AD = 200 + x.$
 在 $Rt\triangle BCD$ 中, $\because \angle CBD = 60^\circ, \therefore CD = \sqrt{3}BD = \sqrt{3}x.$
 $\therefore 200 + x = \sqrt{3}x. \therefore x = 100(\sqrt{3} + 1) = 100\sqrt{3} + 100 \approx 273.$
 答: 小明还需继续直走约 273 米才能到达桥头 D 处.

21. (本题满分 8 分)

解: (1) 学生共有 50 人.
 (2) 活动数为 3 项的学生所对应的扇形圆心角的度数为
 $360^\circ \times 20\% = 72^\circ.$
 拆线图如右图所示:
 (3) 估计参与 4 项或 5 项活动的学生共有
 $2000 \times (24\% + 12\%) = 720$ (人).

被抽样学生参与志愿者活动情况折线统计图



22. (本题满分 10 分)

(1) 证明: $\because AC$ 是 $\odot O$ 的切线, AB 为 $\odot O$ 的直径,
 $\therefore AC \perp AB.$
 $\because HE \perp AB, \therefore \angle CAB = \angle EHB = 90^\circ.$
 $\because \angle ABC = \angle ABC, \therefore \triangle HBE \sim \triangle ABC.$

(2) 解: 连接 $AF, \because AB$ 是直径, $\therefore \angle AFB = 90^\circ. \therefore \angle CFA = \angle CAB.$

$\because \angle C = \angle C, \therefore \triangle CAF \sim \triangle CBA. \therefore \frac{AC}{CF} = \frac{CB}{AC}.$

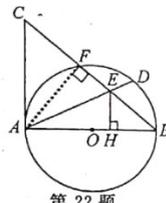
$\because CF = 4, BC = CF + BF = 4 + 5 = 9, \therefore \frac{AC}{4} = \frac{9}{AC}, \therefore AC = 6.$

$\because D$ 为 BF 的中点, $\therefore \angle FAD = \angle BAD,$

$\because EH \perp AB, EF \perp AF, \therefore EF = EH.$

设 $EH = x$, 则 $EF = x, BE = 5 - x,$

$\because \triangle HBE \sim \triangle ABC, \therefore \frac{HE}{AC} = \frac{BE}{BC}. \therefore \frac{x}{6} = \frac{5-x}{9}. \therefore x = 2$ 即 $EH = 2.$



第 22 题

23. (本题满分 10 分)

解: (1) \because 抛物线顶点为 $(3, 5), \therefore$ 设 $y = a(x-3)^2 + 5,$

将 $(8, 0)$ 代入得 $a = -\frac{1}{5},$

$\therefore y = -\frac{1}{5}(x-3)^2 + 5$ (或 $y = -\frac{1}{5}x^2 + \frac{6}{5}x + \frac{16}{5}$) ($0 < x < 8$).

(2) 当 $y = 1.8$ 时, 即 $1.8 = -\frac{1}{5}(x-3)^2 + 5,$

可得 $x_1 = 7, x_2 = -1$ (舍去).

答: 王师傅必须站在离水池中心 7 米以内.

(3) 由 $y = -\frac{1}{5}(x-3)^2 + 5$ 可得原抛物线与 y 轴的交点为 $(0, \frac{16}{5}),$

\because 装饰物高度不变, \therefore 新抛物线也过点 $(0, \frac{16}{5}).$

\because 喷出水柱的形状不变, $\therefore a = -\frac{1}{5}.$

\because 直径扩大到 32 米, \therefore 新抛物线过点 $(16, 0).$

设新抛物线为 $y_新 = -\frac{1}{5}x^2 + bx + c$,

将 $(0, \frac{16}{5})$ 和 $(16, 0)$ 代入得 $b=3, c=\frac{16}{5}$,

$$\therefore y_新 = -\frac{1}{5}x^2 + 3x + \frac{16}{5}.$$

$$y_新 = -\frac{1}{5}(x - \frac{15}{2})^2 + \frac{289}{20}, \text{ 当 } x = \frac{15}{2} \text{ 时, } y_新 = \frac{289}{20}.$$

答: 扩建改造后喷水池水柱的最大高度为 $\frac{289}{20}$ (或 14.45 米).

24. (本题满分 12 分)

(1) 设直线 CD 的函数解析式为 $y = kx + b$,

将 $D(6, 3), C(12, 0)$ 两点代入,

$$\begin{cases} 6k + b = 3 \\ 12k + b = 0 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} k = -\frac{1}{2} \\ b = 6 \end{cases}$$

\therefore 直线 CD 的函数解析式为 $y = -\frac{1}{2}x + 6$.

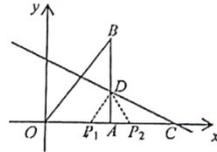
(2) ① 存在点 P .

当点 P 在点 A 的左侧时,

$\because \angle PDA = \angle B, \therefore PD \parallel OB. \therefore \triangle PAD \sim \triangle OAB$.

$$\therefore \frac{PA}{OA} = \frac{AD}{AB}. \therefore PA = \frac{AD}{AB} \cdot OA = \frac{3}{8} \times 6 = \frac{9}{4}.$$

$$\therefore P_1(\frac{15}{4}, 0).$$



当点 P 在点 A 的右侧时, 可得 $P_2(\frac{33}{4}, 0)$.

② 如图, (i) 以 B 为圆心, BO 为半径画弧交直线 $y = kx + b$ 于 Q_1, Q_2 两点,

由题意可知, $BQ_1 = BO = BQ_2$, 设 $Q(x, -\frac{1}{2}x + 6)$,

$$\text{由勾股定理得, } (x-6)^2 + (\frac{1}{2}x+2)^2 = 10^2,$$

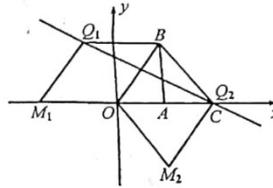
$$\text{解得 } x_1 = -4, x_2 = 12,$$

即 Q_1, Q_2 的横坐标分别为 -4 和 12 ,

由对称性可得 M_1, M_2 的横坐标分别为 -10 和 6 ,

又点 P 从点 $(-10, 0)$ 开始运动,

$$\therefore t_1 = 0, t_2 = 16.$$



(ii) 以 O 为圆心, OB 为半径画弧交直线 $y = kx + b$ 于 Q_3, Q_4 两点,

由题意可知, $OQ_3 = OB = OQ_4$, 设 $Q(x, -\frac{1}{2}x + 6)$,

$$\text{由勾股定理得, } x^2 + (\frac{1}{2}x - 6)^2 = 10^2,$$

$$\text{解得 } x_3 = \frac{12 - 4\sqrt{89}}{5}, x_4 = \frac{12 + 4\sqrt{89}}{5},$$

即 Q_3, Q_4 的横坐标分别为

$$\frac{12 - 4\sqrt{89}}{5} \text{ 和 } \frac{12 + 4\sqrt{89}}{5},$$

由对称性可得 M_3, M_4 的横坐标分别为 $\frac{42 - 4\sqrt{89}}{5}$ 和 $\frac{42 + 4\sqrt{89}}{5}$,

又点 P 从点 $(-10, 0)$ 开始运动,

$$\therefore t_3 = \frac{92 - 4\sqrt{89}}{5}, t_4 = \frac{92 + 4\sqrt{89}}{5}.$$

综上所述, 当 t 为 $0, 16, \frac{92 - 4\sqrt{89}}{5}$ 或 $\frac{92 + 4\sqrt{89}}{5}$ 时,

在直线 l 上存在点 M , 使得以 OB 为一边, O, B, M, Q 为顶点的四边形为菱形.

