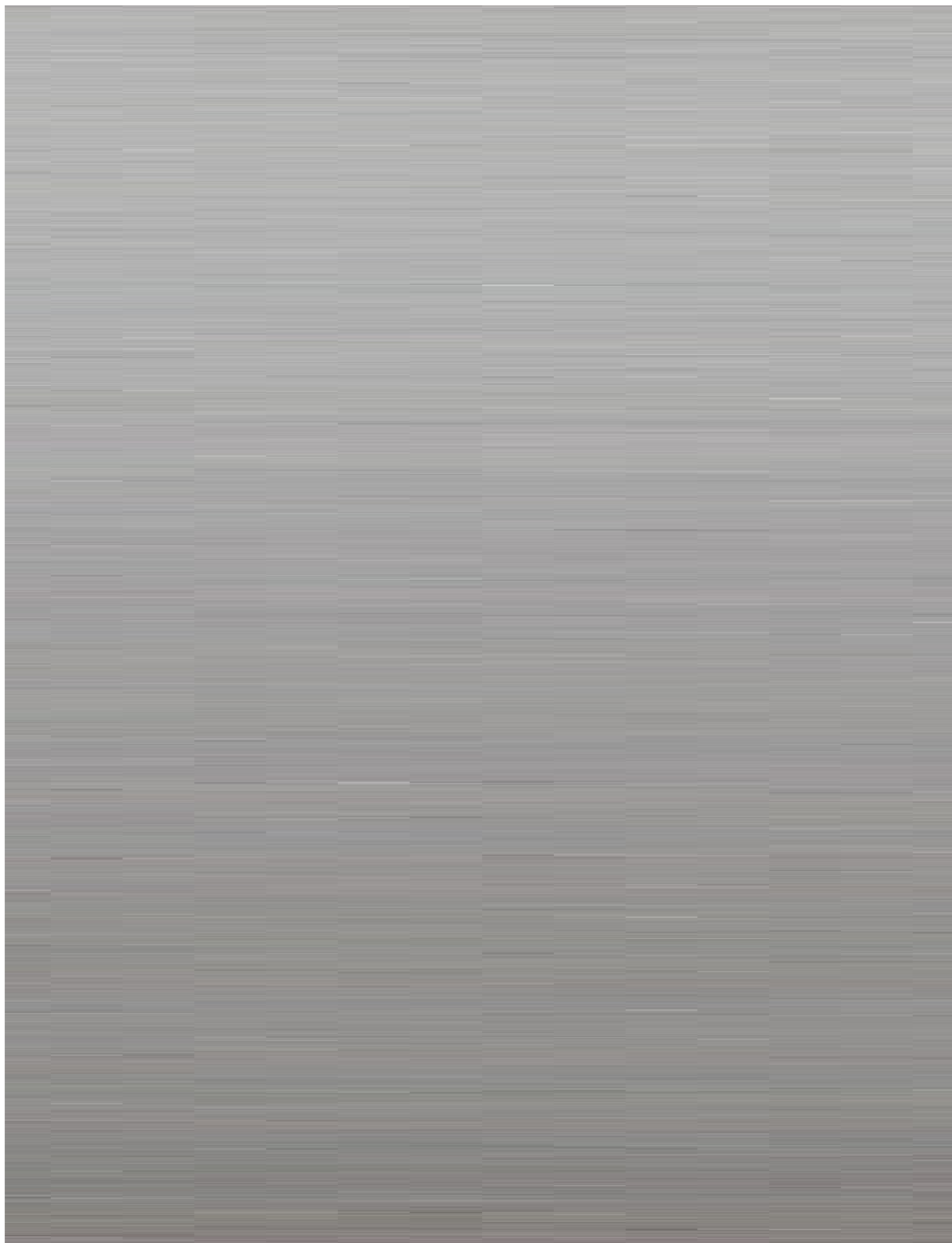
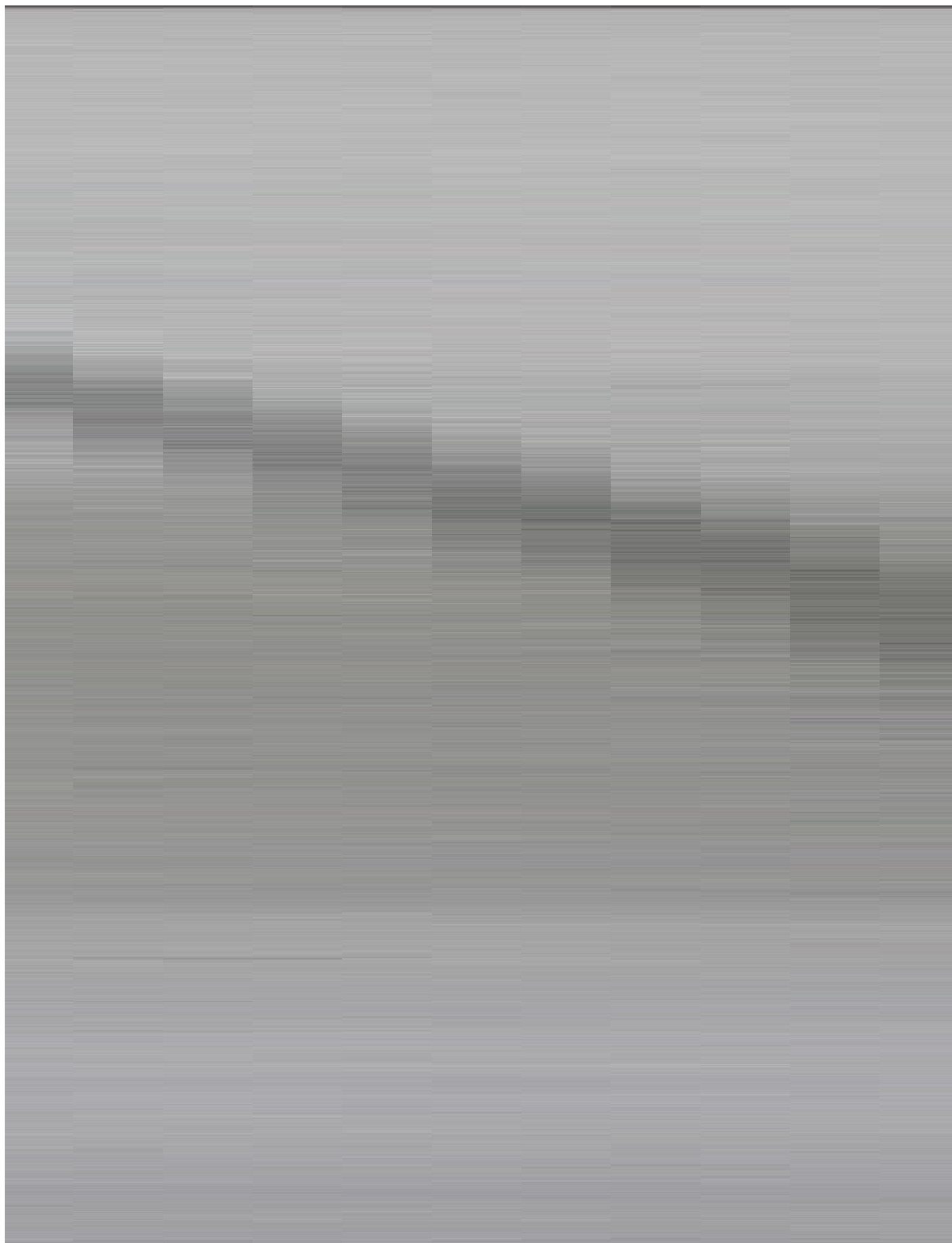












24. (本题满分 10 分)

已知正方形 $ABCD$, P 为射线 AB 上的一点, 以 BP 为边作正方形 $BPEF$, 使点 F 在线段 CB 的延长线上, 连接 EA, EC .

(1) 如图 1, 若点 P 在线段 AB 的延长线上, 求证: $EA=EC$;

(2) 如图 2, 若点 P 在线段 AB 的中点, 连接 AC , 判断 $\triangle ACE$ 的形状, 并说明理由;

(3) 如图 3, 若点 P 在线段 AB 上, 连接 AC , 当 EP 平分 $\angle AEC$ 时, 设 $AB=a, BP=b$, 求 $a:b$ 及 $\angle AEC$ 的度数.

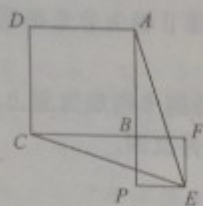


图1

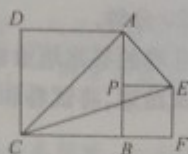


图2

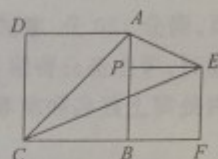


图3

第 24 题图

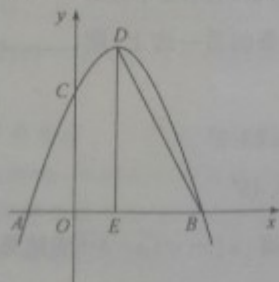
25. (本题满分 10 分)

如图, 抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2 + bx + c$ 与 x 轴交于点 A 和点 B , 与 y 轴交于点 C , 点 B 坐标为 $(6, 0)$, 点 C 坐标为 $(0, 6)$, 点 D 是抛物线的顶点, 过点 D 作 x 轴的垂线, 垂足为 E , 连接 BD .

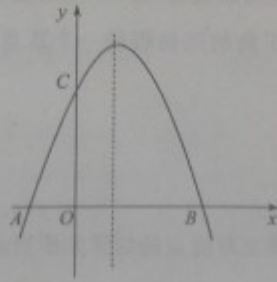
(1) 求抛物线的解析式及点 D 的坐标;

(2) 点 F 是抛物线上的动点, 当 $\angle FBA = \angle BDE$ 时, 求点 F 的坐标;

(3) 若点 M 是抛物线上的动点, 过点 M 作 $MN \parallel x$ 轴与抛物线交于点 N , 点 P 在 x 轴上, 点 Q 在坐标平面内, 以线段 MN 为对角线作正方形 $MPNQ$, 请写出点 Q 的坐标.



第 25 题图



第 25 题备用图

2017 年枣庄市初中学业水平考试

数学参考答案及评分意见

评卷说明:

1. 选择题和填空题中的每小题, 只有满分和零分两个评分档, 不给中间分.
2. 解答题每小题的解答中所对应的分数, 是指考生正确解答到该步所应得的累计分数. 本答案中每小题只给出一种解法, 考生的其他解法, 请参照评分意见进行评分.
3. 如果考生在解答的中间过程出现计算错误, 但并没有改变试题的实质和难度, 其后续部分酌情给分, 但最多不超过正确解答分数的一半, 若出现较严重的逻辑错误, 后续部分不给分.

一、选择题: (本大题共 12 小题, 每小题 3 分, 共 36 分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	D	B	A	A	A	C	B	B	C	B	C	D

二、填空题: (本大题共 6 小题, 每小题 4 分, 共 24 分)

$$13. \frac{1}{x} \quad 14. a > -1 \text{ 且 } a \neq 0 \quad 15. 1 \quad 16. \pi \quad 17. 4 \quad 18. 6\sqrt{2}+3$$

三、解答题: (本大题共 7 小题, 共 60 分)

19. (本题满分 8 分)

解: 解不等式 $5x+2 > 3(x-1)$, 得 $x > -\frac{5}{2}$; 2 分解不等式 $\frac{1}{2}x \leq 2 - \frac{3}{2}x$, 得 $x \leq 1$; 4 分 $\therefore x$ 的取值须且只须满足 $-\frac{5}{2} < x \leq 1$ 6 分故满足条件的整数有: $-2, -1, 0, 1$ 8 分

20. (本题满分 8 分)

解: (1) $20 \div 40\% = 50$ (人), $15 \div 50 = 30\%$; 2 分(2) $50 \times 20\% = 10$ (人), $50 \times 10\% = 5$ (人);

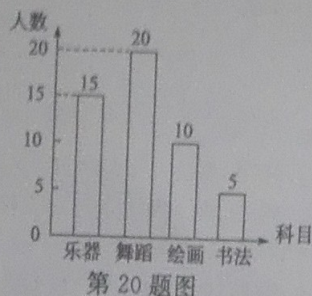
图形如右: 5 分

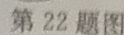
(3) $\because 5 - 2 = 3$ (名),

$\therefore$ 选修书法的 5 名同学中, 有 3 名男同学, 2 名女同学.
列表或画树状图可知, 所有等可能的情况共有 20 种, 抽取的 2 名同学恰好是 1 名男同学和 1 名女同学的情况有 12 种, 所以

$$P(\text{一男一女}) = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}. \quad \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

学生选修课程条形统计图





23. (本题满分 8 分)

解: (1) 证明: 对任意一个完全平方数 m , 设 $m=n^2$ (n 为正整数),

$\because |n-n|=0, \therefore n \times n$ 是 m 的最佳分解.

$\therefore$ 对任意一个完全平方数 m , 总有 $F(m) = \frac{n}{n} = 1, \dots\dots\dots$ 2 分

(2) 设交换 t 的个位上的数与十位上的数得到的新数为 t' , 则 $t' = 10y + x$,

$\because t$ 为“吉祥数”,

$\therefore t' - t = (10y + x) - (10x + y) = 9(y - x) = 36$,

$\therefore y = x + 4$.

$\because 1 \leq x \leq y \leq 9, x, y$ 为自然数, $\dots\dots\dots$ 4 分

$\therefore$ 满足条件的“吉祥数”有: 15, 26, 37, 48, 59. $\dots\dots\dots$ 6 分

(3) $F(15) = \frac{3}{5}, F(26) = \frac{2}{13}, F(37) = \frac{1}{37}, F(48) = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}, F(59) = \frac{1}{59}$,

$\therefore \frac{3}{4} > \frac{3}{5} > \frac{2}{13} > \frac{1}{37} > \frac{1}{59}$,

$\therefore$ 所有“吉祥数”中, $F(t)$ 的最大值是 $\frac{3}{4}$. $\dots\dots\dots$ 8 分

24. (本题满分 10 分)

解: (1) $\because$ 四边形 $ABCD$ 和四边形 $BPEF$ 是正方形,

$\therefore AB = BC, BP = BF, \therefore AP = CF$.

在 $\triangle APE$ 和 $\triangle CFE$ 中, $\begin{cases} AP = CF, \\ \angle P = \angle F, \\ PE = EF \end{cases}$

$\therefore \triangle APE \cong \triangle CFE$.

$\therefore EA = EC$. $\dots\dots\dots$ 3 分

(2) $\triangle ACE$ 是直角三角形. $\dots\dots\dots$ 4 分

$\because P$ 为 AB 的中点, $\therefore PA = PB$.

又 $PB = PE, \therefore PA = PE$,

$\therefore \angle PAE = 45^\circ$, 又 $\angle BAC = 45^\circ$,

$\therefore \angle CAE = 90^\circ$, 即 $\triangle ACE$ 是直角三角形. $\dots\dots\dots$ 6 分

(3) 设 CE 交 AB 于点 G ,

$\because EP$ 平分 $\angle AEC, EP \perp AG$,

$\therefore AP = PG = a - b, BG = a - (2a - 2b) = 2b - a$,

$\because PE \parallel CF$,

$\therefore \frac{PE}{BC} = \frac{PG}{GB}$, 即 $\frac{b}{a} = \frac{a-b}{2b-a}$,

解之, 得 $a = \sqrt{2}b$.

$\therefore a : b = \sqrt{2} : 1$. $\dots\dots\dots$ 8 分

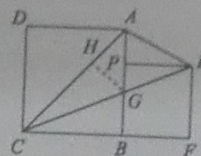
作 $GH \perp AC$ 于 H ,

$\because \angle CAB = 45^\circ$,

$\therefore HG = \frac{\sqrt{2}}{2} AG = \frac{\sqrt{2}}{2} \times (2\sqrt{2}b - 2b) = (2 - \sqrt{2})b$,

又 $BG = 2b - a = (2 - \sqrt{2})b$,

$\therefore GH = GB, GH \perp AC, GB \perp BC$,



第 24 题图

$$\therefore \angle HCG = \angle BCG,$$

$$\because PE \parallel CF,$$

$$\therefore \angle PEG = \angle BCG,$$

$$\therefore \angle AEC = \angle ACB = 45^\circ.$$

25. (本题满分 10 分)

解: (1) 将点 $B(6,0)$, $C(0,6)$ 代入 $y = -\frac{1}{2}x^2 + bx + c$, 得

$$\begin{cases} -18 + 6b + c = 0, \\ c = 6 \end{cases} \quad \text{解之, 得} \begin{cases} b = 2, \\ c = 6 \end{cases}$$

$\therefore$ 抛物线的解析式为 $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 6$. 2 分

$$\because y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 6 = -\frac{1}{2}(x-2)^2 + 8,$$

$\therefore$ 点 D 的坐标为 $(2,8)$. 3 分

(2) 如图, 当点 F 在 x 轴上方时, 过 F 作 $FG \perp x$ 轴于 G .

设 F 点的坐标为 $F(x, -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 6)$

$$\because \angle FBA = \angle BDE, \angle FGB = \angle BED = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle FBG \sim \triangle BDE, \therefore \frac{FG}{BG} = \frac{BE}{DE}.$$

$\because$ 点 $B(6,0)$, 点 $D(2,8)$,

$\therefore$ 点 $E(2,0)$, $BE=4$, $DE=8$, $OB=6$.

$$\therefore \frac{-\frac{1}{2}x^2 + 2x + 6}{6-x} = \frac{4}{8}.$$

解之, 得 $x_1 = -1$, $x_2 = 6$ (舍去).

$\therefore$ 点 F 的坐标为 $(-1, \frac{7}{2})$; 5 分

当点 F 在 x 轴下方时, 同法可得, 点 F 的坐标为 $(-3, -\frac{9}{2})$.

综上所述, 满足条件的点 F 有两个: $F_1(-1, \frac{7}{2})$ 或 $F_2(-3, -\frac{9}{2})$. 7 分

(3) 设对角线 MN , PQ 交于点 O' , 如图所示.

$\because$ 点 M, N 关于抛物线对称轴对称, 且四边形 $MPNQ$ 为正方形,

$\therefore$ 点 P 为抛物线对称轴与 x 轴的交点, 点 Q 在抛物线对称轴上, 设点 Q 的坐标为 $(2, 2n)$, 则点 M 的坐标为 $(2-n, n)$.

$\because$ 点 M 在抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 6$ 的图象上,

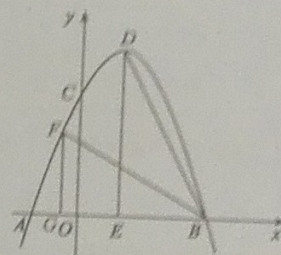
$$\therefore n = -\frac{1}{2}(2-n)^2 + 2(2-n) + 6.$$

化简, 得 $n^2 + 2n - 16 = 0$.

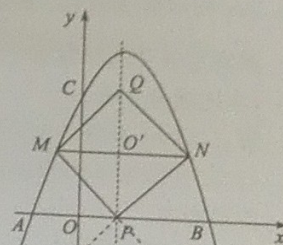
解之, 得 $n_1 = -1 + \sqrt{17}$, $n_2 = -1 - \sqrt{17}$.

$\therefore$ 满足条件的点 Q 有两个, 坐标分别为

$Q_1(2, -2 + 2\sqrt{17})$ 或 $Q_2(2, -2 - 2\sqrt{17})$. 10 分



第 25 题图



第25题备用图