

数 学

说明:1. 范围:上册(21.1~22.1)

2. 全卷满分 120 分,时间 120 分钟。

3. 请将答案写在答题卡上。

一、选择题(本大题共 6 小题,每小题 3 分,共 18 分.每小题只有一个正确选项)

1. 下列方程中是关于 x 的一元二次方程的是 ()

A. $x^2 - 2x = 0$

B. $(x-2)(x+2) = x^2$

C. $ax^2 + bx + c = 0$

D. $x^2 + \frac{1}{x^2} = 3$

2. 关于 x 的一元二次方程 $(4-a)x^2 + a^2x = 16x + 1$ 化为一般形式后不含一次项,则 a 的值为 ()

A. 0

B. ± 4

C. 4

D. -4

3. 若将抛物线 $y = -3(x-3)^2$ 的顶点平移到原点,则下列平移方法正确的是 ()

A. 向上平移 3 个单位长度

B. 向下平移 3 个单位长度

C. 向左平移 3 个单位长度

D. 向右平移 3 个单位长度

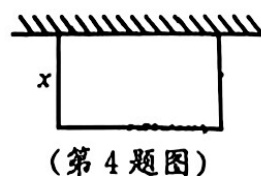
4. 如图,某学校计划用 26 m 的围栏靠墙围成一个面积为 80 m^2 的矩形小花园(墙长为 15 m),则与墙垂直的边 x 为 ()

A. 10 m 或 5 m

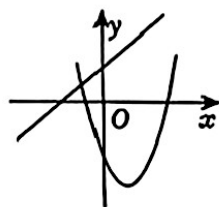
B. 8 m

C. 10 m

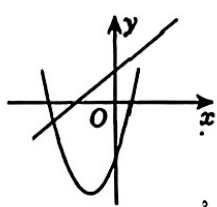
D. 5 m



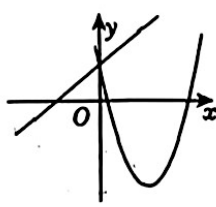
5. 直线 $y = -bx + a$ 与抛物线 $y = ax^2 + bx + b$ 在同一坐标系里的大致图象正确的是 ()



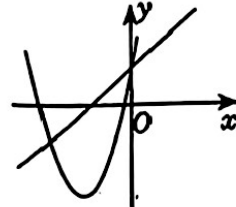
A



B



C



D

6. 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图象过 $(1, y_1)$, $(-1, y_2)$ 两点. ①若 $y_1 > 0$, 则 $a + b + c > 0$; ②若 $a + b = 0$, 则 $y_1 < y_2$; ③若 $y_1 < 0$, $y_2 > 0$, 则 $b < 0$; ④若 $b = 2a - 1$, $c = a - 3$, 且 $y_1 > 0$, 则抛物线的顶点一定在第三象限. 上述四个判断正确的个数有 ()

A. ①②③

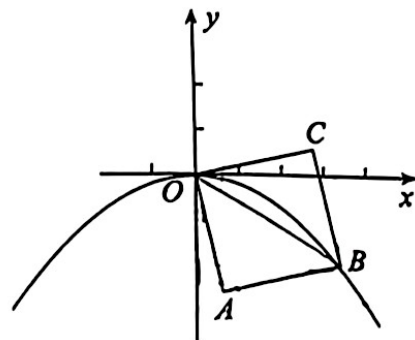
B. ①②④

C. ①③④

D. ②③④

二、填空题(本大题共 6 小题,每小题 3 分,共 18 分)

7. 关于 x 的方程 $(1-m^2)x^{|m-1|} + x - 1 = 0$ 是一元二次方程,则 m 的值是_____.
8. 二次函数 $y = (x-2)(1-x) - 3x$ 的二次项系数是_____,一次项系数是_____,常数项是_____.
9. 一元二次方程 $x^2 - 8x + 3 = 0$ 配方为 $(x-4)^2 = m$,则 m 的值是_____.
10. 已知一元二次方程 $2x^2 - 8x - 3 = 0$ 的两根为 m, n ,则 $\frac{1}{m} + \frac{1}{n}$ 的值是_____.
11. 如图,四边形 $OABC$ 是边长为 $2\sqrt{2}$ 的正方形, OA 与 y 轴负半轴的夹角为 15° ,点 B 在抛物线 $y = ax^2 (a < 0)$ 的图象上,则 a 的值为_____.
12. 已知 $a, b, 13$ 分别是等腰 $\triangle ABC$ 三边的长,且 a, b 是关于 x 的一元二次方程 $x^2 - (5k-1)x + 6k^2 - k - 2 = 0$ 的两个根,则 $\triangle ABC$ 的周长等于_____.



(第 11 题图)

三、解答题(本大题共 5 小题,每小题 6 分,共 30 分)

13. 解方程:

(1) $3x^2 + 5x + 1 = 0$;

(2) $2x^2 + x - 6 = 0$.

14. 已知二次函数 $y = 2x^2 - 6x + 3$.

(1) 试写出函数图象的开口方向、对称轴和顶点坐标;

(2) 试判断抛物线 $y = 2x^2 - 6x + 3$ 与抛物线 $y = 2x^2$ 的关系.

15. 在一个国际象棋锦标赛中,实行的是单循环赛制,即每位棋手与其他每位棋手各进行一场比赛.如果锦标赛计划一共进行 28 场比赛,那么参加锦标赛的棋手一共有多少位?

16. 在篮球运动中,投手的一次投篮可以近似地看作一个抛物线,其运动轨迹可以由一个二次函数 $y = -x^2 + bx + c$ 来近似描述.假设这个篮球在水平面上的两个着陆点分别是点 $A(-2,0)$ 和点 $B(6,0)$.

(1)求篮球整个飞行轨迹解析式;

(2)求篮球飞行最高的位置.

17. 下面是某同学解方程 $x^2 + 5x = x + 12$ 的部分运算过程:

解:移项,得 $x^2 + 4x = 12$,……第一步

配方,得 $x^2 + 4x + 4 = 12 + 4$,……第二步

即 $(x+2)^2 = 16$,……第三步

两边开平方,得 $x+2=4$.……第四步

(1)该同学的解答从第_____步开始出错;

(2)请写出正确的解答过程.

四、解答题(本大题共 3 小题,每小题 8 分,共 24 分)

18. 已知 x 是关于 $(k+1)x^2 - (2k+3)x + k+2=0$ 的一元二次方程.

(1)求证:方程有两个不相等的实数根;

(2)证明:方程有一个根是定值;

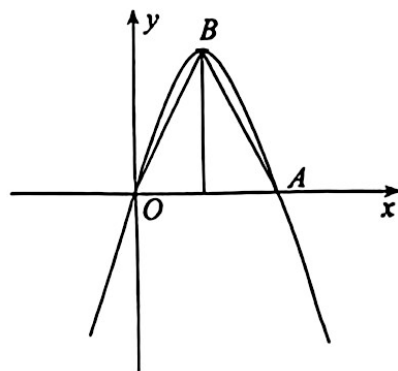
(3)若方程的两根为 a, b , 且满足 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = k+2$, 此时 k 是否有解? 若有, 请求出 k 的值; 若无, 请说明理由.

19. 如图, 抛物线 $y = -x^2 + 4x + k$ 经过坐标原点 O 和点 A , 点 A 在 x 轴上.

(1)求此抛物线的解析式, 并求出顶点 B 的坐标;

(2)连接 OB, AB , 求 $S_{\triangle OAB}$;

(3)若点 C 在抛物线上, 且 $S_{\triangle OAC} = 24$, 求点 C 的坐标.



(第 19 题图)

20. 在庆祝当地文化节期间, 一家特色手工艺品店销售的两款特色纪念品——“竹编小熊猫”(C 型)和“刺绣蜀锦扇”(D 型)——深受游客喜爱. 已知该店的 C 型和 D 型纪念品的进价、售价和每日常规销量如表所示:

根据市场反馈, 该店决定调整售价策略以吸引更多的顾客和提高利润. 对于 C 型纪念品, 决定降价促销, 而对于 D 型纪念品, 则选择提价销售. 观察发现, C 型纪念品每降低 2 元, 就能额外卖出 1 个; 而 D 型纪念品每提价 2 元, 就会少卖出 1 个. 为了保持每天的销售总量不变, 设 C 型纪念品每天额外卖出 x 个 (C 型纪念品售价不得低于进价).

纪念品	进价/(元/个)	售价/(元/个)	销量/(个/日)
C 型	40	60	40
D 型	30	40	50

(1)请用含 x 的代数式表示: 降价后 C 型纪念品单个利润为 _____ 元; 提价后 D

型纪念品单个利润为_____元；

(2)若当日利润为 1 336 元,求 x 的值；

(3)能否使每天销售利润达到 1 400 元?若能,请求出 C 型纪念品应降价多少元;若不能,请说明理由.

五、解答题(本大题共 2 小题,每小题 9 分,共 18 分)

21. 已知二次函数 $y = x^2 - 2(a+1)x + 1 - a$.

(1)如果直线 $y = x + 3$ 经过二次函数 $y = x^2 - 2(a+1)x + 1 - a$ 图象的顶点 P ,求此时 a 的值；

(2)随着 a 的变化,该二次函数图象的顶点 P 是否都在某条抛物线上?如果是,请求出该抛物线的函数解析式;如果不是,请说明理由；

(3)将该二次函数以 $x = 2$ 为对称轴翻折后的图象顶点的横坐标为 a ,求原函数与 y 轴的交点纵坐标.

22. 阅读下列材料并回答问题：

我们知道,绝对值的几何意义是表示在数轴上一个数对应的点与另一个特定点的距离.例如, $|x - a|$ 可以解释为数轴上 x 对应的点与 a 对应的点之间的距离.基于这一概念,我们可以解决一系列与绝对值相关的数学问题,如方程和不等式的求解.

例 1:解方程 $|x| = 5$. 从绝对值的几何意义出发,我们寻找数轴上与原点距离为 5 的点.显然,这些点对应的数为 5 和 -5,因为它们到原点的距离都是 5. 因此,该方程的解为 $x = 5$ 或 $x = -5$.

例 2:解不等式 $|x - 1| > 2$,如图 1,在数轴上找出 $|x - 1| = 2$ 的解,即到数 1 对应的点的距离为 2 的点对应的数为 -1,3,则 $|x - 1| > 2$ 的解集为 $x < -1$ 或 $x > 3$.

例3:解方程 $|x-1|+|x+2|=5$.由绝对值的几何意义知,该方程表示在数轴上与数1和数-2对应的点的距离之和为5的点对应的 x 的值.在数轴上,1和-2的距离为3,满足方程的 x 对应的点在1的右边或-2的左边,若 x 对应的点在1的右边,由图2可以看出 $x=2$.同理,若 x 对应的点在-2的左边,可得 $x=-3$,故原方程的解是 $x=2$ 或 $x=-3$.

回答问题:

(1)解方程: $|x+4|=7$;

(2)解不等式: $|x-3|\geq 4$;

(3)解方程: $|x-2|+|x+3|=7$;

(4)若 $|x-1|-|x+3|\leq a$ 对任意的 x 都成立,求 a 的取值范围.

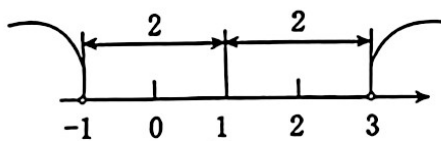


图1

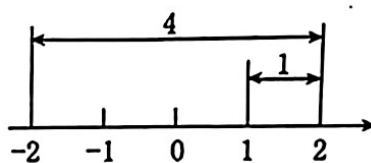


图2

(第22题图)

六、解答题(本大题共12分)

23. 如图,抛物线 $y=x^2-bx+5$ 交 x 轴于 A, B 两点,交 y 轴于点 C .直线 $y=-x+k$ 经过点 B, C .

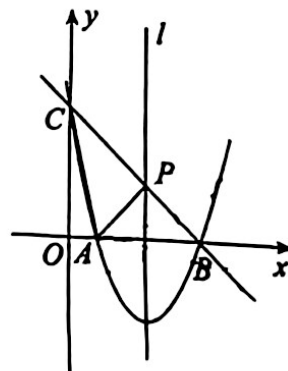
(1)求 k 和 b 的值;

(2)抛物线的对称轴 l 与直线 BC 相交于点 P ,连接 AC, AP .

①试判断 $\triangle ABP$ 的形状;

②证明: $\triangle APC$ 是直角三角形;

(3)在直线 BC 上是否存在点 M ,使 AM 与直线 BC 的夹角等于 $\angle ACB$ 的2倍?若存在,请求出点 M 的坐标;若不存在,请说明理由.



(第23题图)